

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
УПРАВЛЯЕМЫХ СНАРЯДОВ

А.С.ЛОКК

# УПРАВЛЕНИЕ СНАРЯДАМИ

А.С. ЛОВК

# УПРАВЛЕНИЕ СНАРЯДАМИ



# PRINCIPLES OF GUIDED MISSILE DESIGN

EDITED BY GRAYSON MERRILL, CAPTAIN, U. S. N.

---

ARTHUR S. LOCKE

## GUIDANCE

IN COLLABORATION WITH

Formerly Consultant

Radar Division

Naval Research Laboratory

Presently Associate Director

Vitro West Orange Laboratory

Vitro Corporation of America

Naval Research Laboratory

*Charles H. Dodge*

*Samuel F. George*

*Laurence F. Gilchrist*

*William C. Hodgson*

*John E. Meade*

*John A. Sanderson*

*Charles F. White*

D. VAN NOSTRAND COMPANY, INC.  
PRINCETON, NEW JERSEY — TORONTO — NEW YORK — LONDON  
1955

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
УПРАВЛЯЕМЫХ СНАРЯДОВ

---

А. С. ЛОКК

УПРАВЛЕНИЕ  
СНАРЯДАМИ

ПРИ УЧАСТИИ

*Чарльза Г. Доджа, Сэмюэля Ф. Джорджа,  
Лоренса Ф. Джилкриста, Вильяма К. Хадсона,  
Джона И. Мида, Джона А. Сандерсона,  
Чарльза Ф. Уайта*

Перевод с английского  
Г. В. КОРЕНЕВА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1957

В серию «Основы проектирования управляемых снарядов» (Издатель серии Грейсон Мерилл, капитан военно-морского флота, технический руководитель проекта баллистической ракеты «Юпитер») войдут следующие книги:

А. С. Локк, Управление снарядами.

Е. А. Бонни, М. Д. Зукроу, С. У. Бессерер, Аэродинамика. Силовые установки. Конструкций и практика проектирования.

Г. Мерилл, Х. Гольдберг, Р. Х. Гельмгольц, Исследование операций. Вооружение. Стартовые устройства.

Д. Д. Джергер, Р. Ф. Фейнберг, Техника систем управления. Полигонные испытания.

К. А. Эрик, Космические полеты.

С. У. Бессерер, Справочник конструктора управляемых снарядов.

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
От переводчика . . . . .	12
Таблица перевода мер . . . . .	15
Предисловие издателя . . . . .	16
Из предисловия автора (список соавторов) . . . . .	18

### ГЛАВА 1

#### ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ

1.1. Введение . . . . .	19
1.2. Управляемый снаряд . . . . .	21
1.3. Артиллерийский комплекс управляемого снаряда . . . . .	22
1.4. Система управления . . . . .	22
1.5. Классы управляемых снарядов . . . . .	22
1.6. Управление снарядами класса поверхность — поверхность . . . . .	23
1.7. Управление снарядами класса поверхность — воздух . . . . .	26
1.8. Управление снарядами класса воздух — поверхность . . . . .	28
1.9. Управление снарядами класса воздух — воздух . . . . .	30
1.10. Управляемые снаряды против подводных целей . . . . .	32
1.11. Основные требования родов войск . . . . .	34
1.12. Различные этапы управления снарядом . . . . .	36
1.13. Физические принципы управления снарядами . . . . .	37

### ГЛАВА 2

#### НЕКОТОРЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Обычное вооружение . . . . .	40
2.2. Управление зенитным огнем . . . . .	41
2.3. Управление огнем наземной и морской артиллерии . . . . .	46
2.4. Стабилизация корабельных систем управления огнем . . . . .	46
2.5. Вычисление параллакса . . . . .	48
2.6. Самолетные системы управления огнем . . . . .	49
2.7. Системы управления снарядами во второй мировой войне . . . . .	53
2.8. Система управления V-1 . . . . .	54
2.9. Система управления V-2 . . . . .	55
2.10. Немецкие системы управления, использующие радиокоманды . . . . .	58
2.11. Управляемые бомбы . . . . .	62
2.12. Послевоенные разработки управляемых снарядов . . . . .	64
2.13. Ракета «Viking» . . . . .	64
2.14. Воздушная навигация . . . . .	67
2.15. Навигация по наблюдению и опознанию . . . . .	68
2.16. Навигация по пеленгам . . . . .	68
2.17. Навигация с использованием земных или астрономических ориен- тиров . . . . .	72
2.18. Автоматическое управление летящими телами . . . . .	72
2.19. Автопилоты для самолетов . . . . .	73

## ГЛАВА 3

## ЗЕМНЫЕ И АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ОРИЕНТИРЫ И СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

3.1. Картографические проекции . . . . .	77
3.2. Меркаторская проекция . . . . .	79
3.3. Поперечная меркаторская проекция . . . . .	81
3.4. Гномоническая проекция . . . . .	81
3.5. Полярные карты . . . . .	81
3.6. Равноугольная проекция Ламберта . . . . .	84
3.7. Поликоническая проекция . . . . .	85
3.8. Движение Земли . . . . .	85
3.9. Явления, связанные с вращением Земли . . . . .	85
3.10. Форма Земли . . . . .	85
3.11. Влияние вращения Земли на силу веса . . . . .	86
3.12. Эффект Кориолиса . . . . .	89
3.13. Время . . . . .	92
3.14. Обращение, прецессия и движение Земли в пространстве . . . . .	94
3.15. Земной магнетизм . . . . .	95
3.16. Прочие ориентиры и системы отсчета, связанные с Землей . . . . .	97
3.17. Астрономические ориентиры . . . . .	97
3.18. Параллактический треугольник . . . . .	99
3.19. Морская и воздушная астрономическая навигация . . . . .	104
3.20. Астрономическая навигация при помощи автоматических средств . . . . .	106
3.21. Навигация в полярных областях . . . . .	108

## ГЛАВА 4

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

4.1. Классификация радиочастот . . . . .	111
4.2. Атмосфера . . . . .	113
4.3. Влияние ионосферы на распространение радиоволн . . . . .	114
4.4. Распространение путем многократного отражения . . . . .	116
4.5. Влияние показателя преломления воздуха на распространение радиоволн . . . . .	117
4.6. Поляризация радиоволн . . . . .	119
4.7. Отражение радиоволн . . . . .	119
4.8. Случай передачи по двум различным путям . . . . .	123
4.9. Выбор типа поляризации . . . . .	126
4.10. Диффракция радиоволн . . . . .	127
4.11. Типы графиков напряженности поля . . . . .	128
4.12. Поглощение радиоволн . . . . .	129
4.13. Рассеяние радиоволн . . . . .	131
4.14. Ослабление в конденсированной воде и других видах осадков . . . . .	132
4.15. Факторы, влияющие на выбор частоты . . . . .	133
4.16. Обтекатели . . . . .	134
4.17. Распространение через лист диэлектрика . . . . .	136
4.18. Влияние факела на распространение радиоволн . . . . .	140
4.19. Проводимость газообразной среды со свободными зарядами . . . . .	141
4.20. Абсорбция в газообразной среде со свободными зарядами . . . . .	142
4.21. Отражение от границы между воздухом и газообразной средой со свободными зарядами . . . . .	143
4.22. Результаты экспериментальных и теоретических исследований . . . . .	143

## ГЛАВА 5

## ИСПУСКАНИЕ, РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ПРИЕМ ИНФРАКРАСНЫХ ЛУЧЕЙ

Обозначения . . . . .	146
5.1. Суммарное излучение . . . . .	148
5.2. Спектральное распределение излучения . . . . .	159

5.3.	Упрощенные формы закона излучения . . . . .	164
5.4.	Приемники теплового излучения . . . . .	165
5.5.	Прозрачность атмосферы . . . . .	178
5.6.	Полный выход приемника . . . . .	188
5.7.	Оптические материалы . . . . .	191

## ГЛАВА 6

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

Обозначения . . . . .	199
6.1. Линейные цепи . . . . .	200
6.2. Преобразование Лапласа . . . . .	203
6.3. Соответствие между оригиналами и изображениями . . . . .	204
6.4. Основные предложения из теории преобразования Лапласа . . . . .	206
6.5. Решение простейшего интегро-дифференциального уравнения . . . . .	209
6.6. Обратное преобразование Лапласа для дробно-рациональной функции . . . . .	210
6.7. Решение некоторых важных интегро-дифференциальных уравнений . . . . .	212
6.8. Преобразование Фурье . . . . .	217
6.9. Частотная характеристика . . . . .	218
6.10. Упрощение путем замены $\frac{d}{dt}$ на $j\omega$ для установившихся состояний . . . . .	220
6.11. Переходные характеристики системы . . . . .	222
6.12. Корреляционная функция . . . . .	222
6.13. Полюсы, нули и аналитические функции . . . . .	224
6.14. Устойчивость систем с обратной связью . . . . .	225
6.15. Два метода интерполирования . . . . .	238
6.16. Краткие сведения из теории вероятностей . . . . .	248

## ГЛАВА 7

## ТЕОРИЯ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

Обозначения . . . . .	258
7.1. Проблемы, возникающие при проектировании следящей системы . . . . .	260
7.2. Соотношения в замкнутом контуре . . . . .	263
7.3. Первый основной тип следящей системы . . . . .	266
7.4. Коррекция следящей системы первого основного типа . . . . .	280
7.5. Второй основной тип следящей системы . . . . .	285
7.6. Техника подбора передаточной функции . . . . .	293
7.7. Коррекция характеристик системы . . . . .	312
7.8. Место различных теорий при проектировании следящих систем . . . . .	319

## ГЛАВА 8

## ТАКТИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

8.1. Определение повреждений цели . . . . .	324
8.2. Терминология теории ошибок . . . . .	327
8.3. Управление снарядами класса поверхность — поверхность . . . . .	333
8.4. Управление снарядами класса поверхность — воздух . . . . .	342
8.5. Управление снарядами класса воздух — поверхность . . . . .	348
8.6. Управление снарядами класса воздух — воздух . . . . .	352

## ГЛАВА 9

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

9.1. Установление опорных систем отсчета . . . . .	358
9.2. Гироскоп . . . . .	359
9.3. Гировертикаль . . . . .	362
9.4. Магнитные компасы . . . . .	367

9.5. Механические системы с одной степенью свободы . . . . .	369
9.6. Акселерометр для линейных ускорений . . . . .	371
9.7. Акселерометр для угловых ускорений . . . . .	379
9.8. Прецессионные гироскопы . . . . .	379
9.9. Применение устройств, измеряющих элементы движения . . . . .	383

## ГЛАВА 10

## ПОЛУЧЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ

Обозначения . . . . .	386
10.1. Типовая система связи . . . . .	387
10.2. Способы передачи сообщений . . . . .	388
10.3. Амплитудная модуляция — несущая частота и две полосы боковых частот . . . . .	388
10.4. Амплитудная модуляция — подавленная несущая частота, две полосы боковых частот . . . . .	389
10.5. Амплитудная модуляция — одна полоса боковых частот, подавленная несущая частота . . . . .	389
10.6. Частотная модуляция . . . . .	391
10.7. Поднесущие . . . . .	393
10.8. О сущности управляющей информации . . . . .	395
10.9. Спектр первоначального переносчика . . . . .	395
10.10. Лоран . . . . .	396
10.11. Принцип устройства системы Лоран . . . . .	396
10.12. Опознавание станций в системе Лоран . . . . .	399
10.13. Рабочие области системы Лоран . . . . .	400
10.14. Влияние условий распространения . . . . .	401
10.15. Точность системы Лоран . . . . .	403
10.16. Возможность применения системы Лоран для управления снарядами . . . . .	406
10.17. Радиолокатор . . . . .	407
10.18. Радиолокатор с частотной модуляцией . . . . .	409
10.19. Параметры импульсных радиолокаторов . . . . .	415
10.20. Антенны радиолокаторов . . . . .	416
10.21. Элементы высокочастотного тракта . . . . .	421
10.22. Радиолокационные передатчики . . . . .	422
10.23. Импульсные модуляторы . . . . .	423
10.24. Сопровождающий радиолокатор . . . . .	426
10.25. Радиолокационные приемники . . . . .	427
10.26. Смесители и местные гетеродины . . . . .	428
10.27. О коэффициенте шумов . . . . .	429
10.28. Тракт промежуточной частоты . . . . .	432
10.29. Видеоусилители и детекторы . . . . .	434
10.30. Автоматическая регулировка усиления . . . . .	437
10.31. Автоматическое сопровождение по дальности . . . . .	444
10.32. Блоки дальности . . . . .	448
10.33. Угловые детекторы . . . . .	450
10.34. Источники питания . . . . .	455
10.35. Автосопровождение при малых углах места . . . . .	458
10.36. Применение корреляционных функций . . . . .	461
10.37. Лампа бегущей волны . . . . .	463
10.38. О маяках . . . . .	464
10.39. Радиус действия маяка . . . . .	465
10.40. Маячные приемники . . . . .	466
10.41. Маячные модуляторы . . . . .	468
10.42. Маячные антенны . . . . .	470
10.43. Использование маяков в системах управления снарядами . . . . .	470

## ГЛАВА 11 О СВОЙСТВАХ ЦЕЛИ

11.1. Отражение радиоволн . . . . .	472
11.2. Самолет или снаряд в качестве цели . . . . .	473
11.3. Статистические характеристики воздушной цели . . . . .	474
11.4. Определение угловых координат . . . . .	475
11.5. Определение дальности . . . . .	476
11.6. Определение шумов при сопровождении . . . . .	477
11.7. Причины возникновения шума цели . . . . .	477
11.8. Анализ цели, состоящей из двух отражающих элементов . . . . .	478
11.9. Влияние амплитудных флуктуаций . . . . .	481
11.10. Сопровождение больших целей . . . . .	482
11.11. Сопровождение целей при малом угле места . . . . .	482

## ГЛАВА 12 ТРАЕКТОРИЯ ПОЛЕТА СНАРЯДА

Обозначения . . . . .	483
12.1. Сближение по лучу . . . . .	484
12.2. Чистое преследование . . . . .	497
12.3. Преследование с упреждением . . . . .	506
12.4. Параллельное сближение . . . . .	511
12.5. Пропорциональное сближение . . . . .	513

## ГЛАВА 13 ПРЕДСТАРТОВЫЙ ПЕРИОД И СТАРТ

13.1. Общие соображения о предстартовых операциях . . . . .	517
13.2. Предстартовые операции и управляющая аппаратура . . . . .	519
13.3. Общие соображения о старте . . . . .	521
13.4. Старт снаряда класса поверхность — поверхность . . . . .	523
13.5. Старт снаряда класса поверхность — воздух . . . . .	524
13.6. Старт снаряда класса воздух — поверхность . . . . .	527
13.7. Старт снаряда класса воздух — воздух . . . . .	527

## ГЛАВА 14 ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СНАРЯДА

14.1. Эксплуатационные условия . . . . .	529
14.2. Снаряд как звено в контуре управления . . . . .	531
14.3. Классические выражения . . . . .	533
14.4. Вывод передаточных функций для движения в вертикальной плоскости . . . . .	535
14.5. Влияние изменения внешних параметров . . . . .	546
14.6. Влияние изменения параметров устойчивости . . . . .	548
14.7. Вывод передаточной функции для движения крена . . . . .	550
14.8. Экспериментальная проверка частотных характеристик . . . . .	551
14.9. Использование характеристик снаряда при проектировании управления . . . . .	553

## ГЛАВА 15 ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

15.1. Сравнение экономики мирного и военного времени . . . . .	555
15.2. Исследования и опытное строительство в области систем управления снарядами . . . . .	557
15.3. Серийное производство внешнего оборудования и снабжение им . . . . .	563
15.4. Серийное производство бортового оборудования снаряда и снабжение им . . . . .	565



15.5.	Содержание корабельной управляющей аппаратуры . . . . .	569
15.6.	Содержание бортовой управляющей аппаратуры снаряда . . . . .	569
15.7.	Затраты на вооружение управляемыми снарядами . . . . .	569
15.8.	Перечень внешних условий . . . . .	571
15.9.	Исследование аппаратуры во внешних условиях . . . . .	573
15.10.	Приемочные испытания на внешние условия . . . . .	574
15.11.	Надежность . . . . .	574

## ГЛАВА 16

## СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ

Обозначения . . . . .	580
16.1. Соображения о проектировании систем управления . . . . .	581
16.2. Системы управления с самонаведением . . . . .	582
16.3. Системы управления при помощи команд . . . . .	605
16.4. Системы наведения по лучу . . . . .	618
16.5. Системы управления с использованием инерции, земных и астро- номических ориентиров . . . . .	627
16.6. Использование радионавигационной техники для управления сна- рядами . . . . .	639
16.7. Управления снарядами при помощи акустических средств . . . . .	647
16.8. Комбинации различных систем управления . . . . .	650

## ГЛАВА 17

## О ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ

<i>Обозначения</i> . . . . .	654
17.1. <i>Тактическая задача</i> . . . . .	655
17.2. <i>Вычисление дальности действия радиолокатора</i> . . . . .	658
17.3. <i>Артиллерийский комплекс управляемого снаряда</i> . . . . .	659
17.4. <i>Подсвечивающий радиолокатор и стартовая установка</i> . . . . .	660
17.5. <i>Стартовый счетно-решающий прибор</i> . . . . .	665
17.6. <i>Стабилизация при качке корабля</i> . . . . .	665
17.7. <i>Бортовой радиолокатор снаряда</i> . . . . .	666
17.8. <i>Замечание</i> . . . . .	671

## ГЛАВА 18

## ПОЛОСА ПРОПУСКАНИЯ БОРТОВОГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДОМ

18.1.	Общие вопросы . . . . .	672
18.2.	Геометрические соотношения и кинематика . . . . .	675
18.3.	Автопилотный контур . . . . .	678
18.4.	Контур системы управления при движении снаряда в вертикальной плоскости . . . . .	685
18.5.	Переходные процессы при старте . . . . .	686
18.6.	Управление креном . . . . .	687
18.7.	Промак, вызываемый ограниченной маневренностью . . . . .	690
18.8.	Замечания . . . . .	691

## ГЛАВА 19

## МОДЕЛИРОВАНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И ТЕЛЕМЕТРИЯ

19.1.	Моделирование . . . . .	692
19.2.	Автоматизация вычислений . . . . .	697
19.3.	Основы трехмерного моделирования управления снарядами . . . . .	709
19.4.	Сравнение машин-аналогов и цифровых машин . . . . .	713
19.5.	Цифровые машины . . . . .	715
19.6.	Моделирование снаряда при помощи обыкновенного самолета . . . . .	722

19.7. Использование телеметрии при проектировании систем управления снарядами . . . . .	736
19.8. Моделирование распространения радиоволн . . . . .	751
19.9. Заключение . . . . .	758

## ГЛАВА 20

## СИСТЕМА В ЦЕЛОМ

20.1. Область исследований . . . . .	761
20.2. Человек как элемент системы управления . . . . .	762
20.3. Будущее систем управления снарядами . . . . .	765
Предметный указатель . . . . .	766

---

## ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

Предлагаемая в русском переводе книга Локка является, по-видимому, первой несекретной книгой, в которой подробно и с явным знанием практической стороны дела излагаются основные вопросы, возникающие при проектировании систем управления снарядами.

Книга будет полезна всем изучающим технику управления снарядами. Однако следует отметить, что в вопросах автоматики мы привыкли к бóльшей строгости изложения и более высокому научному уровню, чем это имеет место в настоящей книге. Заметим также, что к ряду рекомендаций, приведенных в книге, нужно относиться с осторожностью, ничего не принимая на веру. На некоторые прямые ошибки и неточности чисто теоретического характера указано в подстрочных примечаниях. Довольно многочисленные опечатки оригинала исправлены без оговорок.

Специалисты по отдельным отраслям техники, вероятно, найдут мало интересного для себя в главах, посвященных их специальности. Специалисту по теории цепей или следящим системам будет, по-видимому, совершенно бесполезно читать главы 6 и 7, но если он интересуется управлением снарядами, ему определенно сто́ит познакомиться с главами 8 и 16; лицу, сведущему в кинематике и динамике снаряда, ничего не даст глава 12, но, возможно, ему будут интересны главы 5 или 10. Короче говоря, эта книга не дает возможности специалистам углубить свои специальные знания, но она может им помочь расширить свой кругозор и лучше понять своих «соседей» по проектированию. В этом бесспорная ценность книги.

В оригинале далеко не всюду выдержана единая терминология; многочисленные авторы используют различные термины, не давая их точных определений. К этому необходимо добавить, что по ряду вопросов у нас также еще не существует установившейся терминологии. Переводчик старался на протяжении всей книги придерживаться единой терминологии, памятуя правило, что даже плохая терминология лучше ее отсутствия. Следуя тексту книги, во многих случаях термины вводились без прямого их определения; впрочем, смысл этих терминов всегда становится ясным из последующего текста. Поскольку терминология разработана специально для настоящего перевода и не является общепринятой, то во избежание недора-

зумений ниже приведены пояснения некоторых наиболее часто повторяющихся терминов.

*Артиллерийский комплекс управляемого снаряда* (коротко — *комплекс управления*) — совокупность всех устройств и сооружений, обеспечивающих выполнение снарядом его боевого задания.

*Система управления снарядом* — совокупность всех устройств, обеспечивающих встречу снаряда с целью. Сам снаряд является, таким образом, одним из элементов системы управления.

*Управление снарядом* — совокупность воздействий на снаряд со стороны всех устройств системы управления.

*Корабль-снарядоносец* — корабль, с которого стартует снаряд и на котором сосредоточено оборудование комплекса управления.

*Корабельная аппаратура и корабельное оборудование* — часть системы и соответственно комплекса управления, установленная на корабле-снарядоносце.

*Самолет-носитель* или *самолет-снарядоносец* — самолет, на котором подвешены снаряды и (или) установлены другие части комплекса управления.

*Самолетная аппаратура и самолетное оборудование* — часть системы управления и соответственно комплекса управления, установленная на самолете-носителе.

*Бортовая аппаратура* — часть системы управления, установленная на снаряде.

*Контур системы управления* — контур, в образовании которого участвуют все устройства системы управления.

*Бортовой контур* — контур, в котором участвуют корпус снаряда и бортовая аппаратура.

*Автопилотный контур* — контур, в котором участвуют корпус снаряда и автопилот.

*Рулевой контур* или *контур рулевого привода* — контур, в котором участвуют рулевая машинка и руль с соответствующей обратной связью.

*Ориентир* — любое явление, свойство, предмет или светило, при помощи которого можно привязать снаряд к Земле. Например, радиомаяк, река, звезда, земное магнитное поле и т. п. являются ориентирами. Таким образом, смысл этого термина здесь значительно шире того, который в него обычно вкладывается в морской и воздушной навигации.

*Моделирование* — в точном соответствии с американским оригиналом — все средства, при помощи которых можно определить характеристики системы управления, исключая стрельбу действительными снарядами. Поэтому сюда входят все виды вычислительной работы, моделирование в узком смысле этого слова, испытания на обычных самолетах с экипажем и на моделирующих снарядах.

Обозначения в формулах оставлены такими же, как в оригинале (за исключением тригонометрических функций), хотя они иногда

существенно отличаются от принятых у нас. Переводчик надеется, что это сильно облегчит работу тех читателей, которые захотели бы изучить в оригиналах многочисленную американскую литературу, на которую в книге имеются ссылки. С той же целью все собственные имена, за исключением самых известных, и наименования книг приведены как в русской, так и в английской транскрипции.

В оригинале используются как американская, так и метрическая система мер. Почти все численные примеры и большинство графиков сделаны в американских мерах. Так как большинство примеров при переводе в метрические меры в значительной степени утратило бы свою наглядность (например, в главе 8 и других исчезли бы круглые цифры), в тексте все оставлено без изменений, но в интересных случаях, рядом со значением в американских мерах приведено округленное значение в метрических мерах. Кроме того, к книге приложена таблица перевода американских мер в метрические.

Отметим, что авторы книги иногда бросают реплики этического и философского характера. Эти реплики даны в переводе полностью и без всяких примечаний: в контексте с остальным материалом книги эти реплики служат лучшим к самим себе комментарием. Это особенно видно хотя бы по предисловию издателя, во втором абзаце которого открыто пропагандируется война.

Перевод книги, охватывающей столь широкий круг различных дисциплин, является нелегким делом. Трудность работы увеличивается чрезвычайной многочисленностью авторской группы (больше 20 человек), так как каждый автор пишет в своем собственном стиле. В особенно затруднительных случаях переводчик с благодарностью пользовался советами проф. Е. И. Манаева, доц. А. А. Абрамова и канд. техн. наук Б. Н. Митяшова.

---

## ТАБЛИЦА ПЕРЕВОДА МЕР

- 1 уставная миля (США) = 1760 ярдов = 1,609 км.  
1 морская миля (США) = 6080,2 фута = 1,853 км.  
1 ярд = 3 футам = 0,9144 м.  
1 фут = 12 дюймам = 0,3048 м.  
1 дюйм = 25,4 мм.  
1 узел = 1 морская миля в час = 1,853 км/час = 0,51 м/сек.  
1 галлон = 4,546 л.  
1 фунт = 16 унциям = 0,454 кг.  
1 унция = 28,3 г.  
1 фунт на кв. дюйм = 0,070 кг/см<sup>2</sup>.  
 $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32^{\circ})$ .
-

## ПРЕДИСЛОВИЕ ИЗДАТЕЛЯ

В управляемом снаряде военная техника достигла своей вершины. Тысячи лет люди поражали других людей и их имущество при помощи снарядов все возрастающей сложности и силы, но после бросания эти снаряды были неуправляемы. Теперь электроника позволяет человеку направлять свое оружие во время полета и тем самым вследствие возросшей точности достигнуть большей смертоносности.

К несчастью, прогресс человечества в области морали и законности не достаточен для того, чтобы избавиться от войны как главного фактора на нашем жизненном пути; поэтому существование свободного мира зависит частично от мастерства в технике управления снарядами.

Эта книга есть один из томов серии, носящей общее название «Основы проектирования управляемых снарядов». В серии делается попытка изложить эти основы. Настоящая книга занимается устройствами, предназначенными для управления снарядами, и поэтому озаглавлена «Управление снарядами». Следующие тома будут содержать разделы под названиями «Исследование операций», «Техника управления снарядами», «Конструкция снарядов и практика проектирования», «Аэродинамика», «Силовые установки», «Вооружение», «Старт снарядов», «Испытания».

Назначение этой серии состоит в том, чтобы дать возможность лицам с университетским образованием, инженерам и офицерам инженерных служб хорошо ознакомиться с техникой управляемых снарядов. Инженер, который усвоит только предлагаемый здесь материал, еще не будет подготовлен для того, чтобы проектировать управляемый снаряд или его части; для этого необходимо еще использование специальной литературы. Однако он будет способен охватить, оценить и использовать эту литературу (которая, конечно, носит секретный характер и вообще не относится к числу учебных пособий), когда и если она окажется в его руках.

При выполнении этой работы возникли две трудности. Во-первых, стало очевидным, что предмет изложения охватывает столь широкий круг наук, что один автор не может справиться с работой столь же хорошо, как координированная группа специалистов. В соответствии с этим отдельные части книги написаны специалистами в данной

области. Во-вторых, авторам необходимо было быть очень осторожными, чтобы не разгласить секретных материалов. Министерство обороны рассматривало этот том и не нашло препятствий для его открытого издания.

Раздел «Основы управления снарядами», составляющий содержание этого тома, написан Артуром С. Локком (Arthur S. Locke) и группой его помощников из Морской исследовательской лаборатории (Naval Research Laboratory). Члены этой группы работали практически как консультанты военного ведомства над разрешением различных проблем, связанных с управляемыми снарядами.

Мы ожидаем критики и конструктивных предложений. С их помощью, учитывая также развитие техники, мы надеемся со временем пересмотреть этот том.

Считаю приятным долгом принести благодарность всем, кто помогал этой работе, а также Министерству обороны, чье плодотворное сотрудничество позволило написать содержательную книгу без нарушения секретности.

Мнения и утверждения, содержащиеся в книге, являются частными, принадлежащими их авторам, и не должны рассматриваться как официальные или отражающие взгляды Морского министерства или Морского ведомства в целом.

Джонсвилл,  
Пенсильвания

*Грейсон Мерилл,*  
издатель.



## ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ АВТОРА (СПИСОК СОАВТОРОВ)

- Глава 1, 2, 3 и 4 (без параграфов 4.18—4.22) — Arthur S. Locke;  
§§ 4.18—4.22 — William W. Balwanz.
- Глава 5 — Dr. John A. Sanderson.
- Глава 6 — Samuel F. George.
- Глава 7 — Charles F. White.
- Глава 8 и 9 — Arthur S. Locke с использованием советов James W. Titus'a.
- Глава 10 — Laurence F. Gilchrist, Howard Gordon, John P. Kirwan.
- Глава 11 — John E. Mead.
- Глава 12 — S. F. George при участии C. E. Corum и John P. Barry.
- Глава 13 — A. S. Locke.
- Глава 14 — Charles H. Dodge и A. S. Locke на основании прежних работ J. W. Titus'a.
- Глава 15 — A. S. Locke.
- Глава 16 — John C. Ryon, Kelly G. Miles, Ernest W. Peterkin, William C. Hodson (редактор главы).
- Глава 17 — C. F. White.
- Глава 18 — C. H. Dodge при участии C. F. White и A. S. Locke.
- Глава 19 — Dr. Louis Bauer, W. A. McCool, D. H. Gridley, Mr. White, Paul T. Stine, Dr. N. L. Walbridge, H. M. Smith, Jr, L. A. Woodward, A. S. Locke (редактор главы).
- Глава 20 — A. S. Locke.
-

# ГЛАВА I

## ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ

### 1.1. Введение

Управляемый снаряд есть наиболее современный представитель ряда различных типов оружия, предназначенных для того, чтобы позволить человеку попасть в цель и поразить ее, оставаясь на относительно безопасном расстоянии. Он является естественным развитием брошенного камня, метательного копья, огнестрельного оружия и ракеты. Если отвлечься от технического прогресса и от оборонительного или наступательного характера оружия, — главная задача всегда была неизменной: поразить цель, оставаясь в безопасности.

Цели изменяются и будут продолжать изменяться по своему устройству и характеристикам. Но существуют два главных класса целей: подвижные и неподвижные. Исторически это разделение произошло следующим образом. Когда оказалось более важным оборонять некоторый объект или группу людей, чем отдельного человека, стала развиваться специализация оружия. Наступательное оружие должно было стать достаточно мощным, чтобы преодолеть пояс обороны. Поскольку обороняемые объекты сначала были неподвижными, атакующий, естественно, должен был приближаться к ним; средства нападения стали подвижными. Подвижные средства нападения в свою очередь превратились в цели для обороняющегося. Поскольку войны становились всеобщими, подвижность средств нападения развивалась многими путями — на земле, на море и в воздухе. Но при всем разнообразии конструкций целей два главных класса оставались неизменными.

В случае неподвижной цели данные, необходимые для того, чтобы обстрелять ее, получаются просто из относительного расположения орудия и цели; это расположение должно быть нам известно. Продолжающийся и сейчас рост дальности действия средств обороны требует увеличения дальности действия наступательного оружия. При обычном артиллерийском огне положение цели определяется визуальными средствами; ошибки стрельбы вообще возрастают с увеличением дальности. Когда дальность возрастает до сотен миль, даже

самое точное прицеливание может дать недопустимо большие ошибки у цели. Когда же речь заходит о межконтинентальных дальностях, снаряд должен быть способен получать из земных или астрономических источников специальную информацию, необходимую для выдерживания направления на цель.

В случае подвижной цели и обычного оружия необходимая для прицеливания информация получается непосредственно из наблюдения цели и измерения элементов ее движения. Так как снаряд или ракета затрачивают конечное время на полет до цели, необходимо предсказание ее будущего положения; прицеливание и стрельба ведутся в это будущее положение. Если цель движется медленно, а время полета снаряда невелико, можно ожидать достаточной точности. Если же цель движется быстро в том смысле, что она может значительно отклониться от предсказанного положения в течение времени полета снаряда, вероятность поражения становится низкой. Точно так же, если цель трудна для наблюдения и элементы ее движения не могут быть надежно измерены, вероятность поражения падает. Так как воздушные цели продолжают увеличивать свою скорость и становятся все хуже наблюдаемыми, для поражения таких целей снаряд должен быть управляемым в полете в соответствии с изменением движения цели. В случае неуправляемого снаряда вся информация, необходимая для направления его в цель, сосредоточивается в точке выстрела. В случае же управляемого снаряда эта информация или, по крайней мере, ее часть должна быть передана на снаряд.

Передача на снаряд необходимых для управления сведений сопровождается возникновением ряда вспомогательных задач. Инженерные решения каждой из них, если и не являются порою новыми, встречаются в комбинациях, ранее не существовавших. Становится необходимым общий язык между специалистами разных профессий и большое значение приобретает выбор наилучшего способа их сотрудничества, так как в работе участвуют в той или иной степени все точные науки. Система управления снарядами есть, так сказать, «серьезное» устройство в том смысле, что в ней неисправность любого элемента вызывает отказ всей системы. Отсюда следует, что не только должна существовать координация между конструкторами отдельных физически разнородных элементов системы, но должен быть также достигнут одинаковый уровень надежности работы каждого из этих элементов.

Конструктор системы управления снарядами имеет перед собой комплексную задачу компоновки физически разнородных элементов в действующее и пригодное для производства оружие. Например, необходимо, чтобы конструктор давал себе ясный отчет, какую информацию ему может предоставить о себе та или иная цель, как принять эту информацию и как воспользоваться ею. Он должен представлять себе, как влияет силовая установка снаряда на прием

команд управления и на само управление. Особенно тщательно он должен изучить отклик снаряда на полученную команду и подробно разработать механизмы управления. Должен быть подвергнут анализу каждый элемент системы, чтобы окончательный результат соответствовал заданным точности попадания и вероятности поражения. Конструктор системы управления часто бывает связан технически достижимой степенью совершенства отдельных ее частей. Так, иногда может оказаться невозможным желаемое улучшение какого-нибудь элемента; подобные элементы вынуждают идти на нежелательные компромиссы при проектировании других частей системы.

Наоборот, может оказаться необходимым отказаться от технически возможного улучшения отдельного элемента только потому, что это улучшение потребует от других частей системы недопустимых компромиссов. Поэтому конструктор отдельного элемента системы должен обратить особое внимание на то, что его элемент важен не только сам по себе, но и как часть работоспособного целого. А конструктор всей системы управления не должен ограничиваться проектированием и анализом одной какой-нибудь системы; всегда существует много возможных решений одной и той же задачи, и нужно обязательно анализировать качество окончательно выбираемой системы сравнительно с другими возможными.

Задача настоящей книги состоит в следующем:

а) установить ведущие проблемы, от решения которых зависит возможность осуществления управления снарядами, и сделать обзор соответствующих точных наук;

б) изложить некоторые тактические и технические соображения, важные для проектирования систем управления и их частей;

в) иллюстрировать проектирование систем управления и их частей на простых примерах.

В книге уделяется больше внимания увязке, которая при проектировании систем управления должна существовать между работами в различных отраслях знания, чем подробному изложению этих отдельных отраслей. Опыт проектирования комплексных систем показывает, что недостаток внимания к основным проблемам опаснее, чем недостаток сведений о деталях, относящихся к отдельным отраслям знания.

## 1.2. Управляемый снаряд

*Управляемый снаряд* можно определить как устройство, движущееся в пространстве без экипажа и обладающее средствами управления собственной траекторией.

К этому краткому определению необходимо дать пояснения. Американская идеология не допускает заранее обдуманного применения самоубийства людей, используемых в качестве аппаратуры управления снарядами; однако такое мнение не является всеобщим,

как показали снаряды «Бака», примененные японцами<sup>1)</sup>. Далее, управляемый снаряд считается действующим только над, а не на и не под поверхностью земли. Самонаводящиеся торпеды, управляемые танки и суда представляют собой также примеры оружия, управляемого на расстоянии, но соответствующие системы управления в настоящей книге не рассматриваются. Слово «снаряд» обычно понимается в смысле обобщенного названия такого оружия, как копье, стрела или пуля. Снаряд обязательно содержит в себе элементы, предназначенные для разрушения чего-либо. Если же в некоторых управляемых снарядах боевая часть отсутствует, она заменяется полезной нагрузкой в виде приборов для исследования верхних слоев атмосферы или других научных исследований. В этом последнем случае система управления должна удовлетворять требованиям безопасности, а снаряд проектируется в варианте, например, ракеты для исследования верхней атмосферы.

### 1.3. Артиллерийский комплекс управляемого снаряда

*Артиллерийский комплекс управляемого снаряда* есть совокупность самого управляемого снаряда и всех прочих устройств, предназначенных для старта снаряда и управления им, а также для проверочных работ и эксплуатации. Комплекс в целом и выполняет задачу поражения цели. Более подробное изложение вопросов, относящихся к комплексам, читатель найдет в одном из последующих томов этой серии.

### 1.4. Система управления

*Система управления* есть совокупность устройств, которые определяют относительное положение снаряда и цели и вводят необходимые поправки в траекторию полета снаряда. Некоторые элементы системы управления могут находиться вне снаряда, на месте старта, по пути к цели, на самой цели. Обычно система управления включает в себя чувствительные элементы, счетно-решающие, управляющие и стабилизирующие устройства.

### 1.5. Классы управляемых снарядов

Наиболее наглядный с оперативно-тактической точки зрения способ классификации управляемых снарядов состоит в том, чтобы различать их по месту старта и месту цели. Место старта определяет общую обстановку и, до некоторой степени, область применения, тактически наиболее целесообразную для данного класса. Место

---

<sup>1)</sup> Эти снаряды известны также под названием «камикадзе». (Прим. перев.)



цели определяет ее природу и тактическое назначение снаряда. Более подробные сведения об этом читатель найдет в одном из последующих томов этой серии.

Управляемые снаряды можно разделить на следующие четыре главных класса:

- а) поверхность — поверхность,
- б) поверхность — воздух,
- в) воздух — поверхность,
- г) воздух — воздух.

Здесь под «поверхностью» следует понимать поверхность нашей планеты, не делая различия между сушей и морем.

## 1.6. Управление снарядами класса поверхность — поверхность

Класс поверхность — поверхность включает в себя любой управляемый снаряд, стартующий с поверхности Земли, задачей которого является поражение цели, находящейся тоже на поверхности Земли. При этом безразлично, происходит ли старт снаряда с корабля или с суши. Безразлично также подвижна или неподвижна цель. Различия в способах управления, в самих снарядах, их боевых частях и в других подобных свойствах вообще не существенны с точки зрения нашей классификации.

Рассмотрев особенности целей, находящихся на поверхности Земли, мы сможем сделать некоторые общие выводы относительно требований к системам управления. Такие цели бесконечно разнообразны по размерам, но сравнительно мало — по способности к движению. Возьмем сначала неподвижную цель. Это может быть целый город или некоторая площадь внутри города, такая, как завод, производящий стратегические материалы, или цель столь малая, как отдельное укрепление, мешающее продвижению пехоты. Расстояния от места старта до цели могут быть различны. Если требуется поражение стратегических целей или больших площадей, находящихся на территории вражеского государства, расстояния будут весьма значительны, так как каждая возможная цель должна быть досягаема со стартовых площадок, находящихся на нашей территории или на территории баз, контролируемых нашими вооруженными силами. При поражении целей, представляющих препятствия для продвижения наших войск, расстояния будут меняться от сотен ярдов в случае операций по поддержке пехоты до 50—200 миль в случае обстрела тыловых эшелонов, подвозящих войска, складов снаряжения и т. п. Следует отметить (рис. 1.1), что размер цели вообще растет с расстоянием, или, что то же самое, требуемая абсолютная точность попадания имеет тенденцию к уменьшению с возрастанием расстояния.

Чтобы направить управляемый снаряд с места старта в цель, необходимо, прежде всего, знать относительное расположение того

и другой. Способы добывания надежных сведений об этом весьма различны и зависят от дальности огня. Близкие цели могут быть наблюдаемы визуально или каким-нибудь другим способом непосредственно из точки выстрела. При увеличении дальности огня прямая видимость цели из места старта может отсутствовать; тогда, если цель и место старта оба видимы из какого-нибудь другого места, их относительное положение может быть определено пеленгацией. Если предварительно произведена съемка целой площади, цель может быть определена своим положением на географической сетке. Такое определение места цели позволяет вести огонь, пользуясь не самой целью, а некоторым ориентиром или некоторой системой отсчета.

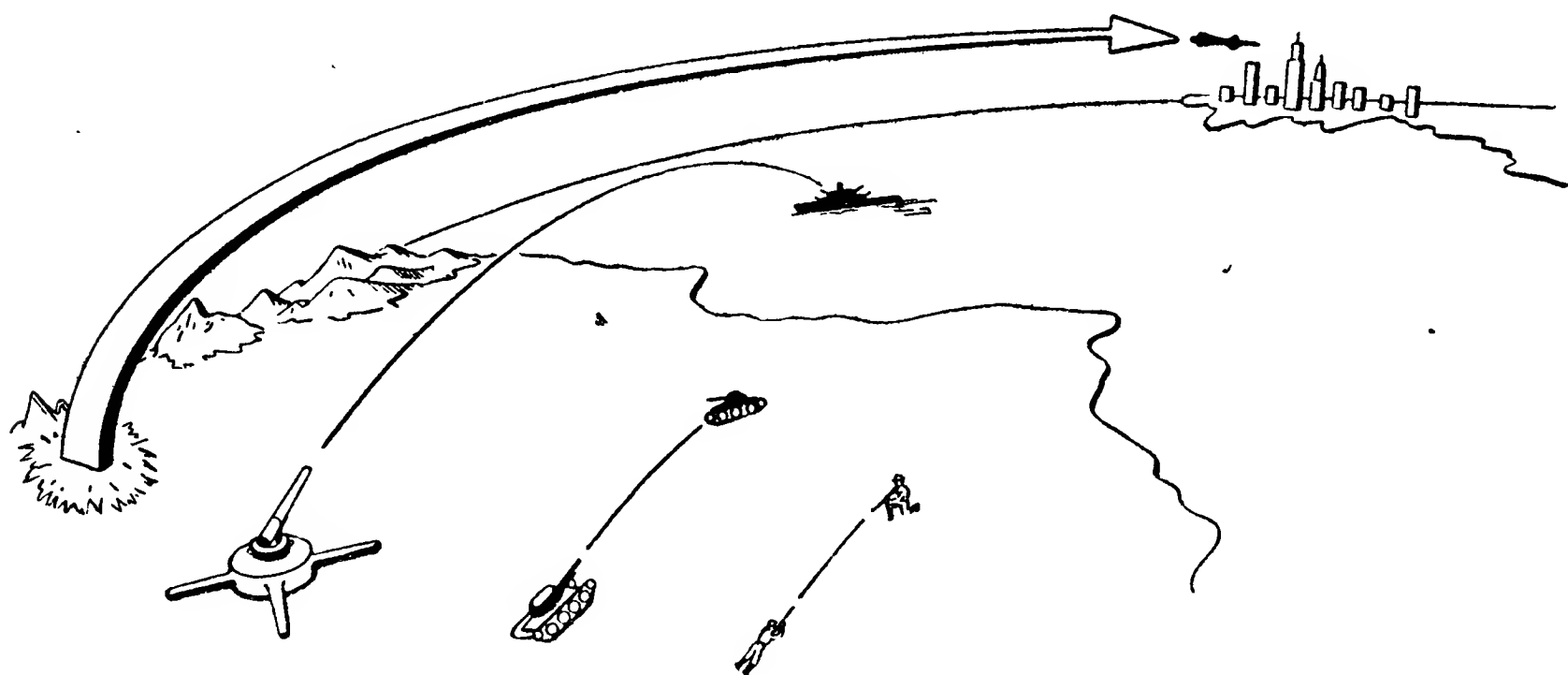


Рис. 1.1. Чем больше расстояние, тем больше размер цели.

Точность любого оружия, использующего какую-либо систему отсчета, связанную с Землей, непосредственно зависит от точности определения координат как цели, так и точки выстрела. Например, представим себе корректировку артиллерийского огня по разрывам. Если имеется ошибка в координатах цели, а разрывы ложатся точно в эту ошибочную точку, промах, очевидно, получается только вследствие ошибки в координатах цели. Но промах получится и в том случае, если в расчет приняты ошибочные координаты орудия. Если дальность стрельбы возрастает до межконтинентальных расстояний, то единственная возможность состоит в использовании такой земной или астрономической системы координат, в которой возможно задать положение как цели, так и места старта. Точность, с которой известно положение обоих, непосредственно влияет на точность стрельбы.

Система управления должна определять положение снаряда относительно цели и, когда нужно, исправлять траекторию полета. В случае неподвижной цели и небольшой дальности огня это может быть сделано просто путем определения положения снаряда относительно

линии визирования цели. Если дальность слишком велика для этого, — система управления должна непрерывно определять положение снаряда относительно цели каким-либо другим способом. Если мы видим только снаряд и его положение определяется непрерывно относительно какой-нибудь наземной станции, то можно непрерывно вычислять — на земле или на самом снаряде — его действительную траекторию относительно цели.

Когда бомбардировщик дальнего действия идет к цели, в его распоряжении имеются различные навигационные методы: визуальная ориентировка по местности, радионавигация, использование магнитного поля Земли при помощи компаса, астрономическая навигация. В конце полета летчик имеет возможность наблюдать цель, так что точность навигационных методов должна быть лишь такова, чтобы привести самолет в район, где возможно наблюдение цели. Все методы навигации, пригодные для самолета с экипажем, можно применять и на снаряде в их автоматическом варианте, но с дополнительным требованием, чтобы точность навигации на снаряде была более высокой, чем на обыкновенном самолете.

Таким образом, в случае применения управляемых снарядов против неподвижных целей на поверхности Земли мы приходим к следующим выводам:

а) Размер цели вообще растет вместе с потребной дальностью огня; потребная абсолютная точность системы управления вследствие этого вообще падает с увеличением дальности.

б) Если определение положения снаряда относительно цели зависит от какой-либо системы координат, то точность определения координат цели непосредственно влияет на точность попадания.

в) Снарядом можно управлять, определяя его положение или непосредственно относительно линии визирования цели, или применяя любой метод автоматической навигации.

Обращаясь к подвижным целям, заметим, что на суше это могут быть танки, поезда, грузовики и т. п., а на море — надводные и подводные корабли. Все эти цели сравнительно с управляемым снарядом имеют небольшую скорость, но так как движение все-таки существует, а цели имеют сравнительно малые размеры, необходимо их непосредственное наблюдение, определение положения и измерение элементов движения. Если имеется группа целей, например эшелон грузовиков, цель становится как бы неподвижной, поскольку снаряд можно нацеливать в некоторую неподвижную точку, выбранную на дороге. В случае одиночной цели точность попадания, потребная для поражения, не зависит от дальности стрельбы. Некоторые из целей, такие, как танки или боевые корабли, имеют броню, так что для их разрушения необходимо прямое или близкое к прямому попадание. Потребная точность попадания для уничтожения некоторой определенной цели есть функция разрушительной силы боевой части снаряда; если радиус действия боевой части возрастает,



то, очевидно, требования к точности попадания снижаются из расчета получить ту же самую вероятность поражения цели.

Таким образом, в случае применения управляемых снарядов против одиночных подвижных целей мы приходим к следующим выводам:

а) Необходимо прямое наблюдение за целью и определение элементов ее движения при помощи некоторого элемента системы управления.

б) Потребная для поражения точность достаточно высока; абсолютная потребная точность не зависит от дальности огня.

в) Потребная абсолютная точность системы управления уменьшается с возрастанием разрушительной силы боевой части.

### 1.7. Управление снарядами класса поверхность — воздух

Класс поверхность — воздух включает в себя любой управляемый снаряд, стартующий с поверхности Земли, назначением которого является поражение летящей в воздухе цели. При этом не делается разницы между снарядами, стартующими с корабля или суши; точно так же не принимается во внимание тип воздушной цели. Различия в способах управления, в самих снарядах и их боевых частях также не существенны с точки зрения нашей классификации.

Изучение возможных воздушных целей с точки зрения применения управляемых снарядов позволяет нам выяснить некоторые общие требования к системам управления класса поверхность — воздух. Воздушными целями могут быть другие управляемые снаряды, а также винтовые или реактивные самолеты. Все эти цели имеют большие скорости и относительно малые размеры. Большая скорость и маневренность цели означают, что некоторый элемент системы управления должен «чувствовать» цель и непрерывно определять положение снаряда относительно цели. Так как размер цели мал, то система управления должна обладать высокой точностью. С некоторыми ограничениями цель может маневрировать в пространстве; поэтому снаряд и система управления должны быть рассчитаны так, чтобы маневр цели не вызывал недопустимого падения точности. В пределах своих характеристик цель не связана определенной высотой полета; она может идти на большой высоте или у самой земли. Система управления должна, по крайней мере, иметь возможность быть настроенной на любую заданную высоту. Цели бывают одиночные или групповые; система управления может быть вынуждена выбрать из группы одиночную цель, подлежащую уничтожению.

Тактическое назначение воздушных целей состоит в разрушении объекта, который обороняется управляемыми снарядами класса поверхность — воздух. Эти последние должны поразить воздушные цели, прежде чем они смогут использовать свое собственное оружие, как показано на рис. 1.2, иначе их атака окажется успешной. Когда стартовые устройства снарядов класса поверхность — воздух

располагаются на самом обороняемом объекте или вблизи от него, радиус действия системы управления должен быть больше радиуса действия оружия нападающих самолетов.

Для того чтобы привести в действие любое оружие, с момента обнаружения подвижной цели должно пройти некоторое время. В наиболее простом случае человек, обнаружив подвижную цель, должен приложить свою винтовку к плечу, мысленно учесть поправку на движение цели и выстрелить. Вообще же, чем сложнее оружие

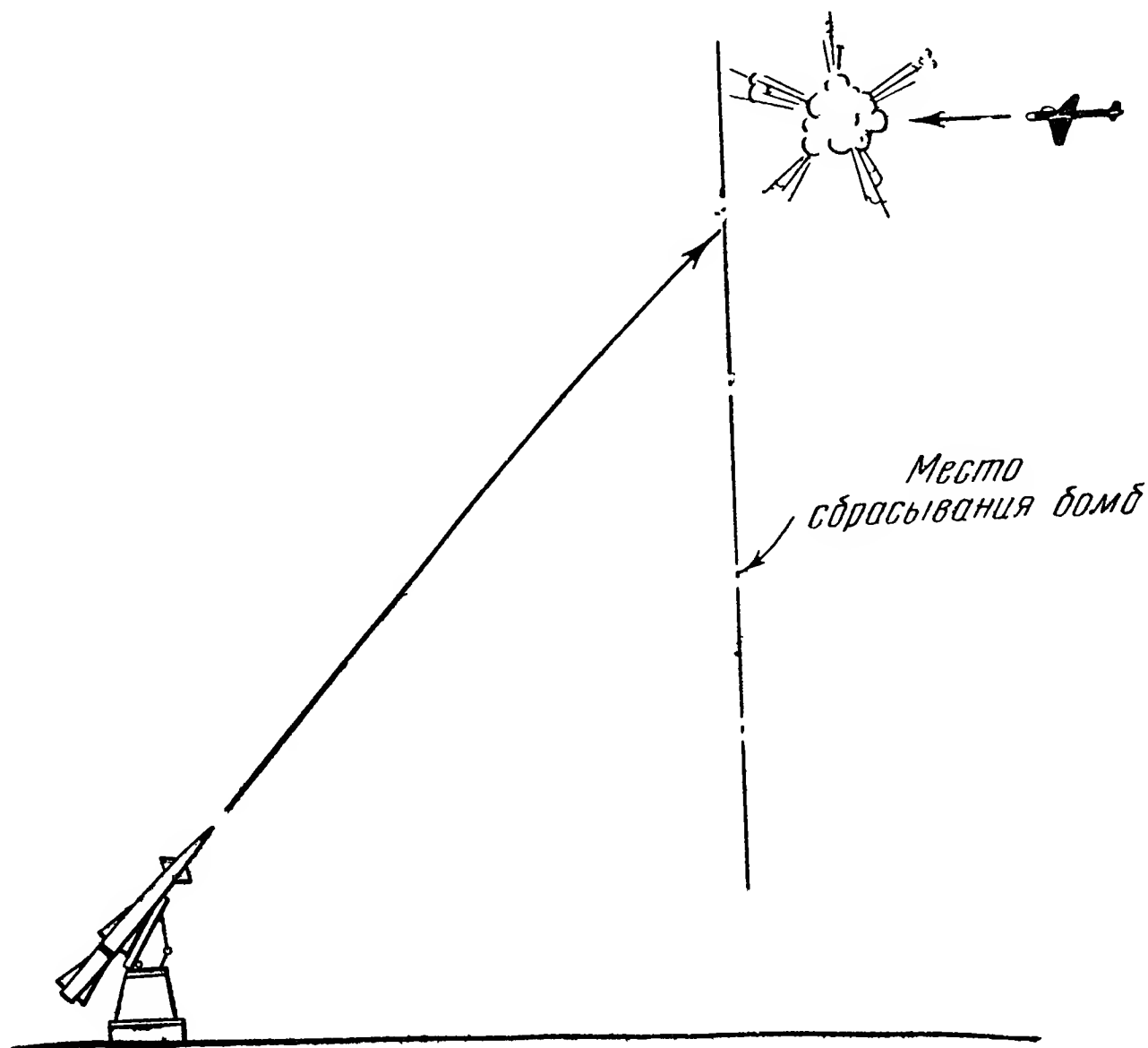


Рис. 1.2. Самолет должен быть сбит, прежде чем он сможет применить свое собственное оружие.

и чем больше скорость цели, тем больше времени требуется для наблюдения цели, вычисления упреждения и собственно выстрела. Если скорость цели велика, то цель может пройти многие мили за промежуток времени между обнаружением и выстрелом. Следовательно, необходимо как можно раньше получить надежные сведения о свойствах и намерениях цели. Точно так же необходимо передать эти сведения куда следует с таким расчетом, чтобы могла быть использована максимальная дальность действия управляемого снаряда.

Воздушные цели обладают малыми размерами и большими скоростью и маневренностью. Оба эти качества затрудняют обнаружение целей и точное определение элементов их движения после обнаружения. Решение проблем, возникающих в связи с обнаружением, опознанием и точным наблюдением за воздушной целью, несовместимо с большим радиусом действия системы. Вследствие этого

в разработке таких систем управления возникают серьезные трудности.

Из всего сказанного для снарядов класса поверхность — воздух можно сделать следующие предварительные выводы:

а) Вследствие большой скорости и маневренности цели система управления должна иметь элемент, следящий за целью, чтобы непрерывно определять положение снаряда относительно цели.

б) Малый размер цели вызывает необходимость достаточно точного решения задачи встречи снаряда с целью.

в) Воздушная цель не привязана к постоянной высоте; система управления должна обладать тем же свойством.

г) Цель обладает способностью в широких пределах изменять скорость и маневрировать; снаряд и система управления должны быть рассчитаны на это.

д) Цели могут появляться в большом количестве; система управления должна уметь выбрать для уничтожения некоторую одиночную цель.

е) Дальность действия системы управления отчасти определяется оружием, которое несет самолет противника, отчасти — заданной тактикой обороны.

ж) Поскольку скорость цели велика, время, потребное на изготовку системы, должно быть минимальным.

з) Проблемы обнаружения и точного слежения за целью очень важны для перехвата воздушной цели.

и) Исключая особые тактические обстоятельства, необходимо, прежде чем привести систему в действие, опознать цель (свой — чужой).

### 1.8. Управление снарядами класса воздух — поверхность

Класс воздух — поверхность включает в себя любой управляемый снаряд, стартующий с самолета и атакующий какую угодно цель на поверхности Земли. При этом не учитывается ни тип самолета-носителя, с которого снаряд стартует, ни тип атакуемой цели. Устройство системы управления, боевой части, самого снаряда и т. п. вообще не существенно с точки зрения этой классификации.

Если мы снова рассмотрим свойства целей на поверхности Земли, но теперь уже с точки зрения тактического применения снарядов, стартующих с самолета, то можно будет опять прийти к некоторым выводам общего характера относительно требований к системам управления для таких снарядов. Цели, находящиеся на поверхности Земли, могут быть как подвижными, так и неподвижными. Самолет, служащий для снаряда стартовой площадкой, всегда находится в быстром движении. Неподвижные цели очень разнообразны по своим размерам, что вызывает подобное же разнообразие в потребной

точности систем управления. Подвижные цели обладают малой скоростью по сравнению с самолетом-носителем и снарядом; несмотря на это, при не очень малой продолжительности полета снаряда их движением нельзя пренебрегать. В этих условиях главное соображение в пользу применения самолетов-носителей в качестве оружия дальнего действия состоит в том, что цель становится наблюдаемой с самолета (рис. 1.3); это увеличивает точность огня независимо

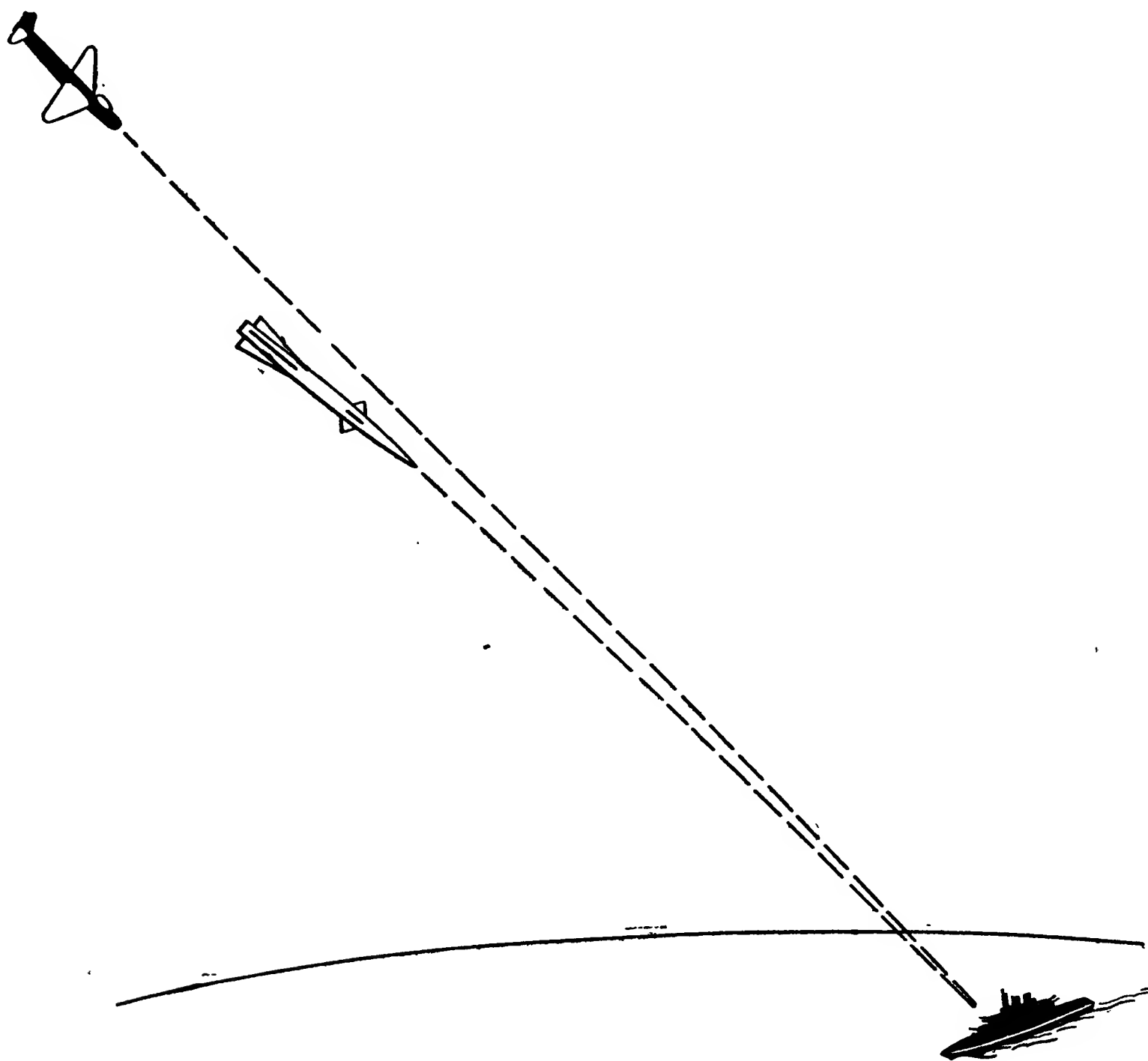


Рис. 1.3. Некоторая часть системы управления должна быть предназначена для наблюдения за целью.

от дальности, покрытой самолетом-носителем. Кроме того, подвижность самолета-носителя позволяет ему самому отыскивать цели, подлежащие уничтожению; в случае подвижных или малых неподвижных целей это иногда затруднительно сделать другими средствами.

Однако известно, что всегда стараются применить любые способы, чтобы сделать цели плохо наблюдаемыми с воздуха. Неподвижные цели бывают укрыты, подвижные — закамуфлированы. Даже если наблюдение ведется при помощи средств электроники,

применяются различные контрмеры. Из сказанного для снарядов класса воздух — поверхность можно сделать следующие главные выводы:

а) Некоторая часть системы управления должна быть предназначена для наблюдения за целью.

б) Поскольку используется наблюдение за целью, дальность действия системы управления ограничена дальностью средств наблюдения.

в) Нужно учитывать, что противником будут использованы все способы, чтобы сделать цель неотличимой от местности, и что им будут применены различные контрмеры, имеющие целью снизить эффективность системы управления.

### 1.9. Управление снарядами класса воздух — воздух

Класс воздух — воздух включает в себя любой управляемый снаряд, стартующий с самолета и предназначенный для уничтожения летящих целей. В этой общей классификации безразличен как тип самолета-носителя, так и тип цели. Свойства снаряда и системы управления также не существенны с точки зрения нашей классификации.

Самолеты используются и как наступательное и как оборонительное оружие. Самолеты обороны используются для перехвата атаки, направленной с воздуха. После обнаружения угрозы перехват должен быть выполнен как можно скорее. Чтобы осуществить перехват, нужно прежде всего вообще знать об угрожающей атаке; желательно также знать детали, относящиеся к типу атакующих самолетов, чтобы перехватчик мог выполнить свои обязанности, находясь на безопасном расстоянии от атакующего противника, который, конечно, будет обороняться. Перехватчик должен быть наведен на противника с точностью, достаточной для того, чтобы он мог обнаружить каким-либо способом свою цель и вступить с нею в бой. Можно ожидать, что точность наведения перехватчика будет играть значительную роль в выборе им позиции, удобной для боя. Тип атакующего самолета противника, в зависимости от тактической обстановки, может быть различным. Для дальней бомбардировки межконтинентального типа, возможно, будут использованы тяжелые самолеты, несущие большую нагрузку горючего, необходимую для обеспечения обратного пути. Строй тяжелых бомбардировщиков представляет собой столь громоздкое сооружение, что выполнение им своей задачи сомнительно. При противнике такого типа перехватчик будет иметь преимущество и в скорости и в маневренности.

Если бомбометание или другой тип атаки осуществляется с небольшого расстояния, нападающий самолет может быть истребителем, одинаково готовым атаковать цели на поверхности Земли или вести воздушный бой с перехватчиком. Точно так же возможен бой между истребителями, если бомбардировщик сопровождается истребителями. В бою истребителя с истребителем преимущество в скорости

и маневренности может быть как на одной, так и на другой стороне.

В воздушном бою применение управляемого снаряда может быть выгодно как со стороны истребителя, так и со стороны бомбардировщика. В случае истребителя управление снарядом не должно мешать маневрам, имеющим целью собственную оборону. Подобным же образом, если бомбардировщик применяет управляемые снаряды для собственной защиты, управление ими не должно мешать

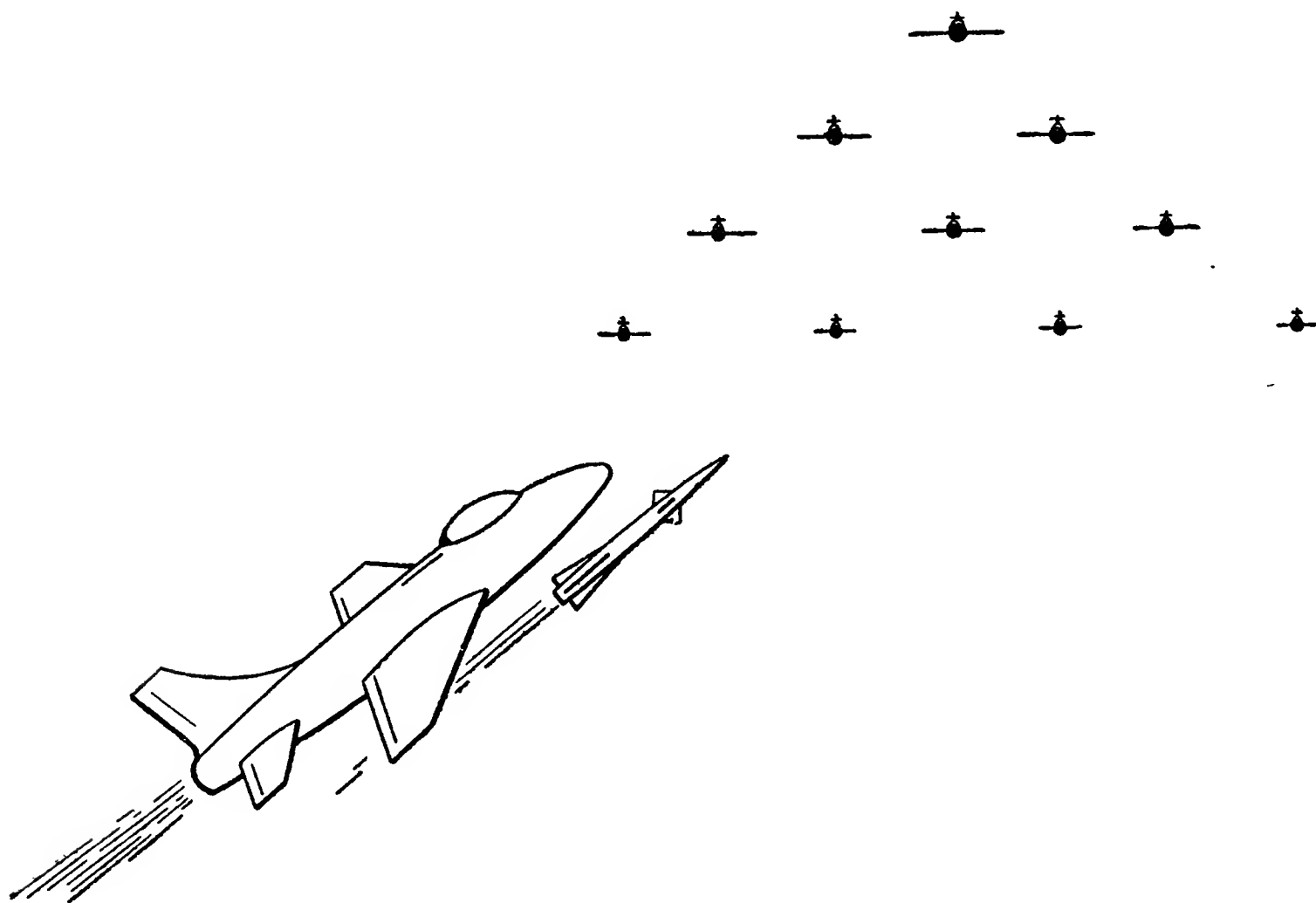


Рис. 1.4. Система управления должна выбрать для поражения одиночную цель.

выполнению бомбардировщиком его основной задачи. Бомбардировщик должен иметь возможность свободно выбирать способ атаки и, в пределах своих возможностей, по своему усмотрению, лететь высоко или низко, в одиночку или строем — словом, так, как это диктуется тактической обстановкой. Следовательно, истребитель противовоздушной обороны, чтобы уничтожить противника, должен быть в состоянии найти его независимо от применяемой им тактики.

Таким образом, применение управляемых снарядов истребителем или бомбардировщиком не должно мешать выполнению ими их основной задачи, их тактике или уменьшать их живучесть. Вместе с тем, управляемый снаряд должен быть способен поражать цель, несмотря на самые невыгодные условия.

Отсюда мы можем сделать следующие общие выводы:

а) Чтобы перехват мог быть выполнен на возможно большем расстоянии от угрожаемого объекта, существенно иметь предупреждение о нападении с воздуха как можно раньше.



б) Перехватчику необходимо получить точное направление своего полета, а также все сведения о нападающих самолетах, чтобы иметь возможность найти противника и занять наиболее выгодную позицию для боя.

в) Некоторый элемент системы управления должен следить за целью, чтобы определять положение снаряда относительно цели.

г) Так как самолет-носитель снаряда и его воздушная цель способны развить огромную относительную скорость, то время, потребное для пуска снаряда, должно быть сведено к минимуму.

д) Воздушная цель не обязательно привязана к определенной высоте, скорости или маневру; снаряд должен быть в состоянии поражать цель в любых условиях, которые ему могут быть навязаны свойствами цели.

е) Цели могут идти в больших количествах; система управления должна иметь возможность выбрать для уничтожения одиночную цель (рис. 1.4).

ж) Система управления не должна мешать самолету-носителю вести собственную оборону.

### 1.10. Управляемые снаряды против подводных целей

Подводные лодки представляют собой во время войны наибольшую угрозу для морских наций. Традиционный способ действия подводных лодок состоит в попытке помешать плаванию надводных кораблей по обычным океанским путям и тем самым прекратить необходимый подвоз людей, снаряжения и прочих материалов.

Этот традиционный способ действия теперь дополнился еще тем, что подводные лодки могут служить местом старта управляемых снарядов класса поверхность — поверхность. Так как угроза, создаваемая подводными лодками, весьма серьезна, должны быть изучены все возможные способы защиты от них.

Одним из таких возможных средств защиты является управляемый снаряд. Вследствие этого мы дополним нашу классификацию двумя подклассами:

а) поверхность — глубина,

б) воздух — глубина.

Их обычно рассматривают как относящиеся к классам поверхность — поверхность и воздух — поверхность.

Подводная лодка как цель для управляемого снаряда представляет особенность только в погруженном состоянии. В противном случае это просто подвижная цель на поверхности Земли, и тогда общая классификация не требует дополнений.

Главное средство защиты подводной лодки состоит в том, что в погруженном состоянии она может избежать обнаружения. Несмотря на свою малую скорость, подводная лодка все-таки является подвижной целью, вследствие чего некоторый элемент системы упра-

вления должен следить за целью с точностью, достаточной для попадания управляемым снарядом. Обычные методы обнаружения подводных лодок в погруженном состоянии заключаются в визуальном наблюдении с воздуха, в применении гидроакустики и измерении местных возмущений земного магнитного поля. Возможность визуального обнаружения погруженной подводной лодки зависит от многих факторов, таких, как характер волнения, контраст с океанским дном, глубина и т. п. Акустическое обнаружение подводной лодки может быть осуществлено или просто подслушиванием звуков, излучаемых подводной лодкой, или при помощи специального устройства, излучающего звук и слушающего эхо. Обнаружение при помощи магнитометра выполняется по скачкообразному местному изменению элементов магнитного поля Земли. Все вообще мыслимые пока методы обнаружения требуют присутствия человека, натренированного различать явления, демаскирующие подводную лодку, на фоне очень похожих явлений, происходящих от других причин.

Вследствие этих особенностей возможная дальность обнаружения подводной лодки будет, по-видимому, невелика.

В борьбе против подводных лодок нельзя дожидаться момента, пока лодка сама себя обнаружит; сущность задачи состоит в том, чтобы обнаружить и обезвредить ее раньше, чем она сможет занять позицию, удобную для проведения своих агрессивных действий. Это требует поиска подводных лодок на больших акваториях, в районе конвоев и в прибрежных водах, вообще во всех местах, где подводные лодки могут быть использованы для старта снарядов класса поверхность — поверхность. Вследствие того, что для обнаружения подводных лодок необходимо просматривать огромные площади, в дополнение к кораблям должны быть использованы и самолеты.

Если мы предположим, что с воздуха обнаружена подводная лодка, то для дальнейших действий представляется несколько возможностей. Обнаружение может произойти с патрульного самолета, с аппарата легче воздуха, а в районе конвоя, возможно, и с вертолета. Иногда обнаруживший может иметь при себе и управляемый снаряд, хотя это, по-видимому, и невозможно в случае вертолета. Если управляемый снаряд все-таки имеется, атака подводной лодки может быть проведена сразу же обнаружившим ее экипажем. Если снаряда нет, необходимо каким-либо способом доставить его к месту действия. Может быть применен снаряд подкласса воздух — глубина, доставленный самолетом и направляемый обнаружившим подлодку экипажем, или подкласса поверхность — глубина, выпущенный ближайшим надводным кораблем и управляемый с воздуха (рис. 1.5).

Если же подводная лодка обнаружена с надводного корабля, то, поскольку расстояние между ними в этом случае мало, лучше предоставить обнаружившему кораблю возможность принять против



лодки обычные прямые меры, чем пользоваться управляемым снарядом.

Из этого рассмотрения мы можем для обоих подклассов: поверхность — глубина и воздух — глубина, сделать следующие общие выводы:

а) Обнаружение подводной лодки и управление снарядом чаще всего будет происходить с воздуха.

б) Может оказаться необходимым применять управление снарядом с самолета, с которого снаряд не стартует, но который осуществляет управление, начиная с некоторого определенного момента.

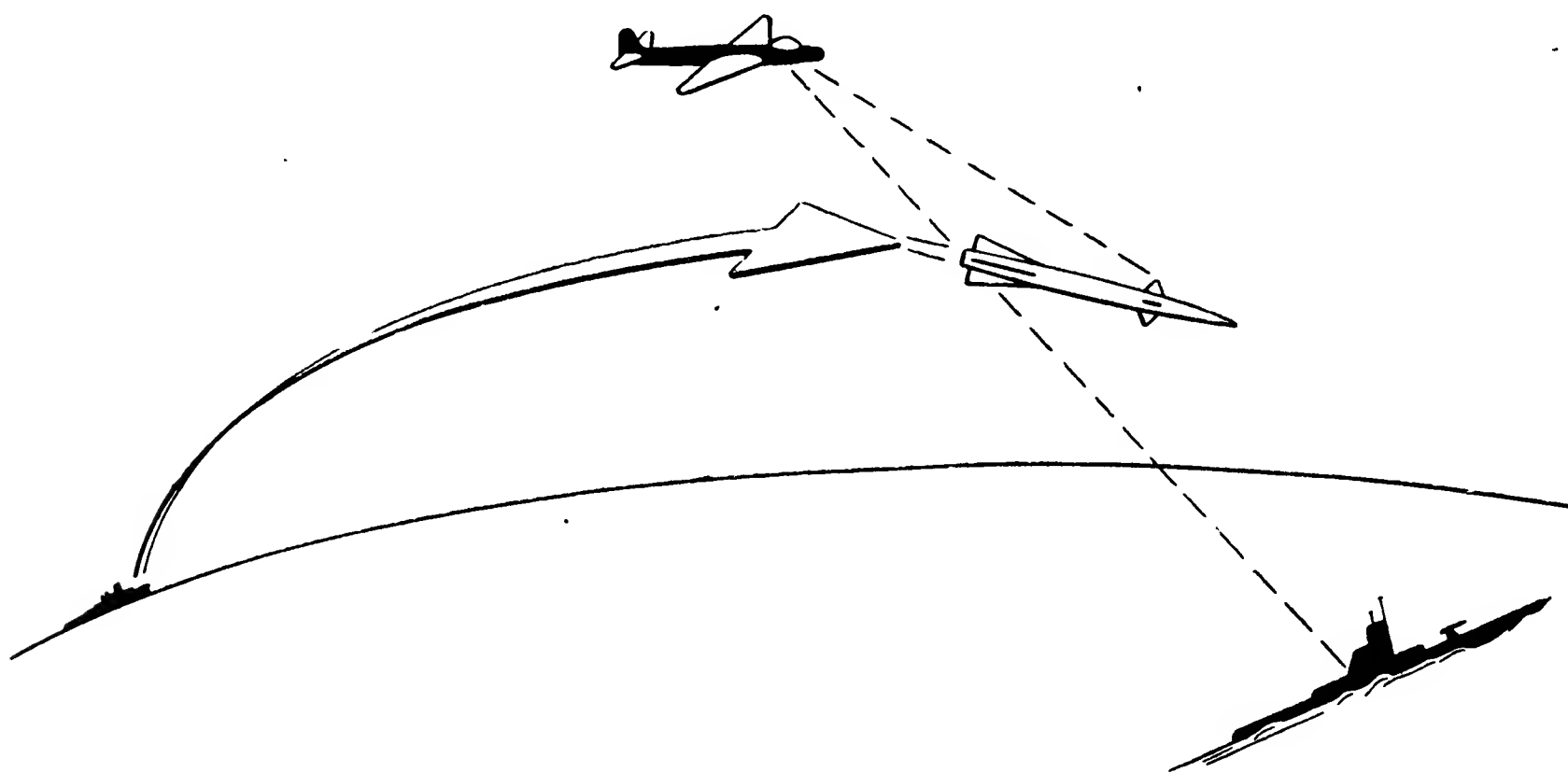


Рис. 1.5. Снаряд может стартовать с надводного корабля, а управление им можно вести с самолета.

в) Если положение подводной лодки известно с достаточной точностью, то мы имеем дело с частным случаем проблемы цели на поверхности Земли. Однако дополнительно должны быть рассмотрены вход снаряда в воду и его движение под водой.

г) Если наблюдение за подводной лодкой носит прерывистый характер или определение ее места недостаточно точно, то, вероятно, может потребоваться какая-то форма управления снарядом под водой на конечном участке его движения.

### 1.11. Основные требования родов войск

Главная обязанность нашего национального военного ведомства состоит в обороне Соединенных Штатов и их владений от всякого агрессора. Сфера деятельности каждого из родов войск в мирное и военное время определяется распределением их обязанностей и их взаимодействием. Подробности будут приведены в одном из последующих томов этой серии; тем не менее мы здесь вкратце остано-

вимся на этом, чтобы выяснить разницу в требованиях к управляемым снарядам, предъявляемых различными родами войск.

Армия (Army) прежде всего заинтересована во всех операциях на суше. Она ответственна за уничтожение сухопутных войск врага, за захват, оккупацию и удержание его территории. Чтобы выполнять эти обязанности, Армии требуются системы управления для снарядов классов поверхность — поверхность и поверхность — воздух; последние — для обороны городов и прочих неподвижных объектов, а также для обороны войск на поле боя. Армия, по необходимости, подвижна и вообще ее оружие должно быть удобно для перевозки. В маневренных операциях не всегда удастся выбрать самую удобную позицию; поэтому системы управления для Армии должны возможно меньше зависеть от условий местности.

Военно-морской флот (Navy) ответственен за завоевание и удержание господства на морях, включая воздушные пространства над ними, и прежде всего заинтересован во всех операциях на море. С целью выполнения этих обязанностей флот будет применять управляемые снаряды класса поверхность — поверхность для того, чтобы увеличить дальность и точность огня по противнику в море, для бомбардировки занятых противником прибрежных городов и для поддержки различных совместных операций с сухопутными войсками. Точно так же флоту будут необходимы системы управления снарядами класса поверхность — воздух для защиты самого себя и конвоев от атак с воздуха, а также для обороны Соединенных Штатов от воздушных атак через их береговую линию. Поскольку для Военно-морского флота весьма существенна поддержка его операций с воздуха, он будет увеличивать боевую мощь своих перехватчиков путем применения управляемых снарядов класса воздух — воздух с целью защитить самого себя и прикрыть совместные операции, а также с целью поддержки своих боевых самолетов над территорией, занятой противником. Ему будут также нужны управляемые снаряды класса воздух — поверхность для поражения кораблей противника и для бомбардировки его береговых сооружений. Кроме того, так как флот ответственен за оборону от подводных лодок и охрану судоходства, он потребует управления подводными снарядами. Военно-морской флот субсидирует Морской корпус Соединенных Штатов (U. S. Marine Corps), который, в сотрудничестве с другими родами войск, отвечает за технику и снаряжение, применяемые сухопутными силами в десантных операциях. Поэтому следует ожидать, что Морской корпус будет сильно заинтересован в базирующихся на суше подвижных комплексах управления снарядами.

Военно-воздушные силы (Air Force) ответственны за оборону Соединенных Штатов от атак с воздуха и прежде всего заинтересованы во всех операциях в воздухе. Одна из их главных обязанностей есть стратегическое нападение с воздуха на враждебное

государство. Для выполнения последней задачи Военно-воздушные силы будут требовать управляемых снарядов типа поверхность — поверхность, имеющих межконтинентальную дальность действия, для усиления и, возможно, замены атак обычных бомбардировщиков. Для выполнения первой задачи воздушные силы будут требовать управляемых снарядов класса поверхность — воздух как средства защиты Соединенных Штатов от вражеских атак с воздуха, усиливая этим операции обычных перехватчиков. Поскольку оборона неподвижных объектов относится к классу поверхность — воздух, а от стратегических снарядов класса поверхность — поверхность требуется предельно большая дальность, наземное оборудование систем управления, принадлежащих Военно-воздушным силам, будет стационарным, что существенно отличает его от других родов войск. Вследствие стационарности позиция для размещения наземного оборудования может быть заранее специально выбрана, что исключает проблему места, существующую в требованиях Армии для того же класса систем управления. Военно-воздушные силы будут также увеличивать огневую мощь своих истребителей путем применения управляемых снарядов класса воздух — воздух. Такие снаряды будут использоваться истребителями и при отражении налетов бомбардировщиков противника и при сопровождении своих, а также использоваться бомбардировщиками для самообороны. Снаряды класса воздух — поверхность будут применяться воздушными силами для поражения особо выбранных целей на поверхности земли в том случае, если потребуется очень точное попадание. Кроме того, одной из второстепенных задач Военно-воздушных сил является ведение операций против подводных лодок и охрана мореходства. Поэтому Военно-воздушные силы будут определенно заинтересованы в усовершенствовании управления подводными снарядами.

### 1.12. Различные этапы управления снарядом

В полете управляемого снаряда существуют три столь существенно различных этапа полета, что в некоторых случаях может потребоваться более чем одна система управления для одного и того же снаряда. Рис. 1.6 показывает все три этапа на примере полета снаряда класса поверхность — воздух: *старт, сближение, конечный этап*. Однако с точки зрения простоты и надежности множественность систем управления нежелательна, и нужно принять все меры, чтобы избежать ее.

Управление при старте. Старт есть этап полета между собственно выстрелом и моментом, когда снаряд достигает скорости, на которой он уже нормально слушается своих органов управления. Например, снаряд, стартующий с поверхности Земли, может использовать ускоритель, который является вспомогательным двигателем, отделяющимся от снаряда после того, как весь импульс ускорителя

израсходован. После сбрасывания ускорителя снаряд или просто летит, пользуясь приобретенной энергией, или продолжает полет до некоторой назначенной скорости при помощи собственного двигателя. В течение времени, когда снаряд еще связан с ускорителем, летные характеристики системы снаряд-ускоритель существенно отличаются от характеристик одного снаряда без ускорителя. Поэтому, если существует необходимость в большой точности управления еще до того, как снаряд отделился от ускорителя и начал полет со своей нормальной скоростью, то может потребоваться особая система управления снарядом при старте.

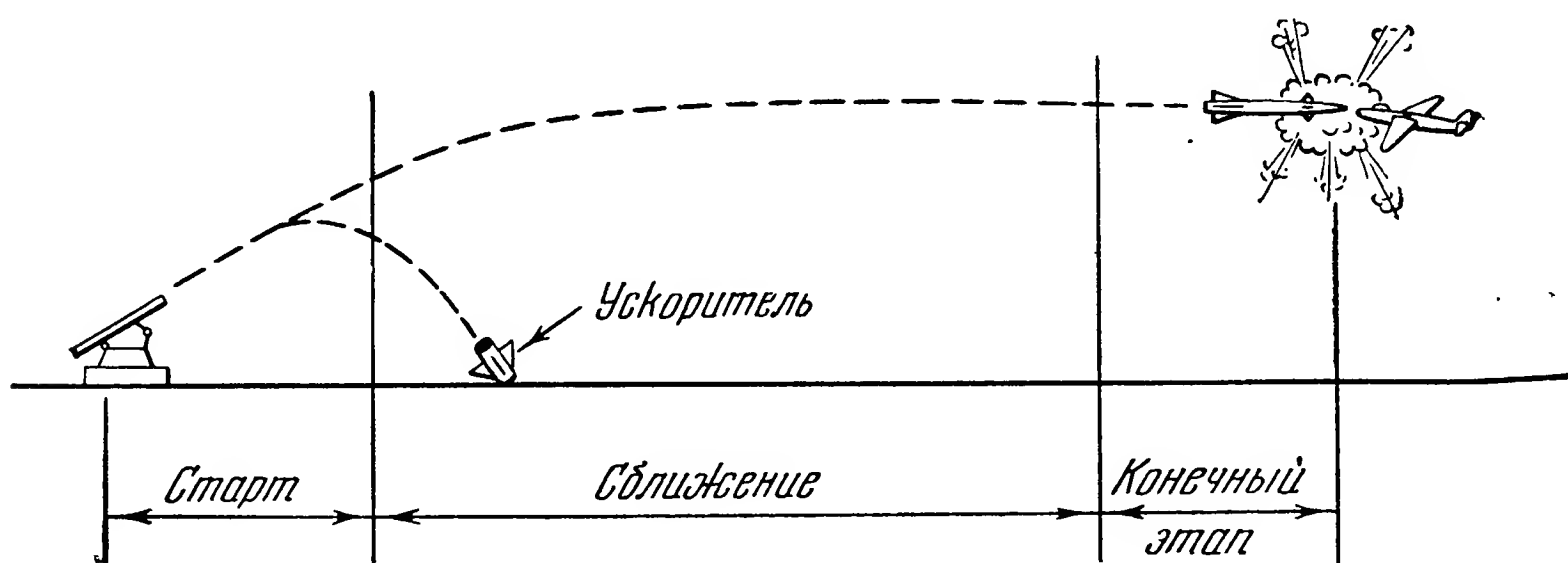


Рис. 1.6. Этапы полета управляемого снаряда.

**Сближение.** Предположим, что в примере, изображенном на рис. 1.6, мы располагаем достаточными сведениями относительно положения цели, полученными из наблюдений с Земли, но эти сведения недостаточно надежны, чтобы привести снаряд к встрече с целью. В то же время снаряд несет на себе очень точную, но обладающую малым радиусом действия бортовую аппаратуру управления. Поэтому после старта снаряд сначала наводится с Земли до тех пор, пока расстояние до цели не станет меньше радиуса действия бортовой аппаратуры, которая с этого момента и примет на себя управление. Таким образом, сближение есть этап управления между концом старта и началом конечного этапа.

**Конечный этап.** Конечный этап есть участок между концом сближения и накрытием цели (прямое попадание или разрыв вблизи цели).

### 1.13. Физические принципы управления снарядами

Выше было отмечено, что имеются два главных класса целей — подвижные и неподвижные. Из рассмотрения общих свойств различных классов управляемых снарядов и целей для них мы знаем, что все системы управления снарядами, предназначенные для поражения подвижных целей, должны обладать некоторым органом, ощущающим цель или следящим за нею. Мы отмечали также, что место,

в котором расположен этот орган, может быть различным — около стартовой площадки или в некоторой точке вдоль траектории полета снаряда. Кроме того, этот орган может быть расположен и на самом снаряде.

Наблюдать или следить за целью и таким путем узнать ее характеристики и намерения можно многими путями. Цель может быть видима или слышима. Цель, подобная самолету, является источником инфракрасного излучения (двигатели), которое можно принять, используя соответствующую аппаратуру. В этих случаях средства наблюдения называются пассивными: они только воспринимают энергию, излученную самой целью.

Поскольку цели не подчиняются нашему выбору, обычно мы вынуждены быть более активными. Например, самолет, летящий ночью, при помощи прожектора может быть сделан видимым. Но вообще такой способ недостаточен, так как самолет может скрыться в облаках или тумане или просто оказаться плохо видимым на фоне неба. Однако можно использовать энергию всего спектра электромагнитных колебаний, начиная с рентгеновых лучей и кончая длинными волнами, чтобы наблюдать за целью при помощи отражения этих излучений от нее. С практической точки зрения выбор той части спектра, которой надлежит воспользоваться, определяется прежде всего проникающей способностью излучения в нужной нам среде. Если среда сильно поглощает выбранную нами часть спектра, дальность действия будет невелика; если выбранная нами часть спектра подвержена существенным аномалиям, она может оказаться вообще непригодной; например, если фон, окружающий цель, излучает или отражает ту же самую полосу частот, цель станет неотличимой от фона, и мы не получим о ней никаких полезных сведений.

После того как мы рассмотрели весь спектр электромагнитных излучений и определили полосу частот, пригодную для использования (включая сюда и анализ поглощения излучения средой и возможные помехи для работы на данной полосе), мы можем выбрать способы излучения энергии и приема отражения от цели. При этом простого приема недостаточно, поскольку нам необходимо знать движение цели; прием должен быть дополнен средствами добывания сведений о движении цели, работающими с достаточной быстротой для того, чтобы управлять снарядом в полете.

Выше мы указывали также, что возможно использование и других форм энергии, например звуковых волн в воде и воздухе. Обнаружение цели и наблюдение за ней при помощи звука может быть применено как в пассивной, так и в активной форме. Однако этот метод для управления снарядами сравнительно мало пригоден вследствие небольшой скорости распространения звука.

Когда мы рассматриваем стационарные цели, обнаруживается совсем другой аспект проблемы управления снарядами. Если цель



находится на малом расстоянии и возможно обычное наблюдение за ней, то надобность в управляемых снарядах не очевидна, поскольку в большинстве случаев для поражения цели можно ограничиться обычным артиллерийским огнем. Правда, в случае некоторых особенных целей, когда траектория обычного снаряда невыгодна, а его разрушительная сила недостаточна, следует ожидать использования управляемых снарядов. Однако вообще использование управляемых снарядов по стационарным целям оправдано только для дальних целей, начиная от предельной дальности артиллерийского огня до межконтинентальных дальностей порядка тысяч миль. При дальности порядка нескольких сот миль для управления снарядом применима радиосвязь или радионавигация, так что здесь играет роль само распространение электромагнитных волн. Когда дальность действия возрастает настолько, что эти методы становятся непригодными, разумно применять или астрономическую навигацию, или какой-либо физический ориентир, связанный с Землей, например магнитное поле Земли, поле тяготения и т. п.

Таким образом, для снаряда очень большой дальности проблема управления оказывается прежде всего зависящей от небесных светил или от некоторого физического ориентира, связанного с Землей. Но зато такая система дает возможность вычислять элементы движения снаряда и направлять его на цель независимо от какого бы то ни было искусственного излучения.

Хотя, как мы видим, система управления может быть построена либо при помощи искусственного излучения, либо без него, не исключено, что оба метода окажутся необходимыми в течение одного и того же полета снаряда.

Введем понятие следящей системы. Следящая система с замкнутым циклом есть система автоматического управления, построенная так, что выход системы повторяет или следит за входной командой. Если мы вспомним определение системы управления (система управления есть совокупность устройств, которые определяют относительное положение снаряда и цели и вводят необходимые поправки в траекторию полета снаряда), то станет очевидным, что система управления снарядом есть в своей основе следящая система, в которой входом является информация, получаемая снарядом о положении цели, а выходом — положение снаряда. Эти два положения сравниваются между собой при помощи вычислений или каким-либо другим способом. Поэтому для исследования систем управления применимы те же математические приемы, что и для следящих систем, и их теория может быть развита в терминах, обычных для последних.

---

## ГЛАВА 2

### НЕКОТОРЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Существуют четыре отрасли техники, которые вместе составляют большую часть технической базы для проектирования систем управления снарядами. Во-первых, — это приборы управления обычными средствами вооружения, такими, как пушки, ракеты и бомбы. Артиллерийские системы подобного типа решают тактические задачи, сходные с задачами управляемых снарядов, и являются их соперниками. Во-вторых, — это уже осуществленные или существовавшие раньше системы управления снарядами, в-третьих — воздушная навигация и в особенности автоматические и полуавтоматические способы навигации, в-четвертых — автопилоты. Мы сделаем краткий обзор этих четырех отраслей техники, не имея в виду привести полный перечень различных систем и методов, а стремясь указать только то, что полезно для систем управления снарядами. Мы предполагаем, что читатель сам займется этими вопросами более подробно.

#### 2.1. Обычное вооружение

Обычное вооружение, с которым управляемый снаряд должен соперничать и которое он должен дополнить или заменить, — это пушки, ракеты и бомбы. Обычное оружие уже применяется много лет, и очень вероятно, что, несмотря на появление управляемых снарядов, будет применяться еще долгое время. Против чрезмерно быстрого введения новой техники говорит, например, громадная трудность проблемы подготовки обслуживающего персонала. По многим соображениям, например экономическим, некоторые части обычных артиллерийских систем следует применять и в комплексах управляемых снарядов.

В системах обычного вооружения сведения о цели получаются путем непосредственного наблюдения. Эти сведения используются для прицеливания, после чего производится выстрел. С того момента, как пуля или ракета выпущена или бомба сброшена, их траектория необходимым образом подчинена действию тяжести, ветра и баллистических свойств самого снаряда. Встреча с целью



происходит через некоторое время после выстрела. Этот промежуток времени называется *полным временем полета* снаряда.

Система управления снарядом аналогична системе управления огнем, но с той разницей, что в течение полета снаряда прицеливание как бы непрерывно продолжается до тех пор, пока полное время полета не становится равным нулю; методы наблюдения за целью в системах управления огнем и в системах управления снарядами мало отличаются друг от друга. Однако снаряжение, частью которого являются системы управления огнем, является продукцией тяжелой промышленности; управляемые снаряды большей частью являются продукцией авиационной промышленности. Когда одна отрасль промышленности перекрывается другой, как имеет место в данном случае, часто забывают о таком почти полном тождестве.

## 2.2. Управление зенитным огнем

Система управления зенитным огнем обычно состоит из системы сопровождения цели, счетно-решающего устройства и орудийной установки, как показано на рис. 2.1. Система сопровождения

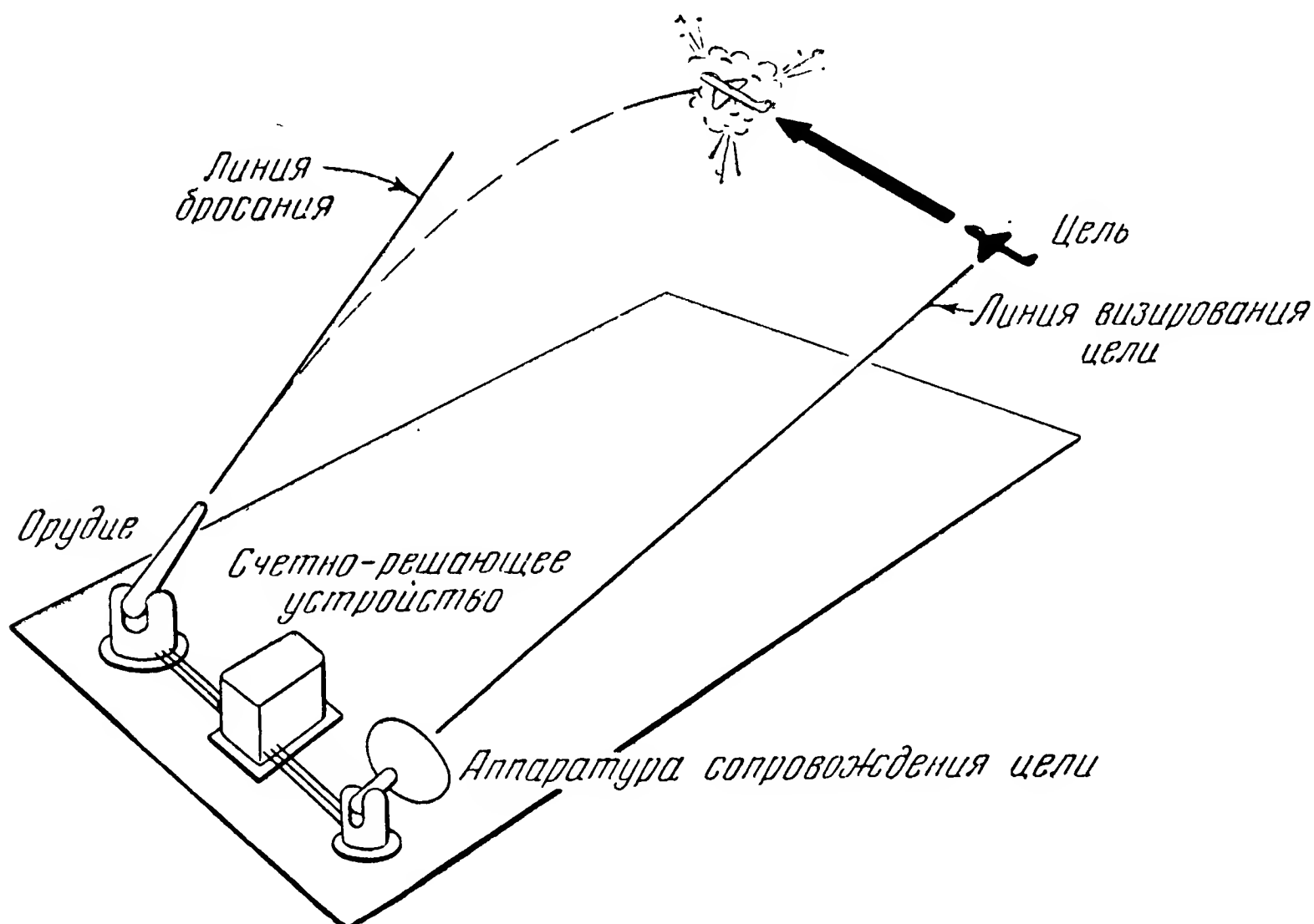


Рис. 2.1. Система управления зенитным огнем.

может быть самой разнообразной — от управляемого вручную оптического визира до автоматически следящего локатора. Независимо от типа задача системы сопровождения состоит в том, чтобы непрерывно следить за целью и тем самым определять ее положение и элементы движения относительно некоторой системы отсчета.

Эти данные передаются счетно-решающему устройству, непрерывно вычисляющему будущее (упрежденное) положение цели, в котором она окажется через промежуток времени, равный полному времени полета снаряда, и вырабатывает команды, которые заставляют орудие занять положение, соответствующее необходимому направлению линии бросания.

Некоторые части такой системы управления огнем и систем управления снарядами класса поверхность — воздух являются общими. Так, чтобы управлять снарядом, нужно следить за положением и движением цели. Но уже для управления огнем были созданы точные системы сопровождения цели, где применяются оптика, акустика, инфракрасная техника и радиолокация. Вообще техника управления огнем вносит основной вклад в искусство определения положения и элементов движения целей, летящих с большой скоростью.

Техника управления огнем накопила колоссальный опыт в механизации вычислений, так как она должна была разрешить сложные проблемы предсказания будущего положения цели и выработки методов соответствующего передвижения ствола орудия. Для этой цели применялось много различных типов счетно-решающих устройств, например механические и электромеханические приборы, а также электронные модели. Кроме того, исследовалась возможность применения цифровых электронных машин. Это позволило провести прямое сравнение всех систем автоматизации вычислений при управлении огнем и сделать выводы относительно их сложности и прочих эксплуатационных качеств.

Рис. 2.2 поясняет основную задачу управления зенитным огнем. Пусть цель  $A$  обнаружена и захвачена системой сопровождения, находящейся в  $O$ . Предположим, что когда цель появилась в точке  $A$ , сопровождение уже имело место в течение промежутка времени, достаточного для того, чтобы можно было определить элементы ее движения. Если орудие стреляет, когда цель находится в  $A$ , то при выстреле вводится гипотеза, что время полета снаряда из  $O$  в  $B$  равно времени, которое требуется цели для перехода по прямой из точки  $A$  в точку  $B$ . Точка  $B$  называется предсказанным или упрежденным положением цели. Предсказание положения цели обычно делается непрерывно на основании измерения угловой скорости вращения линии  $OA$  и изменения  $FB$  наклонной дальности. Полная угловая скорость поворота визирной линии  $OA$ , равная скорости изменения угла  $AOB$ , обычно разлагается на две составляющие — скорости изменения углов  $AOE$  и  $EOF$ . Вдобавок к непрерывному вычислению будущего положения цели необходимо также вычислять предсказанную (упрежденную) траекторию снаряда. Американские орудия обычно нарезаны так, что снаряд вращается по стрелке часов, если смотреть от орудия. Сложное взаимодействие между гироскопическим эффектом вращающегося

снаряда и сопротивлением воздуха заставляет снаряд отклоняться вправо от плоскости стрельбы; сила тяжести стремится снизить траекторию, ветер заставляет снаряд отклоняться от траектории, которая имела бы место в спокойном воздухе; изменения температуры пороха и плотности воздуха изменяют скорость снаряда, что снова вызывает соответствующие изменения траектории. Благодаря этим и другим аналогичным факторам нужно непрерывно вычислять

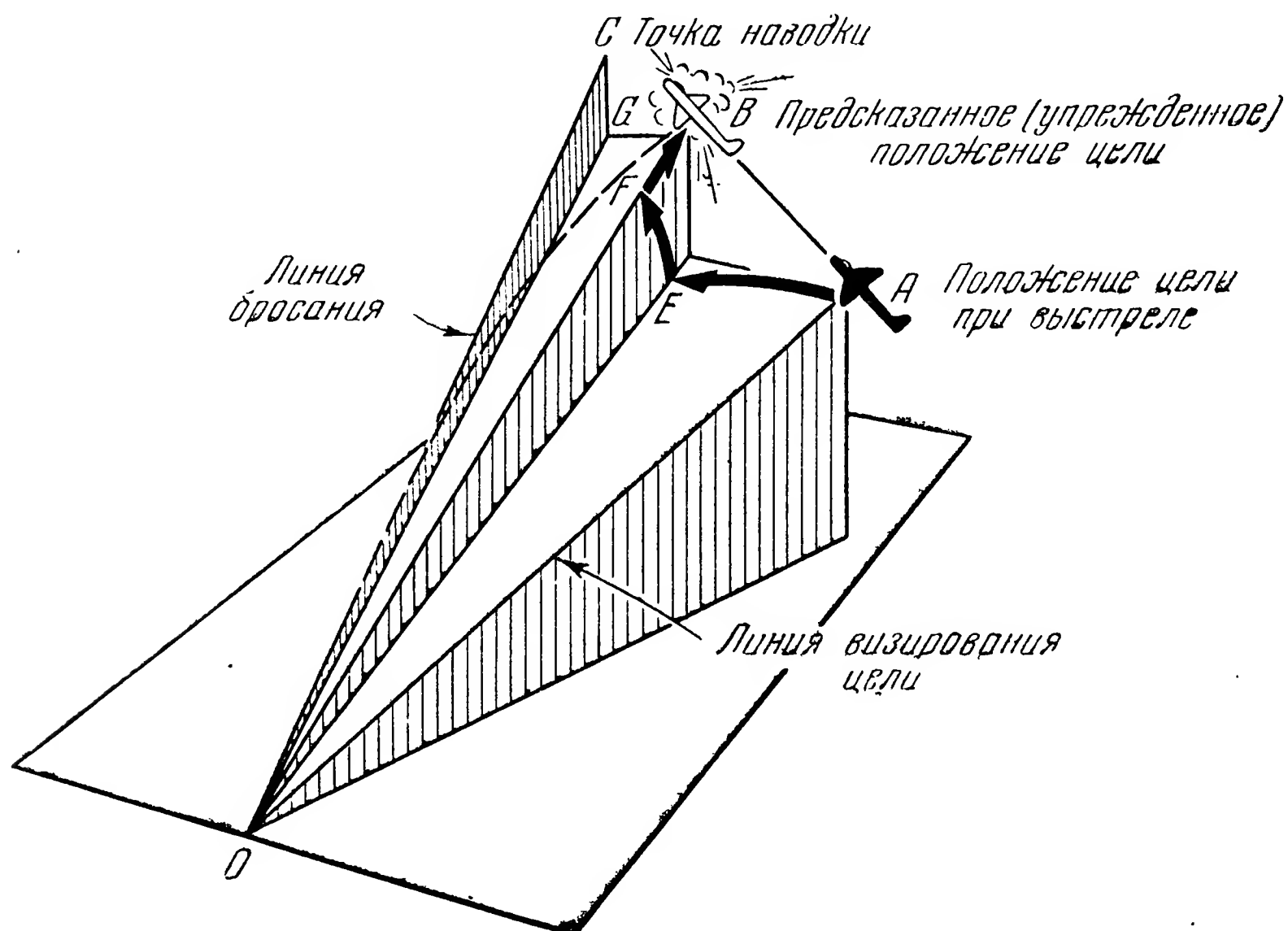


Рис. 2.2. Упреждение при управлении зенитным огнем.

два угла: угол  $BOG$ , называемый корректурой по направлению<sup>1)</sup>, и угол  $COG$ , называемый корректурой угла возвышения. Непрерывно вычисляемые корректуры и данные о предсказанном (упрежденном) положении цели складываются и в виде команд передаются непрерывно действующей системе наводки. Эта последняя заставляет ствол орудия занять положение, соответствующее вычисленному направлению линии бросания.

Существует много математических формулировок этой задачи и соответствующих им методов решения, применяемых в системах управления зенитным огнем; все они сводятся к решению некоторой системы интегро-дифференциальных уравнений. Выбор метода решения в какой-нибудь конкретной системе зависит от прикладных соображений, не связанных с математической формулировкой

<sup>1)</sup> Угол  $BOG$  не является корректурой азимута, так как измеряется в наклонной плоскости. (Прим. перев.)

проблемы, например от соображений следующего типа. Морская зенитная артиллерия крупного калибра иногда применяется и по целям на поверхности Земли. Чтобы система могла быть использована в обоих случаях, решение проблемы должно учитывать движение и корабля и цели в одной и той же горизонтальной плоскости.

В других типах систем управления зенитным огнем предсказание будущего положения цели осуществляется путем измерения угловой скорости вращения линии визирования цели в плоскости,

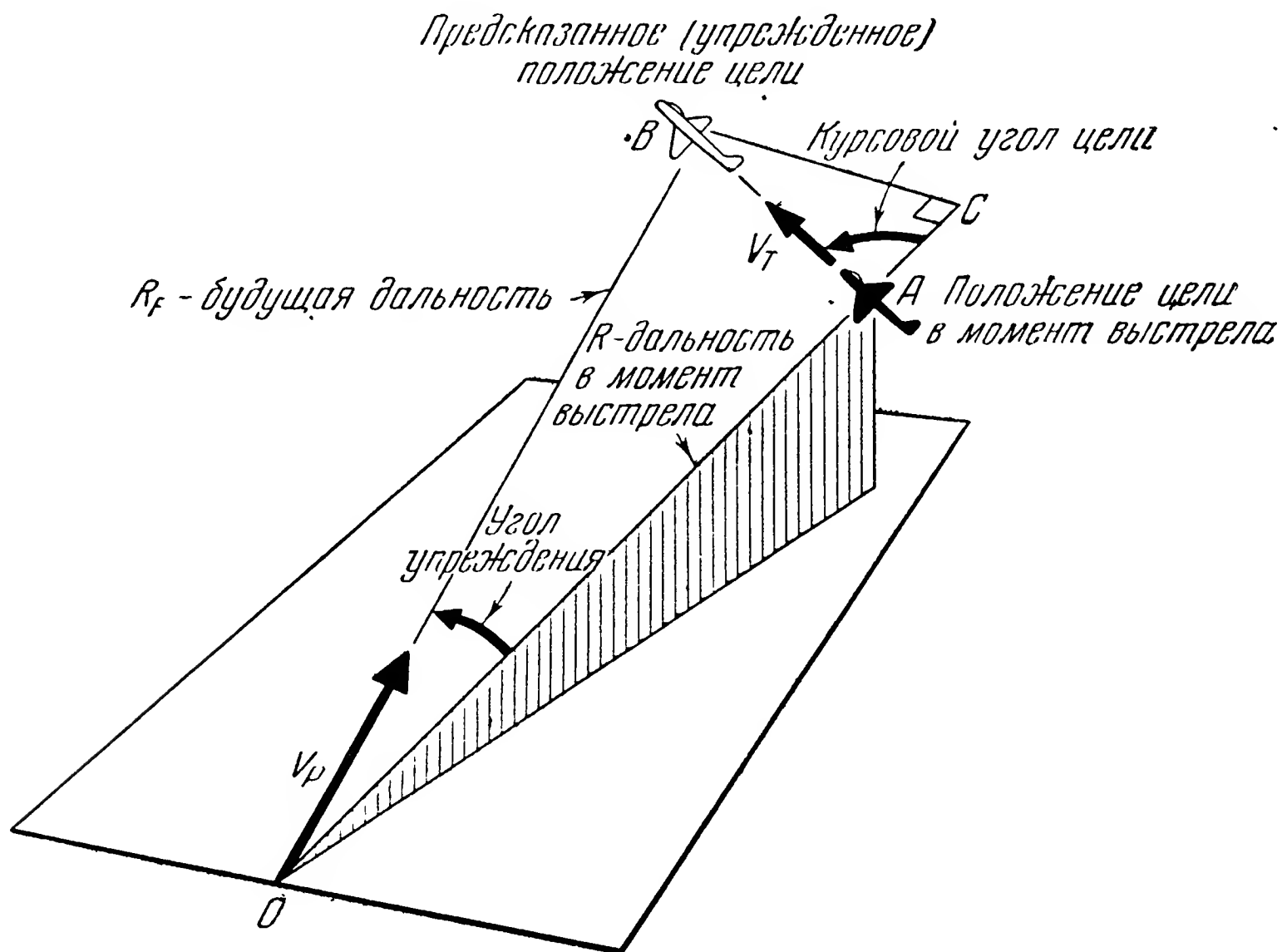


Рис. 2.3. Угол упреждения при управлении зенитным огнем.

проходящей через касательную к траектории цели. Рис. 2.3 поясняет задачу в этом случае. На рисунке показана плоскость, проходящая через точку, где стоит устройство, сопровождающее цель, и через касательную к траектории цели. Если предположить, что цель движется по прямой со скоростью  $V_T$  и что средняя скорость движения снаряда по направлению к предсказанному (упрежденному) положению цели есть  $V_P$ , то

$$\sin AOB = \frac{V_T \sin CAB}{V_P}. \quad (2.1)$$

Здесь угол  $AOB$  называется углом упреждения.

Если дальность цели в точке  $A$  есть  $R$ , то угловая скорость линии визирования  $\omega$  будет:

$$\omega = \frac{V_T \sin CAB}{R}. \quad (2.2)$$

Из выражений (2.1) и (2.2) определяем угол упреждения:

$$\angle AOB = \arcsin \frac{R\omega}{V_P}, \quad (2.3)$$

или

$$\text{угол упреждения} = f(R, \omega, V_P). \quad (2.4)$$

Для малых углов упреждения, когда синус можно считать равным углу, приближенно будет:

$$\text{угол упреждения} \approx \frac{R\omega}{V_P}. \quad (2.5)$$

Отсюда очевидно, что простейшие счетно-решающие приборы могут быть скомпонованы из аппаратуры, измеряющей величины,

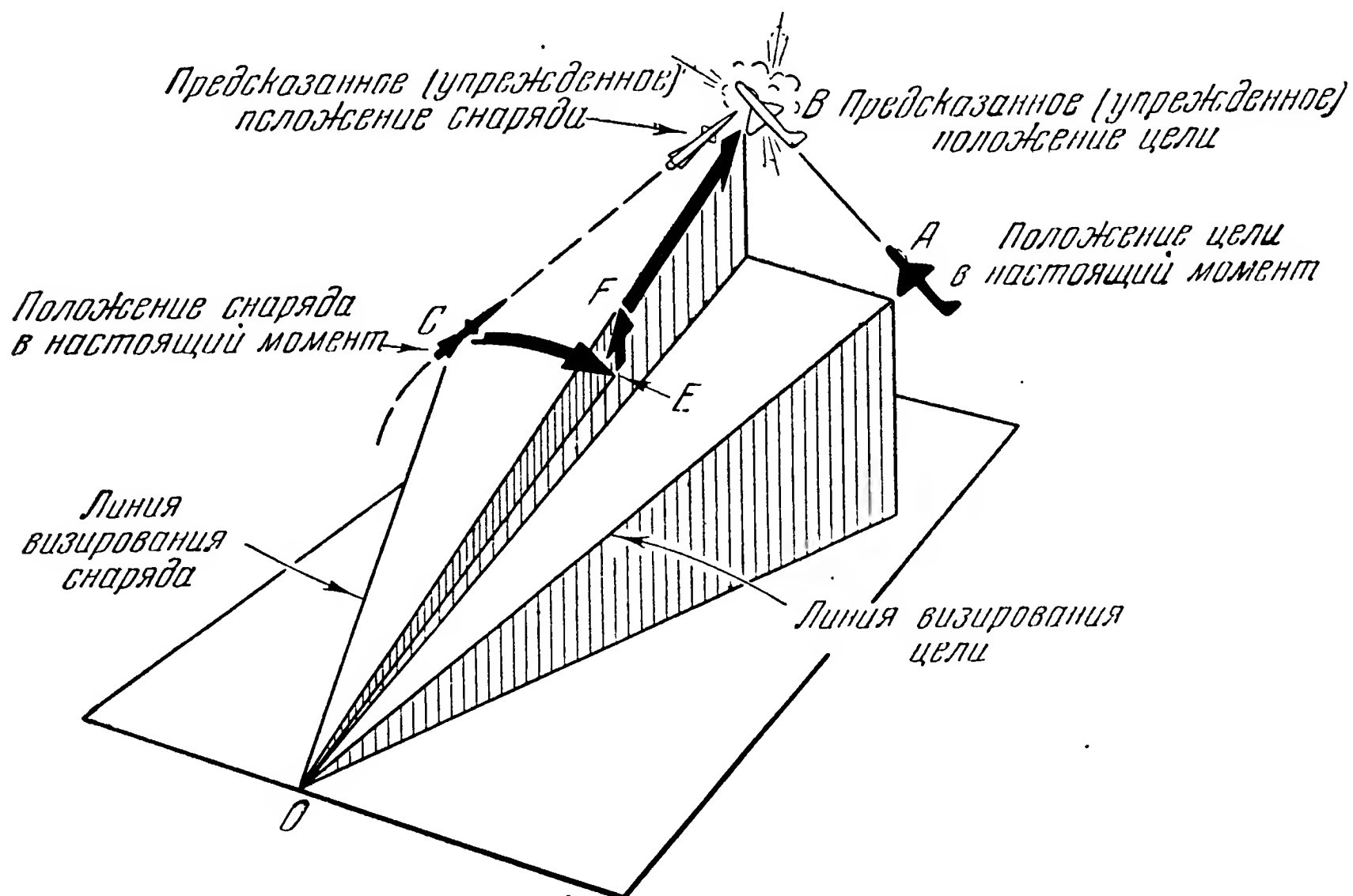


Рис. 2.4. Упреждение при управлении снарядом.

входящие в (2.5). Поэтому гироскоп с двумя степенями свободы (который измеряет  $\omega$ ) стал необходимым элементом прицелов с упреждением и систем управления огнем. Подобный же измеритель угловой скорости требуется и в системах управления снарядами.

Сходство между одним из типов систем управления снарядами и системой управления огнем видно из сравнения рис. 2.2 и 2.4.

Задача сопровождения цели и предсказания ее будущего положения остается такой же, как показано на рис. 2.2. Снаряд тоже сопровождается; предсказывается (упреждается) его траектория. Это, в сущности, соответствует определению необходимого положения орудия в задаче управления огнем. Непрерывное определение этих двух упреждений позволяет разрешить задачу встречи снаряда и цели. Резкое отклонение от предсказанных траекторий как снаряда, так и цели может быть исправлено путем команд, передаваемых на снаряд с таким расчетом, чтобы обеспечить встречу. Это — один из типов управления снарядом при помощи команд.

### 2.3. Управление огнем наземной и морской артиллерии

Система управления огнем наземной и морской артиллерии обычно состоит из тех же элементов, которые были описаны выше: аппаратуры сопровождения, счетно-решающего устройства и орудийной установки, так как во многих случаях артиллерийские системы спроектированы таким образом, чтобы они могли применяться также и в качестве зенитных. Счетно-решающее устройство нужно только в том случае, когда орудие и цель обладают относительным движением. Поскольку, например, корабль является подвижной платформой для орудия, морская артиллерия всегда требует наличия счетно-решающего устройства.

В случае, если относительное движение орудия и цели отсутствует, все расчеты сводятся к решению обычной задачи баллистики.

Баллистика разделяется на две части: внутреннюю баллистику, которая изучает свойства взрывчатых веществ и поведение снаряда внутри канала ствола, и внешнюю баллистику, изучающую полет снаряда.

Поскольку управляемые снаряды в своем двигателе используют медленно горящие взрывчатые вещества, для них тоже существует своя внутренняя баллистика. Изучение же полета таких снарядов, как немецкий V-2, являющихся прямым развитием огня наземной артиллерии, относится непосредственно к внешней баллистике.

### 2.4. Стабилизация корабельных систем управления огнем

Военно-морской флот вносит в управление огнем еще совершенно особую проблему, именно необходимость стабилизации системы управления огнем. Та же особенность относится и к корабельным системам управления снарядами. Аппаратура сопровождения, например радиолокатор, конечно, связана с палубой корабля. Положение цели определяется двумя углами (рис. 2.5), из которых первый назовем курсовым углом и будем отсчитывать в плоскости палубы, второй — углом возвышения цели и будем отсчитывать



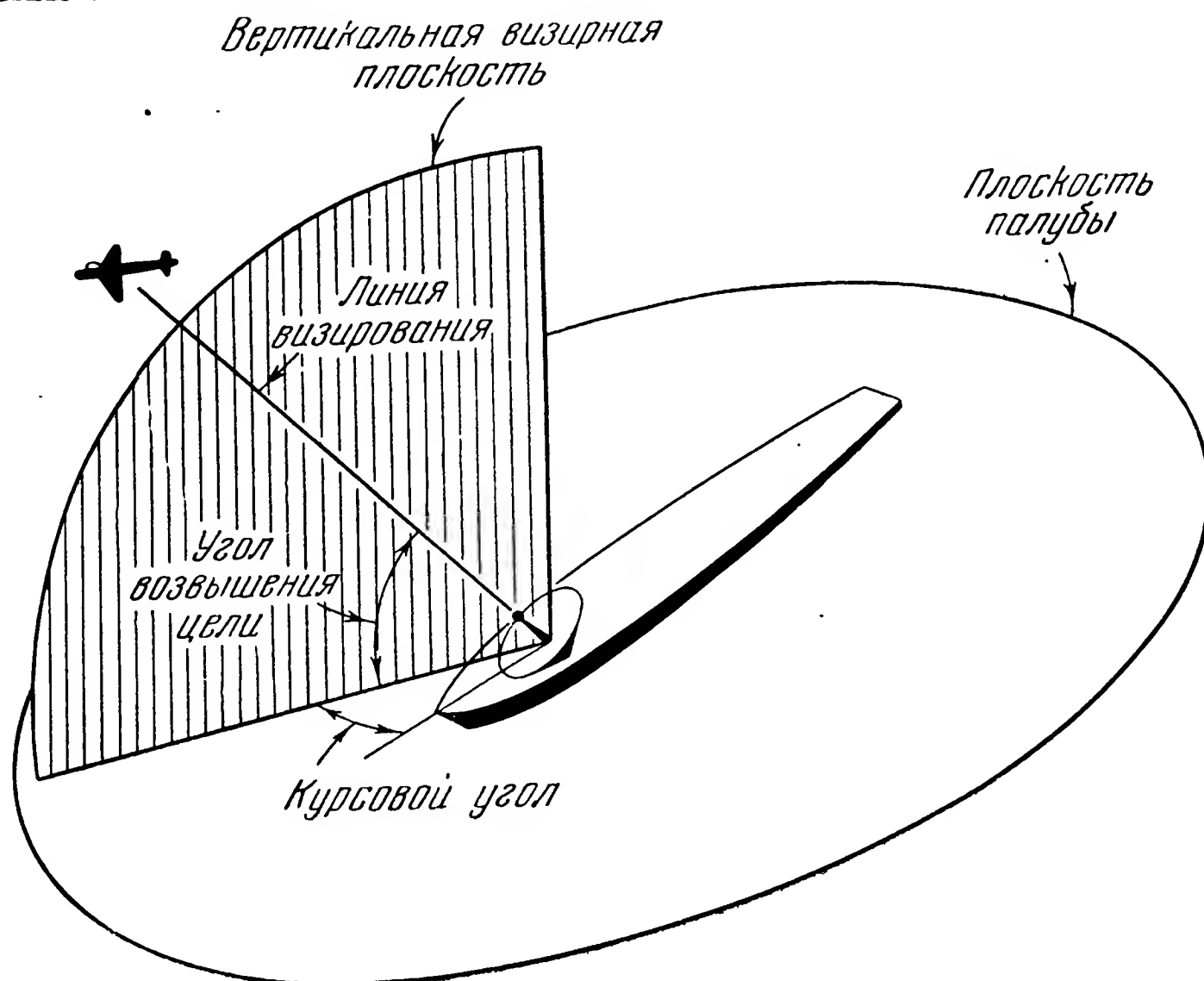


Рис. 2.5. Измерение положения цели с корабля.

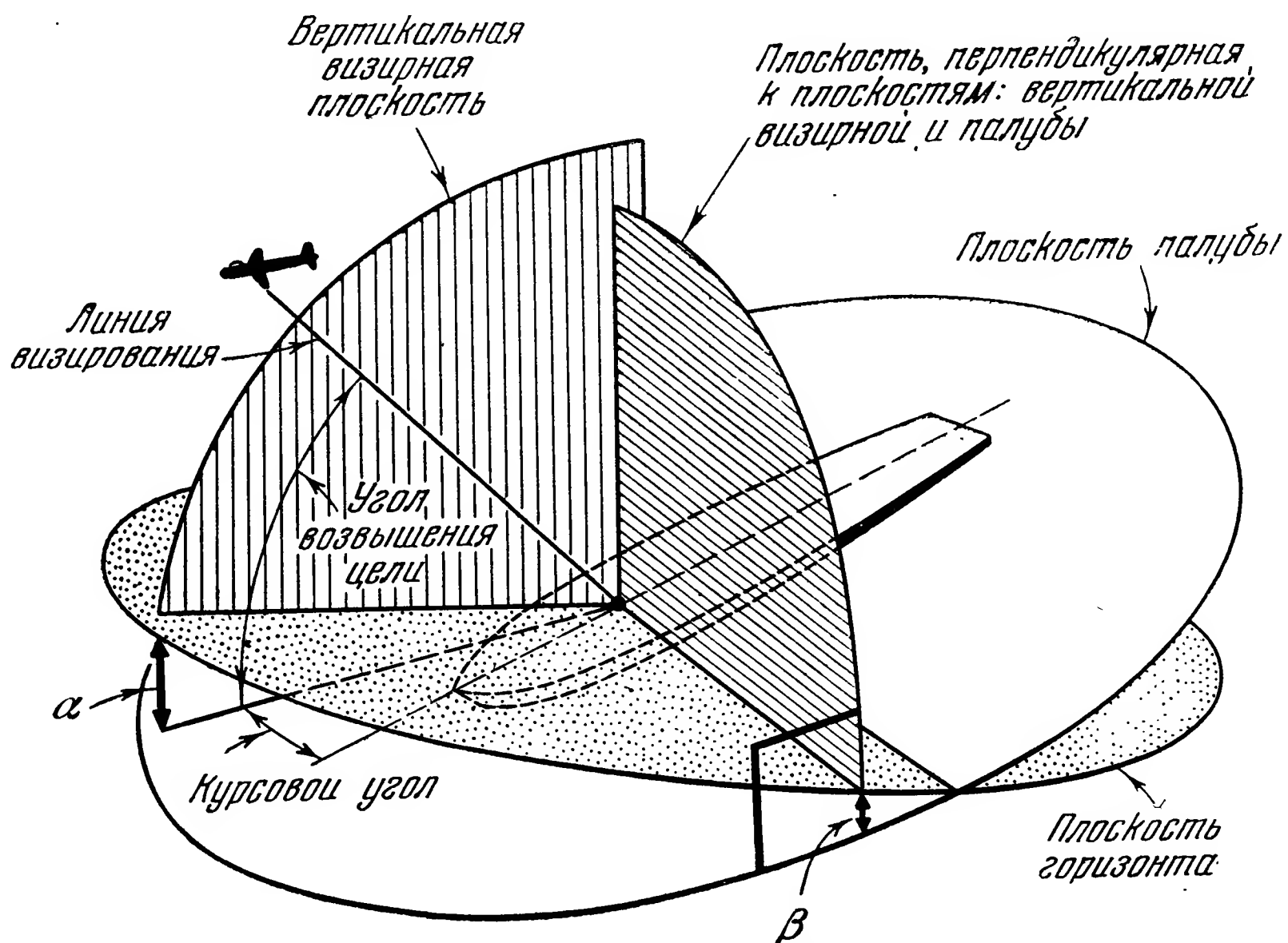


Рис. 2.6. Измерение положения цели с корабля, отнесенное к горизонтальной плоскости.



в вертикальной плоскости от палубы. Поскольку корабль рыскает на курсе, имеет крен и дифферент, измеренные значения угла возвышения цели и курсового угла будут переменными даже в том случае, если линия визирования цели не изменяет своего направления в пространстве. Чтобы избавиться от этого, обычно относят все измерения к плоскости горизонта, применяя искусственную гироскопическую вертикаль; в этом случае измеряются углы  $\alpha$  и  $\beta$ , как показано на рис. 2.6. Углы  $\alpha$  и  $\beta$  определяют положение палубы относительно плоскости горизонта. При помощи этого приема и все предсказания положения цели делаются также относительно плоскости горизонта, что и необходимо для управления огнем. Стабилизация необходима также и в системах управления снарядами для того, чтобы движение корабля не мешало работе системы сопровождения, а также стартовых устройств.

### 2.5. Вычисление параллакса

При установке отдельных частей системы управления огнем как на местности, так и на корабле обычно бывает необходимо раз-

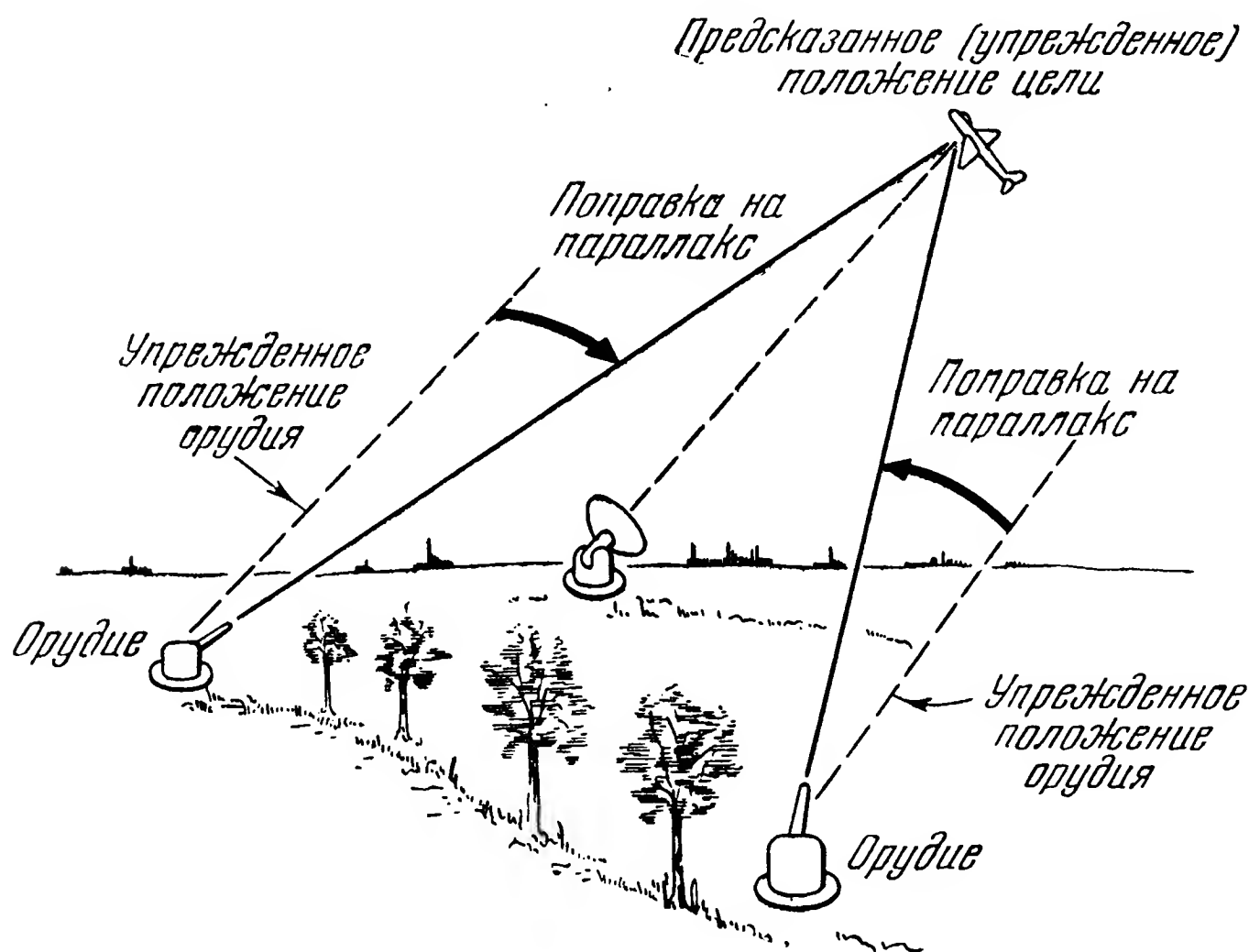


Рис. 2.7. Поправка на параллакс.

местить орудие и приборы сопровождения цели в разных местах и притом на различных высотах, как показано на рис. 2.7. Как уже говорилось, при помощи аппаратуры сопровождения и счетно-решающих устройств цель захватывается, определяются элементы ее движения и вычисляется ее будущее положение. Орудия устанавливаются в соответствии с этими данными. Однако из рис. 2.7

видно, что это неправильно, так как между аппаратурой сопровождения и орудиями существует параллакс. Поэтому необходимо вычисление поправки на параллакс. Такое же вычисление может оказаться необходимым и для системы управления снарядом.

## 2.6. Самолетные системы управления огнем

Системы управления снарядами класса воздух — воздух тесно связаны с управлением огнем самолетного оружия. Причиной этого является то, что один и тот же самолет должен выполнять много различных задач. Например, перехватчик должен быть в состоянии сражаться с другим самолетом при помощи пушек и управляемых снарядов, а также действовать по земным целям при помощи пушек, ракет или бомб. Вследствие того, что от самолетного вооружения требуется экономия веса, необходимо приложить все усилия, чтобы сделать одну и ту же систему сопровождения и одну и ту же систему управления оружием пригодной если не во всех, то, по крайней мере, во многих из перечисленных случаев. Идеальная система управления самолетным оружием должна была бы быть пригодной для пушек, ракет, бомб и управляемых снарядов. Требования малых размера и веса аппаратуры, а также множественности выполняемых ею функций сделали гироскоп наиболее удобным прибором для вычисления упреждения.

Проблема управления воздушной стрельбой включает в себя важный элемент, отсутствующий в прочей артиллерии — большую скорость перемещения оружия. Собственная начальная скорость 20-миллиметрового снаряда приблизительно равна 2800 *фут/сек* ( $\approx 850$  *м/сек*). Скорость самолета может достигать примерно одной трети этой величины. Абсолютная скорость снаряда в момент выстрела есть векторная сумма его собственной начальной скорости и скорости самолета, как показано на рис. 2.8. Это обстоятельство дает заметный эффект не только для оружия, которое может действовать поперек воздушного потока, как это имеет место, например, при стрельбе из турельных пулеметов или при бомбометании, но даже и при стрельбе вперед из фиксированных пушек, если самолет летит со скольжением.

Угол  $J$  между линией выстрела и вектором абсолютной скорости  $V_{PR}$  обычно называется углом отбоя и определяется выражением

$$\sin J = \frac{V_{AC} \sin B}{V_{PR}}. \quad (2.6)$$

Рис. 2.9 поясняет задачу управления огнем самолета по самолету и принятые обозначения. Предположим для упрощения задачи, что в течение всего полета снаряда его скорость постоянна и равна абсолютной начальной скорости  $V_{PR}$ . Тогда для того, чтобы



того, что ракета при сходе с направляющей начинает поворачиваться по относительному ветру (флюгерный эффект). Однако вследствие ускоряющего действия двигателя эта поправка меньше угла между направляющей и скоростью самолета. К концу работы двигателя ракета приобретает скорость, бóльшую, чем у самолета, и составляющую некоторый угол с первоначальным положением направляющей. Этот угол зависит от совместного эффекта всех сил, действующих на ракету, т. е. от силы тяжести, тяги и аэродинамических сил.

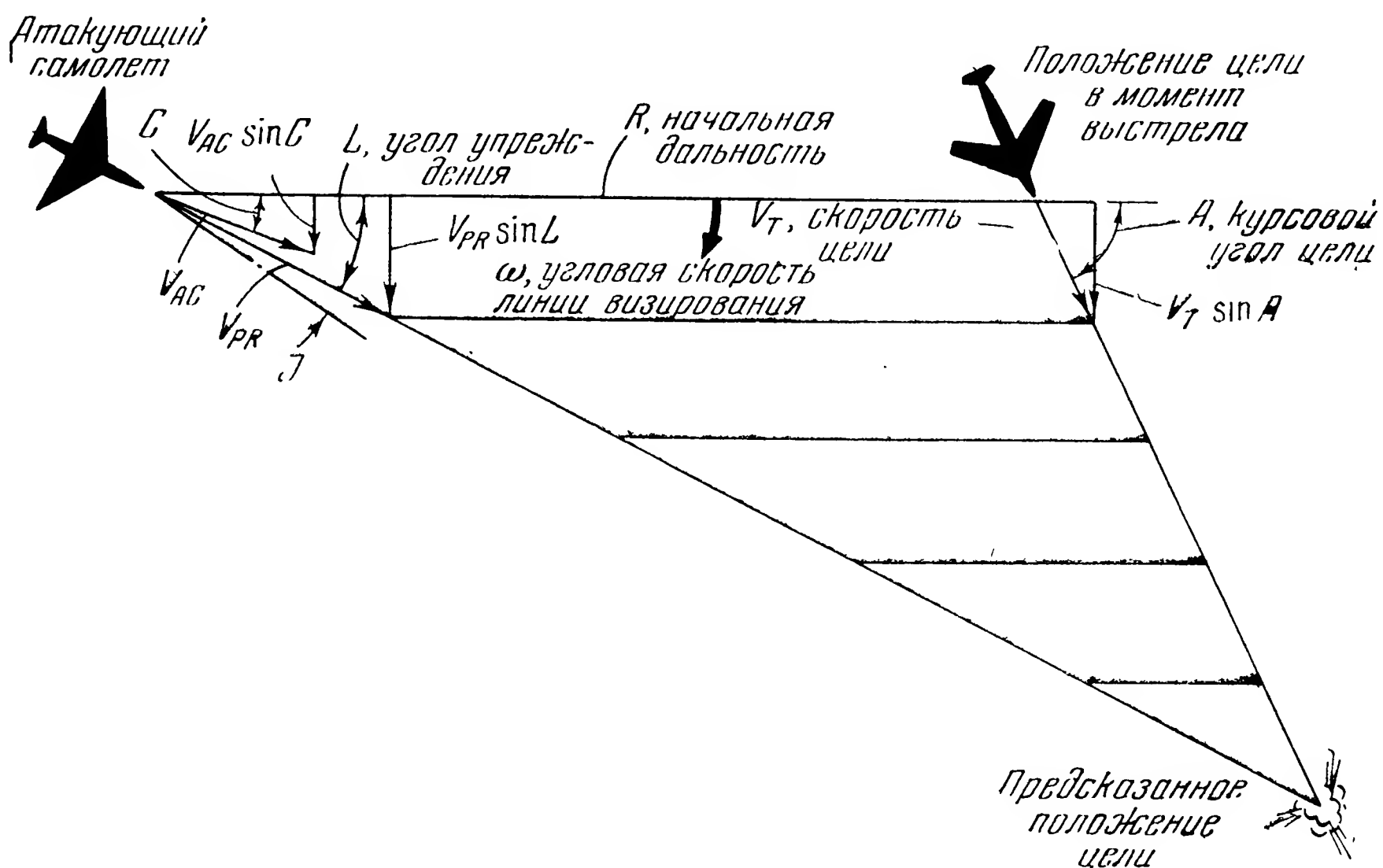


Рис. 2.9. Задача управления огнем самолета по самолету.

Относительная скорость цели и самолета может быть очень велика. Поэтому при стрельбе управляемыми снарядами класса воздух — воздух старт снаряда должен происходить в направлении, учитывающем угол упреждения, чтобы траекторию снаряда пришлось возможно меньше исправлять. Задача определения правильного угла упреждения в момент старта управляемого снаряда сходна с той же задачей при управлении огнем обычного орудия. Следует отметить, что предсказание будущего положения цели всегда зависит только от времени полета снаряда, а упреждение снаряда зависит и от всех его прочих свойств. Таким образом, вследствие сходства задач, идея общей системы управления для пушек, ракет, бомб и управляемых снарядов, имеющей лишь сменные (или вставленные друг в друга) счетно-решающие устройства, является теоретически осуществимой.

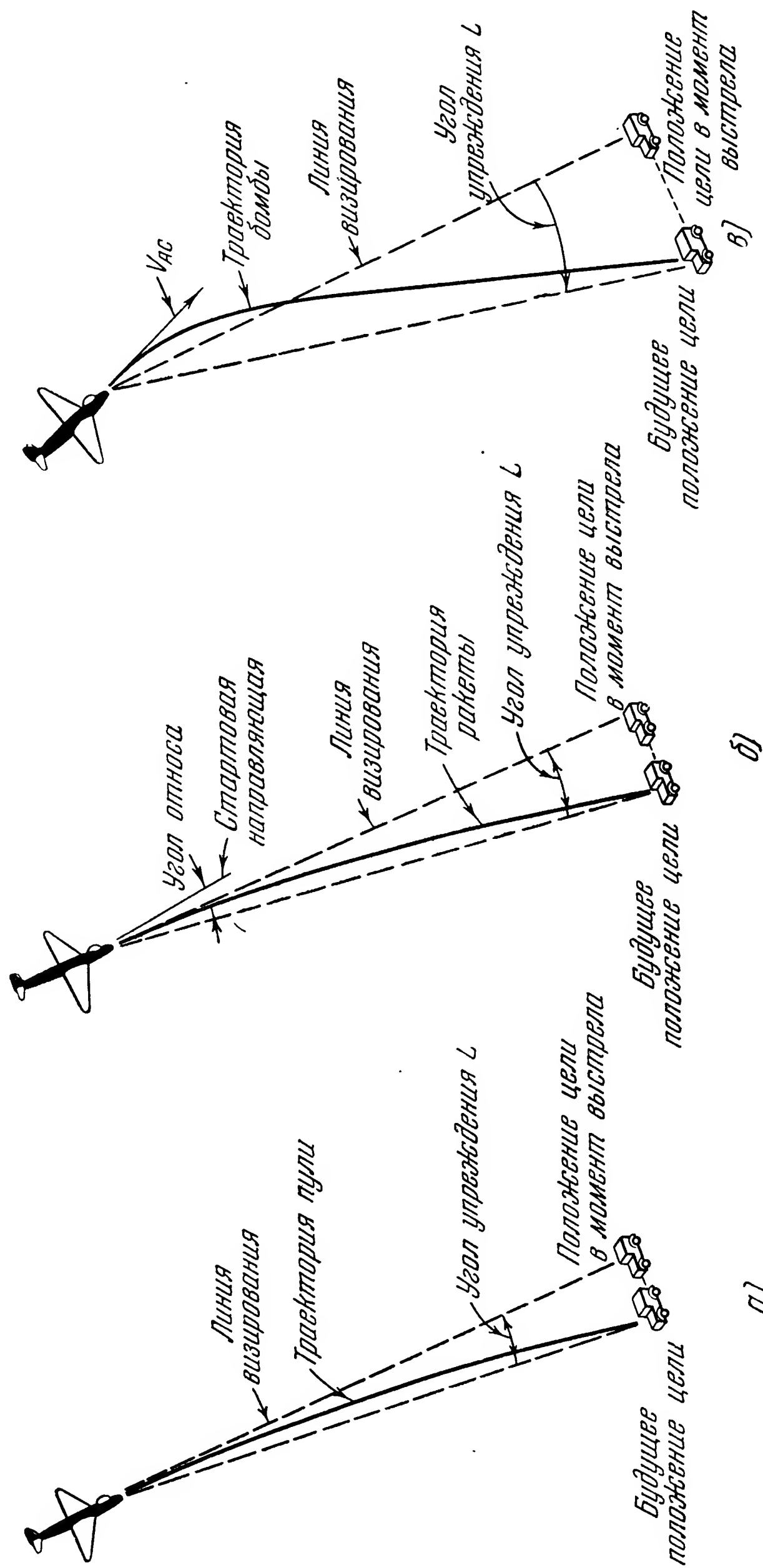


Рис. 2.10. Сходство проблем управления огнем: а — стрельба из пулемета или пушки, б — стрельба ракетами, в — бомбометание.

2.7. Системы управления снарядами во второй мировой войне

Вторая мировая война вызвала появление многочисленных исследований и планов опытного строительства в области управляемых снарядов. В Германии эти работы были начаты раньше, чем где бы то ни было, и в течение войны продвинулись дальше, чем у остальных государств. Поэтому только германские управляемые снаряды оказали заметное влияние на ведение войны. Немцами разрабатывались системы управления снарядами всех классов, но были построены и в какой-то мере применялись лишь снаряды классов поверхность — поверхность и воздух — поверхность. Вообще говоря, немецкие работы были направлены больше в сторону самих снарядов, чем в область систем управления, и в первой области немцами были получены более удовлетворительные результаты. Японцы в своей единственной эффективной системе вообще отказались от автоматического управления снарядом и использовали человека-самоубийцу в качестве системы управления. Причина, по которой державы оси оказали такое предпочтение одной отрасли техники,

Таблица 2.1

Управляемые снаряды второй мировой войны

Название снаряда	Страна	Тип системы управления
Поверхность — поверхность		
V-1 (Fzg-76) . . . . .	Германия	Баллистическая с коррекцией от магнитного компаса
V-2 (A-4) . . . . .	Германия	Баллистическая
Поверхность — воздух		
Smetterling (Hs-117) . .	Германия	Команда по радио
Wasserfall . . . . .	Германия	Команда по радио
Enzian . . . . .	Германия	Команда по радио
Reintochter I . . . . .	Германия	Команда по радио
Reintochter III . . . . .	Германия	Команда по радио
Воздух — воздух		
X-4 . . . . .	Германия	Команда по проводу
Hs-298 . . . . .	Германия	Команда по радио
Hs-117H . . . . .	Германия	Команда по радио
Воздух — поверхность		
Hs-293 . . . . .	Германия	Команда по радио
Baka . . . . .	Япония	Человек-самоубийца
Weary Willy . . . . .	США	Команда по радио
Assault Drone . . . . .	США	Телевизионная радиокоманда

не ясна; частично она, несомненно, лежит в сложности проблем, связанных с системами управления, недостаточном развитии у них производства электронных приборов и в настоящей потребности в новом оружии.

Наиболее широко известны немецкие снаряды класса поверхность — поверхность: V-1 (или Fzg-76) и V-2 (или A-4). Вместе с тем, немцы и японцы имели в разработке и применяли также и другие управляемые снаряды. В таблице 2.1 приведены наиболее разработанные управляемые снаряды конца второй мировой войны. Разработка перечисленных в таблице снарядов была доведена, по крайней мере, до стадии испытаний в полете, но система управления не всегда была испытана в комплексе со снарядом. То обстоятельство, что в таблице приведены почти исключительно немецкие снаряды, отнюдь не означает, что союзники не работали в этом направлении. Однако разработки союзников находились на более ранних стадиях. У нас в США наибольшие результаты были достигнуты в управлении бомбами. Приведенные в таблице 2.1 снаряды имеют четыре различных типа систем управления (исключая японский снаряд «Вака», управляющийся человеком-самоубийцей).

## 2.8. Система управления V-1

Снаряд V-1 использует простую и остроумную систему управления. В течение этапов старта и сближения он управляется от магнитного компаса по курсу и от барометрического высотомера

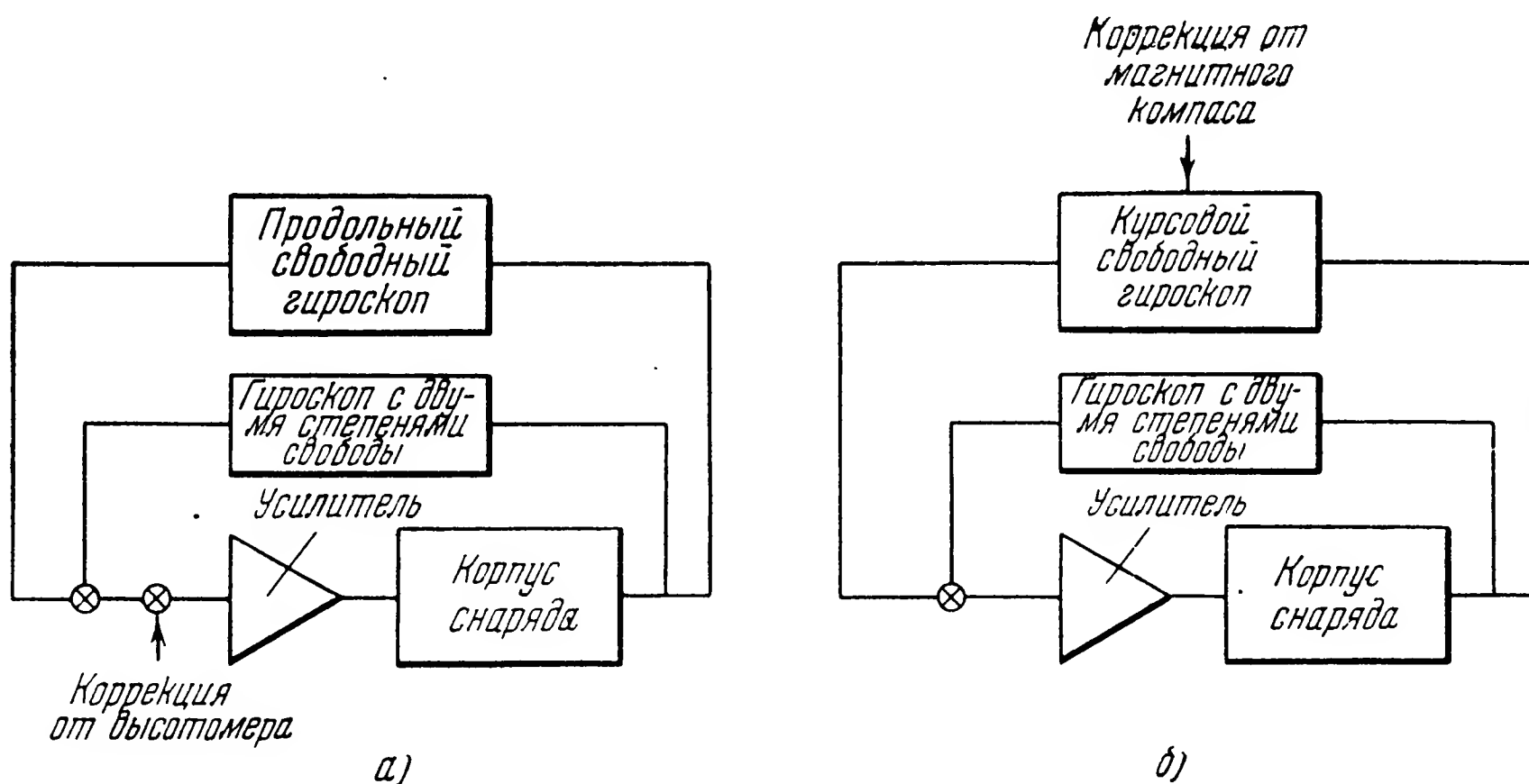


Рис. 2.11. Упрощенные блок-схемы управления высотой и курсом V-1: а) система управления высотой; б) система управления курсом.

по высоте, как показано на рис. 2.11. Компас устанавливается вручную на желаемый курс и удерживает ось фигуры свободного курсового гироскопа вдоль курса; эта ось в начальный момент



полета лежит в плоскости симметрии снаряда. Поскольку ось свободного гироскопа не меняет своего направления в пространстве, всякое отклонение плоскости симметрии снаряда вызывает отклонение руля поворота, исправляющее курс. Курсовой гироскоп с двумя степенями свободы устраняет возможность слишком грубого управления. Управление высотой столь же просто, но выотомер действует не путем коррекции продольного свободного гироскопа, а непосредственно на руль высоты вместе с продольным гироскопом. Все управление — пневматическое. Энергия, необходимая для питания системы управления в полете, доставляется сжатым воздухом в двух сферических баллонах высокого давления (2000 фунтов на кв. дюйм ( $\approx 140 \text{ кг/см}^2$ )), для прочности обмотанных проволокой. Система управления была простая, грубая, но зато и несложная в производстве.

В дополнение к направлению на цель снаряд должен «знать» расстояние до цели. В случае V-1 пройденное расстояние определялось при помощи воздушного лага, который состоял из простой ветрянки с червячной передачей на счетчик. Счетчик имел электрические контакты, которые можно было ставить вручную на заранее заданное расстояние до цели. Когда это расстояние покрывалось в полете, происходили следующие действия: во-первых, взводился взрыватель, во-вторых, включался радиопередатчик, в-третьих, снаряд переводился в пикирование. Таким образом, точность последнего участка траектории зависела от аэродинамических свойств снаряда. Радиопередатчик применялся только на немногих экземплярах; его назначение состояло в передаче своим войскам сведений о местонахождении снаряда в момент начала пикирования, т. е. о точности полета. Полученные таким образом сведения использовались для исправления предварительных установок компаса и лага на последующих снарядах.

### 2.9. Система управления V-2<sup>1)</sup>

Снаряд V-2 представлял собой естественное развитие артиллерии дальнего действия. Способ управления этим снарядом можно сравнить с наводкой пушки, имеющей длинный гибкий искривленный ствол. При стрельбе из обычного орудия главное для обеспечения попадания состоит в том, чтобы верно нацелить орудие по азимуту и придать ему правильный угол возвышения, вследствие чего дальность полета снаряда окажется равной дальности цели. На рис. 2.12 показана траектория снаряда, выстреленного с начальной скоростью  $V$  под углом возвышения  $\beta$ . Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно сказать, что горизонтальная дальность

---

<sup>1)</sup> Подробнее см. Феодосьев В. И. и Синярев Г. Б., Введение в ракетную технику, Оборонгиз, 1956. (Прим. перев.)

снаряда в любой момент времени  $t$  после выстрела будет:

$$R = Vt \cos \beta. \quad (2.11)$$

Поскольку под действием силы тяжести за время  $t$  снаряд упадет на  $\frac{1}{2}gt^2$ , то высота снаряда, показанная на рис. 2.12, будет:

$$A = Vt \sin \beta - \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.12)$$

Рассмотрим горизонтальную дальность снаряда, когда он вернется

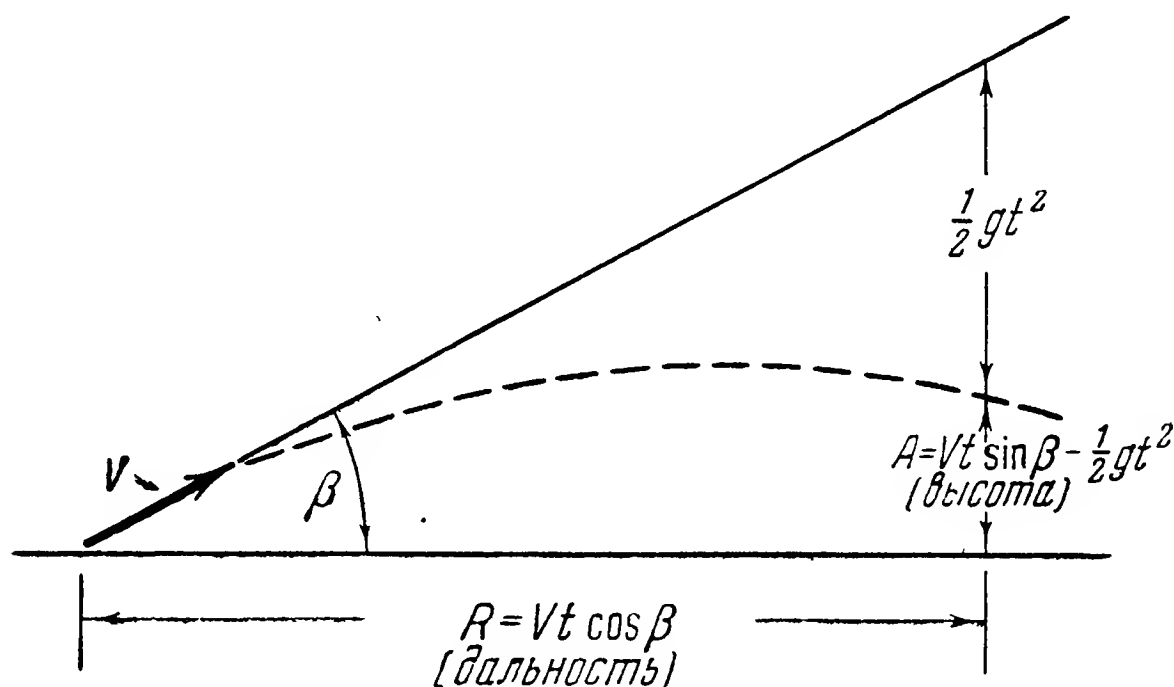


Рис. 2.12. Траектория снаряда (без учета сопротивления воздуха).

на ту же горизонтальную плоскость, с которой был произведен выстрел. В этот момент  $A = 0$ , и из (2.12) получаем:

$$V \sin \beta = \frac{1}{2}gt, \quad (2.13)$$

откуда время полета снаряда есть

$$t = \frac{2V \sin \beta}{g}. \quad (2.14)$$

Если значение времени из (2.16) подставим в (2.11), то получим горизонтальную дальность стрельбы:

$$R = \frac{V^2 \sin 2\beta}{g}, \quad (2.15)$$

откуда видно, что

$$R = f(V^2, \beta). \quad (2.16)$$

В ствольной артиллерии начальная скорость снаряда может изменяться лишь в очень узких пределах, поскольку пороховой заряд определен раз и навсегда конструктивными размерами, а колебания

температуры заряда и износ ствола, которые могут изменить начальную скорость снаряда, обычно учитываются системой управления огнем. Таким образом, единственная возможность изменять дальность стрельбы есть подбор угла возвышения  $\beta$ .

В случае баллистического управляемого снаряда начальная скорость есть параметр, которым можно управлять, поскольку система управления может дать команду выключения двигателя. Это и сделано в V-2. В сущности, у баллистического управляемого снаряда по сравнению с обычным добавлена еще одна возможность управления, которая может повысить точность попадания по сравнению с обычным артиллерийским снарядом. Снаряд V-2 наводили по азимуту и, как только достигалась правильная комбинация скорости и угла наклона траектории к горизонту, выключали двигатель. После этого траектория снаряда становилась неуправляемой и зависела только от силы тяжести и от аэродинамических сил (последнее существенно только после возвращения снаряда в более плотные слои атмосферы).

В течение времени работы двигателя управление V-2 осуществлялось при помощи воздушных и газовых рулей, из которых первые создавали аэродинамические моменты, а последние изменяли направление тяги реактивного двигателя. Газовые рули были сделаны из графита и находились в струе, вытекающей из сопла двигателя. Четыре аэродинамических руля геометрически были продолжением газовых. Пара рулей, предназначенных для управления по азимуту, была скреплена вместе, а другая пара рулей допускала раздельное управление.

Управляющая аппаратура была неодинакова на различных экземплярах ракеты. Управление по азимуту и крену осуществлялось при помощи гироскопа, предварительно устанавливавшегося вручную. В некоторых экземплярах ручная установка гироскопа дополнялась радиосигналами, передаваемыми от станции сопровождения ракеты и предназначенными для введения поправок по азимуту. Управление углом наклона траектории осуществлялось при помощи гироскопа, который после вертикального старта прецессировал с постоянной скоростью, изменяя угол тангажа снаряда до заранее вычисленного значения. Управляющие сигналы гироскопов поступали на электрические усилители, а оттуда на электрогидравлические рулевые машинки, которые перемещали аэродинамические и газовые рули.

В ранних экземплярах снаряда использовались радиокоманды, выключавшие поступление топлива в двигателе и тем самым управлявшие начальной скоростью снаряда. Скорость измерялась при помощи эффекта Доплера. Позднее от управления начальной скоростью при помощи радиокоманд отказались, заменив его гироскопическим интегрирующим акселерометром, который и выключал двигатель в момент, когда достигались заранее заданные скорость и угол тангажа.

## 2.10. Немецкие системы управления, использующие радиокоманды

Следует отметить, что все системы управления, перечисленные в таблице 2.1, кроме класса поверхность — поверхность, относятся к типу «команды по радио». Это такая система, где все необходимые сведения о цели передаются на снаряд из какого-нибудь внешнего источника, сразу указывающего снаряду правильный путь.

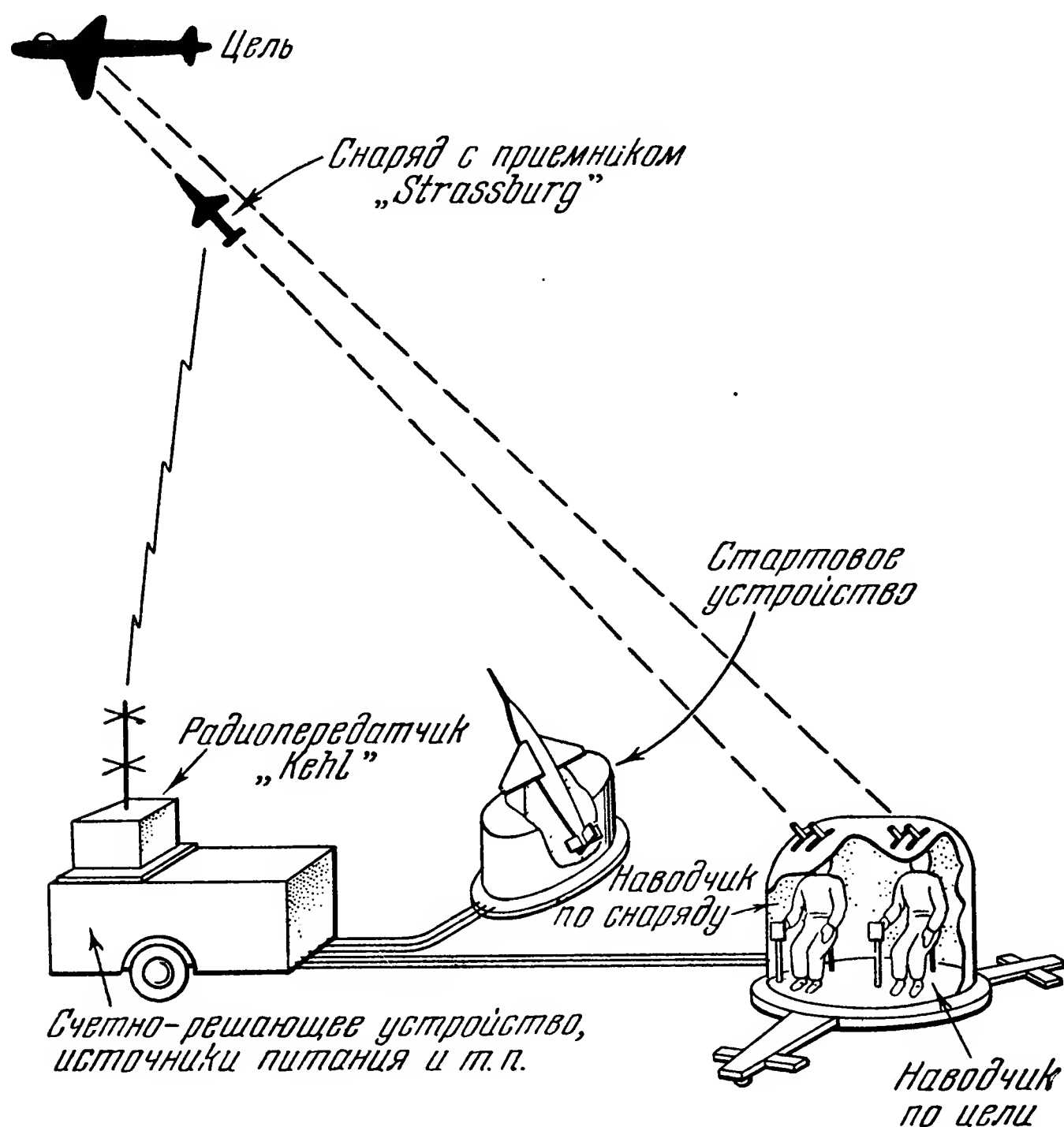


Рис. 2.13. Основные части системы управления «Burgund» для снарядов класса поверхность — воздух.

Подобный тип системы управления имеет то преимущество, что он требует меньше всего оборудования на снаряде, поскольку вся задача решается где-то вне снаряда, а на нем самом должны остаться лишь приемные устройства и аппаратура исполнения команд. Отметка в табл. 2.1 «по радио» и «по проводу» относится к способу передачи команд на снаряд.

Рис. 2.13 показывает устройство системы управления снарядом класса поверхность — воздух «Schmetterling Hs-117». Полная система называлась «Burgund»; ее предполагалось использовать с дозвуковыми снарядами класса поверхность — воздух. Наводчик по цели

сидит на поворотной платформе и держит цель на кресте нитей своей оптики. Тем самым он поворачивает платформу вместе с оптикой по азимуту и, кроме того, отдельно оптику как свою, так и другого наводчика — по углу места. Наводчик по снаряду наблюдает за ним при помощи своей оптики и имеет у себя ручку управления снарядом («Knürrpel»). Для улучшения видимости снаряда были применены факелы. Теоретически должно было быть так, что если цель сопровождается точно, снаряд обязан находиться неизменно на кресте нитей предназначенной для него оптики. Это должно было достигаться при помощи ручки управления снарядом. Ручка управления снарядом действует следующим образом. Когда она движется (от себя и на себя, влево и вправо), радиопередатчик «Kehl», находящийся на земле, передает соответствующие радиокоманды приемнику «Strassburg», находящемуся на снаряде. Чтобы обеспечить старт снаряда в правильном направлении, движение аппаратуры, следящей за целью, передается на стартовое устройство, вследствие чего последнее и устанавливается нужным образом; при этом счетно-решающее устройство вводит все поправки на параллакс и т. п.

Как видно из этого описания, управление при помощи радиокоманд было запроектировано таким образом, что команды должны были удерживать снаряд все время на линии визирования цели. Преимущество такого метода заключается в том, что становится ненужным расчет будущего (упрежденного) положения снаряда и цели. Однако траектория снаряда не очень выгодна в смысле дальности полета снаряда, а потребный маневр снаряда на конечном этапе полета может оказаться невыполнимым. Следует отметить, что основные части системы «Burgund» — ручка управления, приемник «Strassburg» и передатчик «Kehl» — являются типичными для всех систем управления при помощи команд по радио.

На рис. 2.14 показана упрощенная блок-схема описанной системы управления. Наводчик визуально определяет положение снаряда относительно цели и при обнаружении ошибки подает в систему управления команду, используя ручку управления. В ручке управления имеется модулятор, состоящий из двух керамических цилиндров, вращающихся со скоростью пяти оборотов в секунду. Цилиндры покрыты серебром, чтобы обеспечить контакт со щетками; посеребренная поверхность разделена на две части, изолированные друг от друга. Каждая часть с одного конца окружает весь цилиндр и сужается по линейному закону до 50% к другому концу. Вследствие этого у каждого конца цилиндра имеется непрерывный контакт с неподвижной щеткой; третья, подвижная щетка связана с ручкой управления и может перемещаться вдоль цилиндра между его концами. Между неподвижными щетками на концах цилиндров и подвижной щеткой существуют два разных замкнутых контура, по которым течет ток. Если ручка управления и соответственно

подвижная щетка находятся в среднем положении, импульсы тока в обоих контурах будут равной длительности; если ручка управления находится не в среднем положении, импульсы будут различной длительности. Полученные таким образом импульсы преобразуются в импульсы звуковой частоты и подводятся к передатчику «Kehl», где они используются для модуляции несущей частоты. Несущую частоту можно было выбирать из некоторого запаса; обычно он состоял из 14 различных частот.

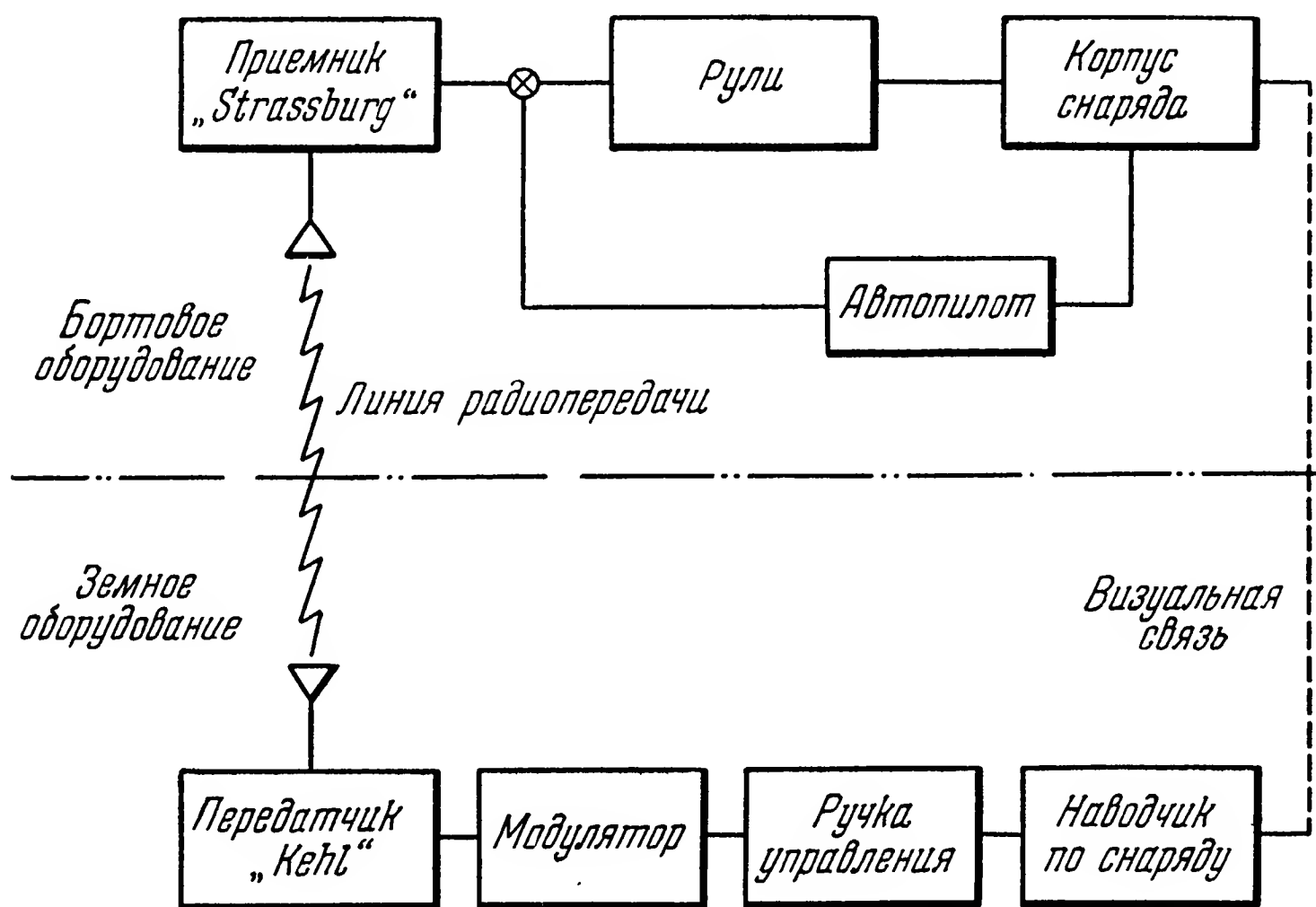


Рис. 2.14. Упрощенная блок-схема системы управления «Burgund» с радиолинией «Strassburg — Kehl».

Принятые на снаряде сигналы демодулируются и в качестве импульсов постоянного тока питают два поляризованных реле — одно для руля высоты, другое для руля направления; каждое реле замыкает контакты в соответствии с длительностью первоначальных импульсов и включает катушки, приводящие в действие управляющие органы — спойлеры, рули высоты и направления, элероны и т. п. Эти органы управления колеблются с частотой, соответствующей скорости вращения керамиковых цилиндров. Общее время пребывания органов управления в отклоненном положении в ту или другую сторону зависит от положения ручки управления. Кроме того, обычно в добавление к радиокомандам на снаряде устанавливают гироскоп, выполняющий стабилизирующие функции автопилота.

Линия передачи «Strassburg — Kehl» была единственной, применявшейся немцами для управления снарядами в течение второй мировой войны. Время от времени она подвергалась небольшим моди-



фикациям; единственное серьезное изменение состояло в добавлении канала для передачи сигнала взрыва. Другая линия передачи, «Kran — Brigg» появилась лишь в конце войны. Эта система похожа на первую, за исключением того, что в ней применяются другие несущая и звуковая частоты. Предлагались многочисленные изменения ручки управления; в некоторых системах использовались различные частоты повторения командных импульсов.

Для работы со снарядами типа «Wasserfall» и «Reintochter» была предложена система управления «Elsass». Эта система сходна с системой «Burgund» за исключением того, что вместо оптической системы сопровождения было предложено использовать радиолокационные методы. Предполагалось использовать линию «Strassburg — Kehl» вместе с системой «Elsass».

Недостаточная помехозащищенность систем управления при помощи радиокоманд привела к разработке передачи команд по проводам, которые могут быть применены без боязни помех, но ограничены малыми дальностями. Такой способ был впервые предназначен для управления снарядом X-4 класса воздух — воздух. Предполагалось также применить его к управлению противотанковым снарядом класса поверхность — поверхность, называвшимся X-7.

Запуск снаряда X-4 и управление им осуществлял пилот самолета-носителя. Пилот прицеливался, пользуясь соответствующим оптическим прицелом. В момент выстрела на снаряде вступал в действие гироскопический автопилот, взводился взрыватель и на концах крыльев снаряда зажигались факелы. Как и в системе «Burgund», при помощи команд снаряд заставляли не покидать оптическую линию визирования цели; для выработки команд использовалась ручка управления. Для работы с этим снарядом были разработаны две линии передачи: «Dortmund — Duisburg» и «Duren — Detmold».

Линия «Dortmund — Duisburg» была рассчитана на передачу команд по двум проводам, которые связывали передающее устройство на самолете с приемным устройством на снаряде; использовались импульсы на двух различных звуковых частотах. Передатчик «Dortmund», установленный на самолете-носителе, состоял из осциллятора, возбуждаемого импульсами от ручки управления, усилителя звуковой частоты, соответствующих электрических цепей и двух катушек, содержавших каждая по 12 км изолированного провода; два дополнительных барабана, содержащих по 18 км проволок, были размещены по концам крыльев снаряда. Осциллятор передавал сигналы для руля высоты и направления на разных звуковых частотах. Эти сигналы сначала модулировались некоторой средней частотой в соответствии с положением ручки управления, затем усиливались в усилителе звуковой частоты и передавались по проводу на снаряд. Приемник «Duisburg» был установлен в фюзеляже снаряда X-4.



Сигналы на звуковой частоте, принятые по проводу и демодулированные в приемнике, работали с двумя поляризованными реле, которых было по одному на руль высоты и руль направления.

Снаряд Х-4 в полете вращался вокруг своей продольной оси с угловой скоростью 60 об/мин. Вследствие вращения снаряда можно было дать большие производственные допуски на его обводы, вместе с тем упрощалась и проблема стабилизации. Х-4 был стабилизирован при помощи одного гироскопа, который, поскольку снаряд вращался, был предназначен для управления и рулем высот и рулем поворота.

Провод был выполнен из стали, покрытой изоляцией. Разматывание провода начиналось после взрыва пиропатрона, помещенного в катушках. В течение полета снаряда провод разматывался сразу и с катушек, установленных на самолете-носителе, и с катушек, установленных на снаряде. Чтобы снизить самоиндукцию провода, намотанного на катушки, его изоляция выполнялась с таким расчетом, что все витки провода были закорочены друг с другом при длине контакта в один сантиметр.

Линия передачи «Duren — Detmold» была простой системой на постоянном токе, в которой лампы не применялись. В передатчике «Duren» команды, предназначенные для руля высоты, меняли полярность передаваемого сигнала, а команды, предназначенные для руля поворота — амплитуду напряжения путем включения в цепь постоянного сопротивления.

В приемнике «Detmold» были применены три реле, связанных между собой таким образом, что одно из них реагировало на изменение полярности сигнала, второе — на его амплитуду, а третье было предназначено для отключения первых двух в случае обрыва управляющего провода. Тогда снаряд выдерживал направление, заданное последней командой. Катушки были похожи на использованные в предыдущей системе с той разницей, что витки не были закорочены между собой. Существенно отметить, что вследствие этого сопротивление провода оставалось постоянным в течение всего полета снаряда.

## 2.11. Управляемые бомбы

В течение второй мировой войны были предложены планирующие бомбы без двигателя с различными системами управления. В таблице 2.2 приведен перечень некоторых проектов управляемых бомб. В США первым из таких проектов, увидевшим свет (май 1944 г.), была GB-1, обычная бомба Военно-воздушных сил, прикрепленная к простому планеру-моноплану. Система управления состояла из простого автопилота с предварительной установкой на нужный режим, работа которого начиналась в момент сбрасывания. Результаты применения этой бомбы были обнадеживающими.

Наряду с GB-1 применялась также и бомба GB-4. Для управления ею использовались телевизионная камера и радиопередатчик, установленные внутри бомбы. Управление осуществлялось следующим образом. Бомбардировщик видел местность так, как она была бы видна с бомбы и при помощи линии передачи команд на бомбу вручную наводил ее на цель, расположенную на поверхности Земли. Бомба была впервые использована в августе 1944 г. по базе подводных лодок в Гавре, а позднее — по отдельным индустриальным целям в Германии.

Таблица 2.2

## Управляемые бомбы второй мировой войны

Наименование бомб	Тип системы управления
FX-1400 (Германия)	Команды по радио
Bat (США)	Самонаведение (радиолокация)
Pelican (США)	Самонаведение (радиолокация)
Robin (США)	Телевизионные команды
Azon (США)	Команды по радио
Razon (США)	Команды по радио
Tarzon (США)	Команды по радио
Felix (США)	Самонаведение (инфракрасные лучи)
Roc (США)	Телевизионные команды
GB-1 (США)	Предварительная установка
GB-4 (США)	Телевизионные команды

Система управления при помощи команд по радио предлагалась для многих бомб. Из них «FX-1400» и «Azon» применялись в боевых действиях. Бомба «FX-1400» (Германия) применялась совместно с линией передачи «Strassburg—Kehl», причем использовался обычный способ наведения по оптической линии визирования цели, как это выше было описано для случая снарядов с собственным двигателем. Бомба «Azon», как и у немцев, наводилась по линии визирования, но только по азимуту, при помощи команд по радио. Бомба «Azon» мало применялась в Европе, но ее использование в Бирме было довольно значительным.

Метод самонаведения при помощи радиолокационных средств был впервые применен в планирующей бомбе «Bat», разработанной NDRC (Национальным комитетом по военным исследованиям) для Военно-морского флота США. Бомба «Bat» представляла собой планер-моноплан, несущий на себе радиолокатор, способный автоматически следить за одиночной целью. Пока бомба еще висит под самолетом, бомбардир осуществляет захват цели при помощи радиолокатора бомбы, а затем сбрасывает ее. Дальше радиолокатор ведет бомбу до встречи с целью, уже без всякого участия самолета-носителя. Бомба «Bat» была использована против японских кораблей на

Тихом океане в незначительных количествах, но с хорошими результатами. Другими интересными разработками, выполненными для Военно-морского флота, были «Pelican», в котором использовался полуактивный метод самонаведения при помощи радиолокационных средств, и «Robin» с управлением при помощи радиокоманд, причем сведения для выработки последних доставлялись, как и у GB-4, при помощи телевизионной головки, установленной на снаряде.

Совершенно другой принцип устройства системы управления был принят в бомбе «Felix», разрабатывавшейся для Военно-воздушных сил. «Felix» использовал инфракрасное излучение цели. Это становится возможным вследствие того, что многие построенные человеком объекты (заводы, печи и т. п.) являются источниками теплового излучения, которое и может быть использовано для самонаведения бомбы.

## 2.12. Послевоенные разработки управляемых снарядов

Из прессы известно, что все главные государства осуществляют значительные программы работ в области управляемых снарядов. Об этих работах имеются лишь самые общие сведения, касающиеся, как правило, внешних характеристик самого снаряда и лишь вскользь упоминающие о типе системы управления. Подробные сведения обычно не публикуются по соображениям безопасности или в редких случаях в интересах фирм.

Послевоенные исследования верхней атмосферы получили новый инструмент в виде высотных ракет. С этой целью сначала были использованы трофейные экземпляры ракеты V-2, а затем были построены и новые ракеты. Из этих последних наиболее широкой известностью пользуются американские «Was-Corporal» и «Viking».

## 2.13. Ракета «Viking»<sup>1)</sup>

Ракета «Viking» была задумана научными сотрудниками Морской исследовательской лаборатории (NRL) как средство для исследования верхней атмосферы путем прямых измерений. До наступления эры высотных ракет исследователи атмосферы отрицали возможность прямого проникновения в атмосферу на большие высоты, чем это доступно для воздушных шаров. Верхние слои изучались при помощи косвенных методов, таких, как отражение радиоволн, излученных с земной поверхности, космическое излучение и т. п. С появлением немецкой ракеты V-2 и американской «Was-Corporal» сделалось возможным доставлять измерительные приборы прямо в эти особенно интересные области.

---

<sup>1)</sup> Этот параграф написал Розен (M. W. Rosen) из Морской исследовательской лаборатории (NRL).

Ракета V-2, которая широко применялась как снаряд для исследования верхних слоев атмосферы, была спроектирована как оружие и лишь приспособлена для научных исследований. Вследствие этого возникало много трудностей, в частности со стабилизацией ракеты. Напротив, ракета «Viking» была спроектирована специально для научной работы в верхних слоях атмосферы. Поэтому корпус ракеты был сделан возможно более легким путем широкого применения в конструкции алюминия и магния. Такая конструкция дает возможность достигнуть запаса топлива, равного 80% стартового веса, и в результате подняться на высоту, большую, чем V-2; стартовый вес ракеты «Viking» оказался в два раза меньше V-2, причем тяга силовой установки уменьшилось больше чем в два раза. Вместо тяжелой стальной боевой головки V-2, спроектированной с таким расчетом, чтобы предохранить заряд от нагревания трением при снижении ракеты к цели, ракета «Viking» имеет тонкостенную алюминиевую носовую часть, спроектированную с расчетом на более низкую температуру и вследствие этого лучше проницаемую для космических лучей. Поскольку последний участок полета ракеты (при спуске) не представляет интереса с точки зрения исследования верхней атмосферы, корпус ракеты перед входом в плотные слои атмосферы разделяется на две части. Каждая из этих частей имеет, с точки зрения аэродинамики, плохую форму и обладает большим сопротивлением. Поэтому атмосфера сильно тормозит их спуск и они приземляются с относительно небольшой скоростью, что позволяет найти измерительные приборы и воспользоваться их записями.

Для исследований важно соблюсти определенную ориентацию измерительных приборов в пространстве, в особенности когда изучаемые явления обладают некоторой преимущественной направленностью, например, как космические лучи или солнечная радиация. Можно достигнуть желаемого результата двумя путями: или стабилизируя отдельные приборы, или стабилизируя всю ракету. V-2 не имела никаких средств для управления, после того как двигатель переставал работать, и в верхней атмосфере начинала кувыркаться. Поэтому была сделана попытка стабилизировать ракету «Viking» относительно всех трех осей при помощи ряда малых реактивных сопел, управляемых автопилотом.

Для того чтобы полет ракеты был близким к вертикальному, на активном участке необходимо непрерывное управление ракетой. На V-2 управление прекращалось вместе с остановкой двигателя после достижения некоторой заранее заданной скорости, несмотря на то, что это приводило к значительному рассеиванию точек падения. В случае ракеты «Viking» оказался достаточным тот же метод, поскольку единственное требование к рассеиванию точек падения состояло в том, чтобы они не выходили за пределы полигона White Sands.

Способ управления ракетой «Viking» на активном участке показан на рис. 2.15. Из трех каналов управления — тангажа, курса и крена — первые два одинаковы. Единственный гироскоп, ось которого лежит в продольном направлении, выдает сигналы ошибки по тангажу и курсу.

От гироскопа сигнал ошибки поступает в усилитель, где сигнал сначала дифференцируется, затем складывается со своей производной, усиливается и подается на электромагнит, управляющий гидравлическим золотником, поворот которого в свою очередь управляет рулевой машинкой. Последняя поворачивает двигатель относительно корпуса ракеты, что и вызывает появление моментов тангажа или

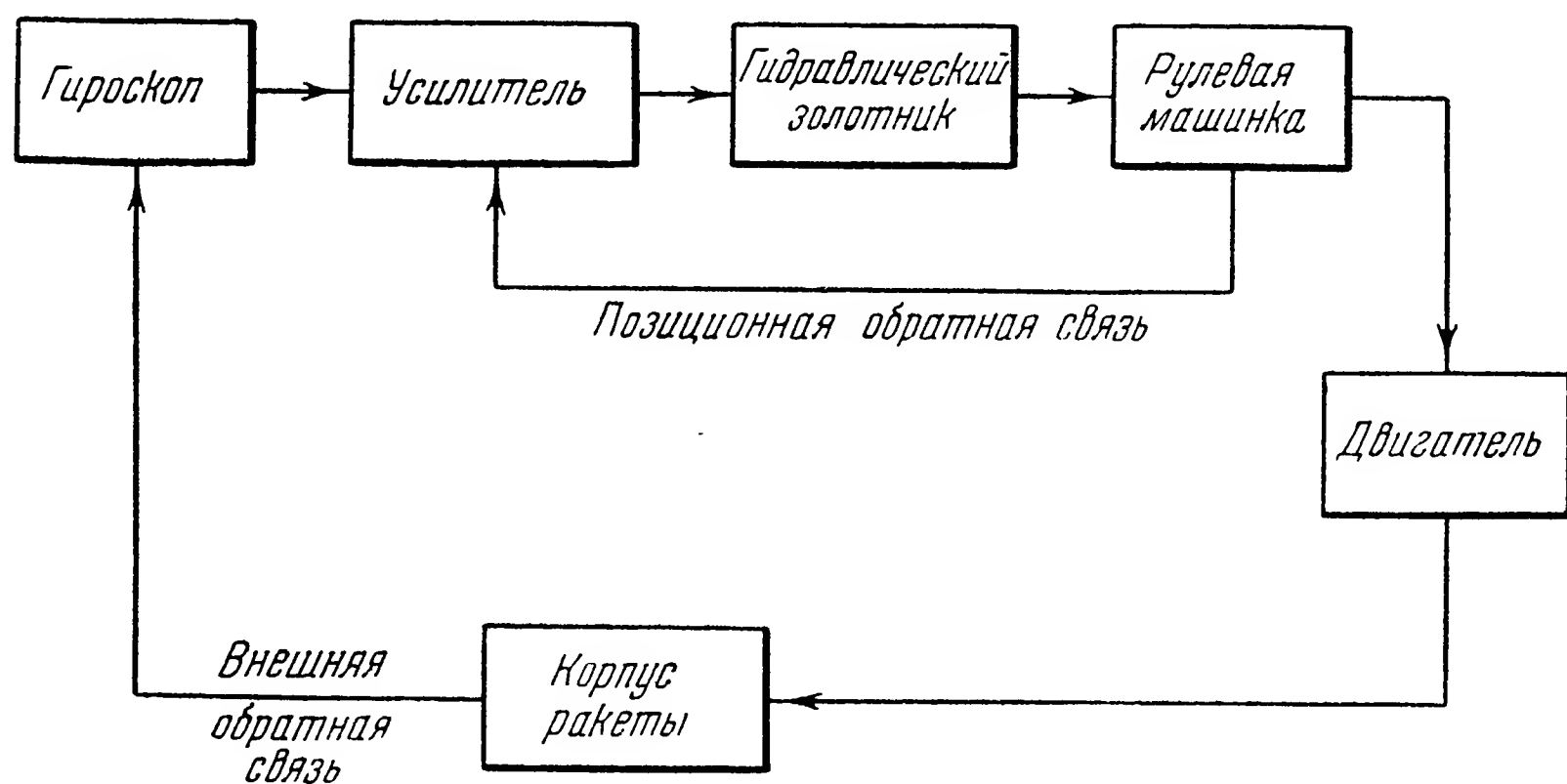


Рис. 2.15. Блок-схема управления курсом или тангажем ракеты «Viking».

рыскания. Производная от сигнала ошибки вводится, конечно, для улучшения затухания. «Viking» — первая большая ракета, на которой двигатель с целью управления был установлен на шарнирах, хотя Годдар (R. Goddard) еще в 1936 г. экспериментировал в этом направлении. Напомним, что управление V-2 осуществлялось при помощи четырех рулей из графита, которые были помещены в струе газов, вытекающих из сопла.

Управление креном ракеты «Viking» осуществляется при помощи отдельной системы, состоящей из воздушных рулей и малых реактивных сопел, приводимых в действие гироскопом.

Выше уже указывалось, что требования к управлению ракетой «Viking» состояли в том, чтобы полет был близок к вертикальному и чтобы точка падения ракеты не выходила из заданных границ. Поэтому уже в течение активного участка полета важно знать, упадет ли ракета в нужных границах или нет; если известно, что предполагаемая точка падения ракеты приближается к заданной



границе, ее выход за допустимую область можно предупредить своевременным включением двигателя (командой по радио). С этой целью, и специально для ракеты «Viking», Морская исследовательская лаборатория (NRL) разработала аппаратуру предсказания точки падения ракеты. Эта аппаратура основана на непрерывном определении положения и скорости ракеты при помощи оптического сопровождения и непрерывного вычисления координат точки падения. Для этого из двух точек, расположенных друг от друга на расстоянии семи миль, непрерывно, оптическим путем, измеряются азимут и угол места ракеты. Результаты измерения передаются на счетно-решающее устройство, которое выполняет преобразование координат и скоростей к декартовым координатам. Затем в зависимости от координат, скоростей и ускорений вычисляется, в какой момент времени произойдет падение. Тогда координаты точки падения в плоскости, касательной к поверхности Земли, получаются просто как произведение вычисленного промежутка времени на соответствующие проекции скорости. Эффект Кориолиса (см. § 3.12) учитывается только для координатной оси, направленной вдоль параллели. Координаты предполагаемой точки падения непрерывно прочерчиваются на планшете с нанесенными на нем допустимыми границами. Используя эти данные, офицер, отвечающий за безопасность опытов, может дать команду выключения двигателя раньше, чем наступит опасность.

## 2.14. Воздушная навигация

Приемы воздушной навигации обычно разделяют на

- а) навигацию по местности,
- б) астрономическую навигацию,
- в) навигацию при помощи средств электроники.

Эта классификация относится скорее к аэронавигационной аппаратуре, чем к методам определения положения на поверхности Земли или над ней. Конструктор системы управления снарядами обязательно должен работать над автоматизацией аэронавигационной аппаратуры как части полной системы управления. Автоматизированная аппаратура, применяющая разные физические принципы, но один и тот же аэронавигационный метод, будет входить в общую систему управления почти одинаковым образом. Поэтому нам проще пользоваться классификацией приемов воздушной навигации по применяемым методам, а не по аппаратуре.

Это будет:

- а) навигация по наблюдению и опознанию,
- б) навигация по пеленгам,
- в) навигация с использованием земных или астрономических ориентиров и систем отсчета.



### 2.15. Навигация по наблюдению и опознанию

Этот метод, конечно, самый старый и обыкновенный. Если кто-либо уже бывал в данном месте, он мог заметить и запомнить различные особенности местности и потом определять свое местоположение по этим особенностям. Когда пилот попадает в незнакомую ему местность, он вместо своей памяти пользуется накопленной памятью других в форме карт, фотографий и т. п.

Когда нас интересует навигация на управляемом снаряде, способность человека наблюдать и опознавать ориентиры должна быть заменена соответствующей аппаратурой, расположенной в снаряде. Для наблюдения и распознавания ориентиров можно использовать видимый спектр и телевидение, или инфракрасную часть спектра с соответствующей аппаратурой, или спектр радиочастот и радиолокационную аппаратуру. Наблюдаемая местность для целей опознания может быть представлена в виде рисунка. Если рисунок передан из снаряда в какой-нибудь другой пункт, например на самолет или станцию на земной поверхности, распознавание местности может быть сделано человеком, который и поведет снаряд. В этом случае система управления становится похожей на телевизионные системы, применявшиеся для управления планирующими бомбами во время второй мировой войны. Если, однако, дальность настолько велика, что передача информации для использования ее человеком невозможна, то внутри снаряда должно быть создано автоматическое устройство, непрерывно сравнивающее наблюдаемую местность с изображением местности, над которой снаряд должен пролетать. Это изображение должно удерживаться в искусственной памяти снаряда.

Необходимо отметить, что если применить указанные выше три части спектра для наблюдения за местностью, приборы будут ее «видеть» совершенно различным образом. Каждый из них будет отмечать не одни и те же особенности местности, над которой пролетает снаряд, так что ориентиры, содержащиеся в искусственной памяти снаряда, должны относиться именно к используемой для наблюдения части спектра. Очевидно, что описанная система непригодна над такими областями, где нет ориентиров, например над морем.

### 2.16. Навигация по пеленгам

На рис. 2.16 показан самолет, находящийся в точке  $P$  и имеющий возможность определить свое положение (*место*) относительно известных точек на карте, например  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Самолет может определиться по любой из этих точек, если он в состоянии измерить расстояние до нее и пеленг, отсчитываемый от какого-нибудь известного направления, например от географического меридиана. Точно так же он может определиться по двум точкам из трех, измерив или их пеленги, или расстояние до них. Ясно, что место

самолета может быть определено и с Земли любым из этих способов, а результаты переданы на самолет.

Навигация при помощи одновременных измерений пеленгов и дальностей может быть осуществлена при помощи бортового радиолокатора. Чтобы не только измерить расстояния и пеленги, но и опознать пеленгуемый ориентир, часто применяются особые установки, так называемые *радиолокационные маяки-ответчики*. Маяк-ответчик состоит из приемника и передатчика, который запускается

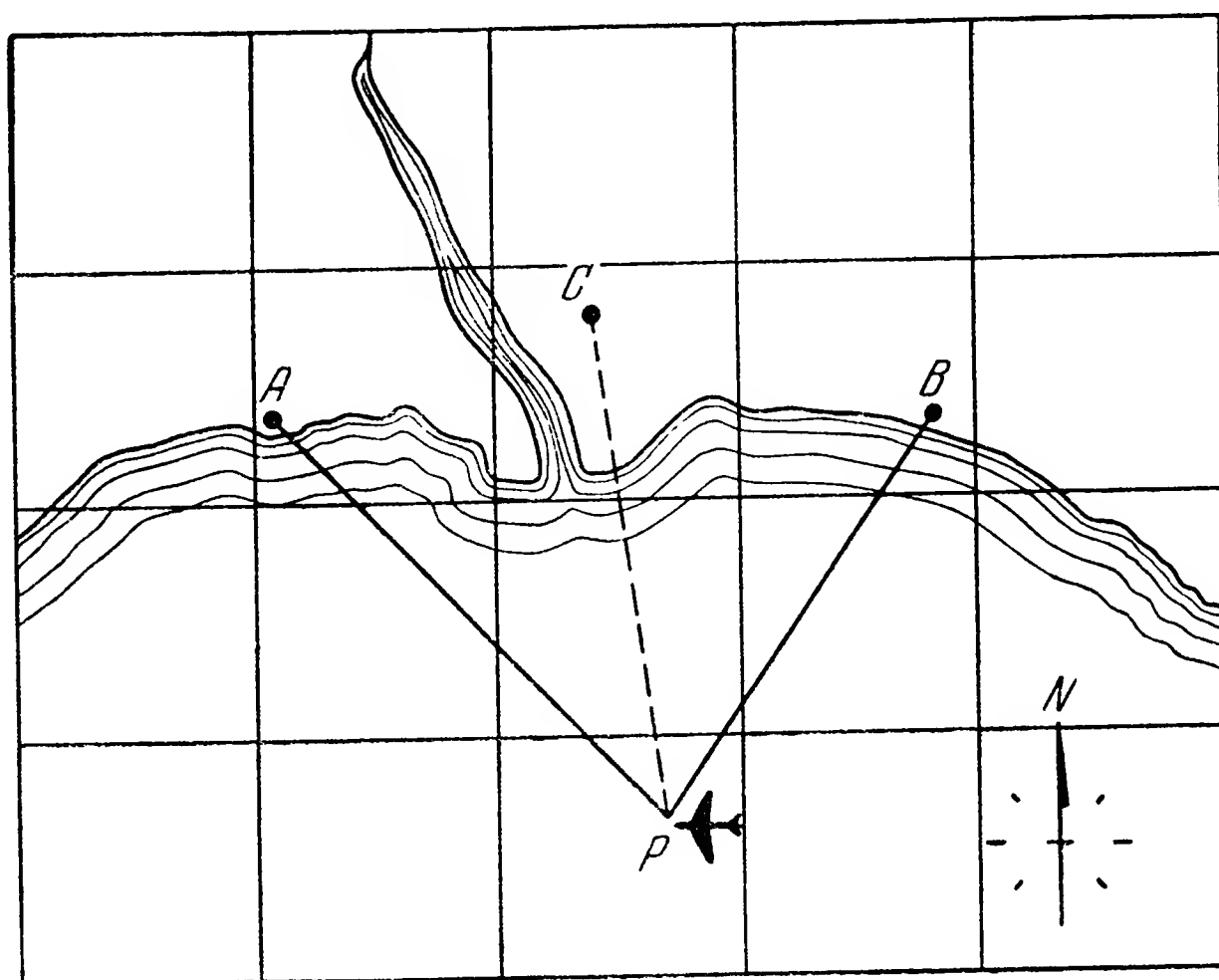


Рис. 2.16. Пеленгация.

приемником в момент прихода запрашивающего сигнала и в свою очередь возвращает сигнал радиолокатору-запросчику. Сигналы маяка-ответчика обычно кодированы для возможности опознавания. Другой метод состоит в сопровождении самолета наземной радиолокационной станцией.

Навигация по измерению пеленгов двух или нескольких наземных станций есть способ, обычно применяемый и кораблями и самолетами. Некоторое видоизменение этого способа состоит в том, что азимут самолета определяется с двух или нескольких земных станций, после чего все вычисления прodelываются на земле и вычисленное место передается на самолет.

Кроме того, в воздушной навигации уже много лет применяется самолетовождение по зональным маякам. Эти маяки не дают возможности определить расстояние между самолетом и маяком, а позволяют только найти азимут соединяющей их линии. Простейшая форма радиомаяка состоит из двух пар вертикальных антенн, расположенных так, чтобы давать зоны, как показано на рис. 2.17. Передатчик

переключается с одной пары антенн на другую, причем одна из них дает сигнал А, или точка—тире, а другая—сигнал N, или тире—точка. Вследствие наложения этих букв одной на другую в некоторой зоне шириной около  $3^\circ$  будет слышен непрерывный звук. Эта зона представляет собой как бы луч маяка. Пилот, слышащий непрерывный звук, знает только, что он летит в луче известного ему

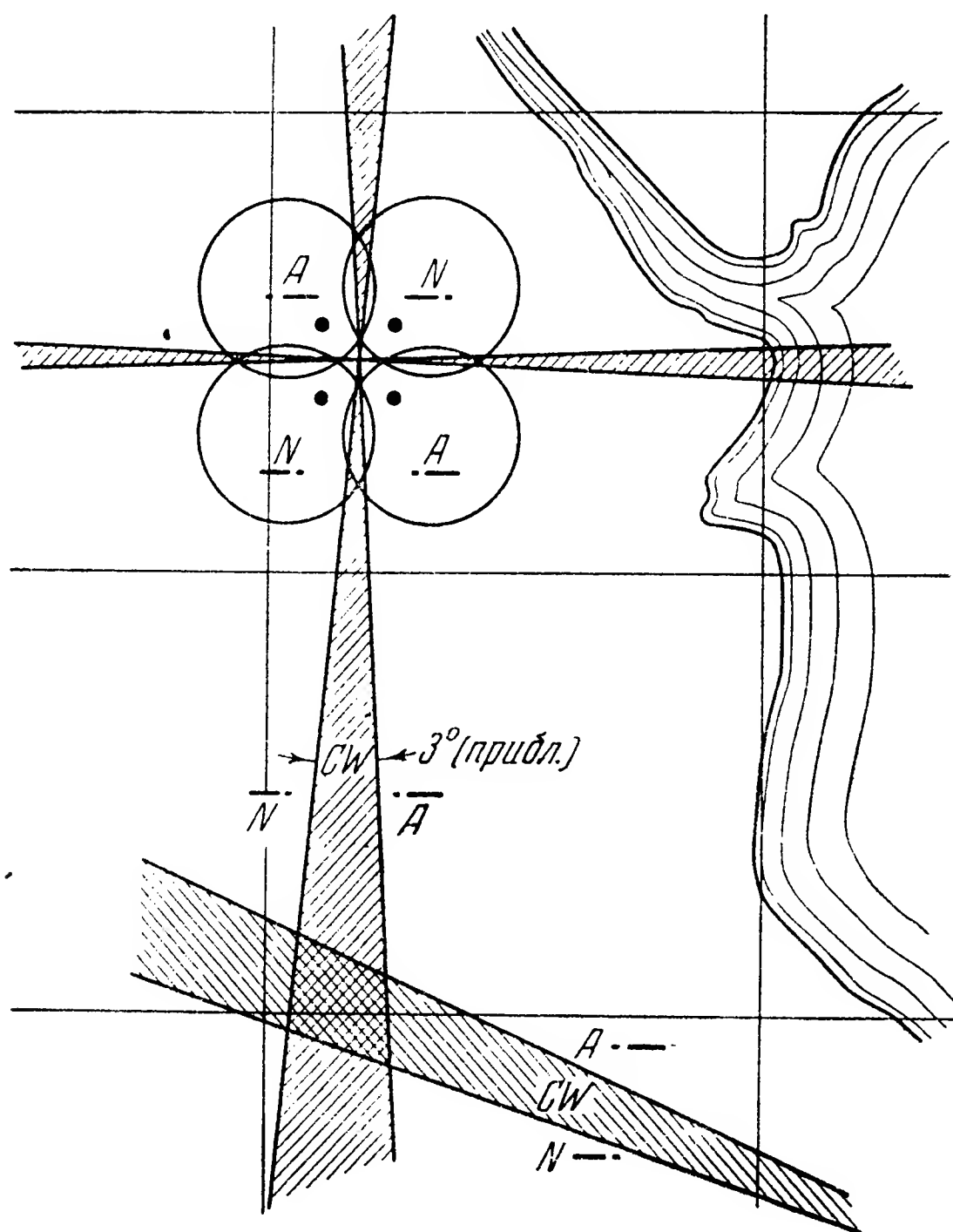


Рис. 2.17. Зональные радиомаяки.

маяка. Определить же свое место он может только или пролетая над самим маяком, что обнаруживается по зоне молчания, или пересекая луч второго маяка. Существуют и другие системы воздушной навигации, использующие только измерение азимута: немецкий зональный радиомаяк «Sonne», маяк «UNF», а также всенаправленные маяки.

Навига́ция путем измерения расстояний до двух или нескольких точек земной поверхности стала возможной исключительно благодаря применению электроники, поскольку точное измерение промежутков времени, а следовательно, и расстояний относится к числу выдающихся достижений этой отрасли техники. Например, навига-

ционная система «Shoran»<sup>1)</sup> использует прямое измерение расстояний методами электроники до маяков, расположение которых известно, и отсюда получает место самолета.

Существует вариант метода измерения расстояний, состоящий в том, что для определения места самолета измеряются не сами расстояния, а разность расстояний самолета от двух наземных станций. При таком методе нужно три или более станций. Рис. 2.18 показывает использование сети гипербол равных раз-

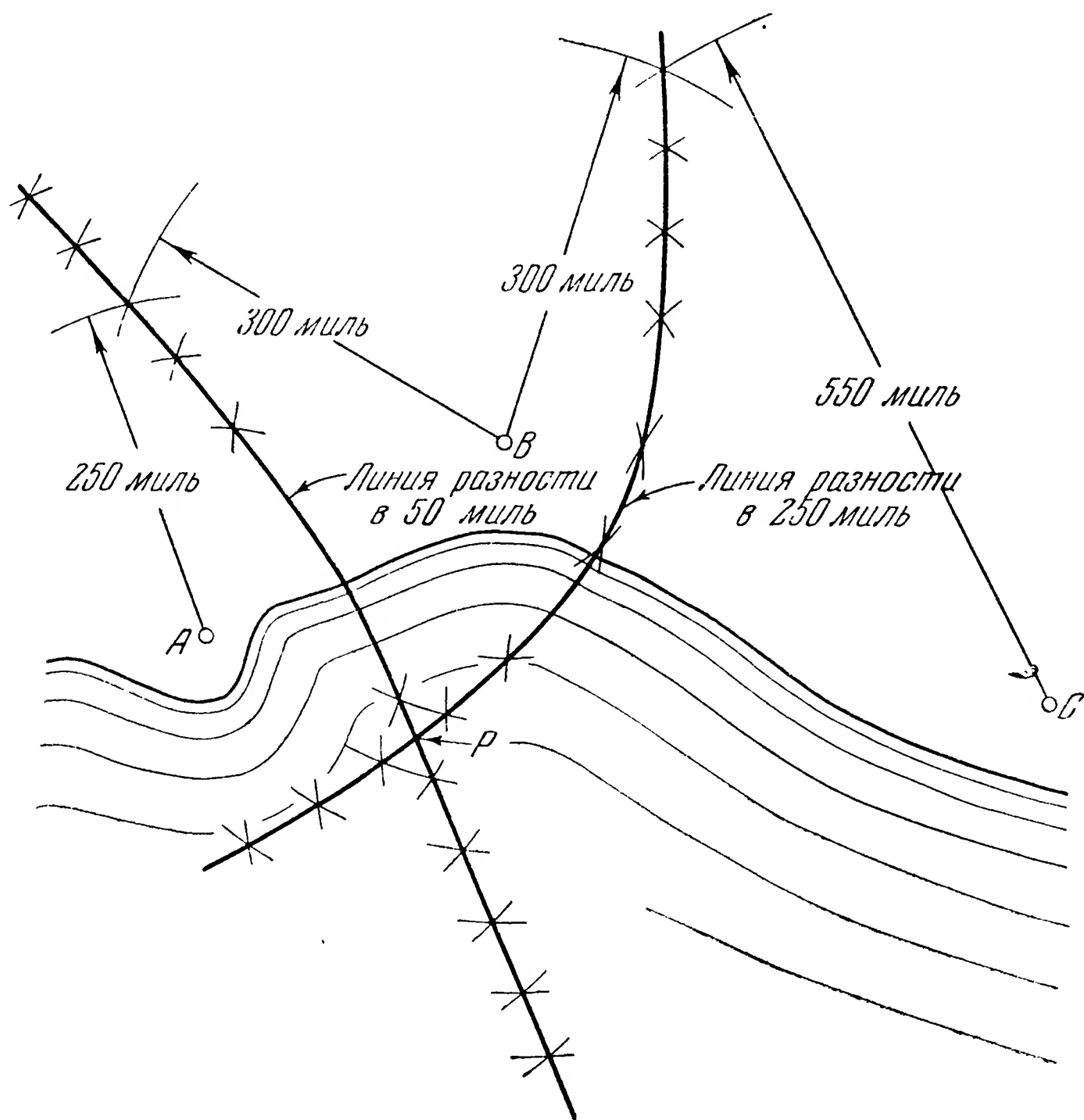


Рис. 2.18. Гиперболы равных разностей расстояний.

ностей для навигации<sup>2)</sup>. Здесь А, В, С означают три маяка, которые могут начинать работать по запросу самолета. По ответу маяков приемник на самолете измеряет разницу во времени получения сигналов от всех трех маяков или разницу в расстояниях до них. Если расстояние до В на 50 миль больше, чем до А, то самолет должен находиться где-то на гиперболе, соответствующей разности в 50 миль, как показано на рис 2.18. Точно так же, если расстояние

<sup>1)</sup> Сокращение слов short range navigation — навигация на малых дальностях. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> Подробнее см. Пестряков В. Б., Радионавигационные угломерные системы, Госэнергоиздат, М. — Л., 1955, стр. 32. (Прим. перев.)

до  $C$  на 250 миль больше, чем до  $B$ , то самолет находится где-то на гиперболе, соответствующей разности в 250 миль. Место самолета  $P$ , очевидно, совпадает с точкой пересечения обеих гипербол. Так как линии постоянных разностей — гиперболы, то системы, использующие прямое измерение разности промежутков времени, т. е. дальностей, называются *гиперболическими сетями*. В настоящее время применяются гиперболические системы «Logan»<sup>1)</sup> и «Gee», использующие импульсное излучение, и «Десса», работающая на непрерывном излучении.

## 2.17. Навигация с использованием земных или астрономических ориентиров

Основной метод всякой навигации есть астрономическая навигация, т. е. определение своего места при помощи небесных светил: Солнца, Луны, планет и звезд. Для применения астрономических методов в их обычных формах требуется ясная погода и видимость светил, точный секстант с картами и таблицами, точное знание времени, хорошо обученный наблюдатель. Отсюда видно, что проблема разработки автоматической астрономической навигации для управления снарядами очень трудна. На Земле существуют и другие возможности выбора физических ориентиров для навигации, например, земное магнитное поле и поле силы тяжести. Эти и другие возможности выбора земных и астрономических ориентиров в дальнейшем будут рассмотрены более подробно.

## 2.18. Автоматическое управление летящими телами

Уже первые энтузиасты радио предвидели возможность автоматического управления движущимися телами. Точно так же автоматическое управление самолетами уже давно предлагали использовать в военных целях. Сообщалось, что немцы еще в 1914 г. выдвинули идею посылки в расположение противника автоматически управляемого беспилотного самолета, начиненного взрывчатыми веществами. В то время эту идею не удалось осуществить, но снаряды «Weagu Willies» второй мировой войны были, в сущности, осуществлением той же самой идеи.

В США первый удачный полет управляемого по радио самолета был осуществлен в сентябре 1924 г. в Dahlgren'e, Virginia, когда беспилотный радиоуправляемый гидроплан взлетел с воды, летал и совершил посадку. Оборудование для этого самолета разработал Майрик (С. В. Mirik) из Морской исследовательской лаборатории;

---

<sup>1)</sup> Лоран («Logan») — сокращение слов «long range navigation» — навигация на больших дальностях. (Прим. перев.)



оно включало в себя ручку управления и было во многом похоже на системы управления, построенные позднее немцами.

В настоящее время автоматическое управление самолетом используется для разгрузки летчика, при воздушной стрельбе (из пушки и ракетами), на мишенях для учебных стрельб зенитной артиллерии, при опасных испытаниях экспериментальных самолетов. Действующая аппаратура и опыт, извлеченный из всех этих областей применения, представляют чрезвычайный интерес для конструктора системы управления снарядами. Но наиболее обширный и ценный статистический материал дает коммерческое использование автопилотов.

## 2.19. Автопилоты для самолетов

Дальность и продолжительность полета коммерческих и военных самолетов быстро увеличиваются; растет и сложность управления. Это вызывает соответствующий рост трудностей в пилотаже. Так, стали обычными трансокеанские или трансконтинентальные полеты, продолжающиеся десять и более часов. Чтобы избежать чрезмерной усталости пилота, необходимо разработать такое оборудование автоматического управления, которое освободило бы пилота от самой утомительной части работы и позволило бы ему использовать свое время для выполнения более важных обязанностей.

Автопилот, как правило, проектируется таким образом, чтобы стабилизировать самолет в полете, удерживать его на заданных высоте и направлении полета и служить для автоматического взлета и посадки. Как выше было сказано, главная часть автопилота есть гироскоп. Гироскоп может быть так устроен, чтобы его ось вращения совпадала с истинной вертикалью (гировертикаль). Свойства гироскопов будут подробно изложены ниже.

На рис. 2.19 представлены упрощенные блок-схемы трех каналов автопилота — каналов крена, тангажа и рыскания.

Рассмотрим канал крена. Каждое отклонение самолета по крену от его нормального положения сопровождается смещением самолета относительно гировертикали; в зависимости от этого смещения гировертикаль вырабатывает свой выходной сигнал. Разность между выходным сигналом гировертикали и сигналом обратной связи элеронов представляет собой команду, приводящую в действие рулевую машинку.

Канал тангажа работает подобным же образом. Всякое отклонение самолета по тангажу относительно гировертикали вызывает соответствующую команду, заставляющую руль высоты отклоняться. В ответ на отклонение руля высоты самолет исправляет свое положение относительно гировертикали. Отметим, что канал тангажа может подобным же образом работать с высотомером, заранее поставленным на определенную высоту. Всякое отклонение от



высоты, поставленной на высотомере, вызовет соответствующее отклонение руля, что и исправит высоту полета.

Канал рыскания работает сходно с первыми двумя, за исключением того, что команда вырабатывается гиромагнитным компасом.

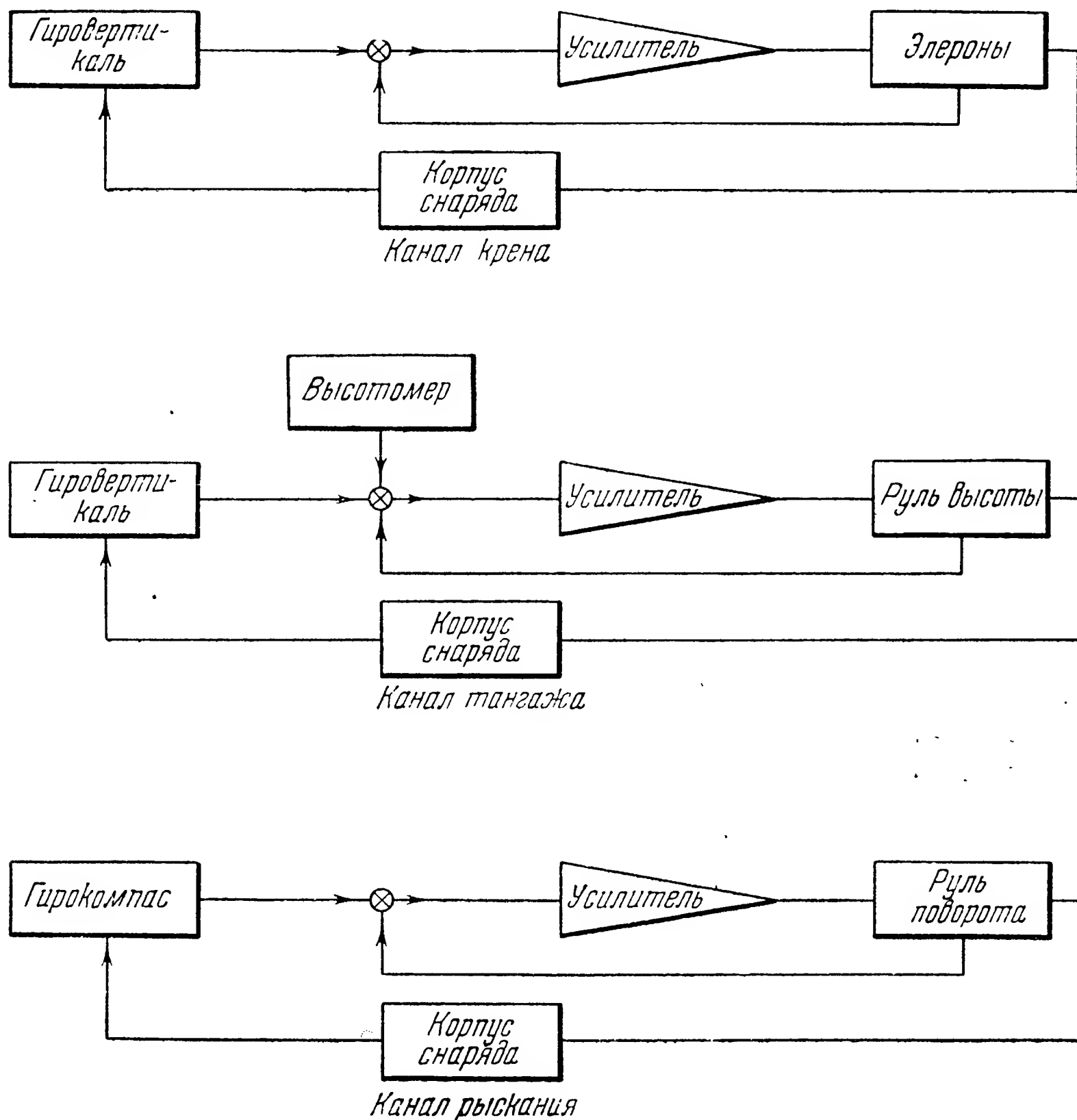


Рис. 2.19. Упрощенная блок-схема автоматического управления креном, тангажем и курсом.

Отклонение самолета от курса, установленного вручную, вызывает работу руля направления и возвращает самолет на верный курс.

На обычных коммерческих самолетах для выполнения разворота требуется координация рулей. По этой причине развороты обычно выполняются летчиком вручную через каналы рыскания и крена. Безопасные пределы угловой скорости разворота назначаются в соответствии с типом самолета, а необходимое соотношение между отклонением руля высоты и элеронов обычно бывает установлено в самом автопилоте.

Если бы мы захотели связать выполнение операций, необходимых при посадке, с аппаратурой для слепого расчета на посадку и приземления, то те же самые сигналы, которые обычно использует летчик, с помощью автопилота могли бы вести самолет и без участия летчика.

Даже из этого упрощенного описания работы автопилотов на самолете видно, что они охватывают многие функции, которые необходимо выполнять и на управляемых снарядах. Чтобы еще больше пояснить это обстоятельство, укажем, что, например, к характеристикам автопилота, применяемого при управлении огнем самолета по скоростному и маневренному истребителю, предъявляются те же требования, что и к автопилоту управляемого снаряда.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Nielsen K. L., Heyda J. F., The Mathematical Theory of Airborne Fire Control, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.
  2. Weyl A. R., Guided Missiles, Temple Press, London.
  3. Ross F., Jr., Guided Missiles, Rockets and Torpedoes, Lothrop, Lee & Shepard Co., New York.
  4. Gatland K. W., Jr., Development of the Guided Missile, Philosophical Library, New York.  
[Есть русский перевод: К. У. Гэтленд, Развитие управляемых снарядов, ИЛМ, 1956. (Прим. перев.)]
  5. Pierce J. A., McKenzie A. A., Woodward R. H. (Eds.), Loran, vol. 4, Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.
  6. Hall J. S., Radar Aids to Navigation, vol. 2, Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.
-

## ГЛАВА 3

### ЗЕМНЫЕ И АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ОРИЕНТИРЫ И СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Наша Земля есть один из самых малых спутников звезды средних размеров и по сравнению с другими небесными телами она была бы совершенно незначительной, если бы не тот факт, что мы живем на ней. Займемся теперь тем, что попробуем направить снаряд из одной точки ее поверхности в другую. Для этого мы должны знать положение точки назначения относительно точки старта. Поскольку предпочтительно задавать положение этих точек наиболее универсальным способом, на поверхности Земли необходимо выбрать универсальную систему отсчета. Если мы рассматриваем снаряд класса поверхность — поверхность, рассчитанный на очень большую дальность, так что за его полетом нельзя следить из точки старта или других точек вдоль его пути, то он должен содержать в себе самом средства для навигации от старта до места назначения. Чтобы обеспечить такую самонавигацию, снаряд должен пользоваться некоторым признаком, позволяющим ему определять собственное положение относительно конечной точки пути. В случае баллистического снаряда, поскольку он неуправляем после конца активного участка, навигация сводится только к тому, чтобы в момент прицеливания предсказать точку падения. Для этого нужно знать силы, действующие на снаряд. Во всех остальных случаях для навигации необходимо уметь непрерывно определять место снаряда.

Существующий опыт навигации позволил найти универсальные средства для определения места на земной поверхности. Этот опыт позволил разработать географические карты. Очертания Земли были измерены и вычислено ее движение относительно других членов солнечной системы и прочих небесных тел. Были найдены земные и астрономические ориентиры и системы отсчета, удобные для использования их в навигации; эти ориентиры или неизменны во времени, или, напротив, изменяются; в последнем случае законы их изменения изучены. В настоящей главе мы коротко рассмотрим эту отрасль знания, важную для управлений снарядами.

### 3.1. Картографические проекции <sup>1)</sup>

При установлении универсальной системы географических координат предполагается, что поверхность Земли есть сфера. Если мы назовем *большим кругом* сферы линию пересечения сферы с плоскостью, проходящей через ее центр, то меридианы будут большими кругами, проходящими через оба полюса. Меридиан, принимаемый за начало при измерении долгот, называется *первым (нулевым)* меридианом. Меридиан, проходящий через Королевскую обсерваторию в Гринвиче, Англия, почти всеми государствами мира признается за первый. Долгота измеряется в градусах к востоку и западу от первого меридиана.

*Широта* некоторого места есть его угловое расстояние от экватора к северу или югу. Очевидно, что широта есть также центральный угол, стягиваемый дугой меридиана между местом и экватором. Численно широта измеряется в градусах к северу или югу от экватора. Любое место на земной поверхности обыкновенно определяют, задавая его долготу и широту.

*Расстоянием* между двумя местами на земной поверхности называется длина траектории, соединяющей их; расстояние обычно измеряется в милях. В морской навигации под расстоянием обычно понимают длину *локсодромии* (локсодромия есть кривая, образующая со всеми меридианами один и тот же угол). Наименьшее расстояние между двумя точками на земной поверхности измеряется по дуге большого круга, проходящего через обе точки. У штурманов единицей длины обычно является морская миля, в которой 6080,20 фута (1,853 м) и которая равна длине одной дуговой минуты большого круга на поверхности Земли.

Направление траектории в любой точке или *путевой угол* корабля или самолета есть угол, образуемый касательной к траектории с меридианом места, измеряемый от севера по направлению часовой стрелки в градусах от 0 до 360.

*Курс* корабля или самолета есть направление его оси в данный момент времени, определяемое подобным же образом.

Рассмотрим теперь некоторые возможные типы управления снарядами класса поверхность — поверхность. Это будут:

а) бескрылые баллистические снаряды, управляемые только до выключения двигателя (V-2);

б) бескрылые баллистические снаряды, управляемые и после выключения двигателя («Viking»);

в) крылатые снаряды, управляемые по земным или астрономическим ориентирам (V-1) <sup>2)</sup>;

---

1) В качестве источника для этого параграфа служила книга: Dutton B., Navigation and Nautical Astronomy, chap. 1. U. S. Naval Institute, 1951.

2) Напомним, что в этой книге понятие «ориентир» шире, чем обычно принято в русской литературе; см., например, §§ 2.15 и 2.17. (Прим. перев.)

г) крылатые снаряды, управляемые при помощи систем типа «Logan», зональных радиомаяков и т. п.

Баллистический снаряд похож на снаряд обычной пушки, только длина ствола этой пушки равна дальности управляемого полета. После того как двигатель выключается, снаряд летит дальше только под действием силы тяжести и аэродинамических сил. Поскольку сила тяжести есть наибольшая из сил, действующих на снаряд в этом случае (прочие силы будут учтены в дальнейшем), траекторию снаряда можно приближенно считать лежащей в плоскости, проходящей через центр Земли, так что проекция траектории на поверхность Земли будет приближенно дугой большого круга. Таким образом, для баллистических снарядов дальность полета измеряется по дуге большого круга; следовательно, для прицеливания по азимуту нужно пользоваться углом пути, измеренным в точке старта в предположении, что траектория снаряда есть дуга большого круга, соединяющего обе точки.

Крылатые снаряды, использующие для полета подъемную силу крыла, обладают более сложными траекториями. Например, в снаряде V-1 для управления курсом использовался магнитный компас; поэтому проекция его траектории на земную поверхность приближенно была локсодромией. Таким образом, V-1 использует для управления физический ориентир, связанный с Землей, или, короче, земной ориентир — земное магнитное поле. Другой метод управления, о котором уже говорилось, состоит в навигации при помощи наблюдения и опознания местности, частным случаем которого является обычная визуальная ориентировка по видимым ориентирам. Чтобы можно было применить этот метод, траектория должна быть проложена над местностью, богатой ориентирами, чтобы упростить их наблюдение и опознание. Если система управления допускает произвольную траекторию, как это имеет место, например, при астрономической навигации, разумно выбрать в качестве траектории дугу большого круга, так как тогда расстояние между двумя точками будет наименьшим, что даст экономию топлива. Однако из тактических соображений, например, чтобы затруднить оборону, может оказаться желательным, чтобы снаряды подлетали к цели с разных сторон. В этом случае в качестве траектории можно выбрать дугу большого круга, дополненную разворотом около цели.

Для изображения земной поверхности в виде плоского рисунка служат карты. На картах нельзя изобразить всех подробностей, поэтому перечислим требования к картам, необходимые с точки зрения применения их в системах управления снарядами:

- а) Должны быть точно нанесены место старта снаряда и цель.
- б) Для удобства большой круг должен изображаться прямой линией.
- в) Карта должна возможно меньше искажать площади.

г) Различные физические особенности местности, такие, как высота над уровнем моря, знание которых может понадобиться в полете, должны быть четко обозначены.

### 3.2. Меркаторская проекция

Огромное большинство морских карт и многие полетные карты делаются в *меркаторской проекции* вследствие того, что на ней измерение координат, расстояний и направлений выполняется очень

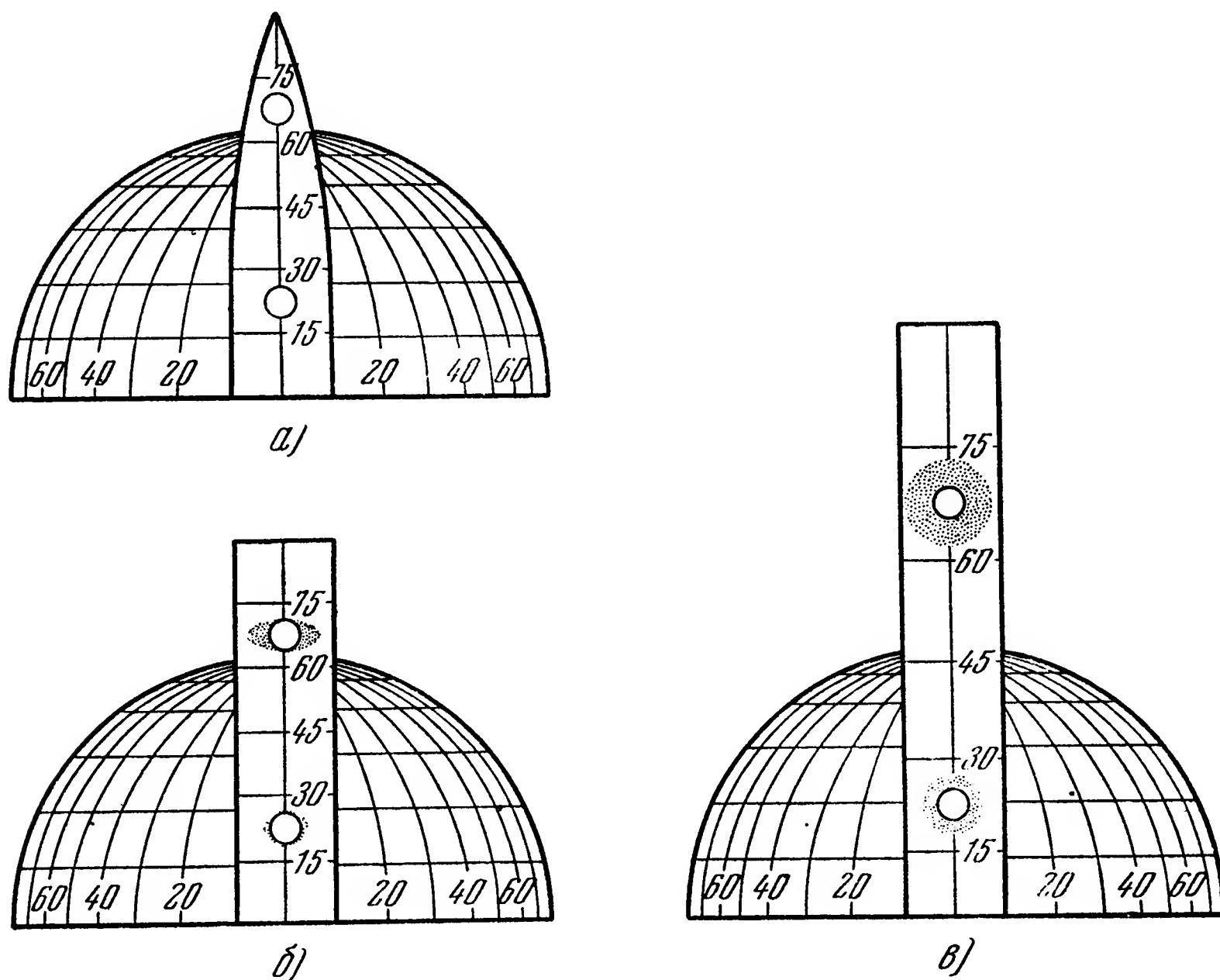


Рис. 3.1. Построение меркаторской проекции.

просто. Кроме того, для морской навигации особенно удобно, что в этой проекции локсодромия изображается прямой линией. Способ построения меркаторской проекции пояснен на рис. 3.1.

На рис. 3.1, а показана часть земной поверхности между двумя меридианами, которая спроектирована на плоскость. Две равные небольшие окружности, нарисованные на земной поверхности под разными широтами, остаются равными и в этой проекции. На рис. 3.1, б отрезки параллелей растянуты так, чтобы меридианы стали прямыми, параллельными друг другу. Искажение земной поверхности, особенно большое в высоких широтах, делает такую карту негодной для штурмана, поскольку он не сможет сравнить то, что изображено на карте, с тем, что он видит. Чтобы получить



верные пропорции, растягивают меридианы в том же отношении, что и параллели. После этого сектор, изображенный на рис. 3.1, а, выглядит как прямоугольник (рис. 3.1, в). Заметим, что, когда широта возрастает, параллели удлиняются; в соответствии с этим увеличивается и растяжение меридианов. Первоначальные малые окружности, вычерченные на земной поверхности, остаются при этом окружностями, но большего радиуса и становятся уже не равными друг другу.

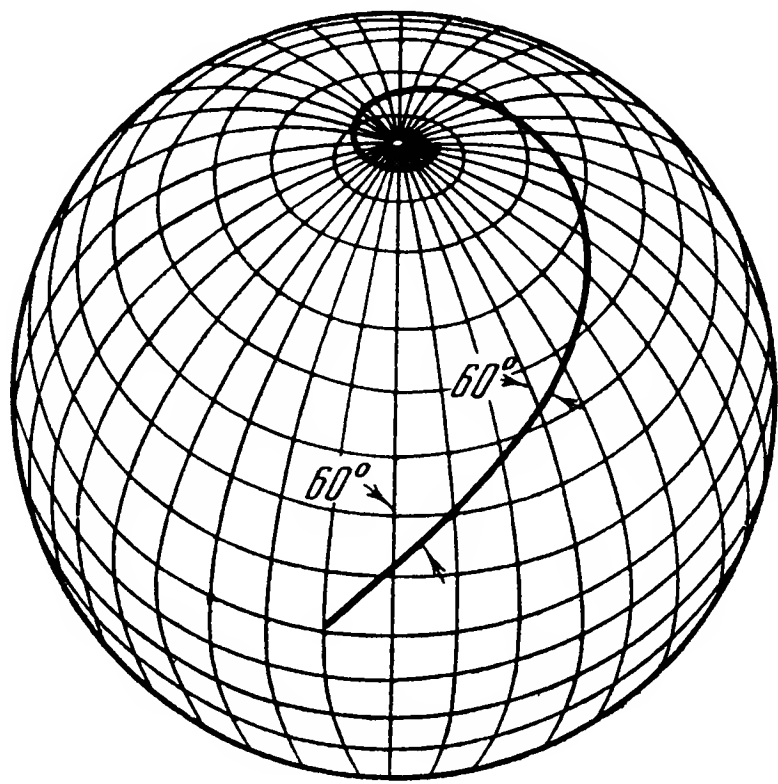


Рис. 3.2. Локсодромия.

Чтобы учесть неодинаковые удлинения, для измерения расстояний под разными широтами нужно применять и разные масштабы.

Для малых расстояний приближенно можно принять, что масштаб изменяется пропорционально секансу широты. Для больших расстояний нужно применять более точный способ, например описанный в книге Bowditch'a «American Practical Navigation». Примем за единицу длины для измерений на меркаторской карте длину одной дуговой минуты экватора. Тогда длина меридиана на карте между

экватором и некоторой заданной широтой, измеренная этой единицей, называется числом *меридиональных частей* для этой широты. Так как меридианы изображаются параллельными прямыми, растяжение параллелей таково, что единица разности долгот имеет на карте всюду одинаковую длину. Поэтому число меридиональных частей в одном градусе долготы везде равно 60. На экваторе градус широты имеет приблизительно ту же самую длину, что и градус долготы; при увеличении широты отношение этих длин растет.

На поверхности земли длина одного градуса широты везде одна и та же и равна 60 морским милям, а длина одного градуса долготы изменяется с широтой. Поэтому масштаб широты на меркаторской карте может быть применен для измерения расстояния только под этой широтой.

*Локсодромия* была выше определена как кривая, составляющая одинаковый угол со всеми меридианами; указывалось, что на меркаторской карте локсодромия изображается прямой линией. Если исключить меридиан и экватор, являющиеся, очевидно, частными случаями, то вообще локсодромия есть спираль, навивающаяся на оба полюса, как показано на рис. 3.2.

Несмотря на то, что меркаторская проекция очень часто применяется для карт, она не удовлетворяет приведенным выше общим

требованиям, поскольку на ней большой круг не изображается прямой линией, и в высоких широтах имеют место большие искажения.

### 3.3. Поперечная меркаторская проекция

Из рис. 3.1, на котором показано построение меркаторской проекции, видно, что поверхность земной сферы проектируется на цилиндр, касающийся сферы вдоль экватора.

Если цилиндр, на который проектируется поверхность сферы, касается ее не по экватору, а по любому большому кругу, то получается *косая меркаторская проекция*. Пусть управляемый снаряд должен лететь по некоторому большому кругу; тогда на косой меркаторской проекции, если цилиндр касается Земли как раз по траектории снаряда, изображение областей, близких к траектории, будет иметь наименьшее искажение. Траектория, как экватор, будет изображаться на карте в виде прямой линии. Такая проекция удовлетворяет общим требованиям для карт, используемых при управлении снарядами.

Если поверхность сферы проектируется на цилиндр, касающийся сферы по меридиану, получается так называемая *поперечная меркаторская проекция*. Эта проекция нашла некоторое применение для навигации в полярных областях, поскольку она дает возможность очень просто измерять расстояния.

### 3.4. Гномоническая проекция

Если меридианы и параллели проектируются на плоскость, касательную к поверхности земного шара, как показано на рис. 3.3, а, то проекция называется *гномонической*. Меридианы проектируются в виде прямых, сходящихся по направлению к полюсу, как показано на рис. 3.3, б, а параллели представляются кривыми линиями. Искажение возрастает вместе с расстоянием от точки касания. Ни расстояния, ни направления не могут быть измерены непосредственно. Главное преимущество гномонической проекции состоит в том, что на ней все большие круги изображаются прямыми линиями.

### 3.5. Полярные карты

Если в качестве точки касания земного шара и плоскости для построения гномонической проекции выбран полюс, то параллели проектируются в виде концентрических кругов, а меридианы — в виде их радиусов. Такая проекция называется *полярной*

*гномонической*. Ее видоизменение, состоящее в том, что одинаковым разностям широт соответствуют одинаковые расстояния между параллелями на карте, называется *полярной азимутальной эквидистантной проекцией*.

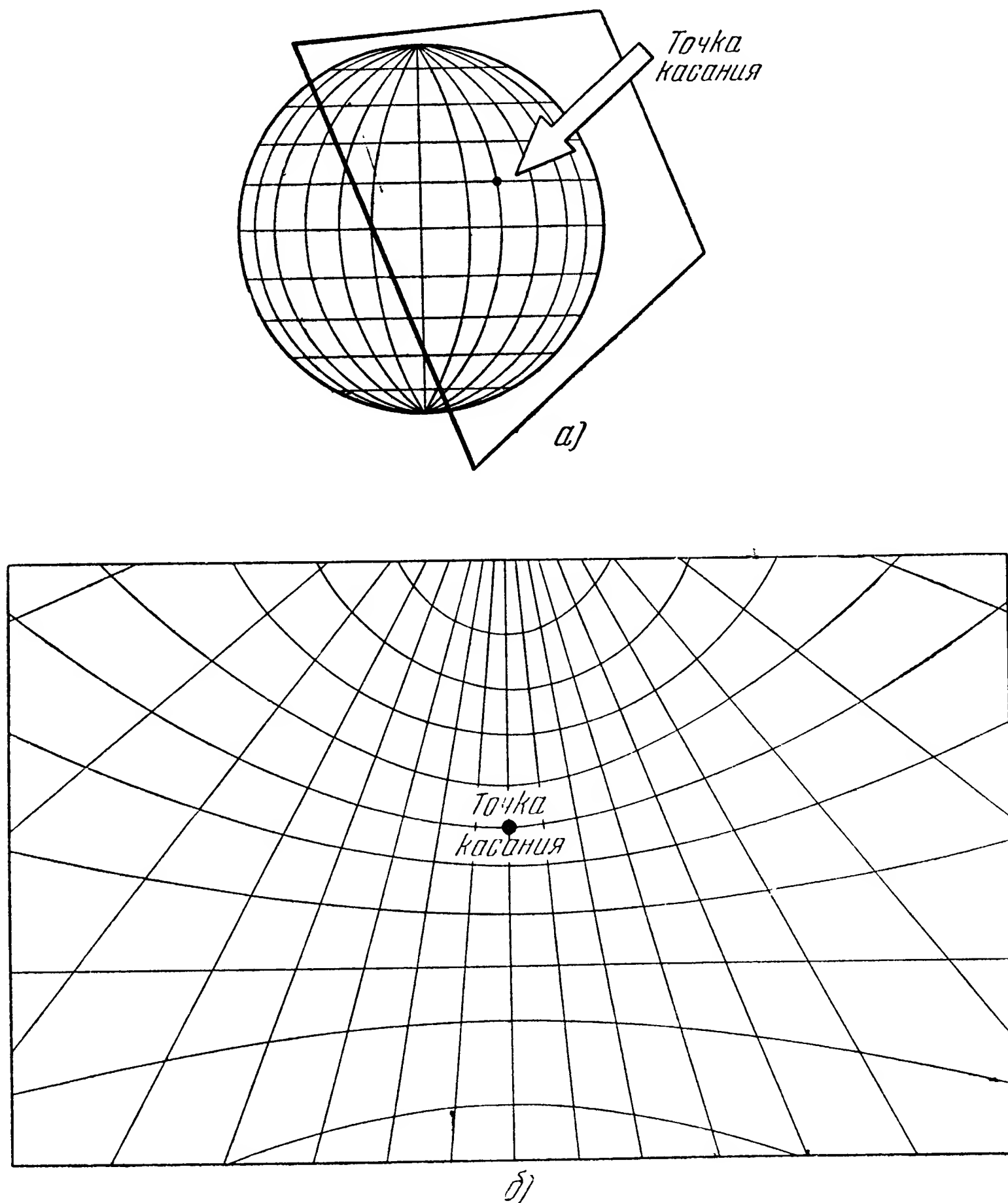


Рис. 3.3. Гномоническая проекция.

Другая проекция, служащая для построения полярных карт, есть *стереографическая*, в которой плоскость проекций перпендикулярна к земной оси, а точки земного шара переносятся на плоскость проекций прямолинейными лучами, проведенными из другого полюса.

Карты околополярных областей в гномонической, азимутальной эквидистантной и стереографической проекциях настолько близки друг к другу, что по внешнему виду их трудно различить. Все

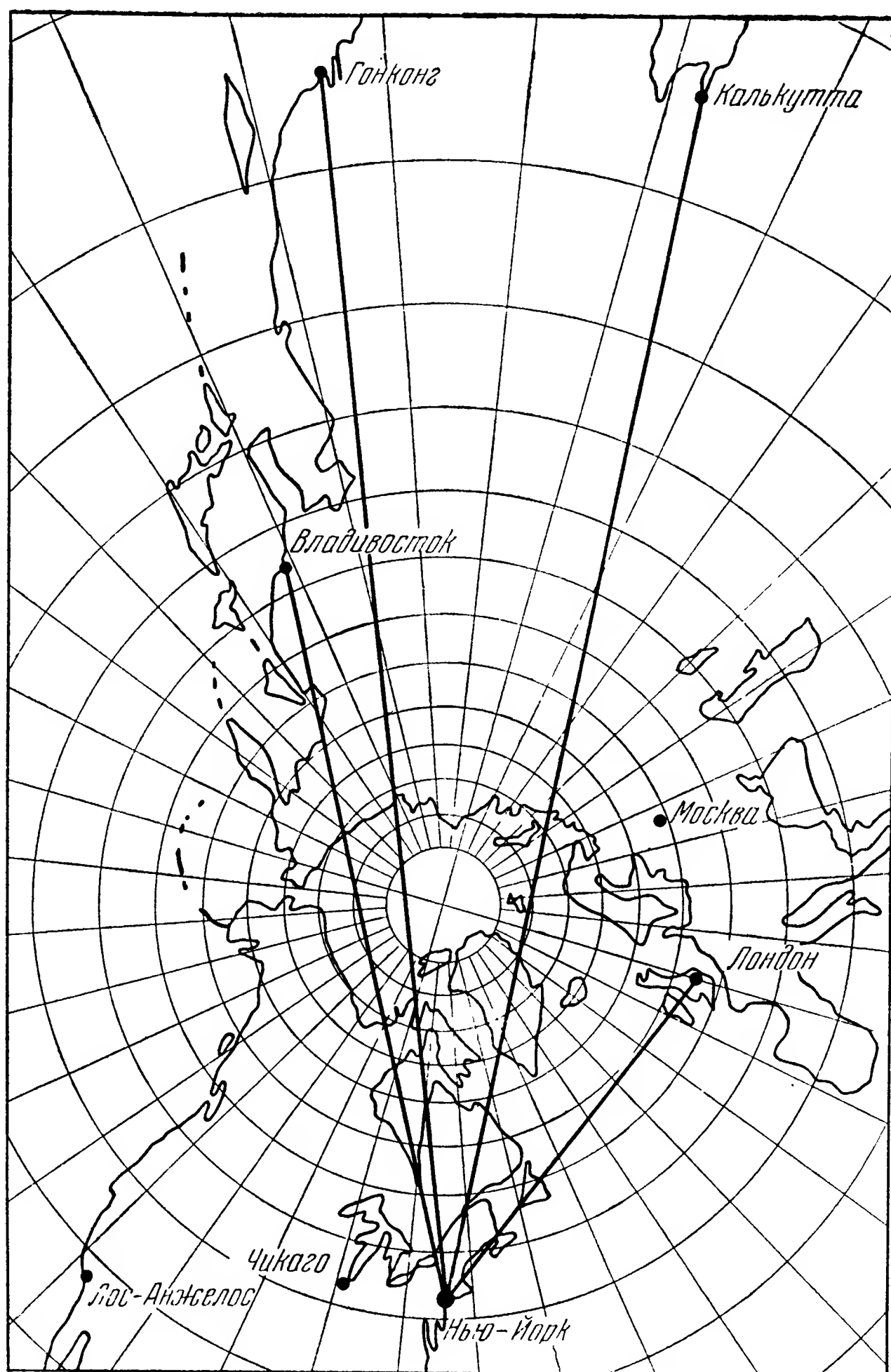


Рис. 3.4. Полярная гномоническая карта и некоторые большие круги.

эти проекции находят себе применение в практической навигации. На рис. 3.4 в качестве примера приведена карта в полярной гномонической проекции с нанесенными на ней некоторыми большими кругами.

### 3.6. Равноугольная проекция Ламберта

Образование *равноугольной проекции Ламберта* может быть пояснено следующим образом. На рис. 3.5, а сфера изображает земной шар; на сферу надет конус таким образом, что его ось совпадает с осью Земли. Размер конуса выбран так, что он пересекает сферу по двум параллелям, широта которых заранее назначена. Меридианы проектируются на конус в виде прямых линий и

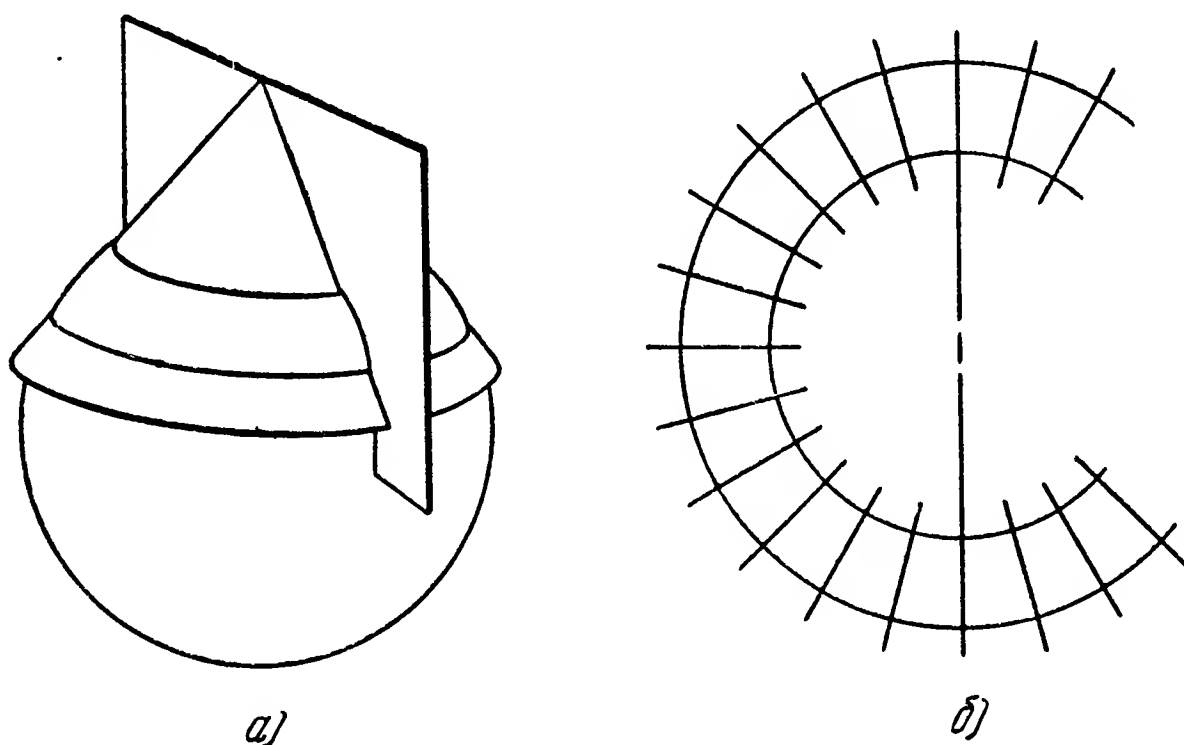


Рис. 3.5. Равноугольная проекция Ламберта.

такими остаются на карте. Часть поверхности сферы между выбранными параллелями при проектировании будет сжата, остальная поверхность — растянута.

Конус разрезается вдоль образующей и разворачивается на плоскость, как показано на рис. 3.5. Отметим, что параллели изображаются на карте в виде дуг concentрических окружностей с центром в вершине конуса.

Равноугольная проекция Ламберта имеет следующие достоинства:

а) Искажение сравнительно невелико, причем по двум выбранным параллелям оно отсутствует.

б) С несущественной ошибкой на всей карте можно измерять расстояния при помощи одного масштаба.

в) Меридианы и параллели пересекаются под прямыми углами, а углы, образованные двумя любыми линиями на сфере, изображаются на карте без искажения.

г) Прямая линия на карте всегда соответствует большому кругу на сфере.

Таким образом, равноугольная проекция Ламберта точно удовлетворяет требованиям, необходимым для применения в управлении снарядами.

### 3.7. Поликоническая проекция

Если проекция выполнена на целом ряде конусов, касающихся земного шара, она называется *поликонической* (рис. 3.6). Меридианы, за исключением одного, так называемого осевого, изображаются кривыми линиями. Параллели суть окружности, центры которых расположены на осевом меридиане, обычно за пределами карты.

Искажение вдоль осевого меридиана отсутствует; оно вообще невелико, за исключением случая большой разности долгот. Так как в этой проекции контуры передаются точнее, чем в других обычно применяемых проекциях, большинство физических и политических карт делается в этой проекции. Для целей навигации поликоническая проекция непригодна, потому что на ней сложно измерять направления и расстояния; кроме того, и большой круг и локсодромия изображаются кривыми линиями.

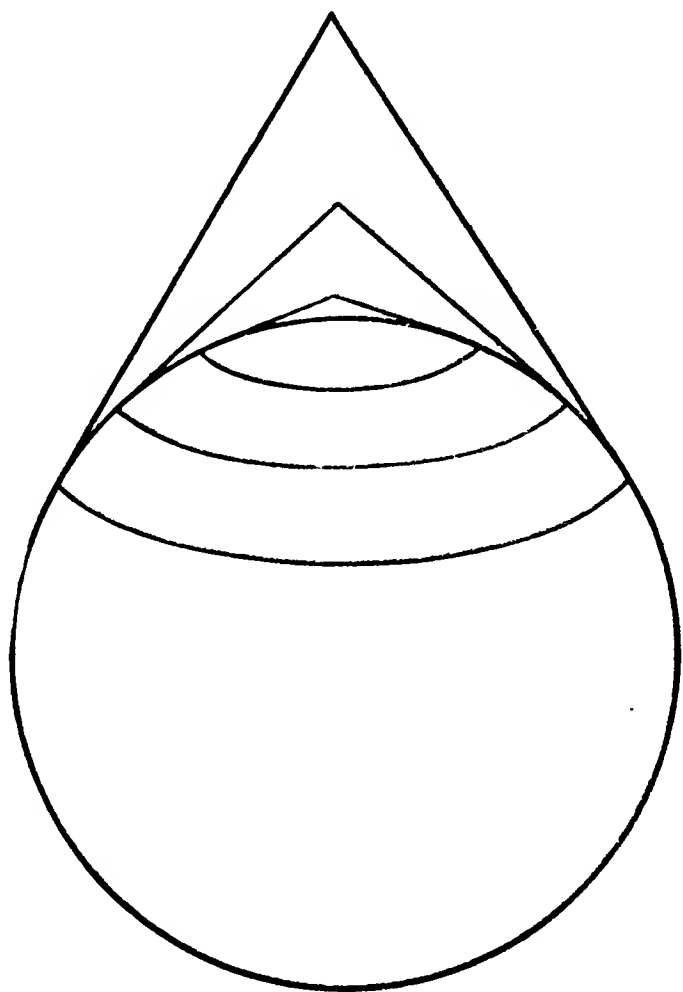


Рис. 3.6. Поликоническая проекция.

### 3.8. Движение Земли

Земля совершает сложное движение, состоящее в основном из следующих движений:

- а) суточное вращение вокруг своей оси,
- б) годичное обращение вокруг Солнца,
- в) прецессия относительно оси эклиптики с периодом 25 800 лет,
- г) движение вместе с солнечной системой относительно других звезд.

### 3.9. Явления, связанные с вращением Земли

Вследствие вращения форма Земли представляет собой сплюснутый сфероид. Центробежная сила, развиваемая при вращении, вызывает изменения в силе тяжести на поверхности Земли. Ветры и океанские течения также подвержены влиянию вращения Земли. Величина, играющая в навигации главную роль — время, — измеряется суточным вращением Земли относительно Солнца или других светил.

### 3.10. Форма Земли

Вследствие вращения Земли расстояние между полюсами не равно диаметру экватора. Это обстоятельство затрудняет как изготовление карт, так и определение по величине и направлению вектора силы



тяжести. Сплюснутость Земли очень трудно измерить; цифры, полученные различными учеными, расходятся. Для карт Северной Америки применяются обычно измерения Кларка, сделанные в 1866 г.

Кларк получил следующие результаты<sup>1)</sup>:

	Уставные мили	Морские мили
Диаметр экватора . . . . .	7926,5	6883,2
Расстояния между полюсами	7899,6	6859,9
Разность . . . . .	26,9	23,3
Средний диаметр . . . . .	7917,5	6875,5

Сжатие земли, отнесенное к диаметру экватора, составляет приблизительно 0,339‰.

### 3.11. Влияние вращения Земли на силу веса

Направление вектора силы веса есть одна из важнейших систем отсчета, применяемых человеком. Сооружения строятся по отвесу, гировертикали и гирокомпасы используют маятниковый эффект, съемка местности производится с применением отвеса и уровня.

Закон всемирного тяготения Ньютона формулируется следующим образом: «всякие два тела притягиваются с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними». В математической форме этот закон имеет вид

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}, \quad (3.1)$$

где  $F$  есть сила притяжения двух тел с массами  $m_1$  и  $m_2$ , расстояние между которыми есть  $d$ . Величина  $G$  — гравитационная постоянная; ее численное значение равно  $6,66 \cdot 10^{-8}$ , а размерность  $\text{см}^3 \text{г}^{-1} \text{сек}^{-2}$ , причем массы  $m_1$  и  $m_2$  считаются измеренными в граммах, расстояние в сантиметрах; тогда сила  $F$  получится в динах. Сила притяжения  $g$ , действующая на единицу массы у поверхности Земли, есть частный случай проявления ньютоновой силы тяготения. Если мы допустим, что Земля есть однородный неизменяемый шар, а все другие тела отсутствуют (все эти предположения суть лишь приближения к действительности), то для вычисления  $g$  нужно в равенстве (3.1) положить  $m_1 = M_e$ , где  $M_e$  — масса Земли,  $m_2 = 1$ ,  $d = R$ , где  $R$  — радиус Земли; тогда будет:

$$g = G \frac{M_e}{R^2}. \quad (3.2)$$

<sup>1)</sup> Уставная миля в США равна 1,609 км. Морская миля в США 1,853249 км английские мили несколько отличаются от американских. (Прим. перев.)

Масса Земли определена в  $6,15 \cdot 10^{27}$  г при средней плотности приблизительно 5,5. Это значение средней плотности предполагает очень высокую плотность вещества в центре Земли, так как плотность горных пород на земной поверхности заключена в пределах от 2,5 до 2,8.

Вес на земной поверхности есть сумма силы притяжения и центробежной силы, развивающейся вследствие вращения Земли, как показано на рис. 3.7. Центробежная сила  $c$  может быть выражена в виде

$$c = m\omega^2 r, \quad (3.3)$$

где  $m$  — масса,  $r$  — расстояние массы  $m$  от оси вращения и

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{86164,1} = \\ &= 7,29211 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{сек}} \end{aligned}$$

— угловая скорость вращения Земли. Из рис. 3.7 очевидно, что центробежная сила равна нулю на полюсах и достигает максимума на экваторе.

Если мы предположим, что Земля есть шар радиуса  $R$ , то сила притяжения единицы массы  $g_m$  будет одной и той же во всех точках поверхности. Если  $c_e$  есть центробежная сила на экваторе, а масса  $m$  в (3.3) равна единице, то будет:

$$c_e = \omega^2 R. \quad (3.4)$$

На некоторой широте  $\varphi$  центробежная сила, действующая на единицу массы, будет:

$$c_\varphi = \omega^2 R \cos \varphi = c_e \cos \varphi. \quad (3.5)$$

Составляющая силы  $c_\varphi$ , направленная по земному радиусу и прямо противоположная силе притяжения, будет  $c_\varphi \cos \varphi = c_e \cos^2 \varphi$ . Поэтому полная сила  $g_\varphi$ , действующая на единицу массы по направлению радиуса Земли, будет:

$$g_\varphi = g_m - c_e \cos^2 \varphi. \quad (3.6)$$

Для экватора это дает ( $\cos \varphi = 1$ ):

$$g_e = g_m - c_e. \quad (3.7)$$

Если обозначить через  $g_p$  силу, действующую вдоль радиуса Земли на единичную массу, расположенную на одном из полюсов,

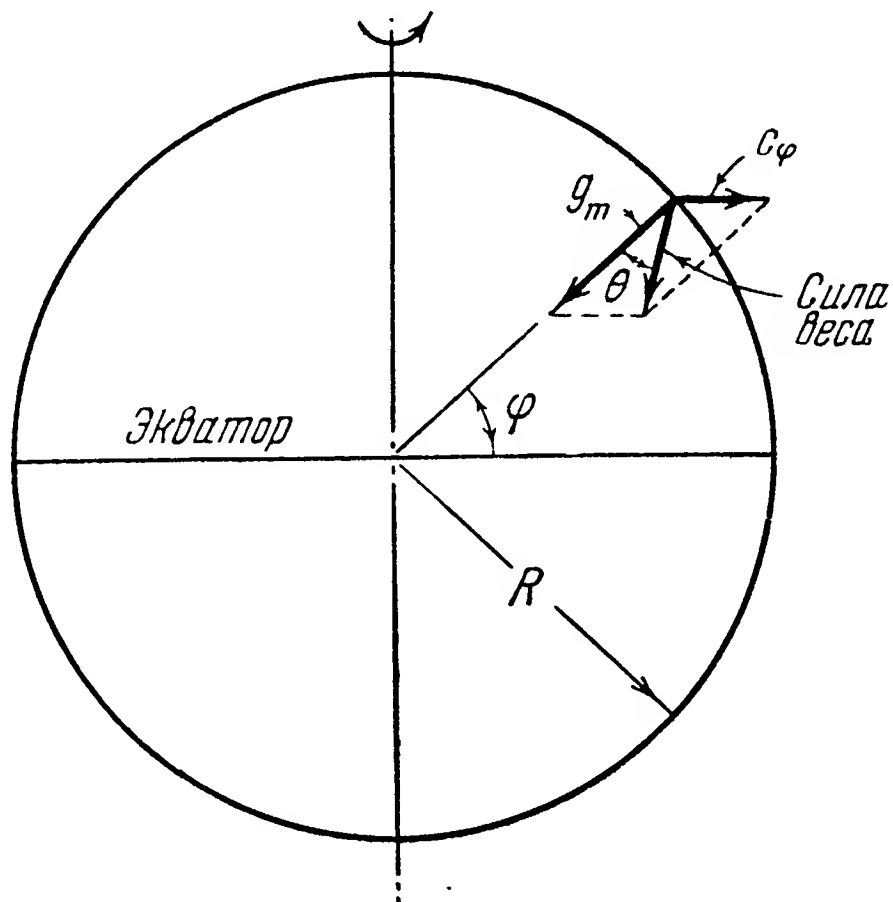


Рис. 3.7. Зависимость веса от центробежной силы.

то так как  $\cos 90^\circ = 0$ , из (3.6) получаем  $g_p = g_m$ ; вычитая отсюда (3.7), получим:

$$c_e = g_p - g_e. \quad (3.8)$$

Если подставить значения (3.7) и (3.8) в (3.6), мы получим<sup>1)</sup>:

$$g_\varphi = g_e \left[ 1 - \frac{g_p - g_e}{g_e} \sin^2 \varphi \right]. \quad (3.9)$$

Это равенство не учитывает изменения радиуса Земли вследствие ее полярного сжатия. Беррот (Berroth) в 1916 г. опубликовал следующую формулу, включающую в себя поправку на сжатие Земли:

$$g_\varphi = 978,046 (1 + 0,005296 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi). \quad (3.10)$$

В таблице 3.1 приведены значения  $g_\varphi$  для разных широт; эта таблица применяется для введения поправок на широту при гравиметрических съемках.

Угол  $\theta$  (рис. 3.7) между радиусом Земли и силой веса представляет интерес для управления снарядами. Действительно, направление силы веса определяет собой положение покоя маятника; направление

Таблица 3.1

Величина  $g_\varphi$  для разных широт

Широты	см/сек <sup>2</sup>	фут/сек <sup>2</sup>
0	978,046	32,08812
10	978,203	32,09327
20	978,652	32,10801
40	980,178	32,15807
50	981,078	32,18760
60	981,930	32,21555
70	982,623	32,23829
80	983,073	32,25305
90	983,223	32,25797

земного радиуса мы будем называть истинной вертикалью. Тогда  $\theta$  есть поправка, которая должна быть прибавлена к показаниям любого прибора, основанного на принципе маятника, чтобы получить истинную вертикаль. Так как составляющая центробежной силы по перпендикуляру к радиусу Земли есть  $c_\varphi \sin \varphi = c_e \sin \varphi \cos \varphi$ , то

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{c_e \sin \varphi \cos \varphi}{g_\varphi}. \quad (3.11)$$

Нетрудно видеть, что эта поправка равна нулю на полюсах

и экваторе и достигает максимума приблизительно на широте  $45^\circ$ . Чтобы дать понятие о величине этой поправки, укажем, что на  $45^\circ$  северной широты отвес отклоняется от истинной вертикали на  $9'$  к югу.

Поскольку притяжение изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли, а центробежная сила увеличивается с этим расстоянием, можно ожидать, что поправка  $\theta$  будет изменяться с высотой. Это изменение нетрудно вычислить; оно оказывается совершенно незначительным. Например, изменение  $\theta$  под

<sup>1)</sup> Jakosky J. J., Exploration Geophysics, Trija Publishing Co., 1950, p. 253.

широтой  $45^\circ$  между земной поверхностью и высотой 60 000 футов ( $\approx 18\,000$  м) приблизительно равно  $4,5''$ . Эта величина на один порядок выше чувствительности существующих измерительных приборов.

Существуют гравитационные аномалии, происходящие от больших масс с плотностью, отличающейся от нормальной. Например, если эти массы плотнее окружающих пород, они вызывают отклонение отвеса по направлению к себе. Хотя эти аномалии обычно, исключая горные районы, не превосходят  $10''$ , они все же заслуживают внимания. Так, аномалия между северным и южным берегом Пуэрто-Рико может дать ошибку в измерении расстояний порядка  $2\%$ .

Навигационные карты строятся на основании определения мест на земной поверхности путем астрономических наблюдений. При астрономическом определении места на земной поверхности координаты светил определяются относительно направления силы веса в данном месте, какой бы прибор для этой цели ни применялся: отвес, линия горизонта в океане, пузырек уровня и т. п. Пусть, например, мы определили из астрономических наблюдений, что место находится на  $45^\circ$  северной широты. Тогда, так как каждая минута дуги имеет длину, равную морской миле, расстояние по меридиану до экватора должно быть 2700 морских миль. Но вследствие вращения Земли сила веса, как было выше отмечено, отклоняется от истинной вертикали приблизительно на  $9'$ , и мы получили бы в случае сферической Земли 2691 морскую милю вместо 2700. Так как Земля не есть шар, ошибка будет иметь несколько другую величину. Как выше уже говорилось, карты учитывают сжатие Земли, но поскольку штурман зависит от астрономической навигации, а эта последняя в свою очередь связана с направлением силы веса в качестве системы отсчета, все его построения связаны с астрономическими наблюдениями, а следовательно, измеренные им расстояния отличаются от расстояний, полученных при помощи прямых измерений.

Степень влияния этого обстоятельства на решение проблемы управления снарядами зависит от того, какой метод управления будет применен. Если применяется астрономическая навигация, то определение места важнее определения расстояний, покрытых снарядом. Если система управления дополнена инерционными средствами, где для определения направления движения и пройденного расстояния применяется интегрирование ускорений, очень важно действительное расстояние между местом старта и целью. Если применяется баллистический снаряд, то важны как покрытое расстояние, так и влияние гравитационных аномалий, имеющихсь вдоль траектории снаряда и в районах старта и цели.

### 3.12. Эффект Кориолиса

При рассмотрении силы тяготения и влияния центробежной силы мы приняли, как само собой разумеющееся, существование некоторой неподвижной (или инерциальной) системы отсчета в соответствии

с ньютоновой механикой. Но существуют и другие системы координат, в которых явления протекают иначе.

Представим себе комнату, в которой координатный трехгранник образован стенами и полом или потолком. Пусть материальная точка падает и наблюдается нами внутри этой комнаты; ее траектория будет иметь некоторую определенную форму. Если мы теперь заставим комнату и связанную с ней координатную систему быстро вращаться, а силы, приложенные к точке, оставим неизменными, траектория падающей точки во вращающейся системе координат будет уже не та, что в первом случае.

Наблюдатель на Земле находится именно в такой вращающейся системе отсчета как вследствие суточного вращения Земли, так и вследствие обращения Земли вокруг Солнца. Поэтому координатные системы на Земле, строго говоря, не являются инерциальными. Если влияние обращения Земли вокруг Солнца чрезвычайно мало и для наших целей им можно пренебречь, то влияние суточного вращения Земли, например, на полет баллистического снаряда дальнего действия уже заметно. Выше было показано, что ускорение силы веса есть векторная сумма ускорений силы притяжения и центробежной силы. Если рассматривается относительное (кажущееся) ускорение свободно падающего тела в системе координат, связанных с Землей, должно быть добавлено еще *ускорение Кориолиса*.

Доказательство существования кориолисова ускорения можно найти в курсах теоретической физики<sup>1)</sup>. Применение теоремы Кориолиса к свободному падению тел у поверхности Земли показывает, что тело отклоняется от вертикали к востоку на величину

$$x = \frac{1}{3} \omega g t^3 \cos \varphi, \quad (3.12)$$

где  $\omega$  — угловая скорость Земли,  $g$  — ускорение силы веса,  $t$  — время падения и  $\varphi$  — широта. Физический смысл этого результата пояснен на рис. 3.8. Точка  $P$ , находящаяся на некоторой высоте над экватором, движется к востоку более быстро, чем лежащая под нею точка  $A$  экватора, потому что точка  $P$  находится на большем расстоянии от оси вращения. За время падения точка  $A$  переместится в  $A'$ , а частица, начав свое падение из  $P$ , упадет к востоку от  $A'$ .

Если тело брошено вертикально вверх, можно показать, что при падении оно отклонится к западу от точки бросания на величину

$$x = \frac{4}{3} \omega g t^3 \cos \varphi. \quad (3.13)$$

<sup>1)</sup> См., например, Page Leigh, Introduction to Theoretical Physics, chap. 1, New York, 1947. [На русском языке — в любом курсе теоретической механики; см., например, Су слов Г. К., Теоретическая механика, Гостехиздат, 1946, стр. 236. (Прим. перев.)]



Чтобы пояснить этот результат, на рис. 3.9 снова показано сечение Земли в плоскости экватора. Когда тело брошено вертикально вверх, его расстояние от центра вращения возрастает. Поскольку точка старта  $A$  движется к востоку, поднимающееся тело должно было бы увеличивать свою скорость движения к востоку, чтобы все время оставаться над точкой  $A$ . Так как восточная составляющая скорости тела не может быть больше скорости точки  $A$ , тело отстает

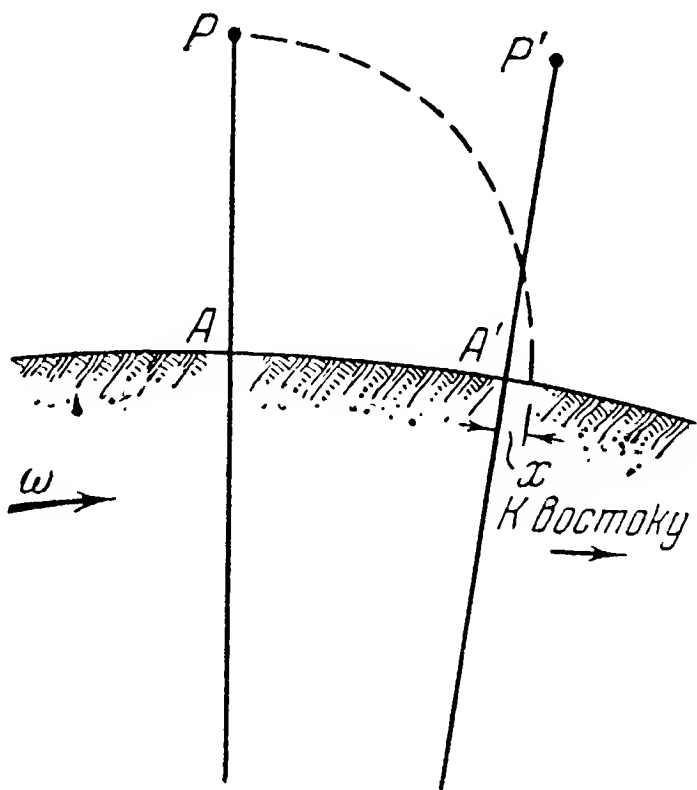


Рис. 3.8. Эффект Кориолиса для падающего тела.

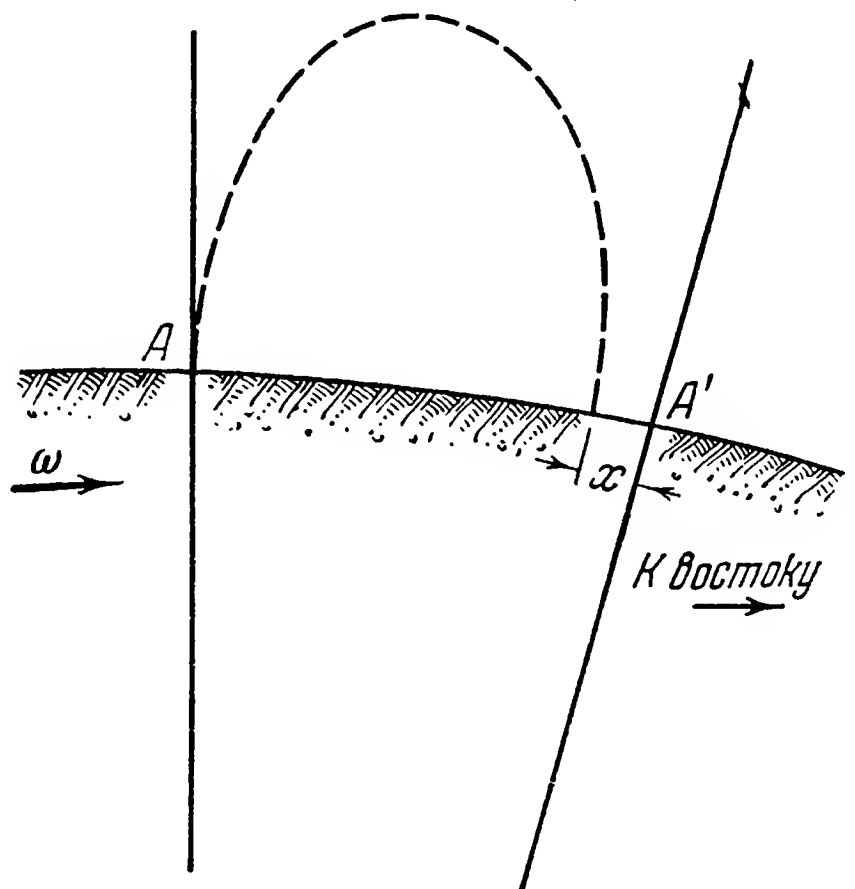


Рис. 3.9. Эффект Кориолиса для тела брошенного вертикально вверх.

и падает на Землю к западу от точки  $A'$ , в которую точка старта перейдет за время полета.

Нужно отметить, что кориолисово ускорение не действует на положение равновесия отвеса; поэтому отвесная линия всегда направлена вдоль силы веса. Эффект Кориолиса появляется только у свободно падающих тел<sup>1)</sup>. В случае баллистических снарядов дальнего действия (которые после окончания работы двигателя свободно падают) время полета значительно, и поправка на эффект Кориолиса становится заметной. Она должна быть учтена при прицеливании в соответствии с формулой (3.13). Для снарядов, похожих на немецкий V-1, которые управляемы до положения над целью, а затем падают баллистически, нужно применять формулу (3.12). Поскольку высота  $h$ , с которой падает тело, может быть представлена как  $\frac{1}{2}gt$ , из (3.12) получаем:

$$x = \frac{1}{3} \omega \sqrt{\frac{8h^3}{g}} \cdot \cos \varphi. \quad (3.14)$$

<sup>1)</sup> Эта формулировка способна привести к недоразумениям. Кориолисова сила появляется и при относительном движении со связями. В случае управляемого полета она может компенсироваться силами, прилагаемыми к снаряду системой управления. (Прим. перев.)



Поправка в этом случае незначительна, поскольку высота полета (по условиям работы двигателя и функционирования органов управления), вероятно, не может превысить границы тропосферы. В случае V-1 неточности, вызываемые самим пикированием, настолько велики, что по сравнению с ними вводить подобную поправку бессмысленно.

До сих пор мы рассматривали эффект Кориолиса в случае свободного падения тел. Тело, движущееся горизонтально по поверхности Земли, также подвержено действию ускорения Кориолиса. Частица, движущаяся прямолинейно в горизонтальной плоскости относительно Земли, в действительности движется по кривой линии и потому подвержена влиянию кориолисова ускорения. Возможно, что это легче понять, если представить себе самолет или снаряд летящим у поверхности Земли; его траектория в пространстве искривлена вследствие вращения Земли. Любое устройство с маятником или уровнем, используемое для определения вертикали на таком быстро-летящем объекте, подвержено действию кориолисова ускорения. Горизонтальная составляющая этого ускорения будет:

$$y = 2\omega v \sin \varphi, \quad (3.15)$$

где  $v$  — горизонтальная скорость снаряда или самолета. Следует отметить, что ускорение  $y$ , а соответственно и необходимость в поправке, увеличиваются с возрастанием скорости  $v$  и широты  $\varphi$ . В случае полета на большой скорости и в высоких широтах в показаниях приборов, использующих маятниковый эффект с целью определения истинной вертикали, появится заметная ошибка, вызванная кориолисовым ускорением.

Рассмотрим движение баллистического снаряда, начиная с конца активного участка. Снаряд в начальный момент движется под некоторым углом к горизонту, и если мы представим себе его полет происходящим в вакууме, имеет постоянную горизонтальную составляющую скорости. Кориолисово ускорение будет стремиться отклонить снаряд от движения по большому кругу, причем отклонение будет зависеть от горизонтальной составляющей скорости и от широты. Повторяем, что отклонение будет заметно в случае снарядов, обладающих большой скоростью и выпущенных в высоких широтах. Отклонение всегда направлено вправо (если смотреть по направлению движения) в северном полушарии и всегда влево в южном независимо от направления полета <sup>1)</sup>.

### 3.13. Время

Время, которым мы здесь пользуемся, есть искусственно введенная координата, происходящая от явления суточного вращения

<sup>1)</sup> Доказательство см., например, в книге: Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И., Курс теоретической механики, т. II, Гостехиздат, 1955, стр. 419. (Прим. перев.)

Земли относительно Солнца. Продолжительность одного полного оборота Земли, отсчитываемого по Солнцу, зависит от положения, занимаемого обоими телами друг относительно друга в начале и в конце суток. Скорость Земли при движении по орбите вокруг Солнца не постоянна, вследствие чего и продолжительность суток, определяемая по Солнцу, также не постоянна. Чтобы преодолеть эту трудность и все же пользоваться удобствами солнечного времени, введено воображаемое *среднее Солнце*, которое движется в течение года равномерно по небесному экватору и совершает один полный оборот за то же время, что и истинное Солнце по эклиптике. Таким образом, продолжительность средних солнечных суток равна средней продолжительности истинных солнечных суток за весь год. Время, измеряемое при помощи среднего Солнца и отсчитываемое от полуночи, называется *гражданским* временем. Гражданское время отличается от истинного солнечного времени; разница между ними называется *уравнением времени* и достигает максимального значения (около  $16\frac{1}{2}$  минут) в ноябре месяце.

Во избежание путаницы в измерении времени Земля разделена на часовые пояса, каждый шириной в  $15^\circ$  долготы. Нулевой пояс простирается на  $7,5^\circ$  в обе стороны от нулевого меридиана, за который принято считать Гринвичский меридиан. Этим обеспечивается простота в переводе долготы во времени и наоборот. Время для нулевого Гринвичского меридиана, называемое *гражданским гринвичским временем*, особенно важно для штурманов, потому что координаты небесных тел в календарях приводятся по этому времени.

Если мы будем измерять время, пользуясь вращением Земли относительно звезд, мы получим *звездное время*. Звездное время необходимо штурману при навигации по неподвижным звездам, которые называются неподвижными потому, что изменение их видимого положения в течение человеческой жизни ничтожно. Следовательно, в каждый заданный момент звездных суток звезды находятся всегда в одних и тех же местах на небе, каково бы ни было при этом гражданское время. Гражданские сутки длиннее звездных приблизительно на 4 минуты. Это происходит по следующей причине. Так как Земля вращается вокруг Солнца, положение Солнца относительно звезд кажется изменяющимся в течение года. Когда Земля проходит вокруг Солнца  $360^\circ$ , относительно звезд она проходит больше чем  $360^\circ$ . В этом и есть причина разной продолжительности гражданских и звездных суток.

Точное время определяется при помощи небольшого рефрактора, установленного так, что он может поворачиваться относительно оси, расположенной вдоль параллели, причем его нить лежит в меридиане. С помощью этого инструмента определяют момент прохождения звезды через меридиан. Отсюда можно вычислить звездное

время, а затем и гражданское. Точное время передается по радио. В США точное время определяется Морской обсерваторией в Вашингтоне и отсюда передается по стране различными способами.

### 3.14. Обращение, прецессия и движение Земли в пространстве

В дополнение к суточному вращению Земля в течение года обращается вокруг Солнца, описывая эллипс с малым эксцентриситетом, причем в одном из фокусов находится Солнце. В январе Земля ближе всего к Солнцу — на расстоянии 91 300 000 миль (147 000 000 км), в июле расстояние равно 94 500 000 миль (152 000 000 км); среднее расстояние равно приблизительно 52 900 000 миль (149 500 000 км); в течение года скорость Земли по орбите меняется, причем в январе она больше, чем в июле, а в среднем равна 66 000 миль в час (29,8 км/сек). Скорость Земли на орбите достаточна для того, чтобы свет от звезд казался отклоненным — эффект, известный под названием *абберации*. Максимальное значение абберации для звезд, направление на которые составляет со скоростью Земли угол, близкий к прямому, равно 20,5".

Обращение Земли вокруг Солнца порождает кориолисово ускорение, поскольку движение по орбите не является инерциальным. Однако, так как угловая скорость при этом в 365 раз меньше, чем при суточном вращении, оно пренебрежимо мало.

Земля вращается вокруг оси, не перпендикулярной к плоскости орбиты, называемой *плоскостью эклиптики*. Луна, которая движется вблизи от плоскости эклиптики, притягивает Землю. Это притяжение стремится сделать ось Земли перпендикулярной к плоскости эклиптики, но так как вращающаяся Земля является гироскопом, ее ось прецессирует вокруг перпендикуляра к плоскости эклиптики; направление прецессии противоположно суточному вращению. Период прецессии равен 25 800 лет, что соответствует годичному смещению полюса на 50,2". Совместное действие других небесных тел несколько влияет на период прецессии. Кроме того, земная ось совершает очень малые колебания с периодами в 12 и 14 месяцев. Эти колебания слишком малы, чтобы играть какую-нибудь роль в навигации, так как вызванные ими смещения полюса относительно его среднего положения, не превосходят 40 футов ( $\approx 12$  м).

Солнечная система движется как целое относительно неподвижных звезд. Однако положение солнечной системы относительно звезд меняется вследствие этого движения настолько мало, что для решения навигационных проблем оно не представляет интереса.

### 3.15. Земной магнетизм

Земля представляет собой большой сферический магнит, поле которого на поверхности Земли таково, что его возникновение можно приписать короткому магнитному стержню, расположенному в центре Земли. Напряжение магнитного поля Земли равно приблизительно 0,6 гаусса; магнитный момент гипотетического магнитного

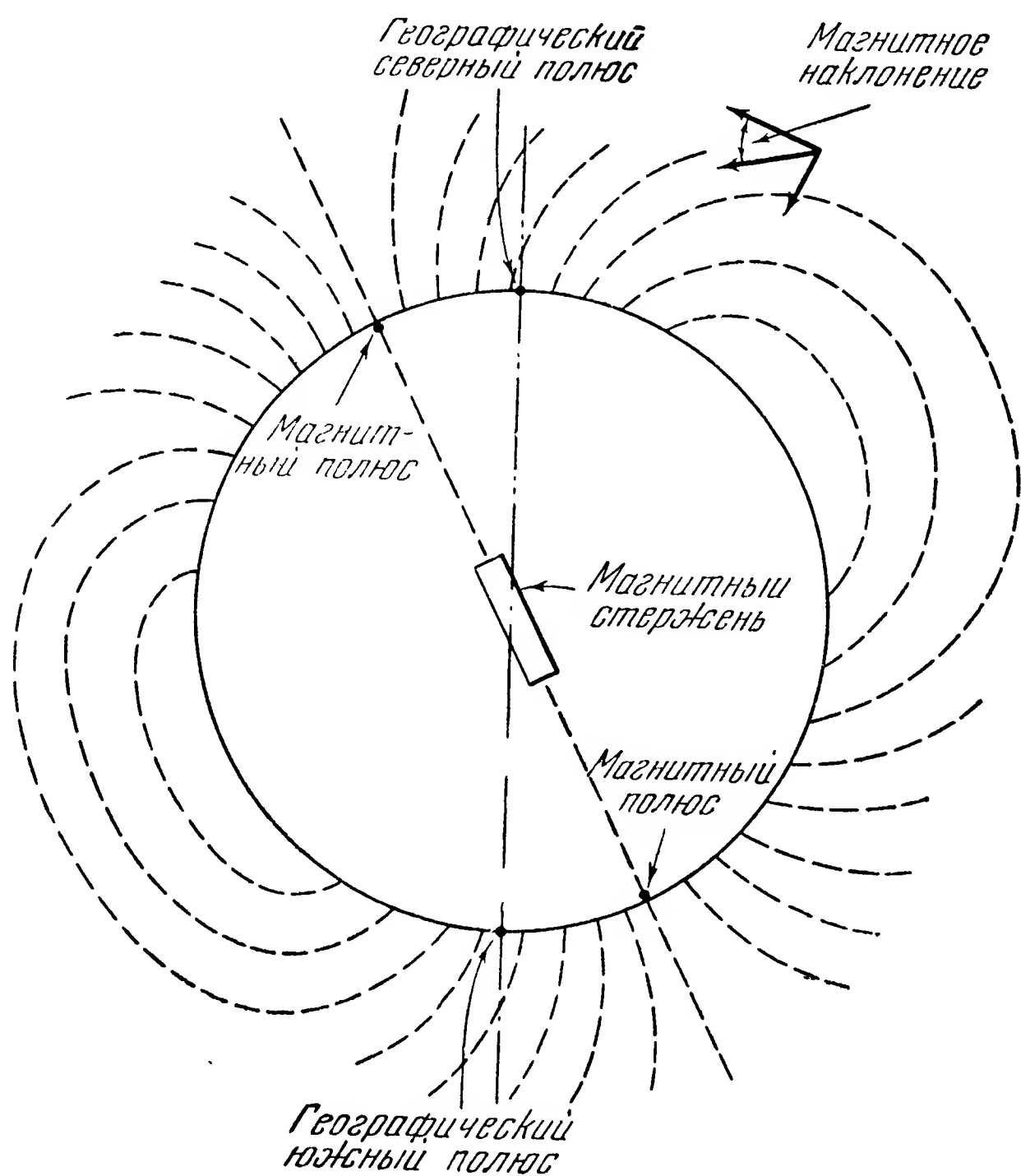


Рис. 3.10. Земное магнитное поле.

стержня определен в  $8 \cdot 10^{25}$  CGS единиц. Рис. 3.10 иллюстрирует обычное представление о Земле как о магните. Если на земной поверхности подвесить тонкий магнит, он расположится вдоль направления силовых линий магнитного поля. Проведем через такой магнит вертикальную плоскость; ее пересечение с поверхностью горизонта называется *магнитным меридианом* места; угол между магнитным и истинным меридианом называется *магнитным склонением*. Угол, образованный магнитом с горизонтальной плоскостью, называется *магнитным наклонением*. Обыкновенный магнитный компас устанавливается по направлению магнитного меридиана и

поэтому показывает магнитное направление <sup>1)</sup>. Однако, поскольку магнитное наклонение изменяется от нуля на магнитном экваторе до 90° на магнитных полюсах, вертикальная составляющая земного магнитного поля может также служить для определения положения на земной поверхности. В этом случае пользуются понятием *магнитной широты*.

В навигации применяются магнитные карты мира, на которых нанесены магнитное наклонение, горизонтальная и вертикальная составляющие напряжения, полное напряжение, его составляющие по меридиану и параллели и магнитное склонение. Существуют также магнитные карты в крупном масштабе для отдельных областей земной поверхности.

Земное магнитное поле с течением времени изменяется как по величине, так и по направлению; кроме того, имеются крупные аномалии. Изменения магнитного поля называются его *вариациями* или *ходами* и разделяются на *вековые*, *годичные* и *суточные*. Вековой ход имеет период около 1000 лет. Изменение элементов земного магнетизма за год вследствие векового хода отмечаются на навигационных картах; для каждого места оно мало меняется с течением времени. Годичный ход, имеющий приблизительно годичный период, по своей малости в навигации роли не играет. Он достигает максимума к востоку в августе и максимума к западу в феврале. Суточный ход полного напряжения земного магнитного поля составляет 15—20 γ <sup>2)</sup>. Суточный ход склонения мал всюду, за исключением районов магнитных полюсов.

Непредсказуемые и нерегулярные изменения элементов земного магнетизма называются *магнитными бурями*. Магнитные бури имеют своим источником резкие вспышки солнечной радиации. Такие бури могут возникать внезапно; при этом изменения напряжения земного магнитного поля достигают 500 γ в час. Предсказать поведение элементов земного магнетизма во время бури невозможно.

Магнитные аномалии разделяются на *континентальные*, *региональные* и *локальные*. Континентальные аномалии определяются как неправильности в магнитном поле Земли, связанные с материками. Региональные и локальные аномалии охватывают меньшие площади, но зато изменения напряжения магнитного поля в них могут достигать очень больших значений. Эти аномалии вызваны залеганием на или вблизи поверхности магнитных материалов, так что их собственное магнитное поле налагается на нормальное магнитное поле Земли. В аномалиях изменение напряжения магнитного поля может достигать порядка 200 000 γ.

<sup>1)</sup> Если точка опоры его картушки движется инерциально или покоится. В случае неинерциального движения точки опоры возможны очень значительные ошибки. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> 1 γ = 10<sup>-5</sup> гаусса.



### 3.16. Прочие ориентиры и системы отсчета, связанные с Землей

Хотя главными физическими ориентирами и системами отсчета на Земле являются ее гравитационное и магнитное поля вместе со временем, в качестве вспомогательной системы отсчета можно использовать также давление и движение атмосферы. Использование атмосферного давления для измерения высоты при помощи барометрического высотомера хорошо известно и не требует пояснений. Барометрический высотомер был применен для управления высотой в немецком снаряде V-1. Использование движения атмосферы казалось непригодным для целей управления, пока не появились воздушные шары, нагруженные зажигательными веществами, примененные японцами во время второй мировой войны. В этой операции господствующие ветры несли шары из Японии в США, служа таким образом одновременно и двигательной и управляющей силой.

Существуют и другие системы отсчета, применяемые в геофизических исследованиях, относительно которых мы ограничимся кратким перечислением, так как трудно себе представить, каким образом их можно было бы применить к определению направления движения и места снаряда. К ним относятся электрические потенциал и сопротивление земной поверхности, химические свойства почвы или атмосферы, температурный градиент почвы, воздуха или воды в океане и их радиоактивные характеристики. Океанские течения входят в проблему управления снарядами как второстепенный фактор, поскольку они важны с точки зрения кораблевождения, а корабль может служить местом старта управляемого снаряда класса поверхность — поверхность.

### 3.17. Астрономические ориентиры

Для решения задач навигации в качестве ориентиров пользуются небесными телами — Солнцем, Луной, планетами и неподвижными звездами первой и второй величины. Из планет чаще всего пользуются, благодаря их яркости, четырьмя — Венерой, Марсом, Юпитером и Сатурном. Движение планет сходно с движением Земли: они вращаются вокруг своей оси и обращаются вокруг Солнца в ту же сторону, что и Земля, по эллиптическим орбитам с малым эксцентриситетом, плоскости которых близки к плоскости эклиптики; они участвуют также в общем движении солнечной системы.

Период вращения Луны вокруг своей оси совпадает с периодом ее обращения вокруг Земли, так что Луна всегда обращена к Земле одной и той же стороной. Лунный экватор наклонен к плоскости ее орбиты приблизительно на  $6,5^\circ$ . Этот наклон вместе с неравномерностью движения Луны по ее орбите дает нам возможность видеть несколько больше половины поверхности Луны — эффект, называемый *либрацией*. Плоскость орбиты Луны составляет



с плоскостью эклиптики угол, немного больший  $5^\circ$ . Угловой диаметр Луны для земного наблюдателя колеблется между  $0^\circ 29'$  и  $0^\circ 33'$ . Луна обращается вокруг Земли по эллипсу с малым эксцентриситетом, на среднем расстоянии приблизительно в 240 000 миль ( $\approx 384\,000$  км). В действительности, конечно, и Луна и Земля обращаются вокруг их общего центра масс, который лежит на расстоянии 2900 миль ( $\approx 4600$  км) от центра Земли, т. е. внутри самой Земли. Этот центр масс обращается вокруг Солнца; его траектория и называется орбитой Земли.

Солнце является светилом, которым чаще всего пользуются в астрономической навигации. Солнце содержит 99,9% массы всей солнечной системы и является источником нашего света, тепла и запасов энергии. Температура его поверхности составляет около  $10\,000^\circ \text{F}$  ( $\approx 5500^\circ \text{C}$ ); каждый квадратный фут его поверхности излучает мощность приблизительно в 8000 л. с. Спектр испускаемой Солнцем энергии начинается с длин волн короче видимых и простирается до радиоволн. Солнце вращается вокруг своей оси в ту же сторону, что и Земля. Солнечный экватор наклонен на  $7^\circ$  относительно эклиптики. Период вращения Солнца неодинаков для поясов, находящихся на различных расстояниях от экватора; на экваторе этот период равен 25 суткам; а у полюсов — 34 суткам. Угловой диаметр Солнца для земного наблюдателя составляет приблизительно  $33'$ .

Сведения о звездах, нужных для морской навигации, содержатся в «American Nautical Almanac». Для штурмана главный интерес представляют яркость звезд и возможность пользоваться ими для навигационных целей. Первая классификация звезд по яркости принадлежит Птолемею; наиболее яркие из них (числом около 20) были обозначены как звезды первой величины, наиболее слабые, но еще видимые — как звезды шестой величины. По современным измерениям звезда первой величины дает приблизительно в 100 раз больше света, чем звезда шестой величины. Корень пятой степени из 100 есть 2,512, и это число используется для классификации звезд по яркости. Так, первая звездная величина в 2,512 раза ярче второй и т. д. Поскольку разница в яркости, различимая человеческим глазом, соответствует 0,1, в таблицах звездные величины приводятся с точностью до первого десятичного знака. Разумеется, определение звездных величин относится только к видимой части спектра.

Астрономы сравнивают звезды по их абсолютной величине, т. е. по той яркости, которую звезда имела бы, если бы находилась на расстоянии 10 парсеков (расстояние в 1 парсек равно приблизительно 3,26 световых лет), и по фотографической величине, т. е. их яркости на фотографической пластинке. Очевидно, что, с точки зрения использования методов автоматической астрономической навигации для управления снарядами, особенно интересна яркость в той части спектра, которая используется при слежении за звездой.

Звезды различны по температуре и цвету. Цвет зависит от многих причин, среди которых одной из главных является температура звезды. Наиболее горячими являются голубые звезды; температура поверхности у некоторых из них выше  $20\,000^{\circ}\text{K}$ . Наиболее холодными являются красные звезды; у некоторых из них температура поверхности ниже  $2000^{\circ}\text{K}$ .

Звезды сильно отличаются друг от друга по размерам, плотности и несколько меньше по массе. Так, диаметр звезд лежит в пределах от нескольких сотен миллионов миль до размеров, меньших диаметра больших планет солнечной системы. Их плотность в одних случаях меньше плотности воздуха у земной поверхности, в других — в тысячи раз больше плотности воды. В то же время масса большинства звезд лежит в пределах от одной пятой до пяти масс Солнца.

Звезды, яркость которых не постоянна, называются *переменными*. У некоторых звезд изменение яркости можно предсказывать, у других изменение носит нерегулярный характер. Эти изменения в некоторых случаях достигают нескольких звездных величин. Бывают случаи, когда звезды внезапно становятся во много раз ярче, чем они были раньше, затем их яркость снова падает. Такие звезды называются *новыми*. Предполагают, что на этих звездах происходят атомные взрывы.

Полное число звезд не известно. Звезд от первой до шестой величины включительно насчитывают около 6000. Поскольку наблюдатель в каждый момент может видеть только половину небесного свода, а у горизонта видны только наиболее яркие звезды, число звезд, видимых в каждый момент невооруженным глазом, вероятно, не превосходит 2500. Если имеется посторонний источник света, например Луна, то могут быть видимы всего несколько сот звезд.

Независимо от своего размера и яркости каждая звезда есть точечный источник света. Благодаря колоссальному расстоянию до звезд никакой телескоп не дает возможности увидеть звезду в форме диска. Солнце и Луна, как было указано выше, имеют заметный угловой размер. Если для навигационных измерений используются эти два светила, необходимо вводить поправку на их видимый диаметр, чтобы измерения относились к центру светила. Отсюда, по видимому, следует, что для автоматической навигации применение точечных источников света — звезд — предпочтительнее и проще, чем Солнца или Луны.

### 3.18. Параллактический треугольник

Навигация по астрономическим ориентирам осуществляется при помощи решения *параллактического треугольника*, показанного на рис. 3.11 начерченным на поверхности Земли и спроектированным на воображаемую *небесную сферу*. Понятие небесной сферы

вытекает из предположения, что все небесные тела расположены на сфере бесконечно большого радиуса, в центре которой находится Земля. На Земле мы имеем меридианы, полюсы, широты, долготы и т. п. Перенеся географическую систему координат на небесную сферу и используя те же термины, мы можем определять положение светил на небесной сфере. Термин «параллактический

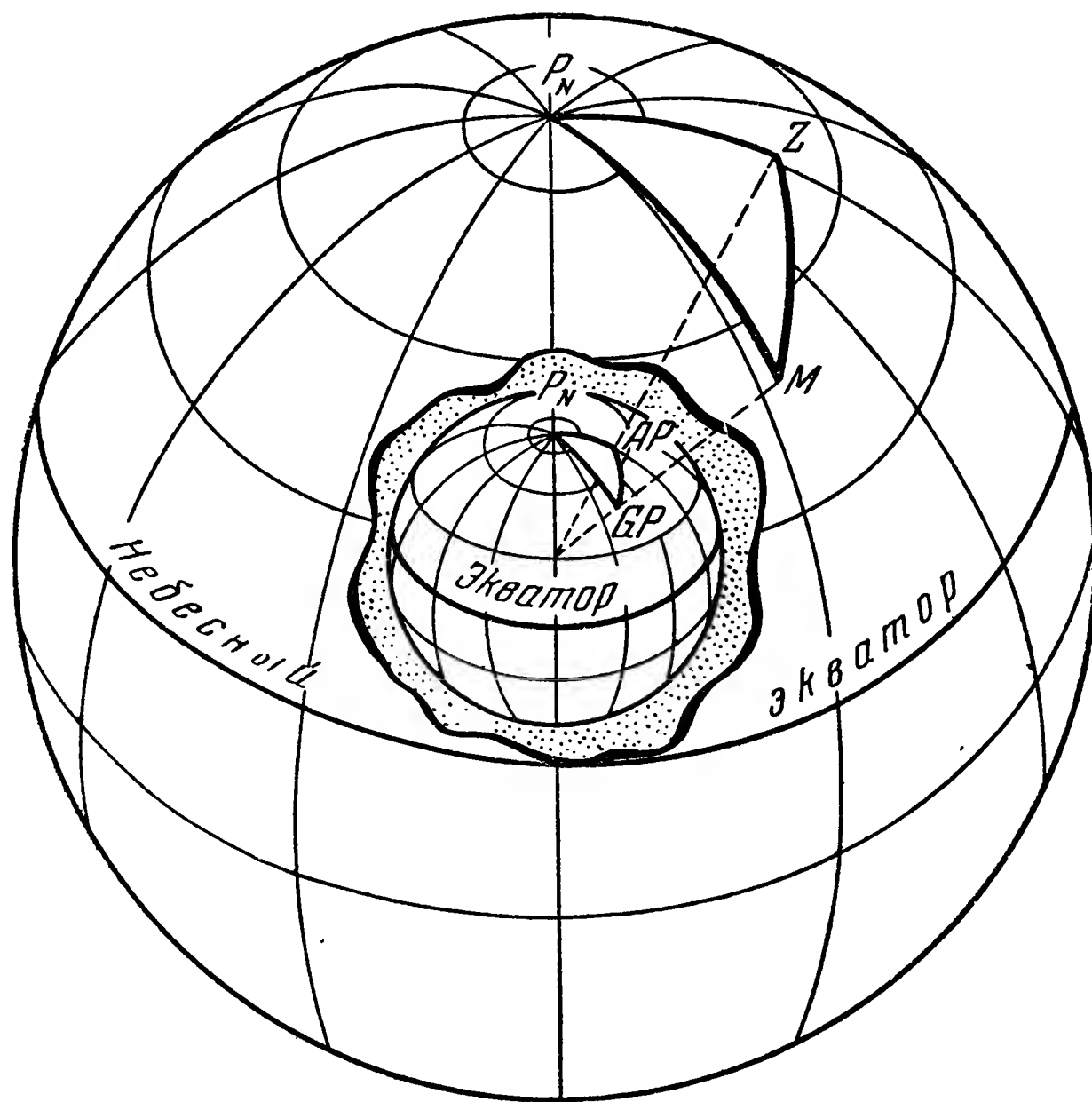


Рис. 3.11. Параллактический треугольник.

треугольник» относится как к географическому, так и к небесному треугольнику.

Если мы предположим параллактический треугольник начерченным на поверхности Земли, то в навигации применяется следующая терминология:  $P_N$  — географический полюс (северный на рисунке),  $A_P$  — место корабля, самолета, снаряда или просто *место* (определение места и есть задача навигации),  $G_P$  — географическое место светила или просто *географическое место*. Это такая точка на земной поверхности, для которой светило находится в данный момент в зените. Стороны параллактического треугольника — большие круги. Сторона  $P_N A_P$  есть полярное расстояние места, т. е. наблюдателя. Сторона  $P_N G_P$  есть полярное расстояние географического места (т. е. светила). Сторона  $A_P G_P$  есть дуга большого

круга между местом и географическим местом. Как было указано выше, длина дуги большого круга на земной поверхности может быть очень просто вычислена, поскольку одна минута дуги почти точно равна одной морской миле. Если известен центральный угол дуги  $APGP$ , то, конечно, известна и ее длина.

Угол при точке  $P_N$  в параллактическом треугольнике представляет собой разность долгот места и географического места. Угол

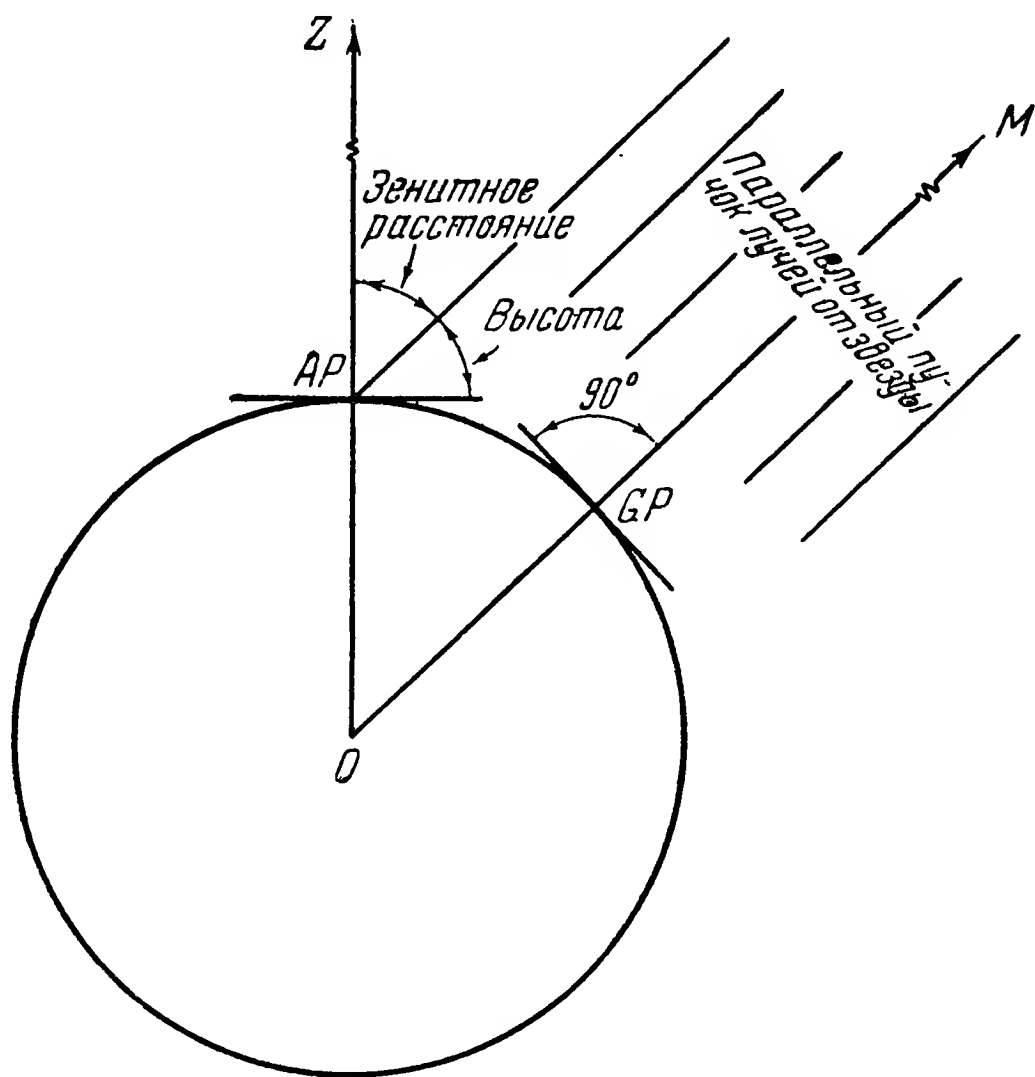


Рис. 3.12. Географическое место светила, его высота и зенитное расстояние.

при точке  $AP$  есть начальный путевой угол при полете по большому кругу из  $AP$  в  $GP$ . Угол при точке  $GP$  является начальным путевым углом при полете по большому кругу из  $GP$  в  $AP$ .

При рассмотрении параллактического треугольника на небесной сфере применяется следующая терминология:  $P_N$  — полюс мира,  $Z$  — зенит,  $M$  — место светила. Сторона  $P_N Z$  — по-прежнему полярное расстояние места (т. е. наблюдателя); сторона  $P_N M$  — полярное расстояние светила; сторона  $ZM$  — зенитное расстояние светила. Угол при точке  $P_N$  есть часовой угол светила, при точке  $Z$  — азимут светила. Третий угол треугольника ( $ZMP_N$ ) в навигации не применяется.

Проблема астрономической навигации состоит просто в том, чтобы измерить какие-либо элементы параллактического треугольника, достаточные для определения места  $AP$  в обычной географической системе координат.

Если провести прямую от небесного тела  $M$  к центру Земли, то пересечение этой прямой с поверхностью Земли есть географическое место светила  $GP$ , как это видно из рис. 3.12. Эта прямая перпендикулярна к горизонтальной плоскости, проходящей через географическое место светила. Пусть наблюдатель находится в точке  $AP$ ; тогда высотой светила называется угол между горизонтальной плоскостью в точке  $AP$  и направлением на светило, как показано на рис. 3.12. Угол, дополняющий высоту до  $90^\circ$ , есть

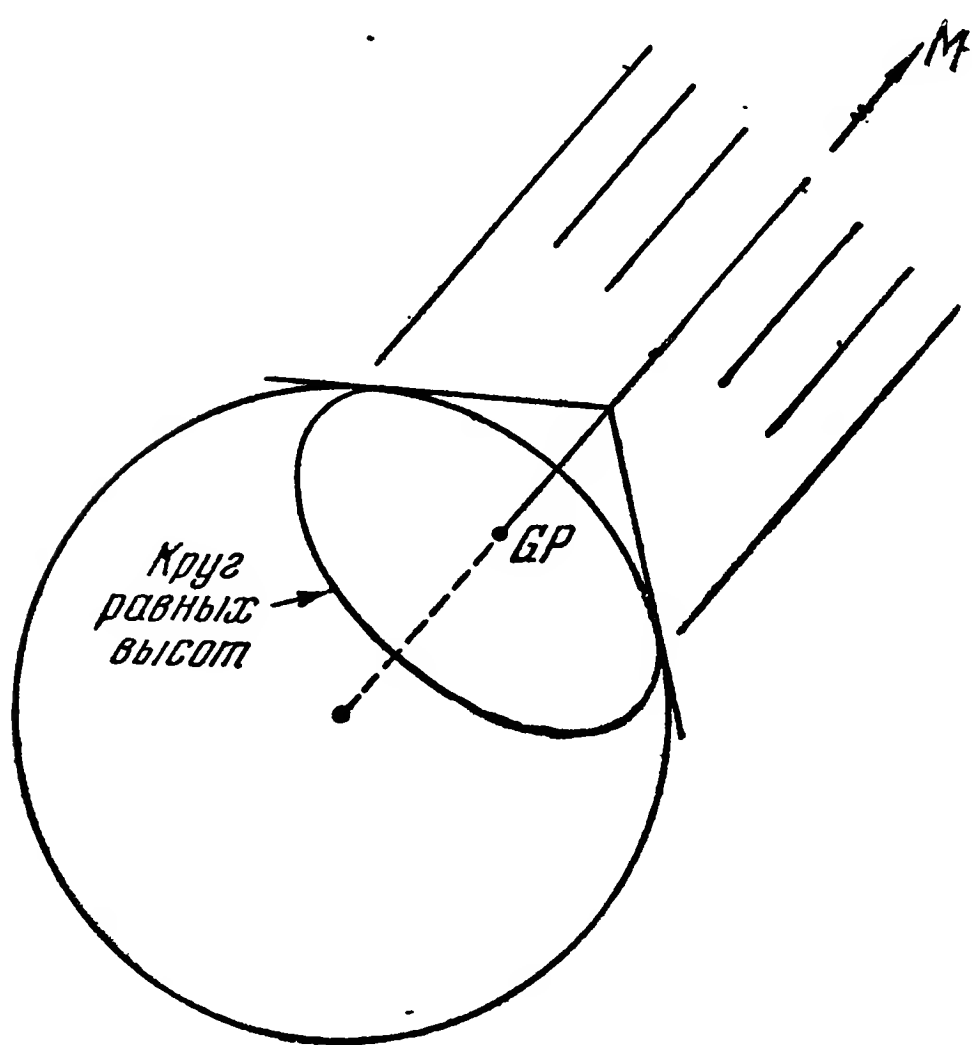


Рис. 3.13. Круг равных высот.

зенитное расстояние светила. Заметим, что угол  $ZOM$  есть также зенитное расстояние светила и что этот угол определяет дугу большого круга  $APGP$  параллактического треугольника. Таким образом, путем измерения высоты светила мы определяем одну из сторон параллактического треугольника.

Представим себе, что наблюдатель, находящийся сначала точно в точке  $GP$ , затем мгновенно перемещен в какую-нибудь сторону на 200 морских миль, т. е. на  $200'$  по дуге большого круга; тогда высота светила будет равна  $86^\circ 40'$  ( $90^\circ - 200'$ ). После перемещения

наблюдатель будет находиться где-нибудь на малом круге радиусом в 200 морских миль (рис. 3.13). В каждой точке этого круга высота светила будет одна и та же; он называется поэтому *кругом равных высот*.

Таким образом, если измерена высота светила, то это значит, что нам известен радиус круга равных высот. Если географическое место светила известно, круг равных высот может быть вычерчен на карте. Так как наблюдатель находится где-то на этом круге, последний называется *позиционной линией* или *линией положения* наблюдателя. Однако в большинстве случаев весь круг не чертят, потому что он не поместился бы на карте и был бы сильно деформирован вследствие искажений, присущих картографическим проекциям. На меркаторской карте, например, круг равных высот перестанет быть кругом вследствие растяжения в высоких широтах. Однако, если высота светила равна или больше  $87^\circ$ , круг может быть начерчен без заметного искажения.



Для определения географического положения светила существуют таблицы, относящиеся к гринвичскому времени (например, «American Nautical Almanac»). Долгота географического места равна часовому углу светила относительно Гринвичского меридиана. Широта равна просто склонению светила. Таким образом, координаты географического места светила могут быть определены из астрономических таблиц, если известно точное гринвичское время момента наблюдения.

На рис. 3.14 показаны два круга равных высот. Мы видим, что в определении места существует двойственность, так как круги пересекаются в двух точках. Чтобы устранить эту двойственность,

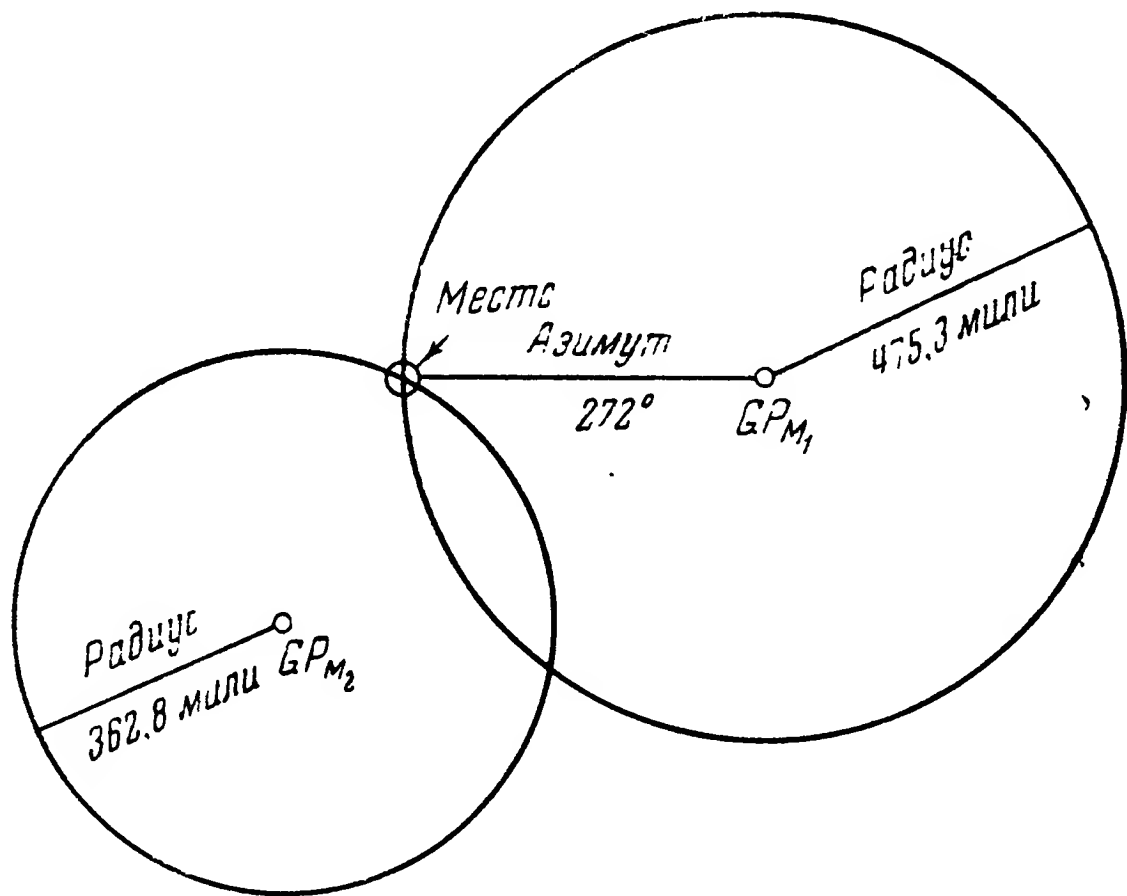


Рис. 3.14. Определение места с помощью двух кругов равных высот.

можно измерить азимут одного из светил. Таким образом, для определения места этим методом необходимо наблюдение двух светил. Однако достаточно и одного светила, если его высота и азимут могут быть измерены одновременно с достаточной точностью. Обычно это не практикуется в морской и воздушной навигации, потому что в условиях корабля или самолета практически невозможно измерить азимут светила с достаточной точностью.

Чем дальше находится наблюдатель от географического места, тем больше становится радиус круга высот и тем меньше высота светила. Когда радиус круга равных высот окажется очень большим по сравнению с областью, изображенной на карте, дуга круга равных высот будет мало отличаться от отрезка прямой; расстояние этой прямой от географического места светила и ее азимут могут быть вычислены, а сама прямая — вычерчена на карте и в этом случае.



### 3.19. Морская и воздушная астрономическая навигация

Для практического применения астрономической навигации в кораблевождении и самолетовождении требуются:

- а) приближенное знание места корабля или самолета;
- б) секстант или другой прибор для измерения высоты светила;
- в) точный хронометр или точное знание времени из других источников;
- г) карты, таблицы, вычислительные средства и т. д.;
- д) достаточно опытный и образованный наблюдатель.

Приближенное место обычно определяется так называемым *способом счисления пути*, который представляет собой, в сущности, определение места интегрированием кинематических соотношений по измеренным скорости и направлению собственного движения, а также ветра или морского течения. Для счисления пути иногда применяются автоматические устройства, часто дополняемые приспособлениями для внесения поправок на различные неучтенные автоматикой обстоятельства.

*Секстант* есть инструмент для измерения угла между направлениями на два объекта при помощи совмещения в глазу наблюдателя прямого изображения одного объекта с отраженным изображением другого <sup>1)</sup>.

Морской секстант применяется для измерения высот светил над видимым горизонтом. Авиационный секстант применяется для измерения высот светил относительно искусственного горизонта, определяемого пузырьком уровня.

Координаты удобных для навигации светил приводятся в таблицах и отнесены к гринвичскому времени. Ошибка во времени на 1 минуту равносильна ошибке в 15' долготы, так что необходимо точное знание времени. Вблизи экватора ошибка во времени в 4 секунды равносильна ошибке в определении места в 1 морскую милю.

Карты, астрономические таблицы и прочие подобные средства, необходимые штурману, хорошо приспособлены к его требованиям и обладают необходимой точностью. Имеется много методов, позволяющих упростить вычислительную работу штурмана и свести ее к немногим правилам, которые необходимо просто запомнить. Например, метод Вимса (Weems) позволяет получить место по наблюдениям высот трех избранных звезд путем простого нанесения результатов измерения (исправленных на момент наблюдения) на специальные графики. Чтобы получить хорошее определение места, штурман должен иметь достаточные знания и опыт в применении

<sup>1)</sup> Подробности о секстанте см. Dutton B., *Navigation and Nautical Astronomy*, p. 347—359, U. S. Naval Institute, 1951.

навигационных инструментов. Точность навигации всегда сильно зависит от умения штурмана производить необходимые измерения.

Обычно для определения места штурман применяет метод измерения высот двух или более звезд. Как уже говорилось, предварительно должно быть известно и нанесено на карту приближенное место по счислению пути — так называемое *счислимое место*. Штурман для каждой звезды вычисляет, какая высота и азимут должны были бы у нее быть в момент наблюдения, если бы измерение было произведено в счислимом месте. Затем он определяет разность между наблюдаемой и вычисленной высотой каждой звезды и полученную разность откладывает от счислимого места в направлении, определяемом азимутом звезды. Тогда позиционная линия проходит через полученную точку перпендикулярно к направлению, определяемому азимутом. Место определяется пересечением позиционных линий или чаще средней точкой образованной ими площади.

Измерение высот секстантом включает в себе ошибки, которые должны быть учтены перед обработкой наблюдений. К таким ошибкам относятся:

а) Ошибка индекса. Это — индивидуальная ошибка каждого отдельного секстанта; обычно секстанты бывают отъюстированы так, чтобы исключить эту ошибку.

б) Рефракция. Атмосферная рефракция увеличивает высоту светила. Ошибка, проистекающая от рефракции, существенно зависит от высоты места наблюдения и в меньшей степени от местных атмосферных условий.

в) Понижение горизонта происходит оттого, что глаз наблюдателя расположен выше поверхности Земли; это вызывает несоответствие видимого и истинного горизонта.

Если наблюдение производится при помощи секстанта с искусственным горизонтом, понижение горизонта на результат измерения не влияет.

г) Полудиаметр Солнца или Луны. При наблюдении секстантом используется не центр, а верхний или нижний край диска этих светил; поэтому наблюдения должны быть исправлены на угловую величину полудиаметра.

д) Параллакс, или разница между направлениями на светило из места наблюдения и из центра Земли.

е) Ошибка Кориолиса, происходящая от вращения Земли, если наблюдение производится на быстро летящем самолете при помощи секстанта с уровнем.

Общая ошибка в определении места зависит как от метеорологических условий, так и от способностей штурмана. При условии введения указанных выше поправок и при приемлемых метеорологических условиях морские штурманы определяют место с ошибкой от

одной до двух миль; воздушная навигация дает несколько бóльшую ошибку (около десяти миль), потому что определение горизонта при помощи уровня на летящем самолете значительно менее точно, чем путем прямого наблюдения видимого горизонта морским секстантом. Напомним, что ошибка в измерениях в одну дуговую минуту дает в результате ошибку около одной мили.

Штурман-человек имеет перед автоматами одно большое преимущество, которое позволяет снизить требования к точности навигации: обычно в конце пути он может применить ориентировку по местным предметам.

### 3.20. Астрономическая навигация при помощи автоматических средств

Рассмотрим снова общие требования (см. начало § 3.19), выполнение которых необходимо для практического применения морской и воздушной астрономической навигации, и попытаемся высказать подобные же требования в случае автоматической астрономической навигации, предназначенной для управления снарядами класса поверхность — поверхность.

а) Знание приближенного места. Смысл непрерывного определения приближенного места снаряда состоит в том, что если звезды будут временами не видны, то в течение этих промежутков времени астрономическая навигация может быть заменена счислением пути.

б) Прибор для измерения высоты звезд. Самая возможность автоматической астрономической навигации зависит от того, возможно ли автоматическое сопровождение звезды и определение ее положения относительно некоторой удобной системы координат.

в) Точное время — очевидно, необходимо.

г) Карты и звездные таблицы, используемые штурманом, могут быть названы его памятью, так как они содержат в себе записи предшествовавшего опыта. Чтобы использовать автоматическую астрономическую навигацию для управления снарядами, необходимо накопить те же данные в каком-то запоминающем устройстве, тип которого зависит от принятой системы управления.

д) Наблюдатель и вычислитель (человек), конечно, исключаются из автоматической системы. Вычисления должны быть автоматизированы, причем сам метод вычисления может существенно отличаться от обычного.

Для осуществления автоматического счисления пути и получения приближенного места снаряда существует много способов, таких, как интегрирование по времени скоростей, направлений и ускорений. Автоматическое счисление понадобится на снаряде только в том случае, если почему-либо автоматическая астрономическая аппаратура не функционирует. Следует предполагать, что это

может иметь место только в течение коротких промежутков времени и что остальное время аппаратура автоматического счисления непрерывно получает поправки от астрономической аппаратуры, чтобы иметь счислимое место с максимальной возможной точностью.

Аппаратура, предназначенная для автоматического сопровождения звезд, есть ключ к решению задачи автоматической астрономической навигации. Чувствительностью такого устройства определяется яркость звезд, которые можно использовать для решения навигационных проблем. Напомним, что звезды могут иметь звездные величины, отличающиеся от обычных, если наблюдать их излучение за пределами оптического спектра. Ошибка устройства, следящего за звездой, прямо входит в ошибку решения навигационной задачи и отсюда — в точность накрытия цели снарядом.

Время может быть получено многими способами: при помощи часовых механизмов или кристаллических вибраторов, по радио и т. п.

Что касается запоминающих устройств, то они существуют в большом числе и основаны на электронных, магнитных или механических принципах. Здесь задача состоит, по-видимому, в том, чтобы выбрать тип, дающий наименьший вес конструкции и наибольшие удобства в эксплуатации.

Для решения параллактического треугольника существует много методов, отличающихся от обычных, и много способов автоматизации необходимой вычислительной работы. Окончательный выбор устройства зависит главным образом от направления мысли конструктора, но некоторые элементы, по-видимому, остаются одинаковыми во всех случаях. Так, механизм, сопровождающий звезду, должен быть стабилизирован, чтобы движение снаряда не вызывало потери звезды. Видимый горизонт, используемый в морской навигации, здесь использовать нельзя, и требуется какое-нибудь устройство типа искусственной вертикали. Кроме всего этого, в запоминающем приспособлении нужно иметь достаточный запас координат звезд, хотя и ограниченный только теми звездами, которые предполагается использовать; время должно подаваться на снаряд в той же системе, к которой отнесены координаты звезд.

Если принять, что все только что сказанное реализуемо, то можно найти много методов для определения места. Если с достаточной точностью известен такой ориентир, как истинный полюс, то можно измерить и высоту и азимут; следовательно, место определяется по одной звезде. Если с достаточной точностью можно измерять и высоту и азимут, то, произведя наблюдения двух или более звезд, мы можем определить истинную вертикаль. Если область применения снаряда находится в северном полушарии, можно сразу же определить и истинный полюс и широту снаряда по Полярной звезде. Очень важно отметить, что конструктор



подобной системы не должен чувствовать себя связанным обычными методами решения навигационной проблемы. Он должен пользоваться любыми способами, ведущими к облегчению аппаратуры, увеличению ее надежности и простоты производства.

Точно так же и в решении общей задачи — привести снаряд из одной точки земной поверхности в другую — конструктор системы может выбирать из множества способов. Например, можно измерять координаты снаряда и вычислять правильный режим дальнейшего полета, необходимый для накрытия цели. Наоборот, можно заранее задать траекторию и затем вычислять отклонения снаряда от этой траектории, используя их для управления снарядом. Окончательный выбор в сильной степени зависит от того, какой физический принцип действия аппаратуры предположено использовать при разработке системы.

### 3.21. Навигация в полярных областях

*Полярными* мы будем называть области, лежащие между  $70^\circ$  и  $90^\circ$  широты, т. е. на расстоянии менее  $20^\circ$  от географического полюса. Эти области включают в себя также оба магнитных полюса. Если рассмотреть различные способы ориентировки, связанные с Землей, с точки зрения их применения в полярных областях, то мы увидим, что многие приборы, пригодные в средних широтах, здесь перестают служить.

Магнитный компас неприменим по многим соображениям. Вблизи магнитного полюса горизонтальная составляющая напряженности земного магнитного поля слишком мала, причем для северной полярной области это имеет место и в самом истинном северном полюсе. Известны некоторые магнитные аномалии; вероятно, существуют и другие, пока неизвестные. Вариации магнитных элементов в полярных областях недостаточно изучены; наблюдения показывают, что они не обладают регулярностью. Суточные вариации, которые пренебрежимо малы в средних широтах, здесь становятся очень заметными; так, в полярных областях амплитуда суточного хода наклона может достигать  $7^\circ$ . Наблюдались случаи, когда во время сильных магнитных бурь отклонения магнитной стрелки достигали  $45^\circ$ , и подобные бури отнюдь не редки. Даже если бы все эти трудности удалось устранить, скученность изогон делает магнитный компас негодным для выдерживания курса.

Гироскопический компас у полюса теряет свою направляющую силу. При помощи некоторых усовершенствований корабельный гирокомпас можно сделать пригодным до широты  $82^\circ$ , дальше которой корабли обычно не заходят.

Искусственные вертикали, использующие эффект маятника и установленные на неподвижном или медленно движущемся осно-

вании, на полюсе показывают истинную вертикаль, так как центробежная сила, вызываемая вращением Земли, на полюсах отсутствует.

Однако следует отметить, что кориолисово ускорение, получающееся вследствие перемещения по поверхности Земли, на полюсе достигает максимального значения. Это должно быть принято во внимание в летательных аппаратах, движущихся с большой скоростью в полярных областях.

Точность счисления пути зависит от того, с какой точностью измеряются расстояния и путевые углы, которые необходимы для счисления. Расстояния, пройденные относительно воздуха, в полярных областях могут быть измерены с той же точностью, что и везде. Указатели воздушной скорости обычно тарируются на некоторую стандартную температуру воздуха; необходима поправка на действительную температуру; эта поправка сама по себе приближенна. Поэтому в полярных областях ошибка будет больше, чем в других местах, так как все время будет наблюдаться разница между стандартной и действительной температурой.

Навигация по местным ориентирам в полярных областях затруднительна вследствие отсутствия там хороших естественных ориентиров или искусственных сооружений. Непрерывный снежный и ледяной покров однообразен на больших протяжениях.

Астрономическая навигация есть наиболее подходящий метод ориентировки в полярных областях. Однако и астрономическая навигация имеет тут свои трудности. В течение полярного дня, длящегося несколько месяцев, Солнце непрерывно находится над горизонтом, что делает очень трудным, если не прямо невозможным, наблюдение звезд с земной поверхности. Даже когда Солнце уже находится за горизонтом, звезды могут быть еще невидимы для невооруженного глаза вследствие эффекта рассеяния света. Яркая заря часто еще больше задерживает появление звезд на небе. Поэтому штурманы стараются не пользоваться звездами, высота которых меньше  $15^\circ$ , и никогда не пользуются ими при высотах ниже  $10^\circ$ . Главная причина, по которой следует избегать наблюдения звезд, лежащих низко над горизонтом, состоит в рефракции, зависящей от температуры и давления воздуха; можно ожидать, что рефракция в полярных областях меняется в более широких пределах, чем в умеренных широтах. Наблюдения показали, что в полярных областях можно встретиться с рефракцией в несколько градусов.

В случае снаряда дело несколько облегчается тем, что снаряд находится на достаточно большой высоте, т. е. выше наиболее плотной части атмосферы, поэтому рассеяние света там меньше, и «увидеть» звезды более просто; рефракция там также меньше, чем на земной поверхности.



### ЛИТЕРАТУРА

1. Dutton B., Navigation and Nautical Astronomy, U. S. Naval Institute, Annapolis, Md., 1951.
2. Page L., Introduction to Theoretical Physics, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1952.
3. Jakosky J. J., Exploration Geophysics, Trija Publishing Co., 1950.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ:

1. Белобров А. П., Мореходная астрономия, Л., 1953.
  2. Кунцкий Р. В., Курс авиационной астрономии, М., 1949.
  3. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И., Курс теоретической механики, т. II, Динамика, Гостехиздат, 1955.
  4. Яновский Б. М., Земной магнетизм, М., 1953.
-

## ГЛАВА 4

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

В настоящей главе рассматривается распространение энергии при помощи радиоволн в той степени, в какой это представляет интерес для конструктора системы управления снарядами. Условимся различать термины «распространение» и «передача» энергии при помощи радиоволн. Последний термин имеет более широкий смысл и включает в себя не только собственно «распространение» радиоволн, но также передающие и приемные свойства антенн, такие, как выигрыш, направленность и поляризация. Приемно-передающие свойства антенн, а также способы наложения передаваемой информации на несущую частоту будут рассмотрены в главе 10.

Настоящая глава охватывает такие явления, как преломление, отражение, интерференция, диффракция, поглощение и рассеяние радиоволн. Рассматриваются также эффекты, связанные со средой, через которую радиоволны распространяются, и с ее границами. Поскольку управляемые снаряды приводятся в движение воздушно-реактивными или ракетными двигателями, наша задача усложняется, так как необходимо рассматривать влияние пламени на распространение радиоволн. Дальнейшее усложнение связано с тем, что многие факторы, определяющие распространение радиоволн, сами зависят от их частоты и поляризации.

#### 4.1. Классификация радиочастот

Спектр радиочастот, применяемый в технике связи, радиолокации и в других областях, заключен в пределах от 15 килогерц (*кгц*) до 30 000 мегагерц (*мггц*). Отдельным полосам этого спектра [в США] приписываются специальные названия, указанные в таблице 4.1.

Поскольку с теоретической точки зрения для управления снарядами пригоден весь спектр, выбор несущей частоты основывается на многих соображениях. Федеральная комиссия по вопросам связи (Federal Communications Commission) распределяет полосы частот для радиовещания, телевидения, морской и воздушной навигации, правительственной связи и других общественных нужд, а также для экспериментальных и прочих надобностей. Это искусственное

распределение предписывает для управления снарядами определенные полосы частот, однако пригодные для этой цели частоты имеются и во всех остальных частях спектра.

Т а б л и ц а 4.1

Классификация радиочастот и длин волн [принятая в США]<sup>1)</sup>

Наименование	Границы частот	Границы длин волн
Очень низкая частота . . . . .	10—30 <i>кГц</i>	30 000—10 000 <i>м</i>
Низкая частота . . . . .	30—300 <i>кГц</i>	10 000—1 000 <i>м</i>
Средняя » . . . . .	300—3 000 <i>кГц</i>	1 000—100 <i>м</i>
Высокая » . . . . .	3—30 <i>МГц</i>	100—10 <i>м</i>
Очень высокая частота . . . . .	30—300 <i>МГц</i>	10—1 <i>м</i>
Ультравысокая » . . . . .	300—3 000 <i>МГц</i>	100—10 <i>см</i>
Супервысокая » . . . . .	3 000—30 000 <i>МГц</i>	10—1 <i>см</i>

При выборе несущих частот нужно иметь в виду, что в характере распространения радиоволн существуют различия, зависящие от их частоты. Волны из диапазона очень низких и низких частот распространяются главным образом, огибая земную поверхность, что дает возможность получать дальность связи до нескольких тысяч миль. Однако вследствие поглощения энергии Землей для дальней связи требуются большие антенны и мощные передатчики. По этой причине и поскольку мы занимаемся снарядами, летящими в воздухе, где на первом месте стоят вопросы габарита и веса, мы вообще не будем заниматься очень низкими и низкими частотами. Распространение волн средних и высоких частот происходит главным образом путем отражения от ионосферы. На этих частотах возможно осуществление связи на очень большие расстояния при помощи сравнительно небольших антенн и мощностей передатчиков. Однако этот диапазон частот менее удобен, чем предыдущий, так как распространение радиоволн сильно зависит от таких причин, как время суток, сезон, метеорологические условия. Наконец, в случае частот выше 30 *МГц* энергия распространяется по прямой, соединяющей передатчик с приемником. Таким образом, дальность передачи ограничена кривизной земной поверхности. В случае использования радиолокации для точного сопровождения воздушных целей требования, предъявляемые к направленности и ширине луча, заставляют применять ультра- и супервысокие частоты. В случае же локаторов, устанавливаемых на самих снарядах, требования к направленности антенны и ее габариту вызывают непрерывный интерес конструкторов систем управления к супервысоким частотам.

<sup>1)</sup> Ср. Асеев Б. П., Основы радиотехники, М., 1947, стр. 13. (Прим. перев.)

Выше мы отмечали, что для управления снарядами класса поверхность — поверхность имеется возможность использовать систему «Logan» или другую гиперболическую навигационную систему. Поскольку для навигационных систем требуются большие дальности, в них обычно применяются средние и высокие частоты. Для управления снарядами классов поверхность — воздух, воздух — воздух, воздух — поверхность, поскольку общая дальность действия таких систем должна быть сравнительно невелика, возможно использование визирной линии; поэтому здесь следует ожидать применения очень высоких и ультравысоких частот. Супервысокие частоты, как уже сказано, представляют интерес в том случае, если частью системы управления является радиолокатор.

## 4.2. Атмосфера

Атмосфера есть газообразная оболочка Земли; она состоит главным образом из азота, кислорода и водяных паров. Она содержит также немного редких газов и небольшое количество не газообразных веществ. Атмосфера разделена, более или менее произвольно, на слои, носящие названия<sup>1)</sup>: *тропосфера* (от 0 до 10 миль), *стратосфера* (от 10 до 20 миль), *хемосфера* (от 20 до 50 миль), *ионосфера* (от 50 до 250 миль), *мезосфера* (выше 250 миль). Тропосфера содержит около трех четвертей всего вещества атмосферы, и, поскольку нашей главной задачей является передача информации на летательные аппараты, которым необходима подъемная сила воздуха, тропосфера представляет для нас наибольший интерес.

Температура атмосферы заметно изменяется с высотой. В тропосфере она падает до  $-70^{\circ}\text{F}$  ( $-57^{\circ}\text{C}$ ) у нижней границы стратосферы. В стратосфере температура почти постоянна и имеет минимум около  $-80^{\circ}\text{F}$  ( $-62^{\circ}\text{C}$ ). В хемосфере температура сначала растет, затем снова падает, достигая минимума около  $-120^{\circ}\text{F}$  ( $-84^{\circ}\text{C}$ ) у нижней границы ионосферы. Дальше она непрерывно возрастает вследствие поглощения атмосферой ультрафиолетового излучения Солнца.

Название «ионосфера» произошло оттого, что в этом слое атмосферы газы ионизированы. Главная причина ионизации — ультрафиолетовое излучение Солнца. Вследствие того, что химический состав атмосферы изменяется с высотой, а поглощение света разными газами неодинаково, ионизация атмосферы носит слоистый характер. На границах слоев ионизация не падает до нуля, но становится меньше, чем в середине слоя. Высота, на которой в каждом слое существует максимальная концентрация электронов, зависит от сезона и времени суток в соответствии с составом и температурой атмосферы, а также с вариациями интенсивности солнечного излу-

---

<sup>1)</sup> О терминологии см. Митра С. К., Верхняя атмосфера, ИЛ, 1955, стр. 587. (Прим. перев.)

чения. Обозначения ионизированных слоев, важных для наших целей, и приближенное значение высот, на которых наблюдается максимальная ионизация, таковы: слой  $D$ , 35—40 миль; слой  $E$ , 70—80 миль; слой  $F_1$ , 135—145 миль; слой  $F_2$ , 190—230 миль.

Радиоволны, как и свет, в изотропной однородной среде распространяются по прямой со скоростью  $v = \frac{c}{n}$ , где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек есть скорость света в пустоте, а  $n$  — показатель преломления среды. Показатель преломления радиоволн в воздухе мало отличается от единицы, но зависит от температуры, давления и содержания водяных паров. Все эти величины изменяются с высотой, что должно оказать влияние на распространение радиоволн. Далее, в случае средних, высоких и некоторой части очень высоких частот ионизированные слои атмосферы могут отражать, преломлять и поглощать радиоволны.

#### 4.3. Влияние ионосферы на распространение радиоволн

Ионизированные слои атмосферы подвержены суточным и сезонным вариациям. Слой  $D$  существует в течение дня и оказывает некоторое влияние на дневное радиовещание. Слой  $F_1$  появляется рано утром, существует весь день и снова исчезает ночью. Слой  $E$  имеет действующую высоту, не меняющуюся в течение суток и от сезона к сезону. Действующая высота слоя  $F_2$  сильно меняется в течение суток и от сезона к сезону. Характеристики ионизированных слоев мало зависят от долготы; экспериментальные данные показывают, что характеристики ионосферы, рассматриваемые как функции местного времени, остаются одинаковыми для любой долготы. Напротив, зависимость от широты оказывается существенной, поскольку разница в угле падения солнечных лучей ведет к тому, что ионизация в экваториальных областях выше, чем в полярных.

Действительная траектория, по которой радиоволна распространяется в ионосфере, зависит от показателя преломления. Изменение показателя преломления вдоль траектории приводит к ее искривлению, причем радиус кривизны оказывается равным  $n \frac{ds}{dn}$ , где  $s$  — некоторая величина, измеряемая по нормали к траектории, а  $n$  — показатель преломления. Кривизна траектории тем больше, чем быстрее изменяется показатель преломления; траектория превращается в прямую линию, если показатель преломления постоянен. Угол, на который отклонится траектория волны в ионосфере, можно определить из закона Снеллиуса при помощи равенства

$$\cos \alpha_0 = n \cos \alpha_n. \quad (4.1)$$

Рис. 4.1 поясняет обозначения, принятые в этом равенстве. Когда  $\alpha_n$  становится равным нулю, волна находится в своем верхнем поло-



жении и начинает возвращаться обратно к земле. Показатель преломления, необходимый для того, чтобы волна, вошедшая в ионосферу под углом  $\alpha_0$ , вернулась на землю, есть

$$n = \cos \alpha_0. \quad (4.2)$$

Показатель преломления ионизированной среды в присутствии магнитного поля Земли зависит от многих переменных, в том числе от диэлектрической постоянной среды, концентрации электронов, параметров земного магнитного поля и частоты самой волны.

В ионосфере электроны существуют в присутствии земного магнитного поля. Влияние этого поля при высоких радиочастотах состоит в том, что возбужденный электромагнитной волной электрон начинает колебаться, описывая эллиптическую орбиту. Вследствие этого каждому слою ионосферы соответствует своя так называемая критическая частота; она подвержена суточным и сезонным вариациям. Радиоволна, обладающая частотой меньше критической, всегда отра-

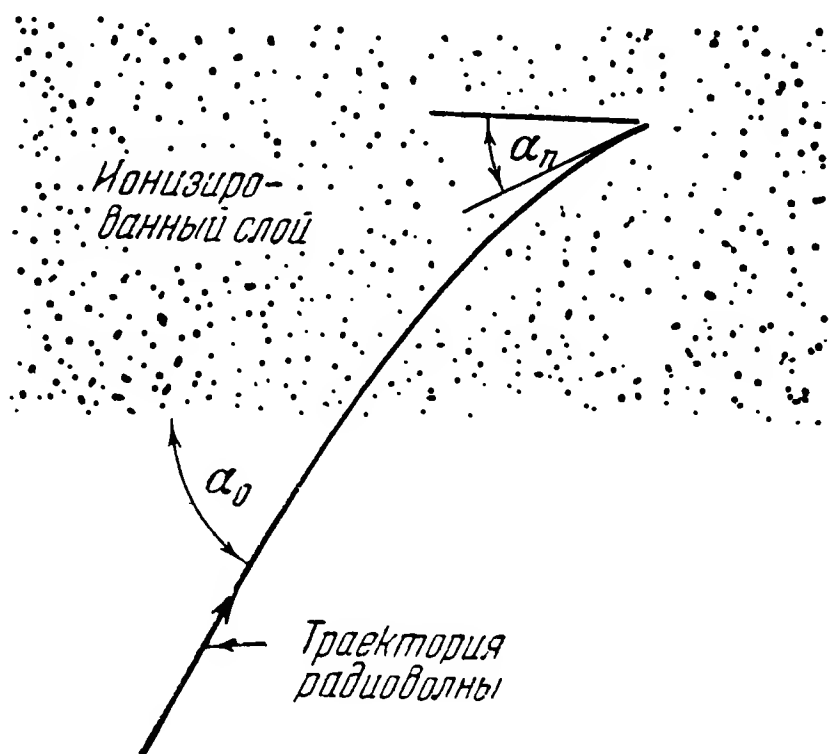


Рис. 4.1. Преломление в ионосфере.

жается к земле независимо от того, под каким углом она вошла в ионосферу. Если же частота радиоволны выше критической для данного слоя, то к земле возвращаются лишь те волны, которые входят в ионосферу под таким углом  $\alpha_0$ , что  $\cos \alpha_0 > n$ , где  $n$  есть показатель преломления для данной частоты в точке с максимальной концентрацией электронов. Таким образом, волны с частотой выше критической, входящие в ионосферу под большими углами, проходят через нее, а под малыми — отражаются к земле.

Иногда наблюдаются случаи, в которых слой  $E$  отражает волны, имеющие частоту выше критической для этого слоя. Тогда говорят о существовании *спорадического слоя  $E$* . Предполагают, что эти аномальные отражения происходят от образовавшихся в слое  $E$  областей ионизации с резкими подвижными границами. Такие области носят название ионных облаков. Эти облака могут достигать размеров в несколько сот миль. Аномальные отражения появляются и исчезают вместе с ионными облаками. В ионосфере существуют и другие аномалии, которые влияют на распространение радиоволн средних и высоких частот. Например, отраженные от ионосферы сигналы иногда внезапно замирают или исчезают совсем. Это явление имеет своей причиной вспышки ионизирующего излучения Солнца, которые вызывают быстрое увеличение поглощения радиоволн,



попадающих в ионизированные области. Кроме того, наблюдаются длительные периоды увеличения поглощения в нижних слоях, вызываемые вообще той же причиной; они менее опасны, чем внезапные замирания. Ионосферные бури, обычно сопровождаемые магнитными бурями, могут продолжаться по нескольку суток и характеризуются плохим распространением радиоволн с частотой выше 500 кГц. Влияние ионосферных бурь особенно сильно в полярных областях

или вблизи них. Зона наиболее сильного влияния ионосферных бурь обычно лежит в пределах  $20^\circ$  по широте от магнитных полюсов.

Частоты в пределах от 1,5 до 30 МГц наиболее подвержены преломлению и другим эффектам, связанным с ионизированными слоями атмосферы. Частоты от 30 до 60 МГц возвращаются к земле только в очень специальных случаях, а выше 60 МГц — вообще не возвращаются к земле от ионосферы.

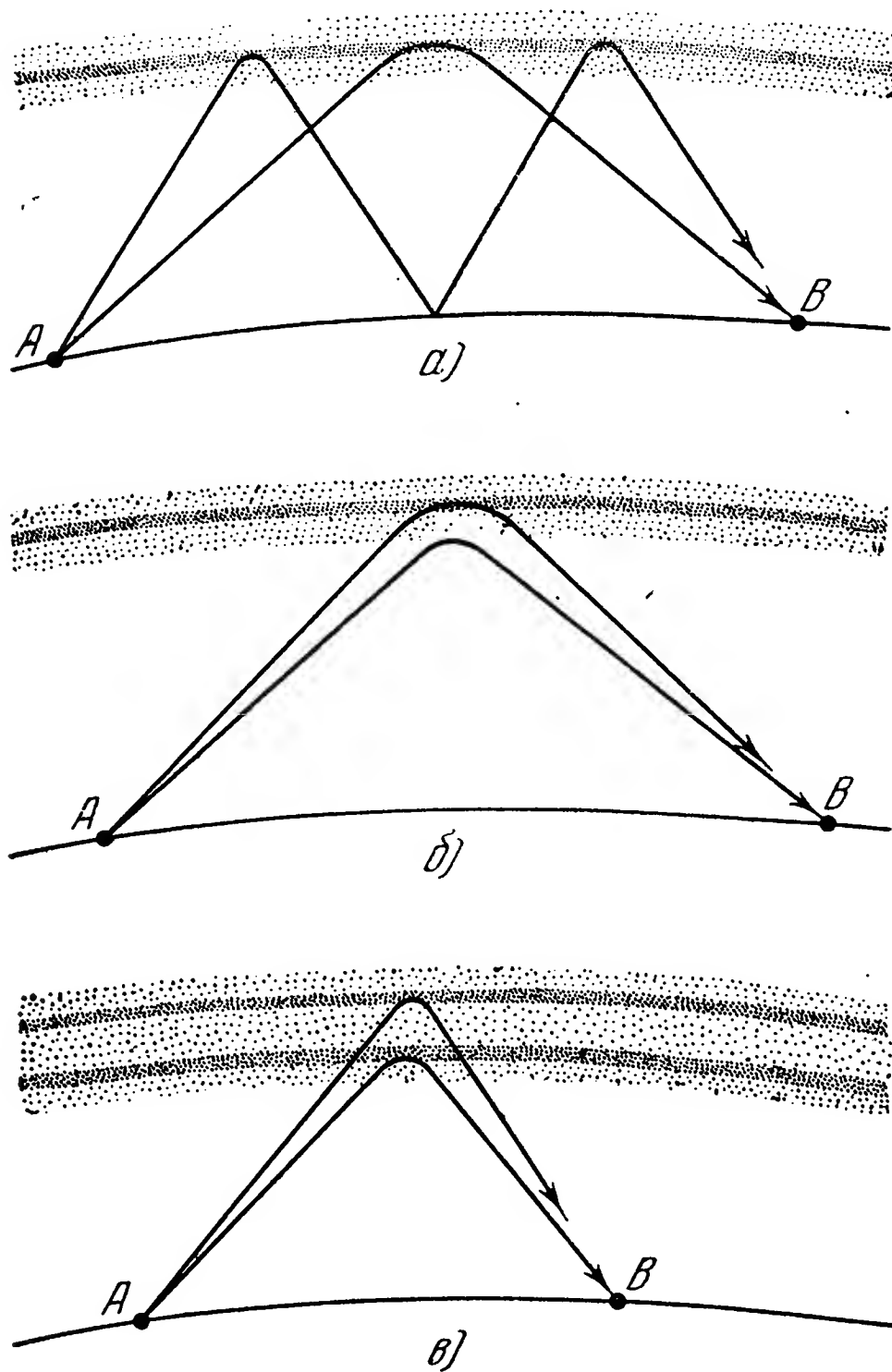


Рис. 4.2. Распространение путем многократного отражения.

необходимой точки. Примеры такого распространения показаны на рис. 4.2.

На рис. 4,2, а показан случай, когда энергия может попасть из точки А в точку В по траекториям, включающим в себя несколько отражений от ионосферы и земли. На рис. 4.2, б разные траектории соответствуют неодинаковым глубинам проникновения радиоволн в один и тот же ионизированный слой. На рис. 4.2, в то же явление имеет место вследствие отражения радиоволн от двух различных слоев ионосферы. Возможны даже случаи, когда волны обходят

#### 4.4. Распространение путем многократного отражения

Если используемая частота находится в пределах от 1,5 до 30 МГц и если, кроме того, в ионосфере возможно и преломление и отражение, то обычно бывает два или больше путей, по которым излучаемая энергия может достигнуть

распространения показаны

Землю по большому кругу в разные стороны. Следует отметить, что, так как отдельные траектории имеют неодинаковую длину, один и тот же сигнал доходит до приемника по разным траекториям в разное время.

#### 4.5. Влияние показателя преломления воздуха на распространение радиоволн

В пустом пространстве радиоволна распространяется от источника по прямой со скоростью, равной скорости света в вакууме. Отношение скорости в пустоте к скорости в среде есть показатель преломления среды. Существенно, что показатель преломления радиоволн в воздухе не зависит от частоты, за исключением, может быть, миллиметровых волн. Он не зависит также от поляризации волны. Показатель преломления воздуха есть прежде всего функция от температуры, давления и абсолютной влажности. Его можно определить по следующей эмпирической формуле <sup>1)</sup>:

$$(n - 1) \cdot 10^6 = \frac{79p}{T} - \frac{11a}{T} - \frac{3,8 \cdot 10^5 a}{T^2}, \quad (4.3)$$

где  $n$  — показатель преломления воздуха,  $p$  — давление воздуха в миллибарах,  $T$  — абсолютная температура воздуха в градусах Кельвина,  $a$  — давление водяных паров в миллибарах.

Поскольку физические характеристики атмосферы в пределах тропосферы изменяются с высотой непрерывно, показатель преломления также есть непрерывная функция высоты. Так как Земля имеет сферическую форму, то слои с постоянным значением показателя преломления будут следовать за сферической формой Земли. На рис. 4.3 показано искривление траектории радиоволны вследствие непрерывного изменения коэффициента преломления с высотой. Если предположить, что коэффициент преломления зависит от высоты

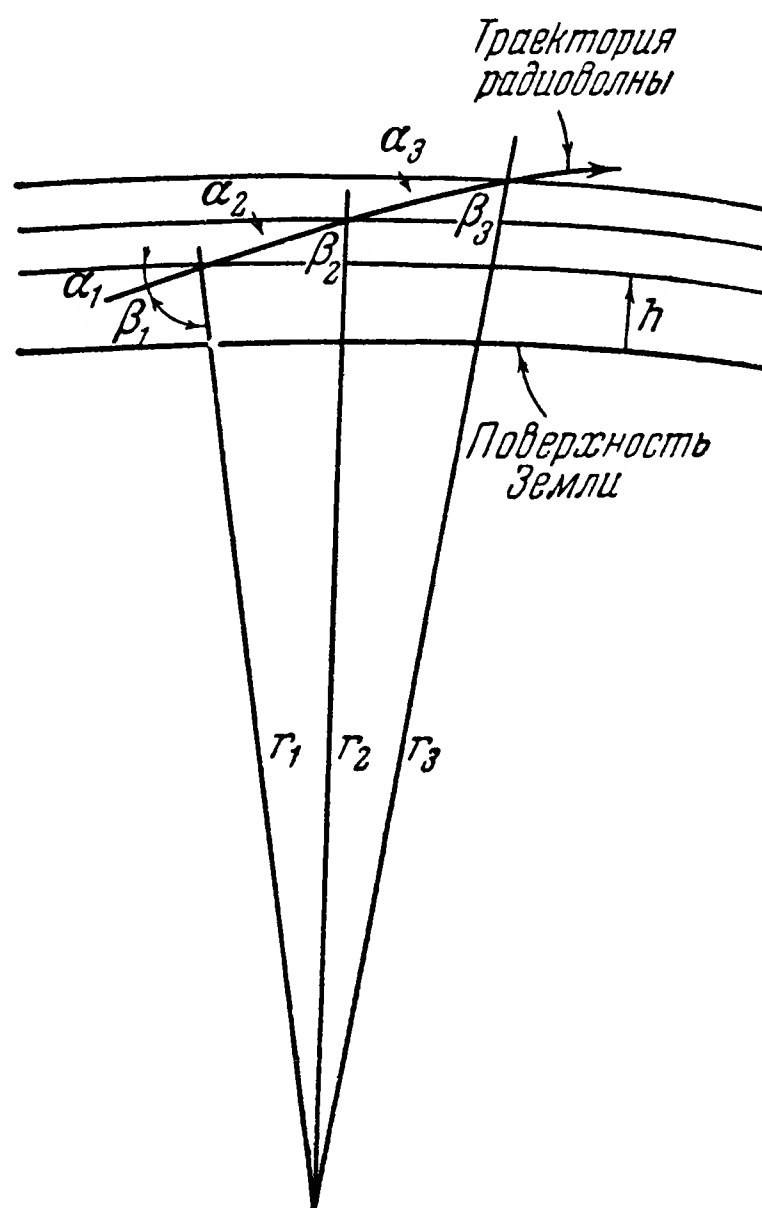


Рис. 4.3. Искривление траектории радиоволны вследствие изменения показателя преломления с высотой.

<sup>1)</sup> Summary Technical Report of the Committee on Propagation, NDRC Radio Wave Propagation Experiments.

линейно, то можно показать, что <sup>1)</sup>

$$d\alpha = 0,358 \cdot 10^{-7} \frac{dh}{\alpha}, \quad (4.4)$$

где  $\alpha$  есть угол, показанный на рис. 4.3, а  $d\alpha$  есть изменение этого угла в том случае, когда высота меняется на  $dh$ . Влияние обычной тропосферной рефракции пренебрежимо мало, за исключением того случая, когда траектория образует с горизонтом угол меньше  $2^\circ$ ; искривление траектории волны ведет к тому, что радиогоризонт не совпадает с оптическим (видимым) горизонтом.

Удобный метод построения лепестков излучателя или траектории волны состоит в применении так называемого *эффективного радиуса Земли*, равного  $\frac{4}{3}$  геометрического. В этом случае траектория, определяющая радиогоризонт, изображается прямой линией. Удобный метод приближенного определения дальности радиогоризонта для некоторой заданной высоты антенны состоит в применении уравнения

$$d = \sqrt{2h}, \quad (4.5)$$

где  $d$  — дальность радиогоризонта в уставных милях, а  $h$  — высота антенны в футах. Поскольку радиогоризонт ограничивает дальность прямого распространения радиоволны, существует некоторая предельная дальность передачи с антенны высотой  $h$  на объект, летящий на высоте  $h_1$ . Это будет:

$$d = \sqrt{2h} + \sqrt{2h_1}. \quad (4.6)$$

Известно, что наблюдаемое состояние атмосферы обычно обнаруживает отклонения от состояния, принимаемого за нормальное. Следует ожидать, что подобные аномалии в температуре, давлении и влажности вызовут и необычную рефракцию радиоволн. Например, существуют так называемые *температурные инверсии*, которые характерны тем, что температура не убывает с высотой, как обычно, а возрастает. Вследствие этого образуется слой теплого воздуха, лежащий на холодном. Если это приводит к тому, что коэффициент преломления быстро падает с высотой, то траектории, близкие к горизонтальным, будут отклонены вниз. Так возникает явление, называемое *атмосферным волноводом*. Атмосферные волноводы встречаются как у самой земли, так и на различных высотах, но обычно не выше 10 000 футов ( $\approx 3000$  м). Влияние атмосферных волноводов на передачу радиоволн зависит от расположения передающей и приемной антенны относительно волновода. В зависимости от этого волна может или отразиться к Земле, или распространяться внутри волновода, или, наконец, пройти сквозь

<sup>1)</sup> Reed H. D. and Russell C. M., Ultra High Frequency Propagation, John Wiley & Sons, 1953, p. 46.

волновод, но с заметным искривлением траектории. Существование атмосферного волновода в радиосвязи может привести к тому, что окажется осуществимой передача даже в области, лежащие за пределами обычного радиогоризонта; при радиолокации цели могут быть обнаружены на феноменальных дальностях, также за пределами радиогоризонта. Конечно, подобные условия вообще непредсказуемы.

#### 4.6. Поляризация радиоволн

Распространение энергии в форме расширяющегося поля излучения состоит в волновом движении, при котором изменения со временем электрического и магнитного поля в области, окружающей источник излучения, передаются радиально в сторону распространения. Если в излучающем элементе течет синусоидальный ток, то

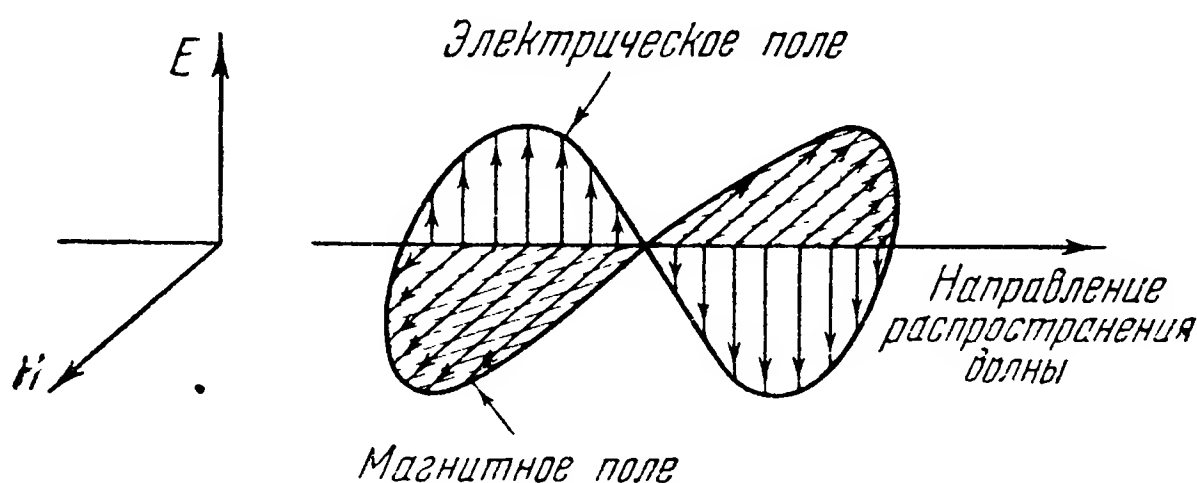


Рис. 4.4. Электрическое и магнитное поле волны.

напряженность обоих полей в любом месте вдоль линии распространения будет также изменяться синусоидально. На рис. 4.4 показано, как распределяются напряженности обоих полей в некоторый момент времени. По оси  $H$  отложена напряженность магнитного поля, по оси  $F$  — электрического. Оба эти вектора перпендикулярны к направлению распространения и друг к другу. Назовем *плоскостью поляризации* радиоволн ту плоскость, в которой располагается вектор напряженности электрического поля. Волна называется *вертикально поляризованной*, если плоскость поляризации вертикальна, и *горизонтально поляризованной*, если плоскость поляризации горизонтальна. Волна называется *поляризованной по эллипсу* или *по кругу*, если напряженность электрического поля волны вращается вокруг направления ее распространения.

#### 4.7. Отражение радиоволн

Рассмотрим простейший случай отражения, когда плоская волна встречает плоскую поверхность. Падающая волна разделяется на две части. Одна из них есть отраженная волна, возвращающаяся

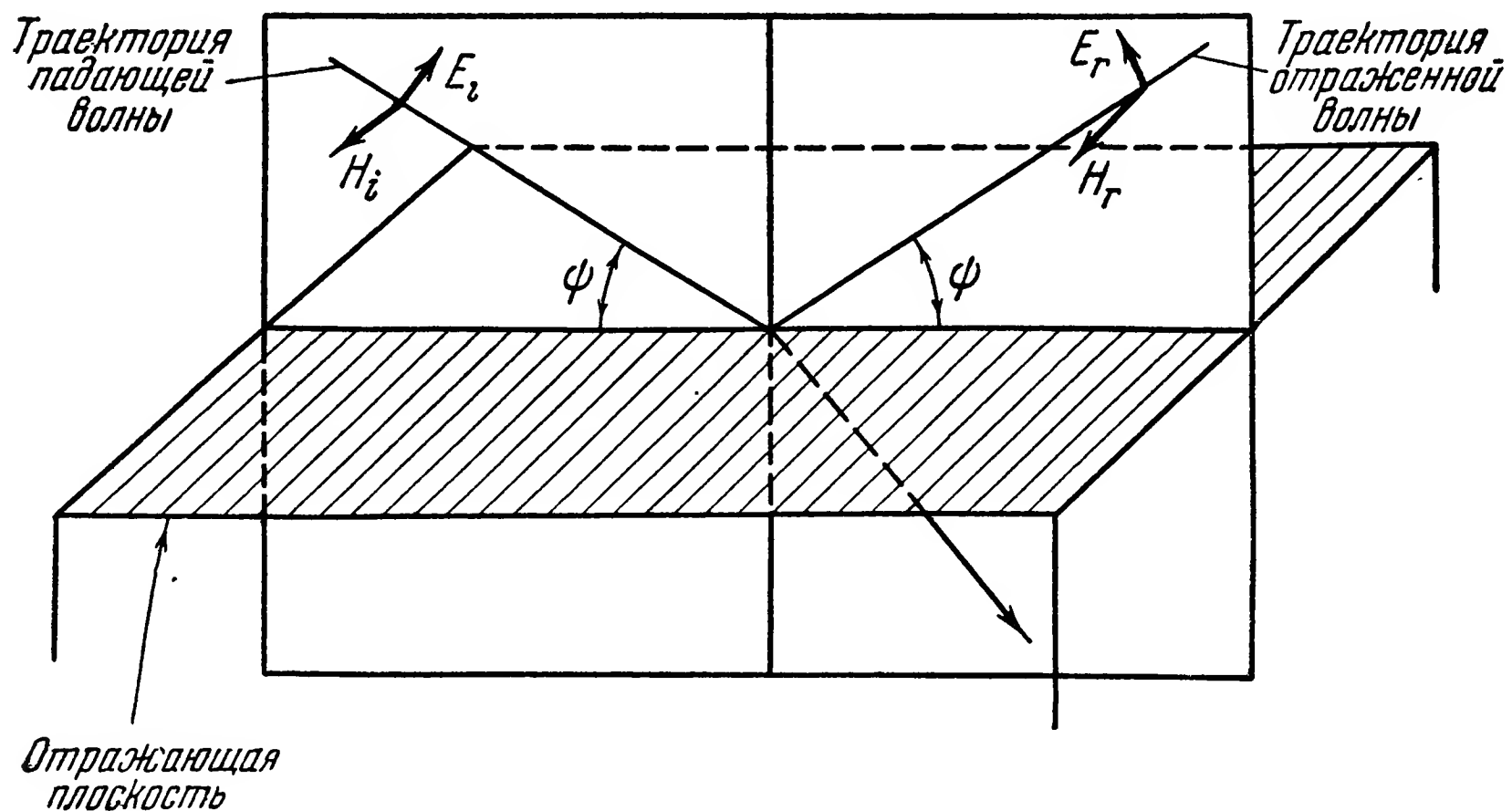


Рис. 4.5. Отражение вертикально поляризованной волны.

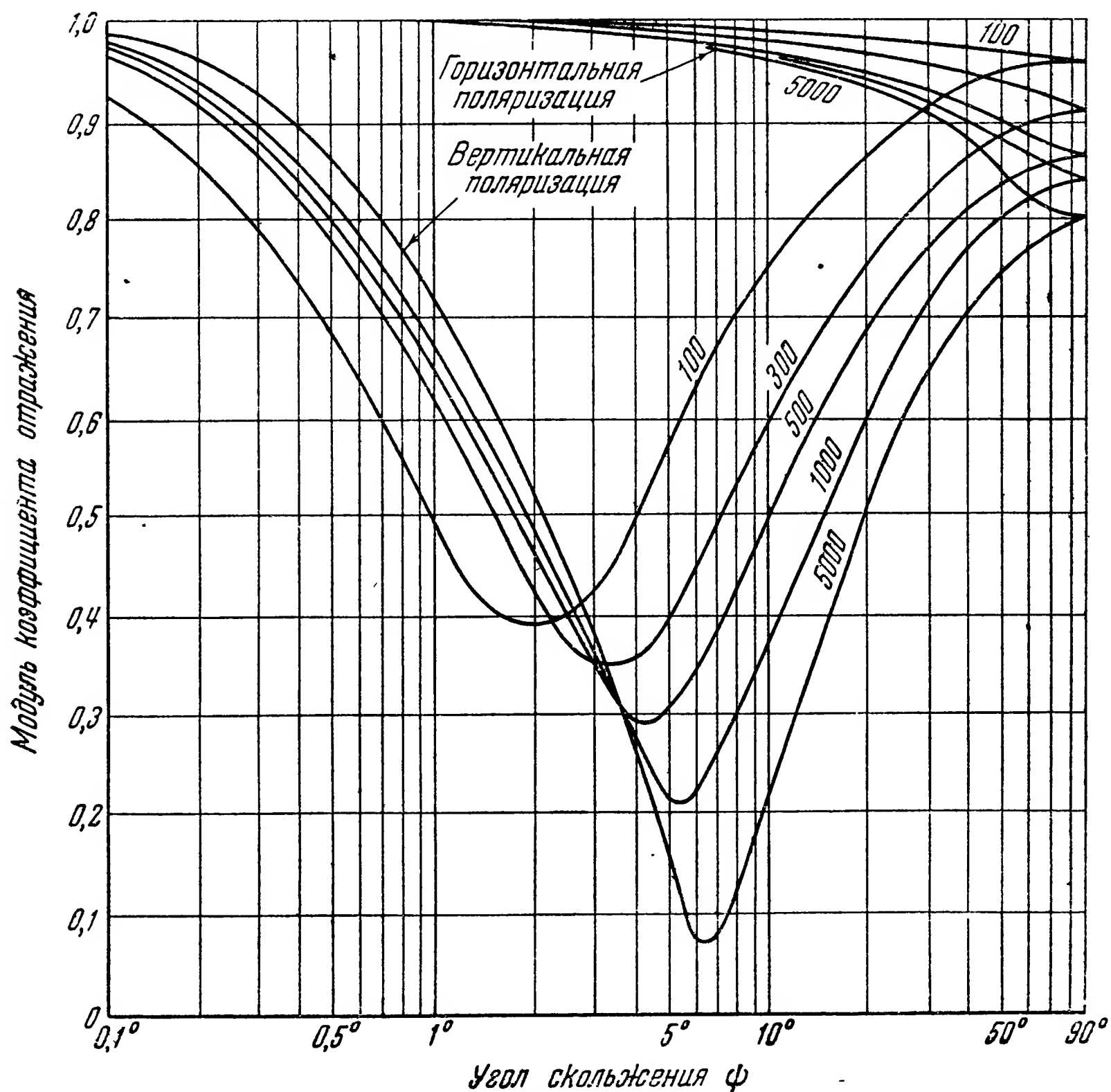


Рис. 4.6а. Модуль коэффициента отражения в зависимости от угла скольжения для спокойной поверхности моря и различных частот (числа при кривых означают частоты в мГц).

в атмосферу, другая — преломленная волна, которая поглощается в отражающей среде. Определим в точке отражения любую скалярную величину, связанную с волной, как для падающей, так и для отраженной волн. Тогда отношение последней к первой называется

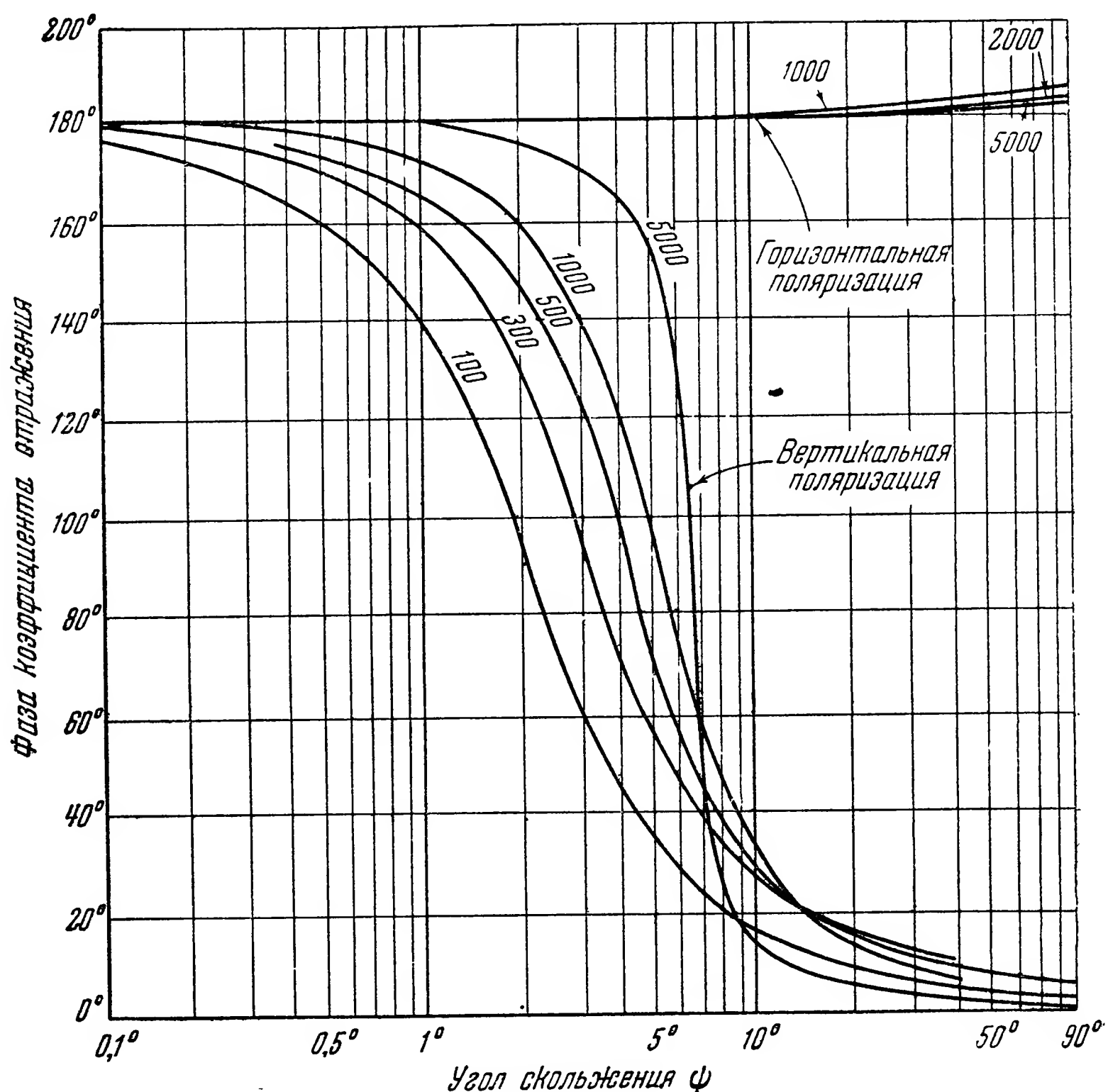


Рис. 4.66. Фаза коэффициента отражения в зависимости от угла скольжения для спокойной поверхности моря и различных частот (числа при кривых означают частоты в мГц).

коэффициентом отражения для данной среды. Определенный таким образом коэффициент отражения может оказаться различным в зависимости от того, какая именно из скалярных характеристик волны взята для его определения. На рис. 4.5 отражающая плоскость горизонтальна, а плоскость падения волны вертикальна. Траектория волны встречает отражающую плоскость под углом  $\psi$ , называемым *углом скольжения* (угол падения есть  $90^\circ - \psi$ ). Комплексный коэффициент отражения  $R$ , определенный через напряженность электрического поля, есть  $\frac{E_r}{E_i}$ .



Общие формулы для коэффициента отражения выводятся из теории электромагнитного поля. Для горизонтальной поляризации

$$R_h = \frac{\sin \psi - \sqrt{\epsilon - \cos^2 \psi}}{\sin \psi + \sqrt{\epsilon - \cos^2 \psi}}, \quad (4.7)$$

для вертикальной поляризации

$$R_v = \frac{\epsilon \sin \psi - \sqrt{\epsilon - \cos^2 \psi}}{\epsilon \sin \psi + \sqrt{\epsilon - \cos^2 \psi}}. \quad (4.8)$$

Здесь  $\epsilon$  есть комплексная диэлектрическая проницаемость отражаю-

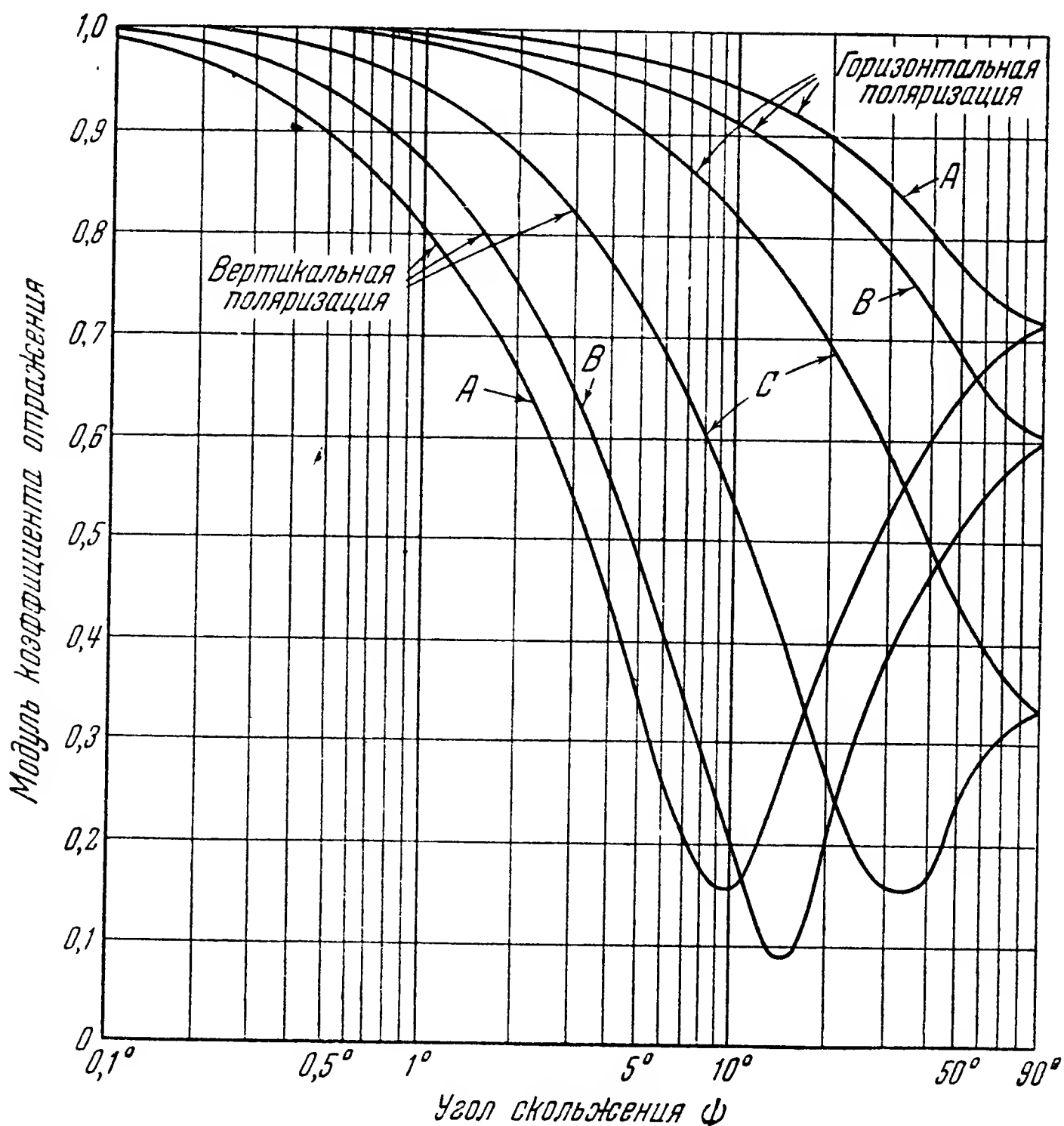


Рис. 4.7, а. Модуль коэффициента отражения в зависимости от угла скольжения для ровной местности разных типов (А — болотистая местность, В — обычная местность, С — пустынная местность). Частота 100 мГц.

щей среды. Эти формулы показывают, что амплитуда напряженности электрического поля отраженной волны  $E_r$  равна  $RE_i$ . Отраженная волна может как опережать по фазе падающую волну, так

и отставать от нее. На рис. 4.6 и 4.7 показаны модуль и фаза коэффициента отражения в зависимости от угла скольжения для различных отражающих сред.

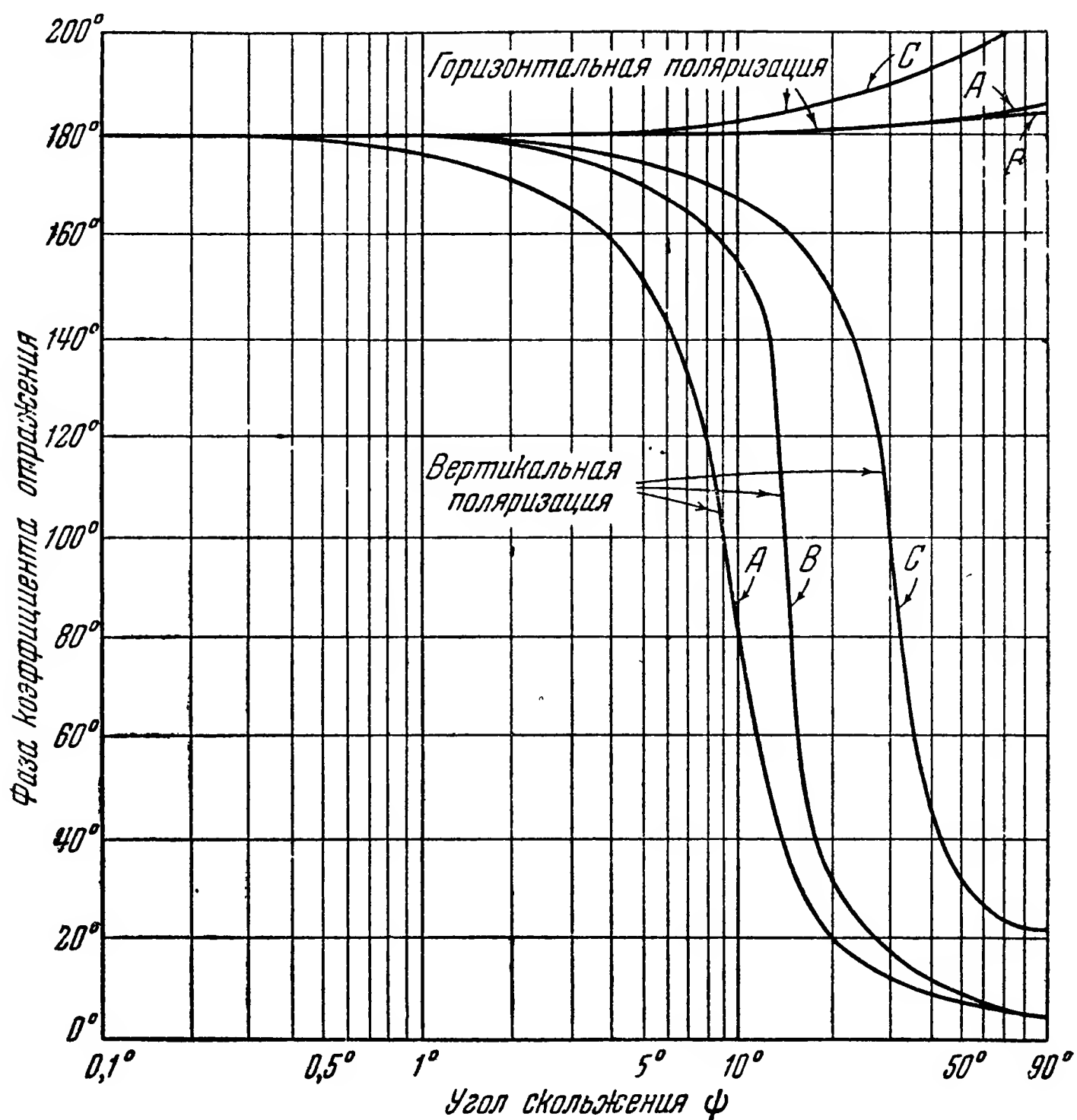


Рис. 4.7, б. Фаза коэффициента отражения в зависимости от угла скольжения для ровной местности разных типов (А — болотистая местность, В — обычная местность, С — пустынная местность).

#### 4.8. Случай передачи по двум различным путям

Рассмотрим передатчик (рис. 4.8), расположенный в точке А на высоте  $h_1$  над поверхностью Земли, и приемник, расположенный в точке В на высоте  $h_2$ , причем В лежит выше радиогоризонта. В этом случае существуют два различных пути, по которым радиоволны могут попасть из А в В. Первый, конечно, есть прямой путь между передатчиком и приемником; на втором пути волна отражается от поверхности Земли. Поле в точке В есть векторная сумма полей в прямой и отраженной волне. Составляющая, происходящая от отраженной волны, зависит прежде всего от свойств отражающей поверхности. Независимо от поляризации волны угол падения равен углу отражения. Но отношение напряженности поля

отраженной волны к напряженности поля падающей волны зависит от угла скольжения  $\psi$ , типа поляризации, коэффициента отражения и, кроме того, от *коэффициента расходимости*. Необходимость введения коэффициента расходимости следует из того, что Земля есть шар и что после отражения от сферы волны расходятся; это и вызывает дополнительное ослабление поля в отраженной волне.

Если вместо передатчика и приемника, расположенных в разных точках, мы рассмотрим случай, когда в  $A$  расположены радиолокационные передатчик и приемник, а в  $B$  — воздушная цель, то ясно, что излучаемая передатчиком энергия может попасть на цель и по

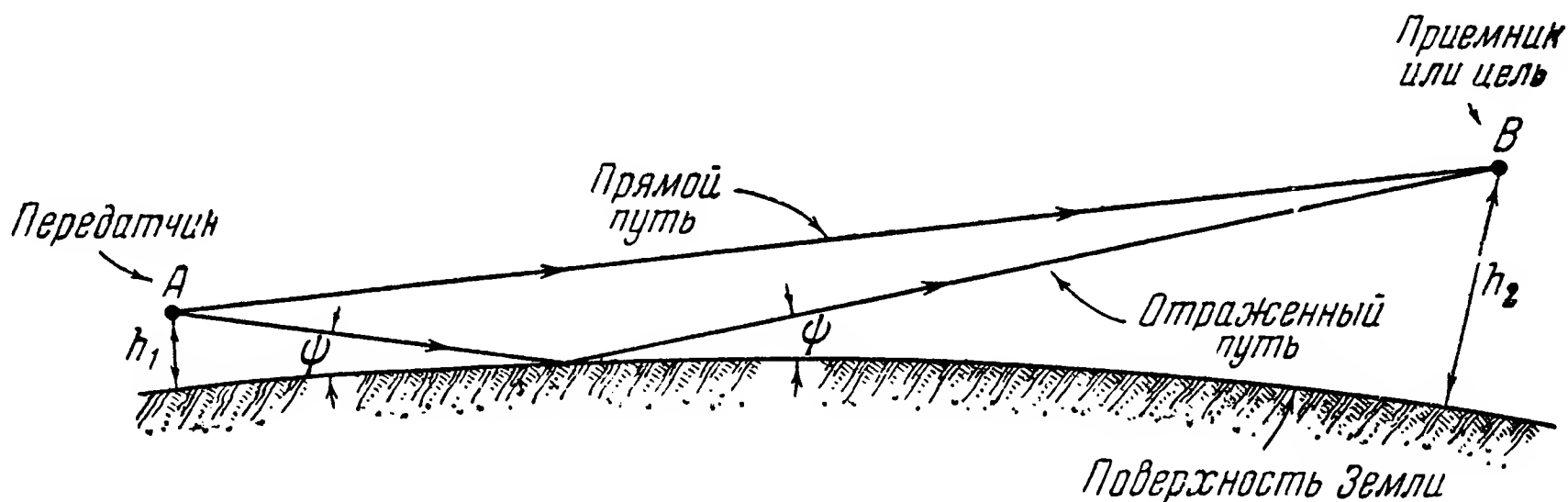


Рис. 4.8. Передача по двум различным путям.

прямому и по отраженному путям, а энергия, отраженная целью, может вернуться к приемнику теми же двумя путями. В случае использования на практике передачи по двум путям это обстоятельство нужно особенно иметь в виду.

Рис. 4.9 поясняет интерференционные явления, которые возникают в случае антенны, одинаково излучающей во все стороны и расположенной над плоским отражателем. Существуют области, в которых поле волны возрастает вследствие того, что прямая и отраженная волны находятся в фазе; существуют и области, в которых поле уменьшено вследствие того, что волны находятся в противофазе. Следует отметить, что области возрастания дают выигрыш в величине поля по сравнению с волнами, распространяющимися в пустом пространстве. На рис. 4.9 для простоты принято, что коэффициент отражения равен единице, сдвиг фазы при отражении равен нулю, а коэффициент преломления атмосферы постоянен. В точке  $A$  расположен изотропный излучатель, а в  $B$  — приемник или воздушная цель. На рисунке показано, что точка  $B$  находится на одном из максимумов, и разность хода прямого и отраженного лучей равна двум длинам волны. Точка  $B'$  означает приемник или цель, расположенные в таком месте, где поле равно нулю, а разность хода прямого и отраженного лучей равна полутора длинам волн. На рисунке сплошные линии соответствуют максимумам, а пунктирные — минимумам; очевидно, — это гиперболы. Если самолет ле-

тит горизонтально по направлению на точку  $A$  или от нее, он будет последовательно проходить через области усиления и ослабления; в случае радиолокатора и приближающейся цели последняя благодаря последовательной смене увеличений и уменьшений сигнала будет сначала обнаруживаться, потом пропадать. Увеличение сигнала (максимум) наступает в том случае, если отраженный путь длиннее

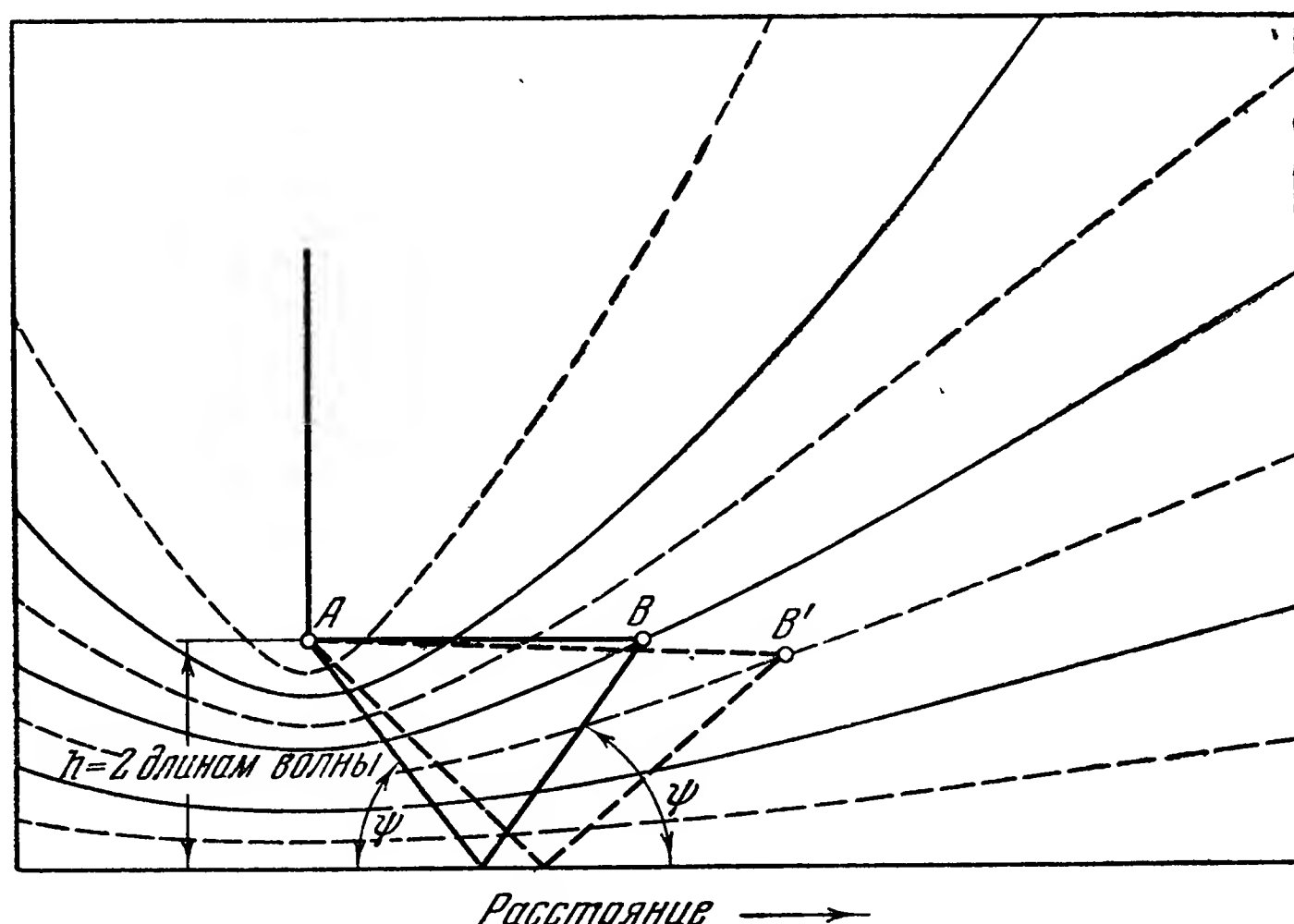


Рис. 4.9. Линии равных разностей хода для модуля коэффициента отражения 1 и фазы  $0^\circ$ . Сплошная линия соответствует прямой и отраженной волнам в фазе (увеличение сигнала), пунктирная — в противофазе (уменьшение сигнала).

прямого на целое число волн. Уменьшение сигнала (минимум) наступает в том случае, если отраженный путь длиннее прямого на нечетное число полуволн. Число наблюдаемых минимумов равно числу полуволн, содержащихся в высоте излучающей антенны над отражающей поверхностью.

Существует много отличных руководств (некоторые из них указаны ниже), рассматривающих интерференционные явления со всеми подробностями вплоть до методов вычисления напряженности полей. Но столь подробное изложение не входит в задачу настоящей книги. Однако мы уже привели достаточно деталей, чтобы сделать некоторые общие выводы, существенные для управления снарядами.

На рис. 4.10 приведены теоретические интерференционные характеристики для волн ультравысокой частоты, поляризованных горизонтально и вертикально, если в качестве отражающей поверхности служит поверхность моря. Число появляющихся минимумов и максимумов зависит от частоты волны и высоты антенны над отражающей

поверхностью. Значение максимумов и минимумов для каждого типа поляризации зависит от коэффициента отражения и угла скольжения. Если, в частности, заданы параметры полета, как на рис. 4.10, то значение и расположение максимумов и минимумов зависит только от коэффициента отражения, или, что то же самое, от характера отражающей поверхности. Чем больше коэффициент отражения, тем резче усиления и ослабления. Из рис. 4.6 и 4.7 можно видеть, что коэффициент отражения у спокойной морской воды больше, чем у любой другой отражающей поверхности из числа тех, с которыми

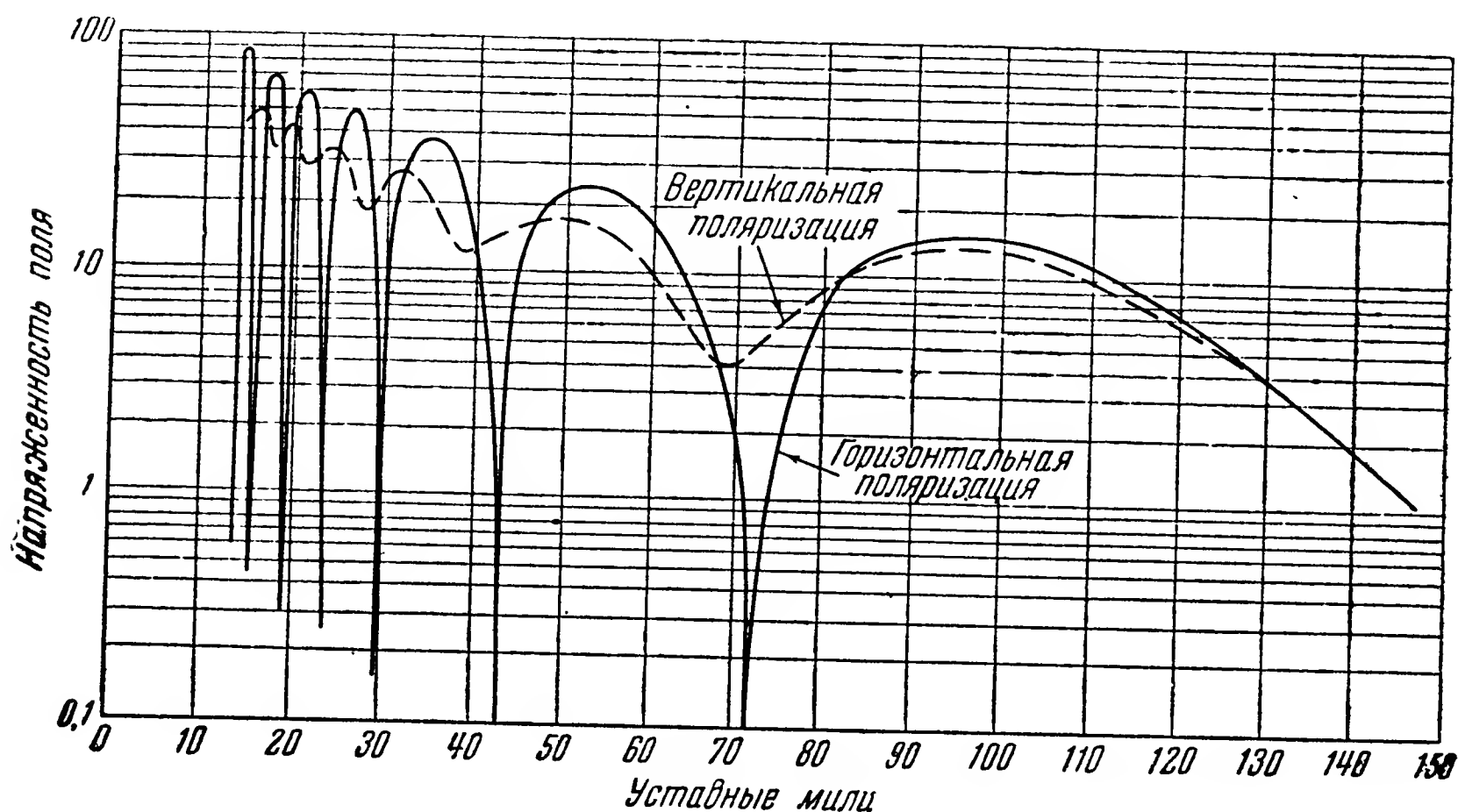


Рис. 4.10. Типичные интерференционные характеристики в задаче поверхность — воздух над морем; самолет летит на постоянной высоте 10 000 футов.

приходится встречаться на практике. Следовательно, интерференционные явления над морем будут более резко выражены, чем над сушей. Однако гористые местности могут вызвать непредсказуемые интерференционные явления, с которыми не приходится сталкиваться над относительно гладким морем.

Если мы предположим, что рис. 4.10 иллюстрирует полет самолета прямо на точку А, в которой расположен передатчик, то мы увидим, что чем больше скорость самолета, тем больше частота, с которой для него чередуются максимумы и минимумы. Если эта частота приближается к какой-нибудь из частот, используемых в системе управления, описываемое явление может играть существенную роль.

#### 4.9. Выбор типа поляризации

При выборе типа поляризации в некоторой конкретной задаче следует принимать во внимание:

- а) степень увеличения сигнала в максимуме при отражении,
- б) степень уменьшения сигнала в минимуме,

в) влияние типа отражающей поверхности,

г) эффекты, которые могут возникнуть вследствие специфических особенностей данной системы.

Если две станции находятся над радиогоризонтом или на нем, связь между ними при вертикальной и горизонтальной поляризации, по-видимому, будет осуществляться почти одинаково. Коэффициент отражения приблизительно одинаков в обоих случаях, если угол скольжения мало отличается от нуля. Величина первого максимума практически одинакова для обоих типов поляризации. Если принимающая станция находится достаточно высоко над радиогоризонтом, то горизонтальная поляризация при тех же углах скольжения даст большее увеличение сигнала в максимумах, чем вертикальная. Вместе с тем, при горизонтальной поляризации в минимумах происходит и значительно большее уменьшение сигналов. Если по требованиям задачи необходимо добиваться наибольшей дальности, а с уменьшением сигналов в минимумах можно примириться, то предпочтительнее горизонтальная поляризация. Если, напротив, требуется полная непрерывность связи, то следует выбрать вертикальную поляризацию.

Подобным же образом и для радиолокации, если главное — максимальная дальность действия, как это имеет место в станциях обнаружения, по-видимому, следует предпочесть горизонтальную поляризацию. Наоборот, в радиолокаторе с автоматическим сопровождением, где главное — получать непрерывную информацию о цели, предпочтительно будет остановиться на вертикальной поляризации. Конечно, эти соображения правильны только в том случае, если отражающая поверхность допускает такой выбор. Кроме того, существуют и другие соображения, вытекающие из способа, которым сигналы формируются из несущей частоты; эти вопросы требуют более тщательного рассмотрения.

#### 4.10. Диффракция радиоволн

Радиоволны, вообще, распространяются от антенны по прямым линиям, за исключением случаев отражения и преломления, но суще-



Рис. 4.11. Область диффракции под радиогоризонтом.

ствует еще один случай, когда волны отклоняются от прямолинейной траектории — случай диффракции. Диффракция состоит в том, что если на пути волны имеется какое-нибудь препятствие,



непрозрачное для волны, то она огибает край этого препятствия и ее траектория искривляется. Таким образом, вследствие диффракции область тени препятствия уменьшается, и позади него можно обнаружить присутствие некоторой части излучаемой энергии. В частности, диффракция происходит и у поверхности Земли, как показано на рис. 4.11. Строения, горы, конструктивные элементы корабля, самолета или управляемого снаряда также порождают диффракцию. Если препятствие невелико, как в случае управляемого снаряда, то позади снаряда или совсем нет тени, или она очень мала. Влияние диффракции при распространении волн у Земли на напряженность поля в волне видно из рис. 4.12.

#### 4.11. Типы графиков напряженности поля

Существуют три часто применяемых типа графиков для изображения напряженности поля и выигрыша в вертикальной плоскости, проходящей через антенну:

а) Зависимость выигрыша или напряженности поля от высоты на постоянном расстоянии от антенны.

б) Зависимость выигрыша или напряженности поля от расстояния при постоянной высоте приемной антенны.

в) Линии равного выигрыша или равной напряженности поля.

На рис. 4.12 приведена зависимость напряженности поля от расстояния между приемной и передающей антенной для постоянной высоты самолета. По этому рисунку можно судить об изменениях напряженности поля, которые летящий самолет обнаружит как в области диффракции (под радиогоризонтом), так и в области интерференции. Чтобы можно было судить о выигрыше и потерях, вызванных явлением передачи по двум путям, на рис. 4.12 приведена для сравнения напряженность поля, которая имела бы место при отсутствии земной поверхности.

Существуют строгие методы, позволяющие вычислять напряженность поля в областях интерференции и диффракции, однако эти методы обычно основаны на введении в рассмотрение так называемых «стандартных» атмосферных условий и упрощающих предположений относительно коэффициентов отражения. Введение этих упрощений необходимо для уменьшения вычислительной работы, однако в действительности существует много факторов, которые не могут быть приняты во внимание при вычислениях; к ним относятся, например, неровности земной поверхности, отклонение атмосферных условий от стандартных и другие аномалии. Вследствие этого, чтобы быть уверенным в достаточности сигнала в области тени или в пограничных областях, конструктор должен прибегнуть к введению в свой проект некоторого коэффициента безопасности. Однако величина этого коэффициента бывает обычно ограничена габаритом

и весом аппаратуры, особенно при проектировании управляемых снарядов. Конструктор должен взвесить возможность выполнения

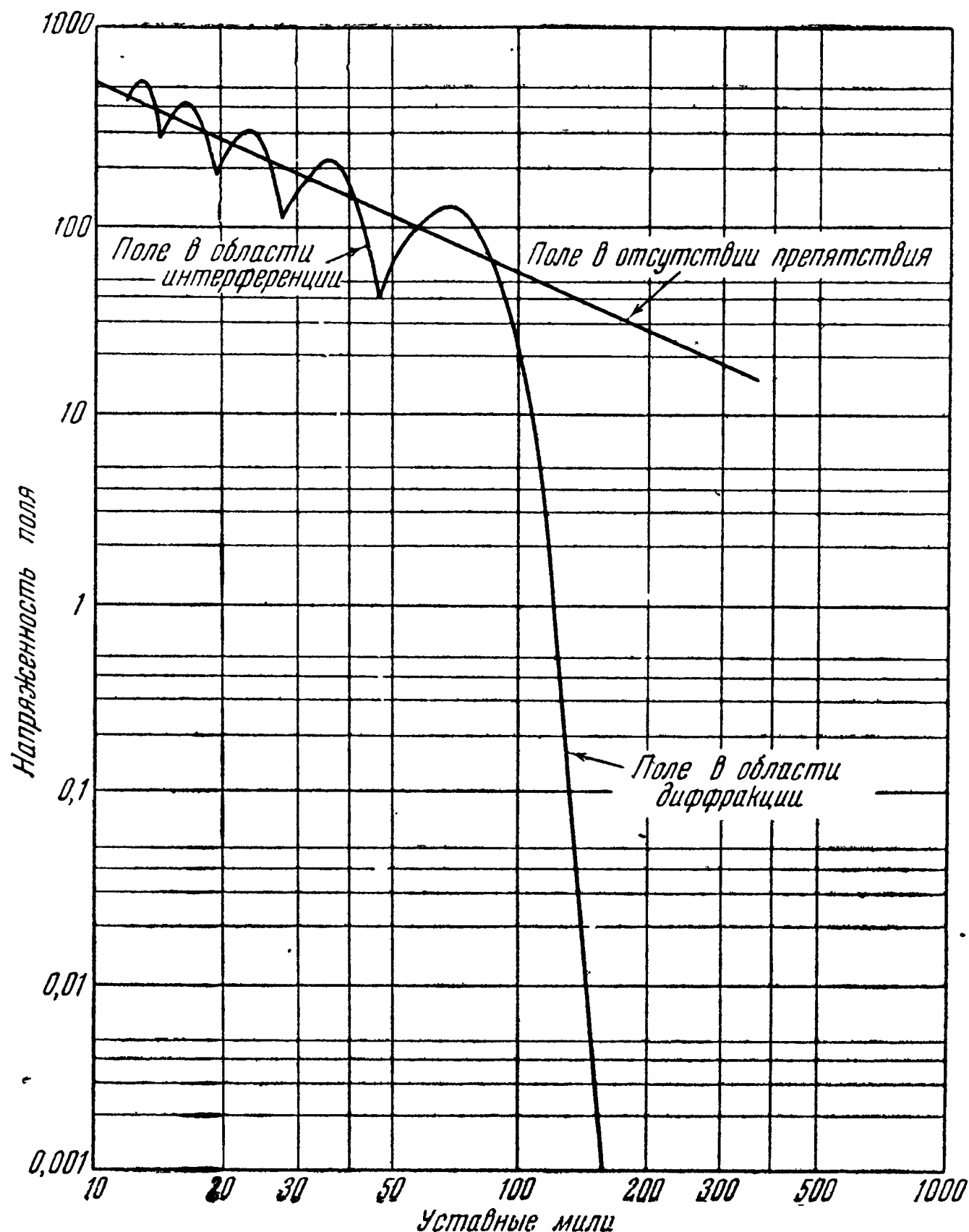


Рис. 4.12. Напряженность поля в зависимости от расстояния для высоты 5000 футов.

требований, диктуемых изучением влияния всех этих факторов, с точки зрения экономических и физических возможностей.

#### 4.12. Поглощение радиоволн

Если вся энергия, содержащаяся в радиоволне, или некоторая ее часть необратимым путем превращаются в какую-нибудь другую форму энергии, например в теплоту, мы говорим, что имеет место поглощение или *абсорбция* энергии. В атмосфере энергию радиоволн поглощают кислород, водяные пары, все виды осадков и инородные частицы, например пыль. Количество поглощенной энергии

не зависит от поляризации радиоволн, а зависит лишь от их частоты. Молекулярное поглощение пренебрежимо мало при частотах ниже 5000 мГц, так что это явление заслуживает внимания только для тех, кто применяет радиоволны сверхвысоких частот.

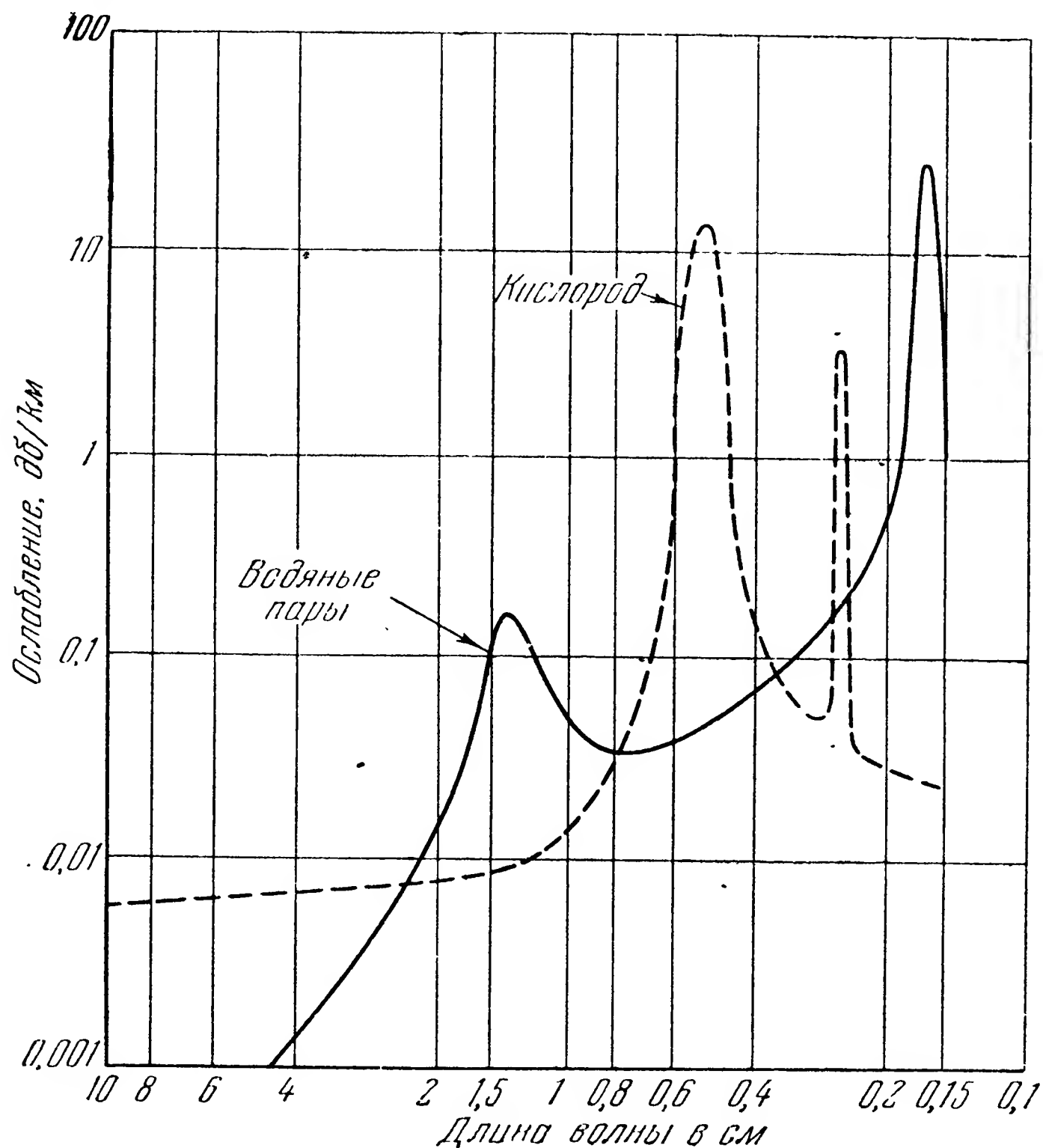


Рис. 4.13. Теоретические кривые атмосферного ослабления в кислороде и неконденсированных парах воды на уровне моря при  $20^{\circ}\text{C}$  и 1% содержания молекул воды.

Если мы рассмотрим только молекулярное поглощение, то в атмосфере абсорбцию микрорадиоволн будут вызывать:

- кислород, который обладает магнитным взаимодействием с радиоволнами, потому что молекула  $\text{O}_2$  обычно парамагнитна;
- водяные пары, потому что молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  обладают электрической полярностью.

Для каждого из этих веществ существуют такие полосы частот, в которых поглощение чрезвычайно велико вследствие молекулярного резонанса. Для кислорода эти полосы находятся вблизи длин волн 0,5 и 0,25 см. Для водяных паров резонанс наступает при

длине волны 1,35 см, но вследствие специфических свойств молекулы воды существует еще много острых резонансов выше полосы супервысоких частот.

Чтобы поглощение было заметно, необходимо, чтобы частота радиоволны не отличалась существенно от частоты молекулярного резонанса. Молекулы азота и кислорода, являющихся главными составными частями сухого воздуха, обе лишены постоянного электрического момента, который мог бы взаимодействовать с волнами инфракрасных и микрорадиочастот. Но молекула кислорода является парамагнитной, т. е. имеет постоянный магнитный момент, вследствие чего и может поглощать энергию микрорадиоволн. Поэтому, хотя обычно под абсорбцией понимают поглощение, происходящее исключительно от электрических диполей, она может возникать также и от магнитной полярности. Кроме того, может случиться, что эффект молекулярного поглощения сам по себе незначителен, но ослабление все-таки заметно, потому что радиоволны проходят в атмосфере большие расстояния. На рис. 4.13 приведены теоретические величины ослабления, происходящего от абсорбции в кислороде, на частотах, представляющих для нас интерес.

Так как в атмосфере всегда бывает водяной пар, необходимо рассмотреть также абсорбцию радиоволн молекулами воды. При длинах волн, меньших миллиметра, поглощение в парах воды настолько велико, что делает этот диапазон радиоволн неприменимым, за исключением передачи на короткие расстояния. Этот вывод перестает быть верным, если длина волны неограниченно уменьшается. Атмосфера снова пропускает волны, если их частота становится большой по сравнению с вращательной частотой молекулы воды, но это имеет место скорее в инфракрасной части спектра, чем в области микрорадиоволн. При учете поглощения микрорадиоволн в парах воды необходимо принимать во внимание, что содержание водяного пара в атмосфере изменяется с высотой, температурой и давлением. Интересно отметить, что абсорбция радиоволн молекулами водяного пара есть следствие главным образом электрической полярности этих молекул, а не их парамагнитного момента, как это было в случае молекулы кислорода. На рис. 4.13 приведены теоретические кривые ослабления вследствие абсорбции в парах воды для диапазона частот, представляющего интерес в задаче управления снарядами.

#### 4.13. Рассеяние радиоволн

*Рассеяние* радиоволн наступает в том случае, когда поверхность, на которую падает волна, слишком груба, чтобы могло иметь место зеркальное отражение. Энергия, отраженная от неровной поверхности суши или от высоких морских волн, может быть рассеяна в разных направлениях. Например, в случае ультравысоких и супервысоких частот применяют направленную антенну, чтобы собрать энергию

в узкий луч; вследствие рассеяния энергия может выйти за пределы этого луча. Рассеяние может иметь место и в том случае, когда волна проходит через неоднородную среду; например, аномалии в показателе преломления атмосферы вызывают некоторое рассеяние. Рассеяние появляется также, когда радиоволны встречаются дождевые капли, туман, град или снег. Конденсированная вода и другие виды осадков могут как поглощать, так и рассеивать энергию радиоволн. Величина потери энергии вследствие рассеяния есть функция частоты радиоволн, а также размера, формы, распределения в атмосфере и показателя преломления частиц, вызывающих рассеяние.

#### 4.14. Ослабление в конденсированной воде и других видах осадков

Ослабление радиоволн супервысоких частот осадками совершается двумя способами:

а) энергия поглощается и необратимым путем превращается в теплоту;

б) энергия покидает направленный луч вследствие рассеяния.

В случае дождя ослабление, вызванное обеими этими причинами, зависит от размера дождевой капли. При очень малых капельках, как в тумане, ослабление происходит главным образом за счет абсорбции и большей частью прямо пропорционально общему объему капелек, находящихся в единице объема воздуха. При крупных каплях большая часть ослабления происходит за счет рассеяния. Опыт показывает, что осадки никогда не бывают однородными в больших областях пространства. Поэтому ослабление, производимое, например, дождем, может быть вычислено только в том случае, если известно или задано распределение капель по размерам. Как следствие неоднородности осадков и трудностей измерения распределения капель по размерам точный расчет ослабления для какого-нибудь действительного случая неосуществим.

Интенсивность осадков обычно измеряется в дюймах в час или в миллиметрах в час. Принимая эмпирические соотношения между интенсивностью дождя, общим количеством воды в единице объема воздуха при дожде и размером капли, можно теоретически определить ослабление радиоволн, производимое дождем или туманом. На рис. 4.14 приведены эти теоретически найденные значения. Следует отметить, что ослабление дождем или туманом на длинах волн в 10 см и больше не существенно, но для волн длиной 3 см и меньше ослабление в дожде и тумане быстро растет с уменьшением длины волны и может оказаться значительным. Для волн длиной 1,25 см и короче ослабление даже в умеренном дожде больше, чем в неконденсированных парах воды или в кислороде.



Ослабление от поглощения в твердых частицах, таких, как град или снег, значительно меньше, чем в жидких каплях с таким же содержанием воды. Рассеяние радиоволн на таких твердых частицах существует, но, исключая радиоволны миллиметрового диапа-

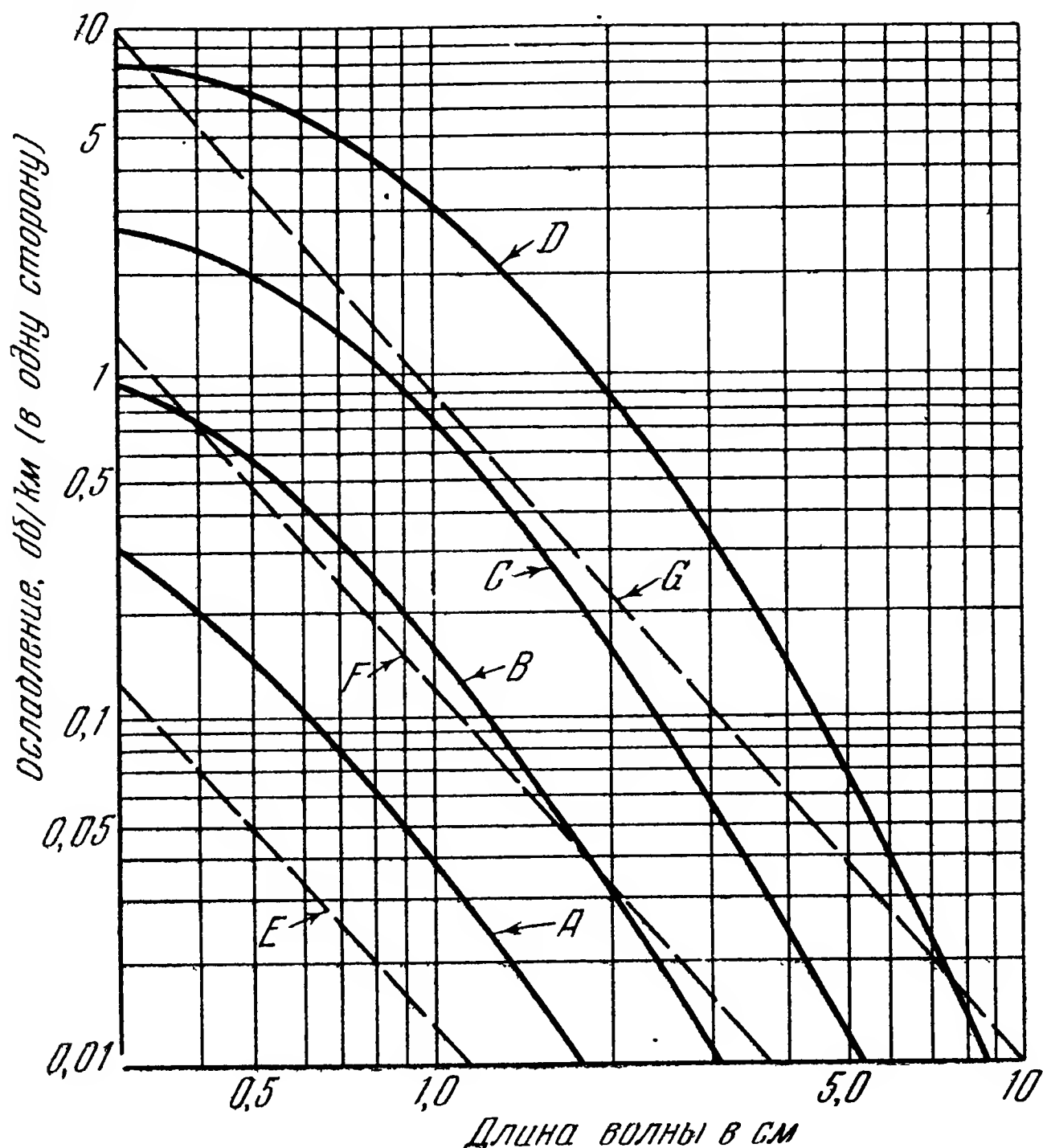


Рис. 4.14. Теоретические кривые ослабления в дожде и тумане. Сплошные линии относятся к дождю следующей интенсивности: *A* — моросящий дождь 0,25 мм/час, *B* — слабый дождь 1,0 мм/час, *C* — умеренный дождь 4,0 мм/час, *D* — проливной дождь 16,0 мм/час.

Пунктирные линии относятся к облакам или туману следующей плотности: *E* — видимость 2000 футов, 0,032 г/м<sup>3</sup>; *F* — видимость 400 футов, 0,32 г/м<sup>3</sup>; *G* — видимость 100 футов, 2,3 г/м<sup>3</sup>.

зона, ослабление от сухих осадков мало по сравнению с эквивалентным дождем. Ослабление, производимое снегом или кристаллами льда, можно почти всегда не принимать во внимание.

#### 4.15. Факторы, влияющие на выбор частоты

Выбор частоты для какой-нибудь конкретной системы связан с требованиями к дальности передачи и к свойствам оборудования. Если главное требование состоит в обеспечении большой дальности



передачи, как, например, в случае аэронавигационных систем, наиболее подходящими являются средние и высокие частоты. Следует напомнить, что вследствие существования преломления в ионосфере и отражения от Земли дальняя передача на этих частотах возможна при относительно малых размерах антенн и невысокой мощности передатчиков.

Когда возможна передача по линии прямой видимости, наиболее подходящими будут очень высокие и ультравысокие частоты. Окончательный выбор частоты из этих областей спектра в США отчасти определяется рекомендациями Федеральной комиссии по вопросам связи, а затем — требованиями к аппаратуре и методом наложения информации на несущую частоту.

При выборе супервысоких частот большую роль должен играть учет явления ослабления в атмосфере и в осадках, рассматриваемого под углом зрения конкретной задачи. Для бортового оборудования снаряда одним из главных требований являются малый габарит и вес; оно должно быть принято во внимание при выборе частоты. Более подробно этими вопросами мы займемся в главе 10.

#### 4.16. Обтекатели

Сканирующие радиолокационные антенны плохо вписываются в обтекаемые фюзеляжи или крылья. Для таких антенн необходимо иметь обтекатели, которые не ухудшали бы характеристик ни радиолокатора, ни летательного аппарата. Форма обтекателя зависит от места установки радиолокатора, а место в свою очередь — от назначения аппаратуры. Радиолокаторы, предназначенные для наблюдения и поиска, могут быть установлены под крылом; радиолокаторы обзора задней полусферы устанавливаются на хвосте фюзеляжа, а радиолокатор для управления огнем обычно устанавливается в носовой части фюзеляжа.

Радиолокаторы на снарядах обычно устанавливаются в головной части. Очевидно, что, поскольку скорость летательных аппаратов все возрастает, усиливаются и требования к форме наружных поверхностей, в том числе и к обтекателям радиолокаторов.

На рис. 4.15, а показан обтекатель такой формы, что все волны, направленные по оси радиолокационного луча, встречают обтекатель под прямым углом независимо от движения антенны, сопровождающей цель. Из этого рисунка видно также, что волны, находящиеся на границе луча, падают на обтекатель наклонно; однако искажения, которые могут отсюда возникнуть, будут однородными, поскольку диэлектрик обтекателя однороден и его толщина всюду одинакова.

Когда форма обтекателя становится более вытянутой, как показано на рис. 4.15, б, проблема структуры луча за обтекателем становится более сложной. Угол падения радиоволн на обтекатель быстро

меняется при поворотах антенны. Поэтому, если обтекатель сконструирован из диэлектрика одинаковой толщины, отражение и поглощение радиоволн луча будут изменяться при поворотах антенны. Если излучение антенны имеет плоскую поляризацию и, следовательно, если угол между плоскостью поляризации и обтекателем может изменяться при поворотах антенны, волны, выходящие из обтекателя,

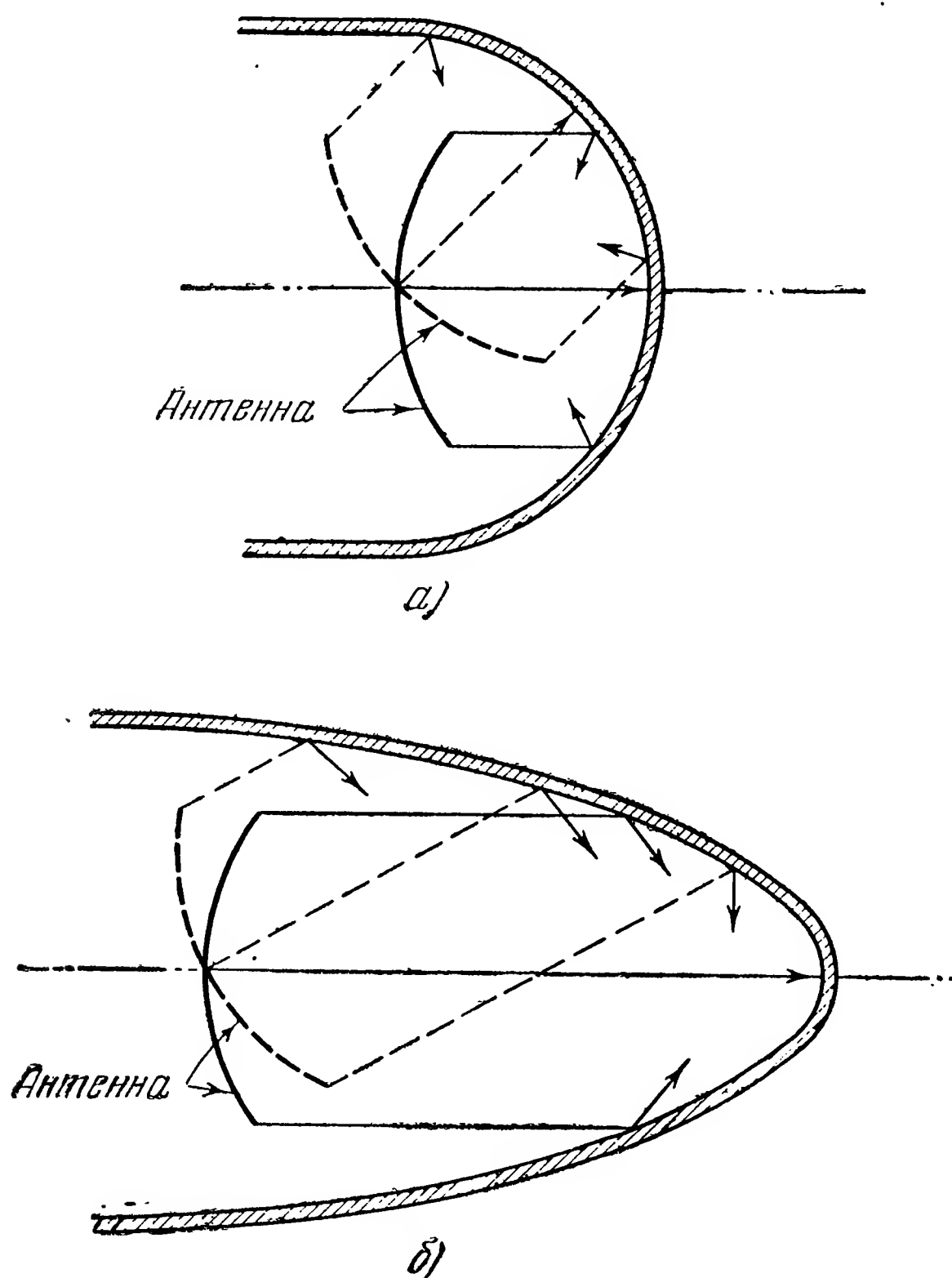


Рис. 4.15. Обтекатели: а) нормальный, б) удлиненный.

будут испытывать неоднородные фазовые искажения. В результате вне обтекателя появятся отклонение луча и искажение его формы, сложным образом зависящее от отклонения антенны. Это обстоятельство заставляет очень осторожно и вдумчиво относиться к проектированию обтекателей.

Проблема проектирования обтекателей не ограничивается только соблюдением нужных электрических характеристик. Обтекатель должен быть также достаточно прочным, чтобы выдерживать аэродинамическую нагрузку без того, чтобы изменять свою форму или электрические свойства. По этой причине обычно не удается делать

обтекатели очень тонкими. Материалы, применяемые для обтекателей, должны иметь приемлемые механические и электрические свойства. Вовсе не обязательно, чтобы обтекатель был всюду выполнен из одного и того же материала. Возможны многочисленные комбинации различных материалов, например слоистые обтекатели, где под прочной наружной оболочкой находится материал малой плотности, обладающий малыми потерями. Слоистые обтекатели могут иметь оболочку из фибергласса, связанного с пластиками, с наполнителем из сотового фибергласса или пенопластов.

Материал для обтекателей должен быть влагонепроницаемым, потому что ему придется служить при любых условиях погоды. Кроме того, он не должен быть гигроскопичен, так как присутствие влаги в материале обтекателя существенно изменяет его электрические характеристики.

Поскольку летательный аппарат должен двигаться в дожде, граде и снеге, наружный слой обтекателя не должен подвергаться разрушению осадками, через которые он движется с большой скоростью. Если скорость полета очень высока, следует ожидать, что трение о воздух вызовет большое повышение температуры передней части обтекателя. Поэтому необходимо применять материалы, которые могли бы противостоять возникающим температурам без изменения своих механических и электрических свойств.

#### 4.17. Распространение через лист диэлектрика

Падение под прямым углом. Если траектория радиоволны встречается с плоским листом диэлектрика под прямым углом, то часть энергии отражается, а остальная входит в диэлектрик. Если диэлектрик при этом не поглощает энергии, он называется *веществом без потерь*. Наоборот, если диэлектрик обладает свойством абсорбировать энергию, он называется *веществом с потерями*. Рассмотрим волну, которая вошла в диэлектрик и достигла его противоположной границы. Здесь снова часть энергии отражается, а остальная выходит в атмосферу за диэлектриком. Вообще для вещества без потерь энергия, отраженная от задней границы, по величине равна энергии, отраженной от передней стороны, но противоположна ей по фазе.

Некоторая часть энергии, отраженной от задней границы, проникнет через переднюю границу и сложится с отраженной энергией; другая ее часть претерпит многократные отражения и сложится частично с отраженной энергией, частично с энергией, прошедшей через диэлектрик. Если толщина листа равна одной четверти длины волны в данном диэлектрике, то волна, отраженная от задней границы, проходит путь на длину полуволны больше, чем волна, отраженная от передней границы; фаза обеих волн будет одинакова.

Поэтому, если толщина диэлектрика равна четверти длины волны или нечетному числу четвертей, то отражение будет иметь максимум.

Рассмотрим лист из диэлектрика, толщина которого равна целому числу длин полуволн в этом материале; тогда волна, отраженная от задней границы, будет по фазе противоположна волне, отраженной от передней границы. В этом случае отражение будет минимальным.

Из электромагнитной теории известно, что максимальное значение коэффициента отражения по мощности для листа из диэлектрика без потерь есть <sup>1)</sup>

$$|R|_{\max}^2 = \frac{\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1\right)^2}{\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} + 1\right)^2}, \quad (4.9)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость материала,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  — относительная диэлектрическая проницаемость (напомним, что показатель преломления равен  $n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$ ).

Так как реальные диэлектрики всегда в некоторой степени обладают потерями, мы должны установить, как этот факт влияет на коэффициент отражения. Здесь можно применить те же рассуждения, что и выше, но теперь необходимо учитывать ослабление любой волны, распространяющейся в диэлектрике. Очевидно, что энергия, прошедшая через диэлектрик с потерями, меньше, чем в идеальном случае. Волна, отраженная от задней границы, пройдет толщину листа по меньшей мере два раза и каждый раз будет ослабляться. Поэтому и общая энергия, отраженная от задней границы, теперь будет меньше, чем в случае диэлектрика без потерь, и никогда не сможет быть достаточно большой, чтобы полностью погасить первичную отраженную волну. Диэлектрик с потерями обычно характеризуют комплексной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon'$ . Можно написать <sup>1)</sup>:

$$\epsilon' = \epsilon(1 - j \operatorname{tg} \delta), \quad (4.10)$$

где  $j$  — мнимая единица, а  $\delta$  называется *углом потерь* диэлектрика. Угол потерь характеризует собой как показатель преломления, так и коэффициент поглощения диэлектрика. Когда угол  $\delta$  очень мал, отражательная способность диэлектрика близка к ее теоретическому значению для вещества без потерь.

---

<sup>1)</sup> Cady, Karelitz and Turner, Radar Scanners and Radomes, vol. 26, Radiation Laboratory Series, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 1948, chap. 10, p. 261. [См. также: Обтекатели антенн, Советское радио, М., 1950, стр. 20. (Прим. перев.)]

Падение под острым углом. На рис. 4.16 показан случай, когда траектория волны встречается с листом диэлектрика под острым углом; при этом происходит ряд наружных и внутренних отражений и преломлений. Каждый раз часть энергии отражается, а часть проходит сквозь границу. Волны, проникающие через заднюю границу, вместе дают волну, которая распространяется дальше.

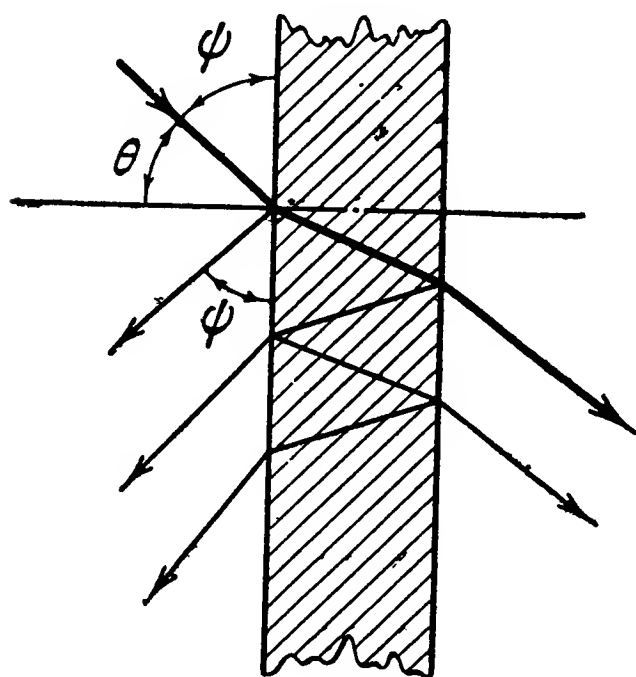


Рис. 4.16. Многократные преломления и отражения в листе диэлектрика.

Волны, которые после повторных отражений вернулись через переднюю границу, вместе с первичной отраженной волной определяют собой отражение от диэлектрика.

Можно показать, что выражение для коэффициента отражения, приведенное выше для встречи под прямым углом, применимо и для других случаев, если взамен отношения  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  подставить некоторую

приведенную величину, зависящую от угла падения  $\theta$ . В этом случае нужно принимать во внимание также и поляризацию волны. Если волны поляризованы в плоскости их падения (электрический вектор лежит в плоскости падения, аналогично тому, как это было при вертикальной поляризации в задаче об отражении от поверхности Земли), то приведенная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_\theta$  будет<sup>1)</sup>:

$$\frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_0} = \frac{\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2}{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 + \frac{\epsilon_0}{\cos^2 \theta}}. \quad (4.11)$$

Если угол падения есть  $\theta$ , то отношение  $\frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_0}$  используется вместо относительной диэлектрической проницаемости  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  данной среды. Подобным же образом величина приведенной диэлектрической проницаемости в случае поляризации, перпендикулярной к плоскости падения (электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения), равна<sup>2)</sup>

$$\frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_0} = 1 + \frac{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1}{\cos^2 \theta}. \quad (4.12)$$

<sup>1)</sup> См. гл. 11, стр. 287 книги, цитир. на стр. 137. [См. также: Обтекатели антенн, Советское радио, М., 1950, стр. 43. (Прим. перев.)]

<sup>2)</sup> Там же, стр. 288. [См. также: Обтекатели антенн, стр. 44. (Прим. перев.)]

На рис. 4.17 показана зависимость коэффициента отражения от угла падения  $\theta$  для единственной границы между воздухом и диэлектриком, при  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 4$ . Мы видим, что для всех углов падения при параллельной поляризации отражается меньше энергии, чем при перпендикулярной.

Таким образом, очевидно, что если плоско-поляризованная волна входит в лист диэлектрика под острым углом, отражение будет

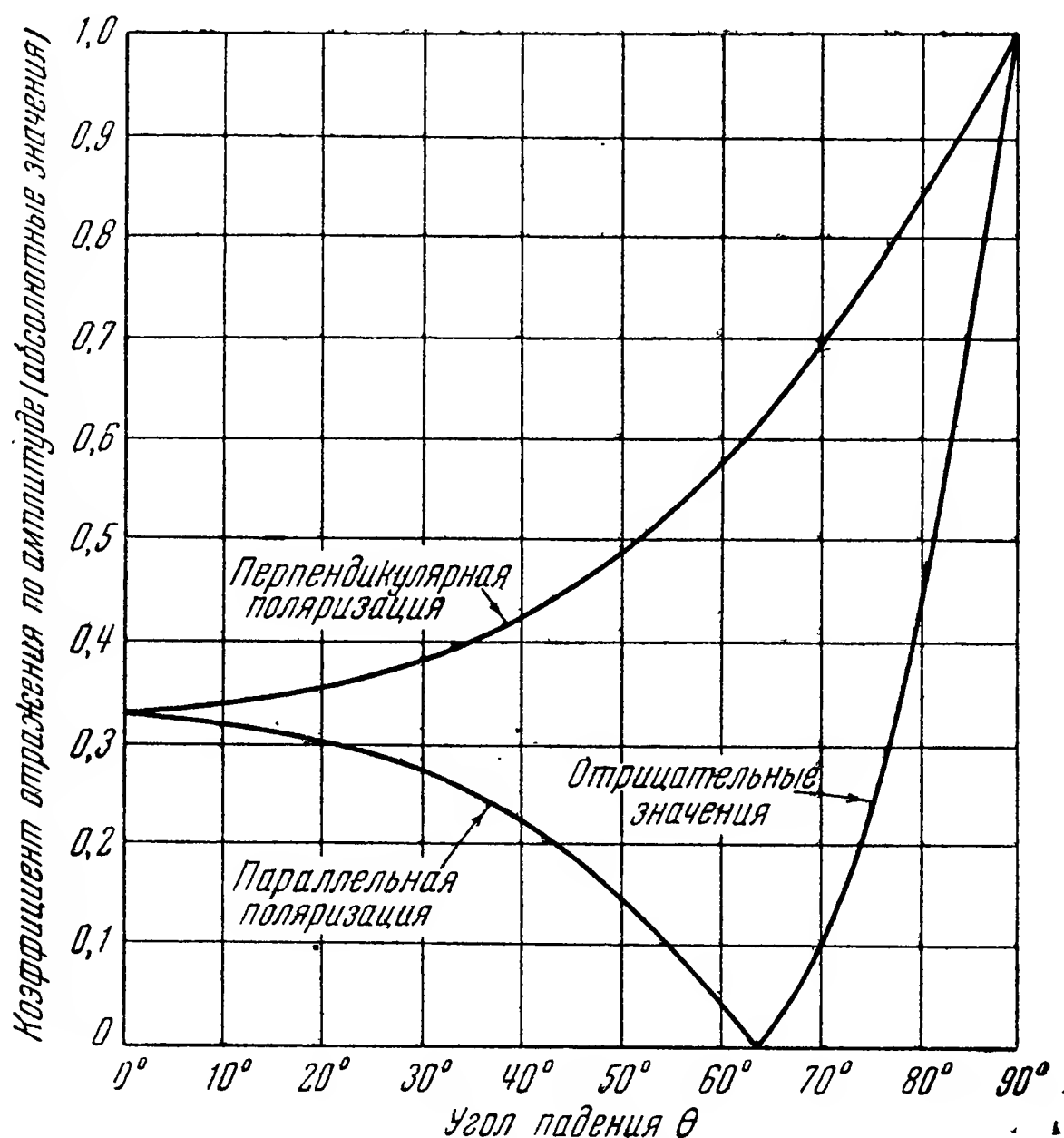


Рис. 4.17. Коэффициент отражения по амплитуде для различных углов падения и  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 4$ .

происходить неодинаково для параллельно и перпендикулярно поляризованной волны. Отсюда следует, что в случае диэлектрика с потерями, обладающего комплексной диэлектрической проницаемостью, волна получит отставание по фазе, которое неодинаково для параллельной и перпендикулярной поляризации. Если лист расположен так, что падающая волна занимает промежуточное положение между параллельной и перпендикулярной поляризацией, то волну можно рассматривать как состоящую из двух поляризованных составляющих. Эти составляющие при прохождении через диэлектрик получают относительный сдвиг фазы, и общая волна, прошедшая через диэлектрик, окажется уже эллиптически поляризованной. В результате всегда получается ослабление прошедшей через диэлектрик волны.



Более подробные сведения о проектировании электрических свойств обтекателей и об их прочности читатель найдет в «Theory of Lossy High-Incidence Radomes», Report № NADC-EL-5116 и в «Electrical Design of Loss High-Incidence Radomes», Report № ADC-EL-123-50, автором которых является Samuel Wolin из Исследовательского центра морской авиации (U. S. NADC, Johnsville, Pa).

#### 4.18. Влияние факела на распространение радиоволн<sup>1)</sup>

В некоторых комплексах управления снарядами стартовая позиция и управляющая радиоустановка находятся в одном и том же месте. В такой системе управляемый снаряд летит от радиопередатчика, будучи обращен к нему хвостом. Когда двигатель у снаряда реактивный и управление снарядом не прекращается во время работы двигателя, факел последнего может оказаться между приемником на снаряде и передатчиком на стартовой позиции. Когда сигналы проходят через факел, они могут подвергнуться отражению, поглощению и беспорядочной амплитудной модуляции. Если даже прямые сигналы и могут достигнуть приемной антенны, не проходя через факел или выхлопные газы, на приемную антенну могут попасть также сигналы, отраженные от факела; отраженные сигналы будут иметь искажения по амплитуде и фазе. Эти искажения могут происходить или от колебаний снаряда относительно траектории сигналов, или от флуктуаций факела. Вследствие этого конструктору систем управления снарядами важно знать электрические свойства факела, а также взаимодействие между факелом и радиоволнами.

В течение последних семнадцати лет многие исследователи интересовались электрическими свойствами выхлопных газов и факелов, и были опубликованы некоторые работы на эту тему. Значительный интерес в последние годы вызывало взаимодействие факела и электромагнитных волн супервысоких частот. Раньше исследователи, использовавшие микрорадиоволны, изучали свойства холодных ионизированных газов; позднее необходимость изучения условий прохождения электромагнитных волн через выхлопные газы реактивных двигателей или через факелы с высокой температурой повысила интерес именно к этому аспекту проблемы. К числу трудностей, связанных с подобными исследованиями, относятся сильная зависимость результатов от малых флуктуаций параметров факела, небольшая продолжительность работы двигателя и относительно большое влияние внешних условий на результат эксперимента. Однако в понимании происходящих здесь явлений уже достигнуты заметные успехи.

---

<sup>1)</sup> Параграфы с 4.18 по 4.22 включительно написал Балванц (William W. Balwanz) из Морской исследовательской лаборатории (NRL).

#### 4.19. Проводимость газообразной среды со свободными зарядами

Один из давно известных выводов выражения для проводимости газообразной среды со свободными зарядами очень прост и, тем не менее, дает достаточную точность в решении многих современных вопросов. Представим себе, что заряженная частица ускоряется электрическим полем и замедляется силой сопротивления, происходящей от ее столкновения с другими частицами, и пропорциональной скорости изучаемой частицы. Уравнение движения в CGS-электростатических единицах будет:

$$m \frac{dv}{dt} + gv = qE_m e^{j\omega t}, \quad (4.13)$$

где  $m$  — масса заряженной частицы (граммы),  $v$  — ее скорость (см/сек),  $g$  — средняя постоянная сопротивления,  $E_m$  — напряженность электрического поля (вольт/см),  $\omega$  — угловая частота электрического поля рад/сек,  $q$  — заряд электрона.

Решение этого уравнения будет:

$$v = \frac{g - j\omega m}{\omega^2 m^2 + g^2} q E_m e^{j\omega t}, \quad (4.14)$$

откуда получаем величину тока  $i$ :

$$i = Nqv = Nq^2 \frac{g - j\omega m}{\omega^2 m^2 + g^2} E_m e^{j\omega t}, \quad (4.15)$$

где  $N$  есть число электронов в 1 см<sup>3</sup>. Другие заряженные частицы следуют тем же соотношениям, но они пренебрежимо мало влияют на величину тока благодаря их большой массе. Таким образом, проводимость рассматриваемой среды будет:

$$\sigma = \frac{i}{E_m e^{j\omega t}} = Nq^2 \frac{g - j\omega m}{\omega^2 m^2 + g^2}. \quad (4.16)$$

Из уравнения (4.13) видно, что  $g$  имеет размерность массы, деленной на время; поэтому можно предположить, что  $g$  имеет следующее выражение:

$$g = \frac{m}{\tau}, \quad (4.17)$$

где  $\tau$  есть средний промежуток времени между столкновениями электронов. Это предположение проверено на опыте и в некоторых пределах оно дает достаточно удовлетворительную точность; однако в общем случае оно несправедливо. Одно из возражений против него состоит в том, что в нашем предположении средний промежуток между столкновениями не зависит от скорости частиц.

Маргенау <sup>1)</sup> вывел выражение для проводимости, исходя из предположения, что средний свободный пробег (а не время) между столкновениями не зависит от скоростей частиц. Несмотря на то, что это предположение более логично, чем предыдущее, оно, вообще говоря, тоже несправедливо. Например, оно несправедливо при высоких температурах. В этом случае ни средний свободный пробег, ни средний промежуток времени между столкновениями не остаются не зависими от скоростей электронов <sup>2)</sup>. Существует некоторая ограниченная область, где оба предположения приводят к одинаковым результатам <sup>3)</sup>; в других областях результаты различаются не особенно сильно. Метод Маргенау требует знания температуры факела, которую не всегда удобно измерять. Поэтому целесообразно пользоваться методом среднего времени между столкновениями как простейшим рабочим приемом.

Подстановка величины  $g$  из (4.17) в выражение для проводимости дает:

$$\sigma = \sigma_r - j\sigma_i = \frac{Nq^2\tau}{m} \frac{1 - j\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad (4.18)$$

или

$$\sigma_r = \frac{Nq^2\tau}{m(1 + \omega^2\tau^2)} \quad (4.19)$$

и

$$\sigma_i = \omega\tau\sigma_r. \quad (4.20)$$

#### 4.20. Абсорбция в газообразной среде со свободными зарядами

При помощи формулы (4.19) и (4.20) из уравнений Максвелла можно получить выражение для абсорбции электромагнитных волн в неограниченной изотропной газообразной среде. Простой вывод этих зависимостей основан на предположении, что заряды распределены в среде факела равномерно. Это предположение, вообще говоря, несправедливо; действительное распределение не известно и должно быть определено для каждого типа факела. Однако наше предположение становится более похожим на действительность, если мы отнесем его не ко всему факелу, а к его небольшой части, которая, впрочем, должна быть достаточно велика по сравнению с длиной волны. Тогда для потерь вследствие абсорбции при рас-

<sup>1)</sup> Margenau H., Conduction and Dispersion of Ionized Gases at High Frequencies, Phys. Rev. 69, 508 (1946).

<sup>2)</sup> Brode R. B. The Quantitative Study of the Collisions of Electrons with Atoms, Rev. Mod. Phys. 5, 257 (1933).

<sup>3)</sup> Cahn J. H., Electron Velocity Distribution in High Frequency Alternating Fields, Including Electronic Interaction, Phys. Rev. 75, 838 (1949).

пространении волн в такой среде в рационализированной системе единиц (МКС) получаем:

$$\text{потери, децибел на метр} = -8,68\omega\mu^{\frac{1}{2}}k, \quad (4.21)$$

где коэффициент поглощения  $k$  определяется выражением

$$k^2 = \frac{1}{2} \left[ -\left(\varepsilon - \frac{4\pi\sigma_i}{\omega}\right) + \sqrt{\left(\varepsilon - \frac{4\pi\sigma_i}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{4\pi\sigma_r}{\omega}\right)^2} \right]; \quad (4.22)$$

относительный сдвиг фазы той же волны можно получить в виде

$$\text{относительный сдвиг фазы, } \frac{\text{рад}}{\text{сек}} = \omega\mu^{\frac{1}{2}}n, \quad (4.23)$$

причем показатель преломления  $n$  определяется выражением

$$n^2 = \frac{1}{2} \left[ +\left(\varepsilon - \frac{4\pi\sigma_i}{\omega}\right) + \sqrt{\left(\varepsilon - \frac{4\pi\sigma_i}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{4\pi\sigma_r}{\omega}\right)^2} \right]. \quad (4.24)$$

В этих формулах  $\mu$  — магнитная проницаемость среды,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, а все прочие обозначения указаны выше. Для получения полного поглощения нужно суммировать результаты, полученные для отдельных однородных областей.

#### 4.21. Отражение от границы между воздухом и газообразной средой со свободными зарядами

Если снова применить упрощающее предположение о падении под прямым углом (см. начало § 4.17) и вместе с тем считать границу между воздухом и пламенем бесконечной плоскостью, коэффициент отражения может быть выражен через переменные, уже использовавшиеся выше. Если принять магнитную проницаемость пламени и воздуха одинаковой, то коэффициент отражения будет:

$$R = \frac{(1 - \eta)^2 + \chi^2}{(1 + \eta)^2 + \chi^2}, \quad (4.25)$$

где

$$\eta = \frac{\Gamma n}{V^{\varepsilon_{\text{воздуха}}}},$$

$$\chi = \frac{k}{V^{\varepsilon_{\text{воздуха}}}}.$$

#### 4.22. Результаты экспериментальных и теоретических исследований.

Эксперименты, произведенные с факелом двигателя некоторой ракеты<sup>1)</sup>, показали, что вблизи сопла температура и давление

<sup>1)</sup> Bundy F. R., Johnson R. H. and Strong H. M., Final Report on Optical Studies at Malta Test Station, Project Hermes Report № R50A0506 (General Electric), June, 1950.

в факеле колеблются в пределах соответственно от 2000 до 2800°K и от 0,5 до 2,8 *ата*. Если предположить, что электроны находятся в равновесии с остальными газами факела, среднее время между столкновениями  $\tau$  по вычислениям оказывается порядка от  $10^{-12}$  до  $10^{-11}$  сек. Измерения, выполненные при помощи электромагнитных волн, показали, что этот порядок величины соответствует действительности.

Величину поглощающей зоны факела трудно определить. Размеры факела изменяются в отношении 4 к 1 в зависимости от метода измерения. На глаз факел представляется имеющим бóльшие размеры в темноте, чем на свету. Фотографический метод дает большие колебания в зависимости от выдержки и типа применяемой пленки. По-видимому, нельзя предполагать, что граница наличия свободных электронов совпадает с границей факела. Описанные методы не дают никаких указаний относительно распределения электронов в факеле; отметим, что если существуют неоднородности, то знать распределение электронов важнее, чем общий размер поглощающей области.

Для вычисления концентрации электронов в газах с высокой температурой как функции температуры и давления применялись термодинамические методы<sup>1)</sup>; они же применялись и для определения типа и концентрации других частиц, имеющих в пламени. Однако трудно определить характеристики газов в разных частях факела. Вычисления усложняются еще тем обстоятельством, что в факеле происходит процесс догорания. Далее, число электронов, освобождающихся вследствие столкновений в скачках уплотнения (появляющихся из-за большой скорости истечения), по-видимому, больше, чем получается по измерениям температуры. Несмотря на эти трудности, термодинамический метод, по-видимому, пригоден, если только возможно оценить значения входящих в формулы переменных. Вычисленная концентрация электронов при тщательно поставленных опытах достигает до  $10^{13}$  электронов в  $см^3$ . Экспериментальные определения поглощения электромагнитных волн при прохождении сквозь пламя дают тот же порядок концентрации электронов.

Вычисления, основанные на этих теориях, показывают, что ослабление электромагнитных сигналов при прохождении через факел ракетного двигателя зависит от частоты волн. Однако ослабление может как возрастать, так и уменьшаться с частотой в зависимости от параметров факела, которые в свою очередь определяются типом двигателя и характеристиками топлива. Во всяком случае, внутри полосы супервысоких частот ослабление изменяется не более чем на один (может быть, два) порядка. Теоретические соображения показывают, что поглощение в факелах зависит от применяемого

<sup>1)</sup> S a h a N. M. and S a h a N. K., A Treatise on Modern Physics, vol. 1, Indian Press, 1934.

топлива, примесей, содержащихся в топливе, полноты сгорания и т. п. характеристик двигателя. Скоростная киносъемка факелов ракетного двигателя <sup>1)</sup> (4000 кадров в секунду) показала, что яркость вдоль различных линий тока испытывает колебания высокой частоты. Как можно ожидать на основании этих данных, в потерях на поглощение также должны наблюдаться колебания высокой частоты; величина этих колебаний может быть порядка 50%.

### ЛИТЕРАТУРА

1. The Propagation of Radio Waves through the Standard Atmosphere, Summary Technical Report of the Committee on Propagation, NDRC, vol. 3, Edited by Stephen S. Attwood.
2. Reed H. R. and Russell C. M., Ultra High Frequency Propagation, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1953.
3. Kerr D. E., Propagation of Short Waves, vol. 13, Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947.
4. Cady W. M., Karelitz M. B. and Turner L. A. (Eds.) Radar Scanners and Radomes, vol. 26, Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947.
5. Terman F. E., Radio Engineers Handbook, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1943.
6. Sheingold A., Fundamentals of Radio Communication, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1951.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

1. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л. и Фейнберг Е. Л., Распространение радиоволн, М., 1953.
2. Долуханов М. П., Распространение радиоволн, М., 1952.
3. Митра С. К., Верхняя атмосфера, перев. с англ., ИЛ, 1955.
4. Обтекатели антенн. Советское радио, 1951.
5. Распространение радиоволн, перев. с англ. под ред. Шиллерова, М., 1954.
6. Распространение сантиметровых радиоволн в ионосфере. Сборник статей, М., 1950 (перев. с англ.).
7. Тверской П. Н. (ред.), Курс метеорологии (физика атмосферы), Л., 1951.
8. Щукин А. Н., Распространение радиоволн. Связьиздат, 1940.

---

<sup>1)</sup> См. сноску на стр. 143.



# ГЛАВА 5

## ИСПУСКАНИЕ, РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ПРИЕМ ИНФРАКРАСНЫХ ЛУЧЕЙ

### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A$ — площадь в $см^2$ (индексами отмечаются различные площади).	$I$ — интенсивность излучения ( $вт\ см^{-2}$ на телесный угол в один радиан — один стерадиан).
$c$ — скорость света.	$J_\lambda$ — мощность излучения единицы поверхности в интервале длин волн от $\lambda$ до $\lambda + d\lambda$ [монохроматическая или спектральная мощность излучения ( $вт\ см^{-2}$ на $см$ на $2\pi$ стерадиан)].
$c_1$ — постоянная: $3,732 \times 10^{-12}$ $вт\ см^2$ .	$J_{\max}$ — спектральная мощность излучения при $\lambda = \lambda_{\max}$ ( $вт\ см^{-2}$ на $см$ на $2\pi$ стерадиан).
$c_2$ — постоянная: $1,436$ $см\ град$ .	$k$ — постоянная Больцмана.
$C$ — теплоемкость приемника (джоуль на градус).	$K_1$ — постоянная.
$d$ — диаметр ( $см$ ).	$M$ — показание измерителя (индексы обозначают различные показания).
$\frac{dJ_\lambda}{dT}$ — производная от $J_\lambda$ по $T$ .	$n$ — число атомов.
$\frac{dP}{dT}$ — производная от $P$ по $T$ .	$P$ — мощность в $вт$ (индексы относятся к различным мощностям).
$D$ — расстояние в $см$ .	$\Delta P$ — мощность, измеряемая тепловым приемником в $вт$ .
$e$ — напряжение постоянного тока в вольтах.	$r_g$ — сопротивление гальванометра в омах.
$E$ — суммарная или интегральная мощность излучения ( $вт\ см^{-2}$ на полушару).	$r_t$ — внутреннее сопротивление термопары в омах.
$f$ — фокусное расстояние зеркала в $см$ .	
$F$ — плотность потока излучения в $вт\ см^{-2}$ (индексы относятся к различным плотностям).	
$h$ — постоянная Планка.	
$i_g$ — ток в гальванометре в амперах.	

$S_\lambda$ — относительная спектральная чувствительность приемника.	$\alpha$ — коэффициент ослабления вследствие рассеяния в тумане.
$t$ — коэффициент прозрачности.	$\beta_\lambda$ — коэффициент поглощения.
$t_h$ — коэффициент прозрачности дымки.	$\varepsilon$ — суммарная испускательная способность поверхности.
$t_w$ — коэффициент прозрачности паров воды.	$\varepsilon_\lambda$ — спектральная (или монохроматическая) испускательная способность.
$t_\lambda$ — коэффициент спектральной прозрачности (для волны длиной $\lambda$ ).	$\lambda$ — длина волны в см.
$T$ — абсолютная температура (°K) (индексы относятся к различным температурам).	$\lambda_{\max}$ — длина волны в микронах на максимальной спектральной испускательной способности.
$\omega$ — общее количество водяного пара.	$\Delta$ — потеря энергии в термopарах (вт на градус).
$V$ — дальность видимости (морские мили).	$\mu$ — микрон, $10^{-4}$ см.
$x, l$ — толщина столба атмосферы.	$\sigma$ — постоянная в законе Стефана — Больцмана ( $5,7 \cdot 10^{-12}$ вт см $^{-2}$ град $^{-4}$ ).
$X$ — длина пути луча в дымке.	$\tau$ — постоянная времени в сек.

Настоящая глава занимается излучением тел, возникающим вследствие их нагретости. Это «термическое» или тепловое излучение обнаруживается и в ультрафиолетовой, и в видимой, и в инфракрасной областях спектра, причем пропорция, в которой оно появляется в той или иной области, зависит от температуры. Ультрафиолетовая часть теплового излучения с длинами волн меньше  $0,4\mu$  относительно слаба, за исключением очень высоких температур излучателя; для управления снарядами эта часть излучения не существенна. Видимая часть теплового излучения и видимость объектов сквозь атмосферу хорошо изучены<sup>1)</sup>. Поэтому мы будем заниматься главным образом испусканием, распространением и приемом теплового излучения в инфракрасной области спектра между самыми длинными видимыми волнами, приблизительно  $0,7\mu$  и волнами длиной до  $15\mu$ . Поглощение таких волн в атмосферной углекислоте и парах воды очень велико. Эта область спектра особенно интересна тем, что значительная часть излучения, испускаемого предметами при обычной температуре, лежит внутри нее. Спектр теплового излучения не кончается на  $15\mu$ , но продолжается неограниченно и может быть обнаружен при длинах волн порядка одного или

<sup>1)</sup> Middleton W. E. Knowles, Vision through the Atmosphere, University of Toronto Press, 1952. [См. также Шаронов В. В., Измерение и расчет видимости далеких предметов, Гостехиздат, 1947. (Прим. перев.)]

нескольких сантиметров (для которых атмосфера снова становится проницаемой); прием этого излучения может быть осуществлен при помощи радиометров для микроволн<sup>1)</sup>. Понятия и методы, используемые в инфракрасной части спектра, применимы также и для более коротких волн — видимой и ультрафиолетовой областей.

### 5.1. Суммарное излучение

Будучи нагретыми, все предметы излучают энергию. В этом параграфе мы рассмотрим основные законы излучения и некоторые следствия из них. Для применения, которое мы имеем в виду, удобно начать с законов, управляющих суммарным излучением (т. е. излучением всех длин волн) некоторого предмета, и с измерений этого излучения при помощи радиометра, одинаково чувствительного ко всем длинам волн. В дальнейшем мы рассмотрим и более трудный вопрос, относящийся к измерениям внутри выбранной полосы частот при помощи радиометра, обладающего избирательной чувствительностью, и притом для случая распространения излучения сквозь атмосферу, также обладающую избирательной поглощательной способностью.

**Суммарная мощность излучения.** Суммарная (или интегральная) мощность излучения поверхности с площадью, равной единице, есть полная энергия волн всех длин, излучаемая в одну секунду внутри телесного угла в  $2\pi$  стерadian, т. е. внутри полусферы. Она определяется законом Стефана — Больцмана

$$E = \epsilon \sigma T^4, \quad (5.1)$$

где  $E$  — суммарная мощность излучения ( $\text{вт см}^{-2}$  на полусферу),  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана ( $5,7^\circ \cdot 10^{-12} \text{ вт см}^{-2} \text{ град}^{-4}$ ),  $T$  — абсолютная температура ( $^\circ\text{K}$ ),  $\epsilon$  — суммарная испускательная способность поверхности (или коэффициент черноты).

**Испускательная способность** абсолютно черного тела, или идеального излучателя, равна единице. Абсолютно черное или, короче, *черное тело* можно определить как предмет, который поглощает все излучение, падающее на него, не отражая и не передавая ничего из падающего излучения. Абсолютно черные тела в природе не существуют, но многие материалы (исключая металлы и некоторые прозрачные вещества) могут рассматриваться как абсолютно черные в значительной части инфракрасного спектра. Очень хорошее приближение к абсолютно черному телу можно получить, взяв некоторую полость с одинаковой температурой внутренних стенок и сделав очень малое отверстие в одной из них. Примерами хороших моделей абсолютно черного тела служат следующие пред-

<sup>1)</sup> Dicke R. H., The Measurement of Thermal Radiation at Microwave Frequencies, Rev. Sci. Instr., 17, 268 (1946).

меты: цилиндрическая электропечь, обладающая одинаковой температурой стенок, с отверстием на одном конце, диаметр которого значительно меньше диаметра печи; клин Менденхолла (Mendenhall)<sup>1)</sup>, т. е. пластинка из платины толщиной в несколько тысячных сантиметра и около сантиметра длиной, согнутая в виде острого клина и накаливаемая электрическим током; наконец, модель большего размера и для более низких температур — малое отверстие, ведущее в большую полость с однородной внутренней температурой.

Отметим, что «чернота» внутренних стенок печи, клина или полости сама по себе не играет никакой роли, потому что излучение, входящее в отверстие перечисленных моделей, благодаря их конструкции лишь претерпевает многократные отражения от стенок, но остается внутри модели; лишь ничтожная часть энергии входящего излучения снова выходит через отверстие. Следующим простым опытом можно подтвердить справедливость этих соображений. Возьмем пачку из 5—10 безопасных бритв. Края пачки, образованные лезвиями, представляют собой несколько очень острых полированных клиньев. Если наблюдатель смотрит прямо на край этой пачки, он покажется ему очень черным, несмотря на то, что каждое лезвие само по себе является очень хорошим отражателем. Это означает, что свет, падающий на клинья, почти полностью поглощается ими и вследствие этого не возвращается обратно. Поскольку поглощение почти полное, такая пачка представляет собой хорошую модель абсолютно черного излучателя.

Из закона Стефана — Больцмана (5.1) следует, что испускательная способность  $\epsilon$  некоторого объекта есть отношение суммарной мощности излучения при температуре  $T$  к суммарной мощности излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Несмотря на то, что метод измерения  $\epsilon$  содержится непосредственно в этом определении, в действительности существуют многочисленные тонкости, которые в настоящей главе не рассматриваются<sup>1)</sup>.

**Интенсивность излучения.** Равенство (5.1) выражает суммарную мощность излучения единицы поверхности внутри телесного угла в  $2\pi$  стерadian. *Интенсивность излучения  $I$*  некоторой поверхности есть мощность излучения по направлению нормали к излучающей поверхности, приходящаяся на один стерadian; она определяется формулой

$$I = \frac{E}{\pi} = \frac{\epsilon \sigma T^4}{\pi}. \quad (5.2)$$

Это соотношение применимо к поверхностям, которые подчиняются закону Ламберта, гласящему, что мощность излучения под любым

---

<sup>1)</sup> О различных моделях черного тела см. Temperature, its Measurement and Control in Science and Industry, Reinhold Publishing Corporation, New York, 1941, pp. 1164—1187.

углом к нормали пропорциональна косинусу этого угла; закон Ламберта не вполне точен для многих веществ, но отклонения малы и редко бывают настолько значительны, чтобы оправдать применение для практических целей утомительных уточняющих измерений.

Нужно отметить, что соотношение между интенсивностью и суммарной мощностью излучения есть

$$I = \frac{E}{\pi}, \quad (5.3)$$

а не  $\frac{E}{2\pi}$ . Это — следствие из хорошо известной фотометрической теоремы<sup>1)</sup>, которое часто забывают.

Плотность потока. Равенства (5.1) и (5.2) относятся к излучающим свойствам единицы поверхности. Под *плотностью потока*  $F$  излучения поверхности с площадью  $A$  на расстоянии  $D$  понимают энергию, прошедшую за одну секунду через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению на излучающую поверхность:

$$F = \frac{\epsilon \sigma T^4 A}{\pi D^2}. \quad (5.4)$$

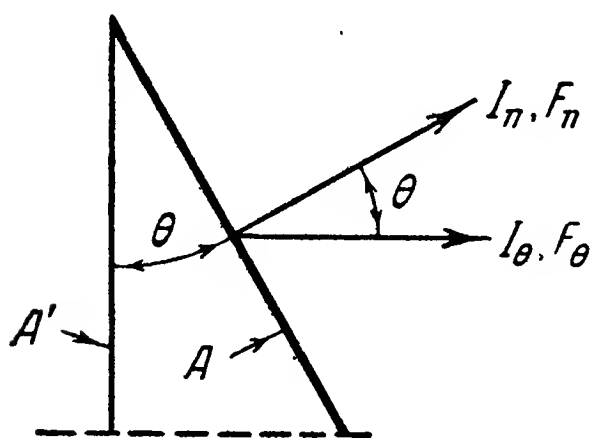


Рис. 5.1. Соотношение между интенсивностью  $I_n = \frac{\epsilon \sigma T^4 A}{\pi}$  по нормали к излучающей поверхности и интенсивностью  $I_\theta = \frac{\epsilon \sigma T^4 A}{\pi} \cos \theta = \frac{\epsilon \sigma T^4 A'}{\pi}$  под углом  $\theta$  к ней;  
 $F_n = \frac{\epsilon \sigma T^4 A}{\pi D^2}$ ,  $F_\theta = \frac{\epsilon \sigma T^4 A'}{\pi D^2}$ .

Чтобы это простое равенство было пригодно для применения, расстояние  $D$  должно быть, по крайней мере, в 10 раз больше размера излучающего предмета. Иначе говоря, излучающий предмет должен быть достаточно далек, чтобы было допустимо рассматривать его как точечный источник излучения. Но если нужно, например, подсчитать плотность потока на расстоянии 10 см, от поверхности в 10 см<sup>2</sup>, то следует применить закон Ламберта и провести необходимое интегрирование внутри телесного угла, под которым видна излучающая поверхность из заданной точки. Подробности этих вычислений излагаются в учебниках<sup>2)</sup>, но на практике их обычно удается избежать. За величину площади  $A$ , входящей в формулу для плотности потока, необходимо взять проекцию поверхности на плоскость, перпендикулярную к направлению излучения, как показано на рис. 5.1.

<sup>1)</sup> Richtmyer F. K. and Kennard E. H., Introduction to Modern Physics, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947, p. 141.

<sup>2)</sup> Walsh J. W. T., Photometry, 2nd Rev. Ed., Constable and Co. Ltd., London, 1953, pp. 140 ff.

Применение приведенных формул. В настоящее время внимание исследователей привлечено главным образом так называемыми термическими (или тепловыми) приемниками излучения, т. е. приборами, измеряющими малые изменения температуры, производимые падающим на них излучением. К этой категории измерительных приборов относятся термопары и болометры, но не фотоэлементы; однако в дальнейшем будут рассмотрены также и эти последние. Но только тепловые приемники могут обладать свойствами черного тела для всего спектра; именно этим и объясняется особый интерес к ним.

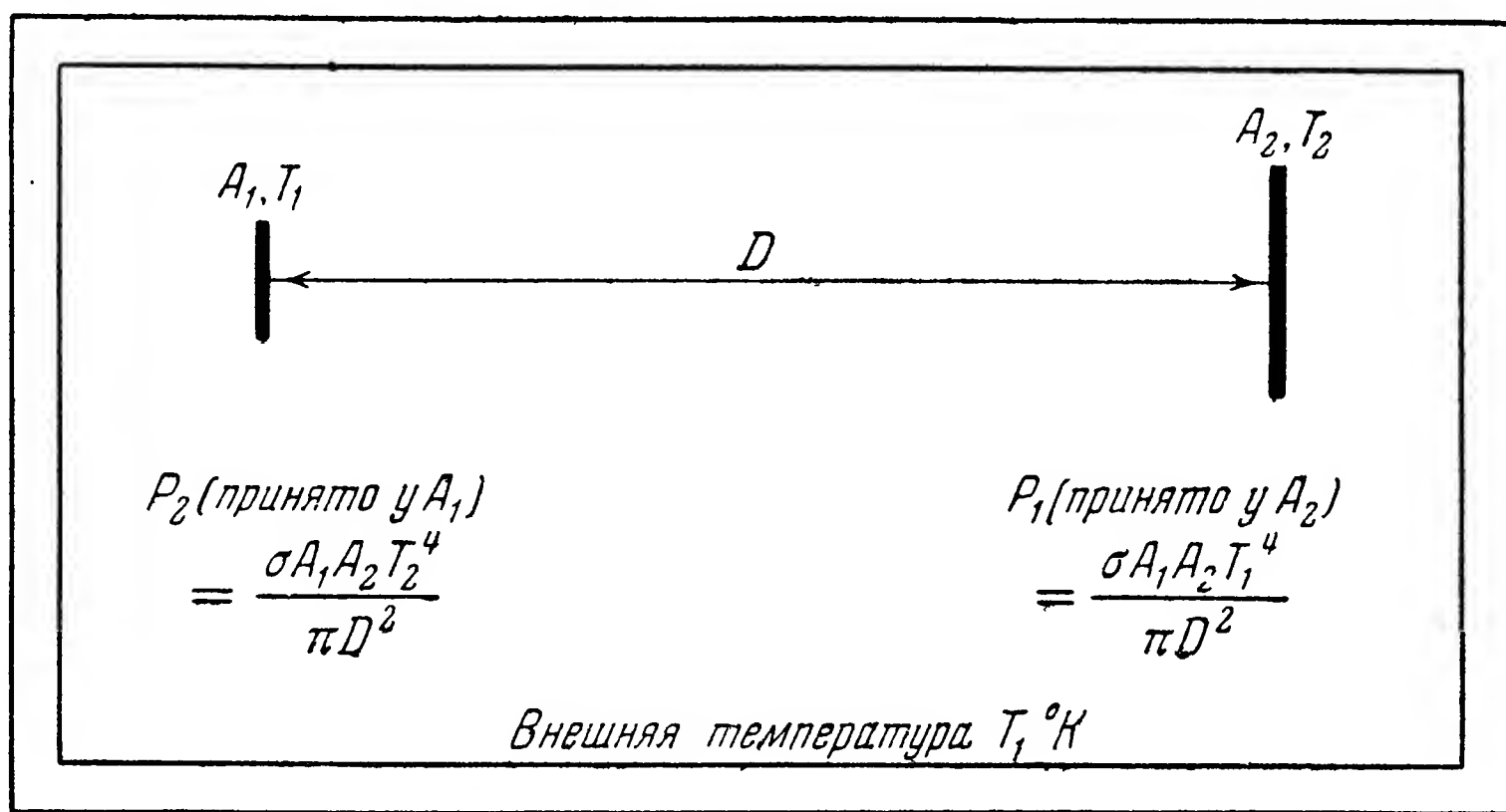


Рис. 5.2. Обмен излучением между двумя поверхностями различной температуры.

Очевидно, что если на тепловой приемник падает поток излучения от какого-нибудь объекта, температура приемника повышается до величины, зависящей не только от плотности потока, вычисленной по (5.4), но от полного обмена тепловой энергией между объектом и приемником. Пусть на рис. 5.2 малой жирной линией изображен приемник, например термопара, с площадью  $A_1$  (см<sup>2</sup>), имеющая температуру, равную внешней температуре  $T_1$  (°K). Пусть приемник находится на расстоянии  $D$  от объекта — более теплого черного тела площадью  $A_2$  и температурой  $T_2$ . Тогда согласно (5.4) плотность потока, созданная у приемника объектом  $A_2$ , равна

$$F_2 = \frac{A_2 \sigma T_2^4}{\pi D^2}. \quad (5.5)$$

Поэтому мощность излучения, попадающая на приемник, будет:

$$P_2 = A_1 F = \frac{A_1 A_2 \sigma T_2^4}{\pi D^2}. \quad (5.6)$$



Подобным же образом мощность излучения, воспринятая объектом от приемника  $A_2$ , будет  $A_1$ :

$$P_1 = \frac{A_1 A_2 \sigma T_1^4}{\pi D^2}. \quad (5.7)$$

Следовательно, мощность, измеряемая приемником, будет:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{A_1 A_2 \sigma}{\pi D^2} (T_2^4 - T_1^4). \quad (5.8)$$

Выход термопары будет пропорционален  $\Delta P$ ; он будет положительным, если  $T_2 > T_1$ , отрицательным, если  $T_2 < T_1$ , и равным нулю, если  $T_2 = T_1$ .

Случай, когда испускательная способность объекта меньше единицы. Пусть приемник  $A_1$  есть черное тело, а объект  $A_2$  — серое тело с испускательной способностью  $\epsilon_2$ . Под «серым телом» понимают такой излучатель, у которого для всех длин волн  $\epsilon_2$  имеет одинаковое значение, но меньшее единицы. В этом случае вместо (5.5) нужно написать:

$$F_2 = \frac{\epsilon_2 A_2 \sigma T_2^4}{\pi D^2},$$

и на первый взгляд вместо (5.8) должно получиться:

$$\Delta P = \frac{\sigma A_1 A_2}{\pi D^2} (\epsilon_2 T_2^4 - T_1^4).$$

Что это не может быть верным, видно из следующего. Если положить  $T_2 = T_1$ , то  $\Delta P$  будет отрицательным, и система будет представлять собой средство для преобразования энергии без затраты работы.

Разъяснение этого парадокса состоит в том, что  $P_1$  и  $P_2$  суть мощности, поглощенные соответственно  $A_1$  и  $A_2$ . Если мы предположим, что приемник есть абсолютно черное тело, то мощность, которую он поглощает, будет, как и прежде:

$$P_1 = A_1 F_2 = \frac{A_1 A_2 \sigma \epsilon_2 T_2^4}{\pi D^2}, \quad (5.9)$$

однако мощность, которую поглощает объект  $A_2$ , теперь есть

$$P_2 = A_2 \epsilon_2 F_1 = \frac{A_1 A_2 \sigma \epsilon_2 T_1^4}{\pi D^2}, \quad (5.10)$$

поскольку испускательная способность численно равна коэффициенту поглощения. Поэтому имеем:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{A_1 A_2 \sigma \epsilon_2}{\pi D^2} (T_2^4 - T_1^4), \quad (5.11)$$

При помощи подобного же рассуждения можно показать, что если и приемник есть серое тело с испускательной способностью  $\varepsilon_1$ , то в выражение (5.11) вместо  $\varepsilon_2$  войдет произведение  $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ .

Формула (5.11) выведена для простейшего случая, возможного только в лабораторной обстановке, когда все внешние предметы имеют одну и ту же температуру  $T_1$ . Совершенно очевидно, что формулу (5.11) нельзя сразу применять во многих действительных случаях. Пусть, например, позади приемника  $A_1$ , имеющего температуру внешнего пространства  $T_1$ , помещен кусок льда при температуре  $273^\circ\text{K}$ . Пусть лед расположен таким образом, что приемник не может его «видеть»; несмотря на это, приемник получит излучение от льда путем отражения от  $A_2$ , и отклонение измерителя

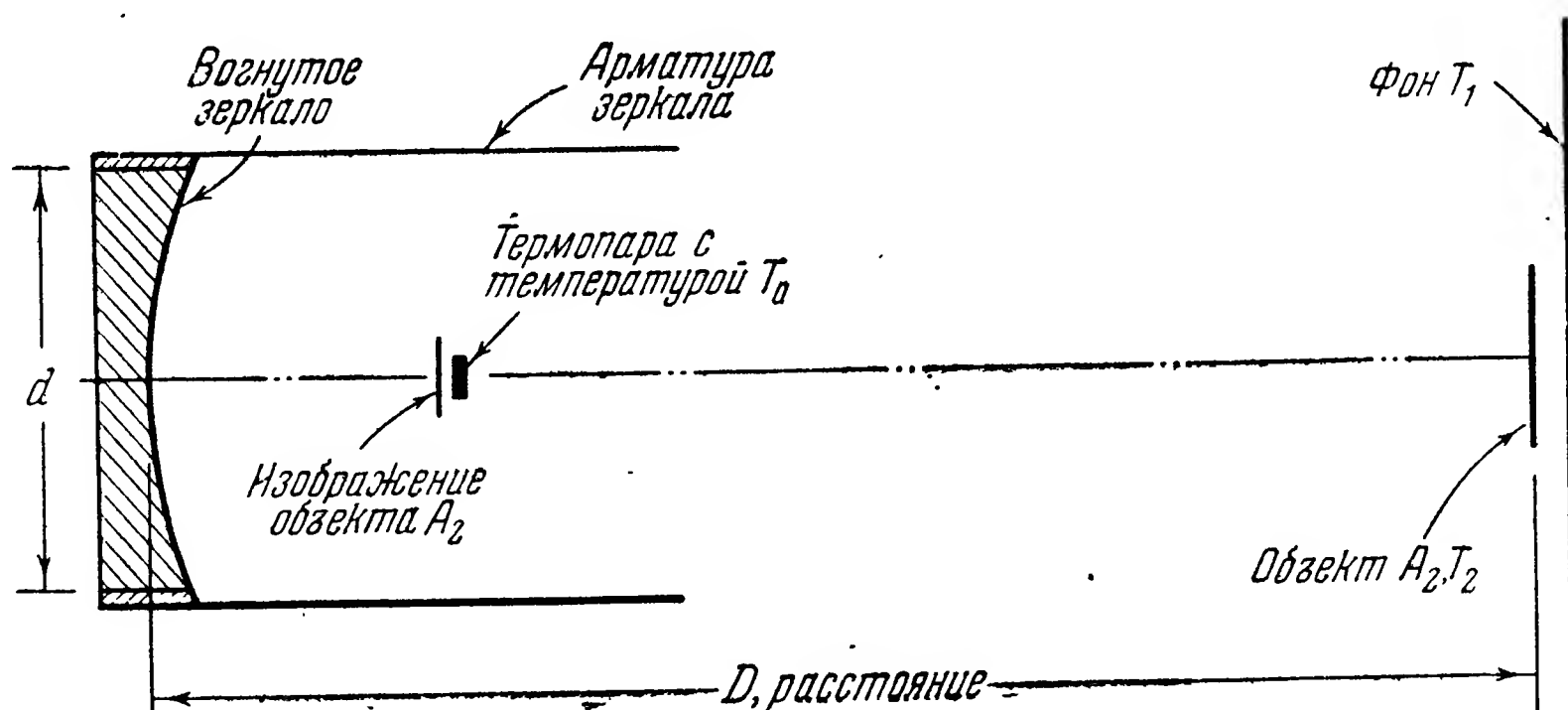


Рис. 5.3. Простейший радиометр.

может быть отрицательным, даже если  $T_2 > T_1$ . Чтобы получить правильный результат, формулу (5.11) нужно применить дважды: один раз для обмена между  $A_1$  и  $A_2$ , другой — между  $A_2$  и льдом. Прибор почувствует алгебраическую сумму двух  $\Delta P$ .

**Радиометрия.** Радиометром называется всякий прибор, измеряющий плотность потока излучения или суммарную мощность излучения, как, например, приемник  $A_1$  в предыдущих примерах. Обычно радиометр состоит из чувствительного приемника, например термопары; оптической системы, например параболического зеркала с покрытой алюминием передней поверхностью, необходимого для того, чтобы наложить на термопару изображение объекта или избранной части его поверхности; каких-нибудь средств для измерения выходной разности потенциалов термопары, например гальванометра или особо чувствительного вольтметра. На рис. 5.3 показана схема простейшего радиометра. Чтобы применить здесь предыдущие формулы, мы предположим, что расстояние  $D$  велико по сравнению с размерами объекта  $A_2$  и что атмосфера совершенно прозрачна. Пусть (рис. 5.3) объект  $A_2$  имеет температуру  $T_2$ , фон,

на котором виден объект, — температуру  $T_1$  и приемник — температуру  $T_0$ . Мы сейчас увидим, что температура приемника  $T_0$  не существенна при сравнении излучения объекта с излучением фона.

Согласно формуле (5.4) плотность потока излучения, падающего на зеркало от  $A_2$ , есть

$$F = \frac{\sigma T_2^4}{\pi D^2} \times (\text{площадь}).$$

Суммарную мощность излучения, воспринимаемую зеркалом, найдем, умножив плотность потока на площадь зеркала:

$$P_2 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\sigma T_2^4}{\pi D^2} \times (\text{площадь}).$$

Величина площади, входящей в эти формулы, зависит от размеров изображения объекта по сравнению с размерами термопары.

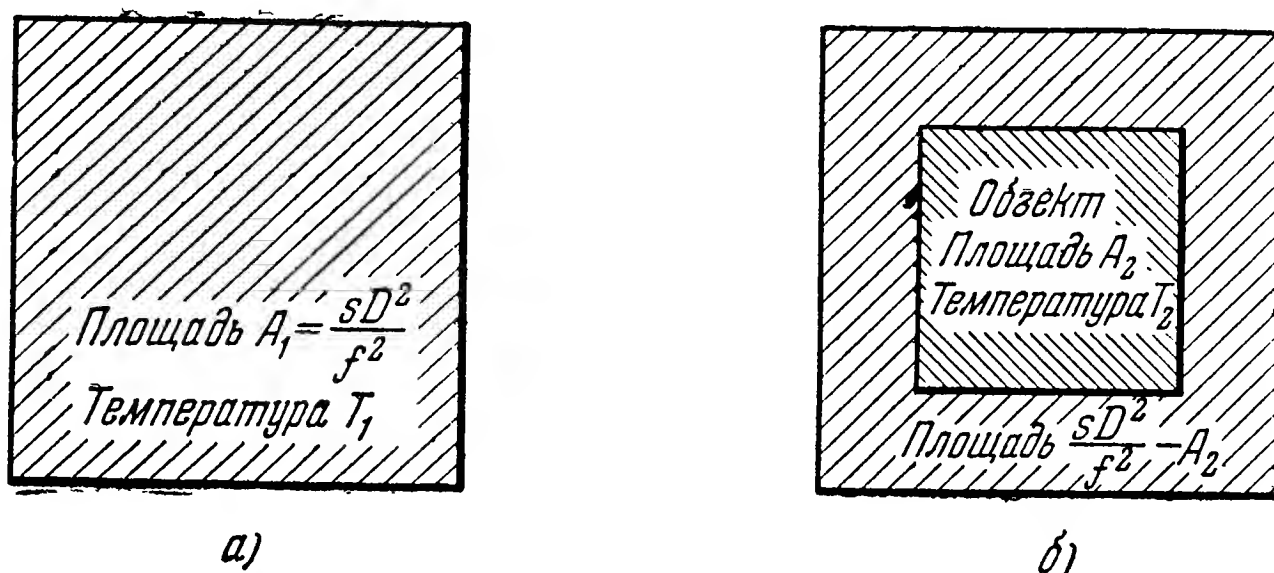


Рис. 5.4. Изображения на термопаре: а) фона или большого источника, б) малого источника и фона.

С л у ч а й а): изображение больше термопары. Этот случай показан на рис. 5.4, а. Очевидно, что нам важна только та часть изображения, которая попадает на термопару; она равна изображению термопары на объекте:  $\frac{sD^2}{f^2}$ , где  $s$  — площадь термопары, а  $f$  — фокусное расстояние зеркала. Поэтому мощность, приходящая на термопару, будет:

$$P_2 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\sigma T_2^4}{\pi D^2} \frac{sD^2}{f^2} = \frac{\sigma T_2^4 s d^2}{4 f^2}. \quad (5.12)$$

Следует отметить, что приходящая мощность не зависит от расстояния  $D$ .

Если радиометр вынужден «видеть» также и фон с температурой  $T_1$ , то можно получить подобную же формулу, и чистый сигнал, полученный термопарой благодаря присутствию объекта  $A_2$ , будет:

$$\Delta P = \frac{\sigma s d^2}{4 f^2} (T_2^4 - T_1^4). \quad (5.13)$$

Если  $T_2$  и  $T_1$  близки друг к другу, их разность можно заменить дифференциалом; тогда будет:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\sigma s d^2}{4f^2} T^3.$$

Это соотношение показывает, что в нашем случае сигнал не зависит от расстояния и обратно пропорционален квадрату светосилы системы  $\left(\frac{f}{d}\right)$ . Он зависит также от отношения  $\frac{s}{f^2}$ . Для заданной  $\Delta T = T_2 - T_1$  сигнал изменяется пропорционально кубу температуры.

Порядок величин, с которыми приходится встречаться на практике, может быть показан на следующем примере. Пусть

$$\begin{aligned} d &= 30 \text{ см}, \\ f &= 30 \text{ см}, \\ s &= 1 \text{ мм}^2 = 10^{-2} \text{ см}^2, \\ T &= 300^\circ \text{К}, \\ \Delta T &= 1^\circ \text{К}. \end{aligned}$$

Тогда  $\Delta P = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ вт}$ . Обыкновенная термопара может иметь чувствительность порядка 1 вольта на ватт; получается сигнал в 1,5 микровольта при сопротивлении термопары порядка 5 ом. В настоящее время существуют усилители с уровнем шумов порядка  $5 \cdot 10^{-9} \text{ в}$ , что в нашем примере соответствует разности температур в  $3 \cdot 10^{-3}$  градуса; такая разность температур вызовет сигнал, равный уровню шумов. Пределы возможности обнаружения будут вкратце рассмотрены ниже. Необходимо отметить, что предыдущие результаты относятся к протяженному источнику излучения и измерениям в идеальных условиях, включая и длинный промежуток времени, в течение которого производятся наблюдения. Они не могут относиться к измерению удаленных объектов, производимых при большой относительной скорости движения.

С л у ч а й б): изображение меньше термопары. В этом случае интенсивность излучения объекта измеряется следующим образом. Сначала приемник нацеливается на протяженный фон; тогда применимы предыдущие формулы. Затем приемник нацеливается на объект, тогда объект и фон будут изображаться на термопаре, как показано на рис. 5.4, б.

Мощность излучения, приходящая на термопару, согласно рис. 5.4, б есть

$$P'_2 = \frac{\pi \sigma d^4}{4\pi D^2} \left[ A_2 T_2^4 + \left( \frac{s D^2}{f} - A_2 \right) T_1^4 \right],$$

а согласно рис. 5.4, а

$$P'_1 = \frac{\sigma s d^2}{4f^2} T_1^4.$$

как это дано формулой (5.12). Разность мощностей, которая и образует сигнал, есть

$$\Delta P' = \frac{A_2 \sigma d^2}{4D^2} (T_2^4 - T_1^4). \quad (5.14)$$

Таким образом, сигнал прямо пропорционален квадрату диаметра зеркала и обратно пропорционален квадрату расстояния до объекта. Для термопар одинаковой чувствительности (в вольтах на ватт) выход не зависит от размера термопары, если только последний достаточно велик для того, чтобы на нем уместилось все изображение объекта. Отсюда не следует делать вывод, что размер термопары вообще не играет роли; шумы и другие соображения заставляют делать размеры термопары не больше, чем необходимо, чтобы на ней уместилось лишь полное изображение объекта.

Хотя полученные результаты относились только к приборам с одним чувствительным элементом, они легко применяются и к приборам компенсационного типа с двумя элементами; тогда одна из термопар находится в условиях рис. 5.4, а, в то время как другая — в условиях рис. 5.4, б. Таким образом, прибор дает сразу необходимую разность мощностей.

Калибровка радиометра. Приемник суммарного излучения можно градуировать в лаборатории, используя условия случая а) и формулу (5.13). Подходящими источниками излучения часто оказываются две тонкостенные прямоугольные банки емкостью в 1 галлон = 4,5 л с наружными стенками, окрашенными пигментной краской, и наполненные водой известных температур  $T_1$  и  $T_2$ .

Испускательная способность окрашенных поверхностей таких банок для суммарного излучения обычно заключена между 0,90 и 0,95 и выше. Если нужна большая точность, можно применять куб Лесли (Leslie); для этого в одну из сторон кубической банки нужно вделать конус с углом при вершине в 20—30° так, чтобы вершина конуса находилась внутри банки. Банку следует наполнить равномерно нагретой водой. Построить же очень точную модель черного тела — нелегкая задача, в частности, по причине неоднородностей в нагреве.

Конечно, каждый подходящий источник излучения сам по себе может быть калиброван при помощи заранее градуированной термопары по методу, указанному на рис. 5.2, или при помощи сравнения с эталонным источником излучения Бюро стандартов.

Измерение испускательной способности. Нормальная испускательная способность какой-нибудь поверхности определяется в условиях случая а) при помощи формулы (5.13). Для этого сначала измеряют сигнал от поверхности с температурой  $T_2$ , когда термопара (или вспомогательная промежуточная поверхность) находится при температуре  $T_1$ , а затем то же измерение повторяют с черным телом при той же температуре  $T_2$  в качестве источника

излучения. Тогда испускательная способность есть отношение показаний измерительного прибора  $M_1$  и  $M_2$  в обоих случаях:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\epsilon (T_2^4 - T_1^4)}{T_2^4 - T_1^4} = \epsilon. \tag{5.15}$$

Нормальная испускательная способность некоторых материалов при обычных температурах приведена в таблице 5.1. Необходимо отметить, что испускательная способность непрозрачных материалов определяется свойствами их поверхности; всякое изменение состояния поверхности изменяет испускательную способность; примером может служить обработка металлических поверхностей. Рассматривать испускательную способность как физическое свойство самого вещества можно только в том случае, если при измерениях пользовались непрозрачными полированными образцами.

Т а б л и ц а 5.1

Нормальная испускательная способность при обычных температурах

Материал	Температура (°C)	Испускатель- ная способ- ность
О к р а ш е н н ы е п л е н к и		
Пигментные краски любого цвета <sup>1)</sup> . . . . .	100	0,90—0,94
Алюминиевая краска . . . . .	100	0,25
Специальная алюминиевая краска <sup>2)</sup> . . . . .	100—370	0,18
М е т а л л ы		
Холодно-катаная сталь, чистая серая <sup>1)</sup> . . . . .	150	0,60
То же, натертая стальной шерстью <sup>1)</sup> . . . . .	150	0,46
То же, травленая в HCl <sup>1)</sup> . . . . .	150	0,35
То же, полированная до блеска <sup>1)</sup> . . . . .	150	0,11
Алюминиевая фольга <sup>3)</sup> . . . . .	100	0,04
Алюминиевый лист, гладкий <sup>1)</sup> . . . . .	150	0,08
То же, зашкуренный . . . . .	—	0,70
Нержавеющая сталь <sup>3)</sup> . . . . .	100	0,09
Латунь полированная <sup>3)</sup> . . . . .	100	0,05
» , оксидированная в синий цвет <sup>3)</sup> . . . . .	100	0,07
Уголь, грубая поверхность <sup>4)</sup> . . . . .	100	0,77
» » » <sup>4)</sup> . . . . .	500	0,72

<sup>1)</sup> Sanderson J. A. The Emissivity of Navy Aluminum Paints and of Granular Pigment Paints, NRL Report H-2024 (March 1943).  
<sup>2)</sup> Sanderson J. A., The Emissivity at 700° F of Heat Resisting Aluminum Paints, NRL Report H-2122 (July 1943).  
<sup>3)</sup> Memorandum Report from A. H. Phund to J. A. Sanderson (1943).  
<sup>4)</sup> Barnes B. T., Forsythe W. E. and Adams E. Q., The Total Emissivity of Various Materials at 100—500° C, J. Opt. Soc. Am. 37, 804 (1947).



Неоднородные материалы, такие, как окрашенная пленка, анодированный алюминий, блестящие поверхности, покрытые тонким слоем лака, обладают испускательной способностью, зависящей от толщины пленки, свойств органических растворителей и т. п. Вообще можно сказать, что при обычных на земной поверхности температурах от 273 до 500°K большинство предметов, за исключением полированных металлов, существенно близки к черному телу. Землю с ее покровами, воду, лес, кирпичи, камни, пигментные краски любого цвета, одежду, стекло, дерево, человеческую кожу можно считать черными телами, если ограничиться их испускательной способностью при обычных температурах.

Полированные металлы и металлические краски вообще имеют малую испускательную способность. Заметная разница в испускательной способности пигментных и алюминиевых красок вызвана различиями в свойствах наполнителей. В обоих случаях главной излучающей средой является органический растворитель, который сильно поглощает, так как собственные частоты химических образований  $C-H$ ,  $C=C$ ,  $CH_2$ ,  $CH_3$  и т. п. лежат в спектральной полосе от 3 до 15  $\mu$ . В случае пигментных красок падающее на поверхность излучение многократно рассеивается во всех направлениях, что вызывает увеличение длины пути, проходимого излучением внутри пленки органического растворителя. Это вызывает увеличение коэффициента поглощения, а так как он численно равен испускательной способности, то эта последняя возрастает при добавлении пигментного красителя в слой органического растворителя. Даже добавление каменной соли, которая прозрачна для инфракрасных лучей и сама по себе в инфракрасной области имеет малую испускательную способность, вследствие описанного рассеивающего действия увеличивает испускательную способность пленки из органического растворителя.

Наполнитель из металлических хлопьев действует совершенно иначе вследствие замечательного явления, состоящего в том, что хлопья металла располагаются главным образом параллельно поверхности пленки как падающие листья на земле, так что рассеяние приходящего излучения имеет избирательную направленность назад. Поэтому путь луча в органическом растворителе оказывается коротким, а поглощение незначительным, вследствие чего испускательная способность также оказывается низкой. Нужно подчеркнуть, что предыдущие рассуждения, относящиеся к суммарной испускательной способности всех длин волн, применимы только к такой области спектра, для которой данный материал непрозрачен и, следовательно, только до температур, при которых излучение, лежащее вне этой области спектра, имеет пренебрежимо малую интенсивность. Так, стекло, которое при обыкновенной толщине непрозрачно для волн длиннее 3  $\mu$ , является черным излучателем до температур приблизительно 400°K, поскольку при этих температурах излучение с длиной

волны меньше  $3 \mu$  незначительно. Стекланный шарик, нагретый до свечения, будет испускать большую часть энергии в инфракрасной области, для которой он непрозрачен, но будет также излучать и в видимой части спектра, где он полупрозрачен. Из этого примера видно, что экспериментатор в своих выводах всегда должен принимать во внимание физические особенности материала и спектральное распределение интенсивности излучения как функцию температуры.

## 5.2. Спектральное распределение излучения

В предыдущем параграфе мы занимались суммарной мощностью излучения, т. е. интегральной мощностью всех длин волн от нуля до бесконечности, причем рассматривали либо черное тело при некоторой температуре  $T$ , либо серое тело с излучательной способностью  $\varepsilon$ , которая остается одинаковой для всех длин волн. В настоящем параграфе мы рассмотрим законы, описывающие мощность излучения как функцию двух переменных: температуры и длины волны, а также следствия из этих законов и их упрощенные формы, которые удобны для применения в отдельных случаях.

**Закон излучения Планка.** Спектральное распределение излучения черного тела определяется законом излучения Планка<sup>1)</sup>. Этот закон следующим образом описывает излучение единицы поверхности черного тела внутри полусферы в малом интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ :

$$J_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (5.16)$$

где  $J_\lambda$  — мощность излучения единицы поверхности в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$  (монохроматическая или спектральная мощность излучения),  $c_1 = 3,732 \cdot 10^{-12} \text{ вт см}^2$ ,  $c_2 = 1,436 \text{ см град}$ ,  $\lambda$  — длина волны в см,  $T$  — абсолютная температура ( $^\circ\text{K}$ ).

Спектральная интенсивность излучения, по аналогии с изложенным выше, есть  $\frac{J_\lambda}{\pi}$ . Если при вычислении  $J_\lambda$  длина волны  $\lambda$  взята в сантиметрах, результат будет иметь размерность:  $[\text{вт см}^{-2} \text{ на см на полусферу}]$ . Но ее можно вычислять также, применяя любые единицы, удобные для работы, например, для  $\lambda$  и  $d\lambda$  часто выбирают микроны ( $1 \mu = 10^{-4} \text{ см}$ ); иногда удобно выбрать другие единицы для  $d\lambda$  и получить результат, например, с такой размерностью:  $[\text{вт см}^{-2} \text{ на } 100 \text{ ангстрем}]$ . Так, вычисляя  $J_\lambda$  при  $\lambda = 2,892 \mu = 2,892 \cdot 10^{-4} \text{ см}$  и  $T = 100^\circ\text{K}$ , получим, измеряя  $\lambda$  в сантиметрах:

$$J_\lambda = 1,30 \cdot 10^4 \text{ вт см}^{-2} \text{ на см},$$

$$J_\lambda = 1,30 \text{ вт см}^{-2} \text{ на микрон},$$

$$J_\lambda = 0,013 \text{ вт см}^{-2} \text{ на } 100 \text{ ангстрем и т. п.}$$

<sup>1)</sup> См. сноску <sup>1)</sup> на стр. 150.

Формула (5.16) неудобна для вычислений, поэтому она табулирована для большого диапазона значений величины  $\lambda T^1$ .

Кроме того, во многих случаях применяются достаточно точные радиационные счетные линейки (General Electric Company, Schenectady, N. Y.; A. G. Thornton, Ltd., Manchester, England).

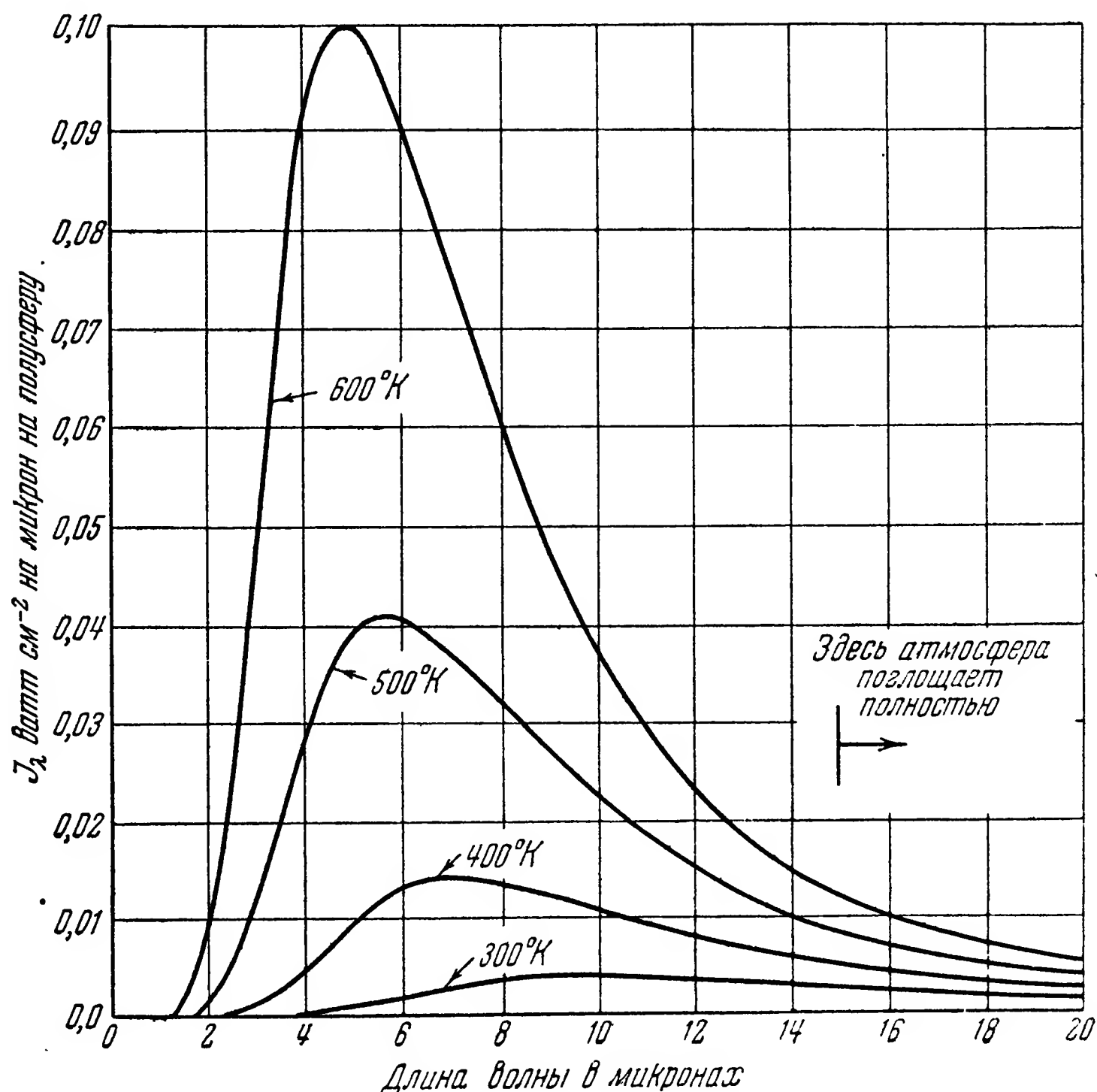


Рис. 5.5. Спектральная мощность для черного излучателя.

На рис. 5.5 приведены графики спектральных мощностей для температур 300, 400, 500 и 600°K. Следует отметить, что полная

<sup>1</sup>) F o w l e Frederick E., Smithsonian Physical Tables, 8 th Rev. Ed., Tables 310, 311, 312, Smithsonian Institution, Washington, D. C. 1934. (Таблицы  $J_\lambda$  для температур от 20 до 25 000°K. Таблицы  $J_\lambda$  для любых значений  $\lambda T$ .)

L o w a n A. N. and B l a n c h G., Tables of Planck's Radiation and Photon Functions, J. Opt Soc. Am. 70, 70—81 (1940). (Таблицы для  $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda \max}}$ ,  $\frac{J_0 - \lambda}{J_0 - \infty}$  и подобные же таблицы для числа фотонов, испускаемых при  $0,050 < \lambda T \leq 2,00$ ; уравнения для  $J_{\lambda \max}$  и т. п.)

H o l l a d a y L. L., Proportion of Energy Radiated by Incandescent Solids in Various Spectral Regions, J. Opt. Soc. Am. 17, 329 (1928). (Относительная интенсивность  $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda \max}}$  по  $\lambda T$  в области  $400 \mu \cdot \text{град} \leq \lambda T \leq \infty$ .)

площадь этих кривых, пропорциональная суммарной мощности излучения  $E$ , быстро растет вместе с температурой. Суммарная мощность излучения есть интеграл от  $J_\lambda$  по всем длинам волн от нуля до бесконечности, т. е. <sup>1)</sup>

$$E = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4 T^4}{15c^2 h^3} = \sigma T^4, \quad (5.17)$$

где  $k$  — газовая постоянная Больцмана,  $c$  — скорость света,  $h$  — постоянная Планка,  $\sigma$  — постоянная закона Стефана — Больцмана.

Рассмотрим применение этой формулы. Как видно из рис. 5.5, условия распространения излучения в реальной атмосфере таковы, что непосредственное применение закона Стефана — Больцмана неизбежно приведет к ошибке. Действительно, заметная часть излучения приходится на длины волн более  $14 \mu$ ; эту часть излучения атмосфера поглощает полностью. Например, таблицы Lowan and Blanch <sup>2)</sup> показывают, что при  $T = 600^\circ \text{K}$  и  $\lambda = 14 \mu = 14 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ , т. е. при  $\lambda T = 0,84 \text{ см град}$ ,

$$\left( \int_0^{14 \mu} J_\lambda d\lambda \right) : \left( \int_0^\infty J_\lambda d\lambda \right) = 0,87.$$

Таким образом, 13% суммарной мощности излучения приходится на излучение с длиной волны больше  $14 \mu$ . При более низких температурах этот процент повышается; так, при  $T = 300^\circ \text{K}$  он составляет 48%.

Подъем каждой из кривых спектральной мощности со стороны коротких волн круче, чем со стороны длинных. Мощность излучения, заключенная между  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \lambda_{\text{max}}$ , составляет одну четверть суммарной мощности излучения <sup>3)</sup>, т. е.

$$\int_0^{\lambda_{\text{max}}} J_\lambda d\lambda = \frac{1}{4} \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \frac{1}{4} \sigma T^4. \quad (5.18)$$

Длина волны, соответствующая максимуму спектральной интенсивности, при повышении температуры сдвигается в сторону коротких волн, а величина максимальной интенсивности сильно возрастает с температурой. Первое из этих явлений описывается законом

<sup>1)</sup> О способе интегрирования см., например, Ruark A. E. and Urey H. C., *Atoms, Molecules and Quanta*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1950, p. 59.

<sup>2)</sup> См. сноску на стр. 160.

<sup>3)</sup> Benford Frank, *Laws and Corollaries of the Black Body*, J. Opt. Soc. Am. 29, 92—96 (1939).

смещения Вина, который получается приравниванием нулю производной от правой части (5.16)<sup>1)</sup>. В результате будет:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = 2892 \text{ микрон град}, \quad (5.19)$$

где  $\lambda_{\max}$  — длина волны в микронах, соответствующая максимальной величине спектральной мощности излучения.

Максимальное значение  $J_\lambda$  зависит от пятой степени температуры, что нетрудно показать, подставляя значение  $\lambda_{\max}$  в формулу (5.16). Сделав это, получим:

$$J_{\lambda_{\max}} = 21,201 c_1 \left( \frac{T}{c_2} \right)^5. \quad (5.20)$$

Изменение  $J_\lambda$  с температурой. Часто бывает полезно знать быстроту изменения спектральной мощности излучения с температурой. Например, при решении конкретной практической задачи, состоящей в измерении или регулировании температуры поверхности, нагретой, скажем, до  $500^\circ\text{K}$ , оказывается, что мы имеем возможность выбора между двумя приборами, работающими в разных областях спектра. Действительно, из рис. 5.5 мы видим, что при  $500^\circ\text{K}$  одинаковые значения  $J_\lambda$  имеют место при  $3,5 \mu$  и  $10,5 \mu$ . Пусть оба наши устройства одинаково чувствительны к излучению. Тогда возникает вопрос: в какой из рабочих точек имеется большее изменение  $J_\lambda$  при малых изменениях температуры?

Дифференцируя (5.16) по  $T$ , получим:

$$\frac{dJ_\lambda}{dT} = \frac{c_1 c_2}{\lambda^5 T^2} \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}{\left( e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^2}. \quad (5.21)$$

Эта формула неудобна для вычислений; вычислительную работу можно упростить, разделив обе части (5.21) на  $J_\lambda$  и найдя коэффициент, который давал бы возможность воспользоваться готовыми таблицами для  $J_\lambda$ . Поделив почленно равенства (5.21) и (6.16), мы получим:

$$\frac{1}{J_\lambda} \frac{dJ_\lambda}{dT} = \frac{c_2}{\lambda T} \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}. \quad (5.22)$$

Если  $e^{\frac{c_2}{\lambda T}}$  велико, отношение  $\left( e^{\frac{c_2}{\lambda T}} \right) : \left( e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)$  близко к единице. Если  $\lambda T < 0,31 \text{ см град}$ , ошибка при замене этого отношения единицей не превосходит 1%; если  $\lambda T < 0,62 \text{ см град}$ , ошибка не превосходит 10%. Таким образом, при источнике излучения с температурой  $500^\circ\text{K}$  это приближение обладает точностью в 1% для

<sup>1)</sup> См., например, Richtmyer F. K., Introduction to Modern Physics. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1928, p. 242.



$\lambda < 6,2 \mu$  и  $10\%$  для  $6,2 \mu < \lambda < 12,4 \mu$ . При  $T = 300^\circ\text{K}$  приближение обладает точностью в  $1\%$  для всех длин волн, меньших  $10 \mu$ .

На рис. 5.6 в логарифмическом масштабе нанесены значения  $J_\lambda$  и  $\frac{dJ_\lambda}{dT}$  для  $T = 500^\circ\text{K}$ . Из этого рисунка видно, что в нашем при-

мере нужно выбрать прибор, работающий на  $3,5 \mu$ , потому что при изменении температуры на  $1^\circ$  величина  $J_\lambda$  меняется здесь в три раза быстрее, чем при  $10,5 \mu$ . Соображения, касающиеся ослабления при прохождении сквозь атмосферу, изложенные ниже, также покажут, что полоса в районе  $3,5 \mu$  более выгодна при дистанционных измерениях. Поэтому при прочих равных условиях экспериментатор поступит правильно, если выберет прибор, работающий на  $3,5 \mu$ ; к тому же такой выбор устранил задачу борьбы с помехами от фона, так как при обычных температурах спектральная мощность излучения на  $3,5 \mu$  незначительна.

На рис. 5.7 приведены значения  $J_\lambda$  и  $\frac{dJ_\lambda}{dT}$

для  $T = 1000^\circ\text{K}$ ; из него видно, что и в этом случае должен быть выбран

приемник, работающий на более коротких волнах, так как он обеспечивает больший выход при заданной малой разности температур. Это происходит вследствие того, что выход приемника зависит как от самой  $J_\lambda$ , так и от быстроты ее изменения на малых интервалах температуры; а обе эти величины больше в области малых длин волн, вблизи максимума излучения.

Спектральная испускательная способность. Предыдущие рассуждения относились к спектральному составу черного излучения. Спектральная (монохроматическая) мощность излучения тела, которое не является черным, получается путем умножения выражения (5.16) на спектральную (монохроматическую) испускательную способность  $\epsilon_\lambda$ . Эта величина пока измерена для сравнительно небольшого числа веществ, таких, как вольфрам и другие материалы

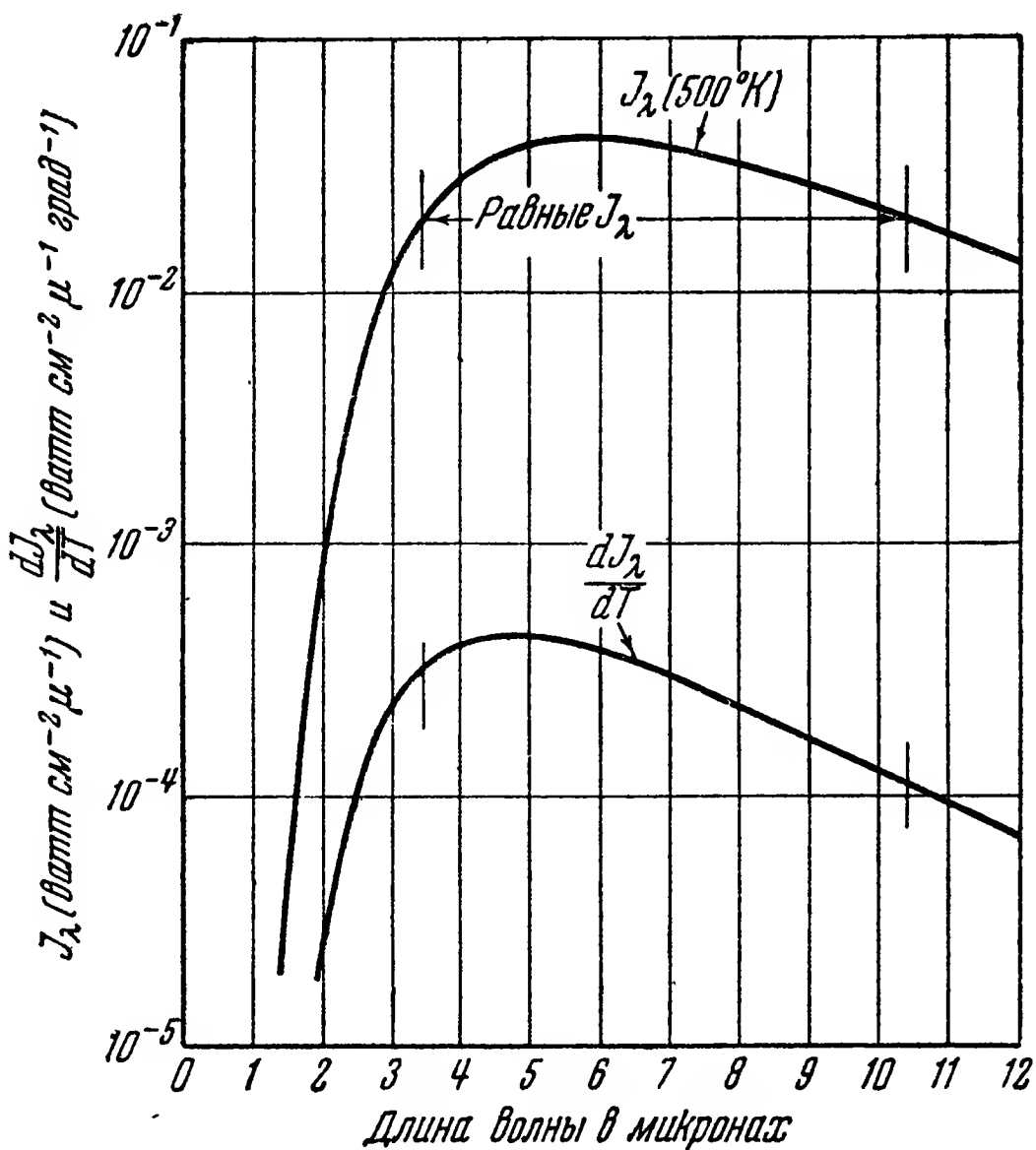


Рис. 5.6.  $J_\lambda$  и  $\frac{dJ_\lambda}{dT}$  для  $T = 500^\circ\text{K}$ .



для нитей ламп накаливания; измерения относятся к сравнительно высоким температурам, порождающим видимое излучение. Значения

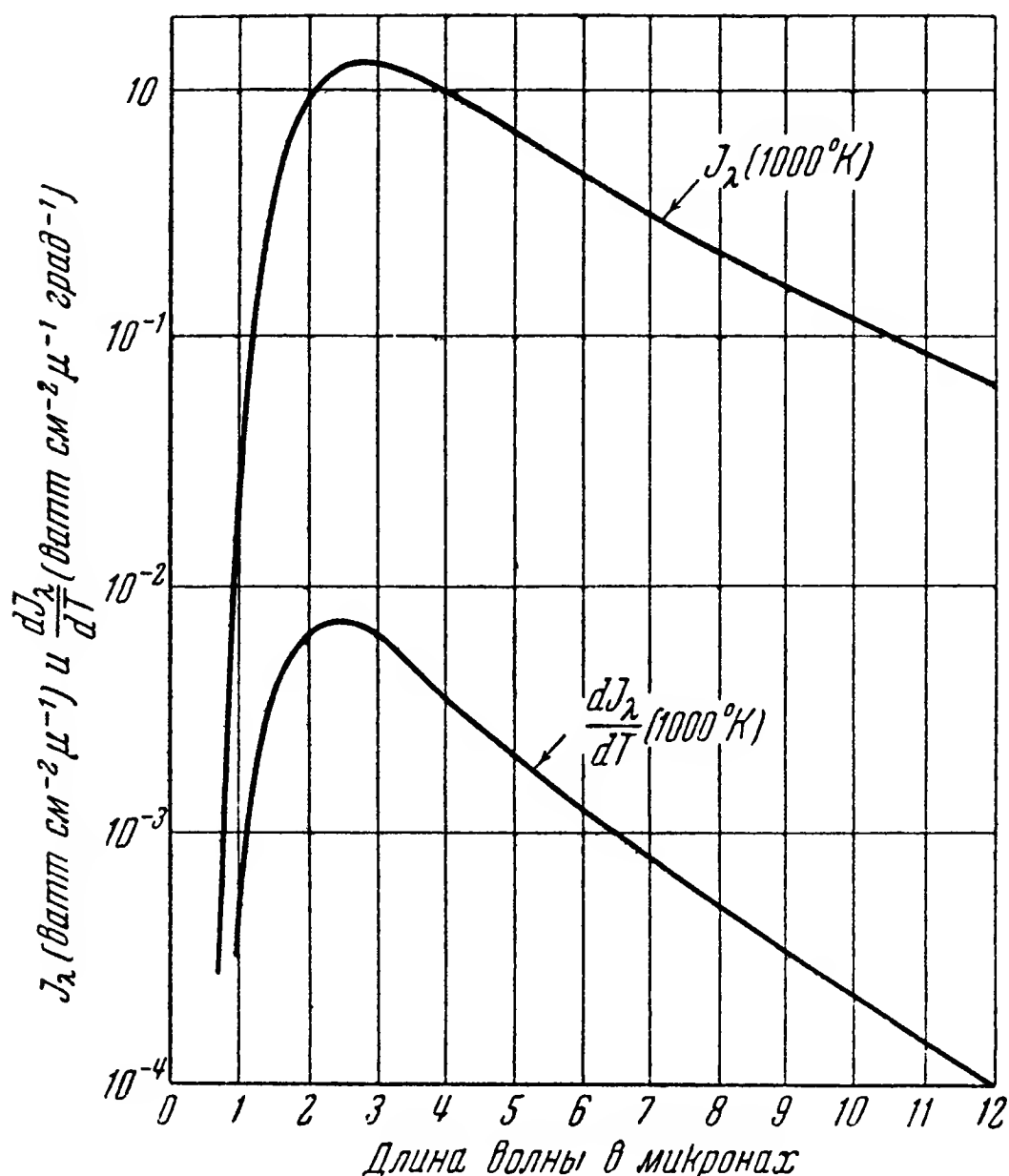


Рис. 5.7.  $J_\lambda$  и  $\frac{dJ_\lambda}{dT}$  для  $T = 1000^\circ K$ .

суммарной испускательной способности (табл. 5.1) могут дать некоторое понятие и о спектральной испускательной способности, если рассмотреть их в связи с распределением излучения, которое для интересующих нас температур лежит почти целиком в инфракрасной области. Другой путь, дающий во многих случаях хорошие результаты, есть использование спектра поглощения данного вещества. В тех спектральных областях, где вещество прозрачно или, напротив, сильно отражает, испускательная способность низка. Но если материал непрозрачен и непрозрачность вызвана главным образом поглощением,

а не отражением, то испускательная способность этого материала будет высока.

### 5.3. Упрощенные формы закона излучения

Закон излучения Планка (5.16) пригоден для всех значений  $\lambda T$ . Однако его выражение сложно, и поэтому часто пользуются упрощенными формулами, отдельно для малых и больших значений  $\lambda T$ .

**Закон Вина.** Если  $\lambda T$  меньше  $0,3$  см град, то знаменатель  $e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1$  становится больше 119; поэтому с ошибкой меньше 1% можно написать:

$$J_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}. \quad (5.23)$$

Это — закон излучения Вина, который исторически предшествовал закону Планка. Он пригоден для видимой части спектра и температур до  $4000^\circ K$  и поэтому удобен для оптической пирометрии.

Закон Рэлея — Джинса. Если  $\lambda T$  велико,  $\frac{c_2}{\lambda T}$  мало и  $e^{\frac{c_2}{\lambda T}}$  можно разложить в ряд. Поэтому (5.16) переписывается так:

$$J_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\left(1 + \frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1} = \frac{c_1}{c_2} \frac{T}{\lambda^4}. \quad (5.24)$$

Это и есть закон Рэлея — Джинса. Он обладает точностью в 1% для  $\lambda T > 77$  см град. Так, при температуре источника в  $1000^\circ\text{K}$  он обладает этой точностью для  $\lambda > 0,077$  см = 770 мк, а при температуре  $300^\circ\text{K}$  — для  $\lambda > 2,6$  мм.

Суммарная мощность излучения может быть получена интегрированием (5.24):

$$E = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} J_\lambda d\lambda = - \frac{c_1 T}{3c_2 \lambda^3} \Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2} \quad (5.25)$$

где  $\lambda_2 > \lambda_1$  и  $\lambda_1 T > 77$  см град.

Уравнения (5.24) и (5.25) применяются в микроволновой радиометрии. Ссылка на литературу приведена выше<sup>1)</sup>.

#### 5.4. Приемники теплового излучения

Мы рассмотрим здесь два типа приемников: а) термические приемники — термопары и болометры, показания которых зависят от малых изменений их собственной температуры, вызванных поглощением излучения; б) приемники с фотосопротивлениями, показания которых зависят от изменения их электрической проводимости, вызванного захваченными квантами излучения.

**Термопары.** Термопара<sup>2)</sup> представляет собой две очень тонкие проволоочки из различных материалов, дающих большую термоэлектродвижущую силу. Проволоочки сварены или другим способом соединены между собой, чтобы образовать термоспай. К этому спаю прикреплен приемник, представляющий собой небольшой кусок тонкой металлической фольги, например в  $1$  мм<sup>2</sup>, служащий для приема приходящего излучения. Фольга зачернена одним из существующих способов (см. ниже), чтобы сделать ее хорошо поглощающей излучение.

Свободные концы проволоочек термопары прикреплены к относительно массивным металлическим клеммам, установленным на

<sup>1)</sup> См. стр. 149.

<sup>2)</sup> Подробности см.: Firestone F. A., Radiation Thermopile Design, Rev. Sci. Inst. 1, 630 (1930). Strong John, Procedures in Experimental Physics, chap. VII, Prentice-Hall, Inc., New York, 1946. [Есть русский перевод: Стронг Дж., Практика современной физической лаборатории, гл. VII. Гостехиздат, М., 1948. (Прим. перев.)]

изолирующем основании; клеммы соединены с гальванометром или с низковольтным усилителем.

На рис. 5.8 показан один из способов устройства так называемой «компенсационной» термопары, в которой имеются два термоспая, соединенные в обратных направлениях. Устройство, показанное на рис. 5.8, помещается в стеклянную колбу или

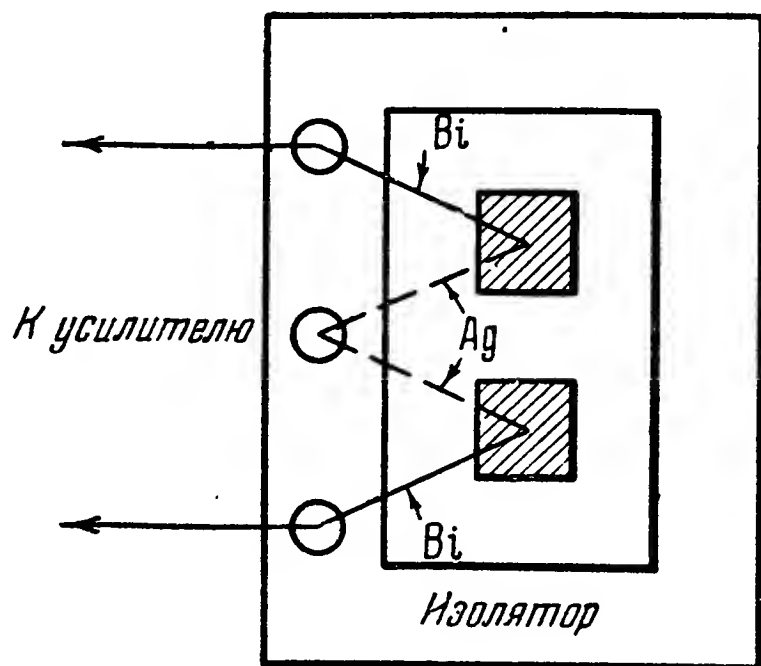


Рис. 5.8. Простейшая термопара.

металлический колпачок с окном из прозрачного материала. Излучение при помощи оптической системы фокусируется на одном из приемников, второй приемник «осматривает» соседний с объектом фон. Поэтому термоэлектродвижущая сила появляется только в том случае, если приемники получают разные количества энергии в соответствии с приведенными выше формулами. Хотя выход термопары, соответствующий некоторому заданному излучению, будет тем больше, чем больше воспринимающая поверхность (просто потому, что будет принято больше лучистой энергии), чувствительность прибора, т. е. число вольт на один ватт мощности приходящего излучения, обратно пропорциональна корню квадратному из площади приемника. Если для решения каких-нибудь задач потребуется большая площадь приемника, удобно использовать термостолбики или термобатареи, состоящие из нескольких соединенных вместе отдельных термопар, каждая с маленьким приемником.

Известно много термоэлектрических материалов; наиболее обычные пары: висмут — серебро, медь — константан и сплавы Хэтчинса (Hutchins) (97% Bi, 3% Sb; 95% Bi, 5% Sn). Иногда используются специальные полупроводниковые материалы.

В результате легкого нагрева принимающей поверхности термопары на ней возникает небольшое напряжение  $e$ . Если внутреннее сопротивление термопары есть  $r_t$  и она включена на гальванометр с сопротивлением  $r_g$ , то ток гальванометра  $i_g$  будет:

$$i_g = \frac{e}{r_t + r_g} \quad (5.26)$$

Поэтому существенно, чтобы термопара и гальванометр или усилитель имели малые сопротивления. На практике термопары обычно изготавливаются с сопротивлением от 5 до 10 ом. Пытались создать термопары с высоким сопротивлением, используя для этого полупроводники, обладающие большим термоэлектрическим потен-

циалом, чтобы термопары можно было непосредственно соединять с электронными лампами; эти попытки успехом не увенчались.

Нагрев  $\Delta T$  приемника термопары поглощаемым потоком излучения зависит от многих причин. Чем меньше теплоемкость приемника и чем меньше потери поглощаемой энергии, тем больше  $\Delta T$ . В равновесных условиях будет:

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\Lambda}, \quad (5.27)$$

где  $\Delta P$  — приток (с учетом потерь) лучистой энергии в ваттах,  $\Lambda$  — потеря энергии термопарой в ваттах на градус.

Постоянная времени  $\tau$ , или время в секундах, необходимое термопаре для того, чтобы достигнуть 63% значения выхода при равновесных условиях, выражается так:

$$\tau = \frac{C}{\Lambda}, \quad (5.28)$$

где  $C$  есть теплоемкость приемника в джоулях на градус. Отсюда

$$\Delta T = \frac{\tau \Delta P}{C}, \quad (5.29)$$

т. е. получение большого выхода прибора требует большой постоянной времени и малой теплоемкости приемника.

Потери тепла в термопаре происходят тремя путями: через соединительные проводники, путем конвекции и путем излучения. Потери по первой причине могут быть снижены путем уменьшения диаметра проводников и увеличения их длины, но тогда возрастает электрическое сопротивление, и на практике всегда приходится искать компромиссное решение. Потери на излучение могут быть уменьшены тем, что черной делается только одна сторона фольги приемника, а другая остается блестящей. Потери вследствие конвекции устраняются откачкой термопары, вследствие чего чувствительность возрастает в 10—40 раз, но сопровождается увеличением постоянной времени.

Уже эти простые соображения, которые только слегка касаются задачи проектирования термопар, совершенно ясно показывают, что во всякой радиометрической задаче должен быть достигнут компромисс, учитывающий различные факторы, такие, как располагаемый поток излучения, требуемое поле обзора и время, которое имеется для измерения.

В таблице 5.2 приведены характеристики нескольких термопар; некоторые из них намеренно сделаны мало чувствительными, как это требуется для специальных задач, где участвуют большие потоки излучения.

Таблица 5.2

## Характеристики современных термопар

Наименование	Размер приемника (мм)	Сопротивление (ом)	Постоянная времени (сек)	Чувствительность (вольт на ватт)
Erply:				
Неэвакуированная . .	$1,1 \times 16$	12	2	0,3
» . .	$0,7 \text{ см}^2$	3	2	0,03
Farrand:				
Эвакуированная . . .	$0,75 \times 0,75$	6—10	0,03—0,04	7—10
Hilger-Watts (полупроводниковые):				
Неэвакуированная . .	$1,0 \times 10$	150	0,03	2,3
» . .	$0,2 \times 2$	150	0,005	3,5
Эвакуированная . . .	$0,2 \times 2$	160	0,03	85,0
Reeder:				
Эвакуированная . . .	$0,2 \times 2$	—	—	6,0
» . . .	$0,6 \times 4$	10—15	0,07	4,0
» . . .	$1,0 \times 10$	4	0,10	2,0

**Болометры.** Болометр изобрел в 1881 г. Ланглей<sup>1)</sup> из обсерватории в Allegheny. Он предложил использовать тонкую зачерненную полоску платиновой фольги как сопротивление в одном из плеч мостика Уитстона. Таким путем могут быть измерены незначительные изменения сопротивления, происходящие от нагрева фольги приходящим излучением. Несбалансированность мостика Ланглей измерял при помощи очень чувствительного гальванометра, причем, очевидно, для него была очень важной задача поддержания постоянной температуры в помещении, где производились измерения.

Роль теплоемкости болометра и отвода тепла от него остается той же самой, что и в случае термопары; поэтому используются предельно тонкие полоски металла. В современной практике эти полоски изготавливаются путем испарения металлов в вакууме<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Langley S. P., Proc. Am. Acad. Arts and Sciences 16, 342 (1881).

<sup>2)</sup> Aiken C. B., Carter W. H. and Phillips F. S., The Production of Film Type Bolometers with Rapid Response, Rev. Sci. Inst. 17, 377 (1946).

Billings B. H., Hyde W. L. and Barr E. E., An Investigation of the Properties of Evaporated Metal Bolometers, J. Opt. Soc. Am. 37, 123 (1947); Construction and Characteristics of Evaporated Nickel Bolometers, Rev. Sci. Inst. 18, 429 (1947).

или путем прокатки волластоновской проволоки (платина, покрытая серебром) в тонкую ленту с последующим удалением серебра <sup>1)</sup>).

При помощи каждого из этих методов можно изготовить полоски толщиной всего в несколько сот ангстрем. Преимущество прокатанных полосок состоит в том, что они имеют бóльший термический коэффициент сопротивления, чем изготовленные путем испарения.

Размеры металлической полоски болометра могут быть порядка  $1 \times 10$  мм или даже несколько десятых миллиметра в ширину при длине в 1—2 мм; их сопротивление обычно составляет несколько омов. Трудности, свойственные схемам постоянного тока, можно обойти, модулируя принимаемое излучение и применяя усиливающую электронную аппаратуру или используя сканирование болометра относительно подлежащего измерению объекта. Болометр должен быть соединен со своим усилителем через специальный хорошо экранированный трансформатор с низким входным сопротивлением. Чувствительность болометра с металлической полоской составляет около вольта на ватт. Предельной чувствительностью мы вкратце займемся ниже в этой главе.

**Термисторные болометры.** Термисторный болометр, разработанный в лаборатории фирмы Белл <sup>2)</sup>, представляет собой тонкий слой полупроводящего окисла, имеющего сравнительно большой отрицательный термический коэффициент сопротивления. Применяются два типа материалов: смесь окислов никеля и марганца, имеющая удельное сопротивление 2500 ом см при 25°C, и смесь окислов никеля, марганца и кобальта, имеющая удельное сопротивление 250 ом см при 25°C. Болометрический слой имеет толщину порядка 10 м с размерами поверхности от  $0,2 \times 0,2$  мм до  $5 \times 5$  мм и с сопротивлением от 1 до 5 мгом, что позволяет подключать такие болометры непосредственно к электронным лампам.

Болометрический слой обычно наносится на кварцевые или стеклянные пластинки, чтобы уменьшить постоянную времени и обеспечить прочность. Такое устройство позволяет не откачивать воздух из болометра.

В таблице 5.3 показаны некоторые средние характеристики термисторных болометров, данные Вормсером <sup>3)</sup>, который, кроме того, подробно описал много других характеристик этих приемников.

---

<sup>1)</sup> Langton William G., A Fast Sensitive Metal Bolometer, J. Opt. Soc. Am. 36, 355A (1946).

<sup>2)</sup> Brattain W. H. and Becker J. A., Thermistor Bolometers, J. Opt. Soc. Am. 36, 354 A (1946).

<sup>3)</sup> Wormser Eric M., Properties of Thermistor Infrared Detectors, J. Opt. Soc. Am. 43, 15 (1953).



Пневматический приемник. Пневматический приемник, обычно известный как приемник системы Голя<sup>1)</sup>, является самым замечательным из чувствительных элементов.

Таблица 5.3

## Характеристики термисторных болометров (по Вормсеру)

Длина (мм)	Ширина (мм)	Площадь (мм <sup>2</sup> )	Сопротивление при 27° С (мгом)	Напряжение смещения (вольт)	Чувствительность (вольт/ватт)	Постоянная времени (миллисекунды)	Эквивалентный уровень шумов на входе (ватт)
На кварце, полоса частот 62,5 гц							
5,55	2,54	14,1	0,48	242	4,10	4,56	$1,0 \cdot 10^{-8}$
6,35	0,76	4,84	1,54	207	110,5	3,5	$1,2 \cdot 10^{-8}$
1,0	1,0	1,00	2,07	184	284,0	4,8	$5,2 \cdot 10^{-9}$
1,0	0,5	0,5	4,65	216	1070,0	4,5	$2 \cdot 10^{-9}$
0,5	0,5	0,25	2,1	170	1105,0	1,9	$1,4 \cdot 10^{-9}$
На стекле, полоса частот 37,5 гц							
5,55	2,25	12,5	0,60	145	35,5	5,8	$1,6 \cdot 10^{-8}$
6,34	0,5	3,17	2,96	282	189	6,4	$6,5 \cdot 10^{-9}$
0,82	1,42	1,16	0,11	31	85,5	6,2	$3 \cdot 10^{-9}$
2,5	0,2	0,5	3,0	130	585	5,9	$2,2 \cdot 10^{-9}$
1,0	0,2	0,2	1,25	54	750	6,3	$1,2 \cdot 10^{-9}$

К сожалению, этот приемник более пригоден в лабораторных условиях, чем в полевых, главным образом потому, что он должен быть защищен от толчков и вибраций.

Рис. 5.9 поясняет принцип действия простейшего пневматического приемника, который может быть использован в качестве демонстрационного прибора. Бронзовая трубка диаметром около 1 см, длиной тоже в 1 см закрыта с одной стороны полированной пластинкой из каменной соли или другого материала, прозрачного для длинноволнового излучения. Где-нибудь внутри трубки, вблизи середины, помещается бронзовое кольцо, которое несет на себе тонкую зачерненную нитроцеллюлозную пленку в качестве поглотителя излучения. Пленка может быть зачернена путем испарения металлической черни, как в термopарах и болометрах (см. ниже), или, как это обычно принято в пневматических приемниках, полупрозрачный слой металла, например алюминия, испаряют до такой толщины, когда его удельное поверхностное сопротивление становится равным 189 ом

<sup>1)</sup> G o l a y M. E. J., Theoretical Considerations in Heat and Infrared Detection, with Particular Reference to the Pneumatic Detector, Rev. Sci. Inst. 18, 347 (1947); A Pneumatic Infra-Red Detector, Rev. Sci. Inst. 18, 357 (1947); A New Receiver of Radiant Energy, Hammond Vinton Hayes, Rev. Sci. Inst. 7, 202 (1936).

на квадрат (термин «на квадрат» означает квадратный кусок любых размеров). В инфракрасных лучах такой слой поглощает 50%, отражает 25% и пропускает 25% падающего излучения; эти свойства достаточно постоянны в пределах широкой полосы длин волн. Прозрачность слоя колеблется между 15 и 30% в интервале от 2  $\mu$  до 15  $\mu$ .

На другом конце трубки имеется бронзовое дно с отверстием около 5 мм в диаметре, закрытом очень тонкой нитроцеллюлозной диафрагмой. Кроме того, в дне сделано еще отверстие для выхода воздуха.

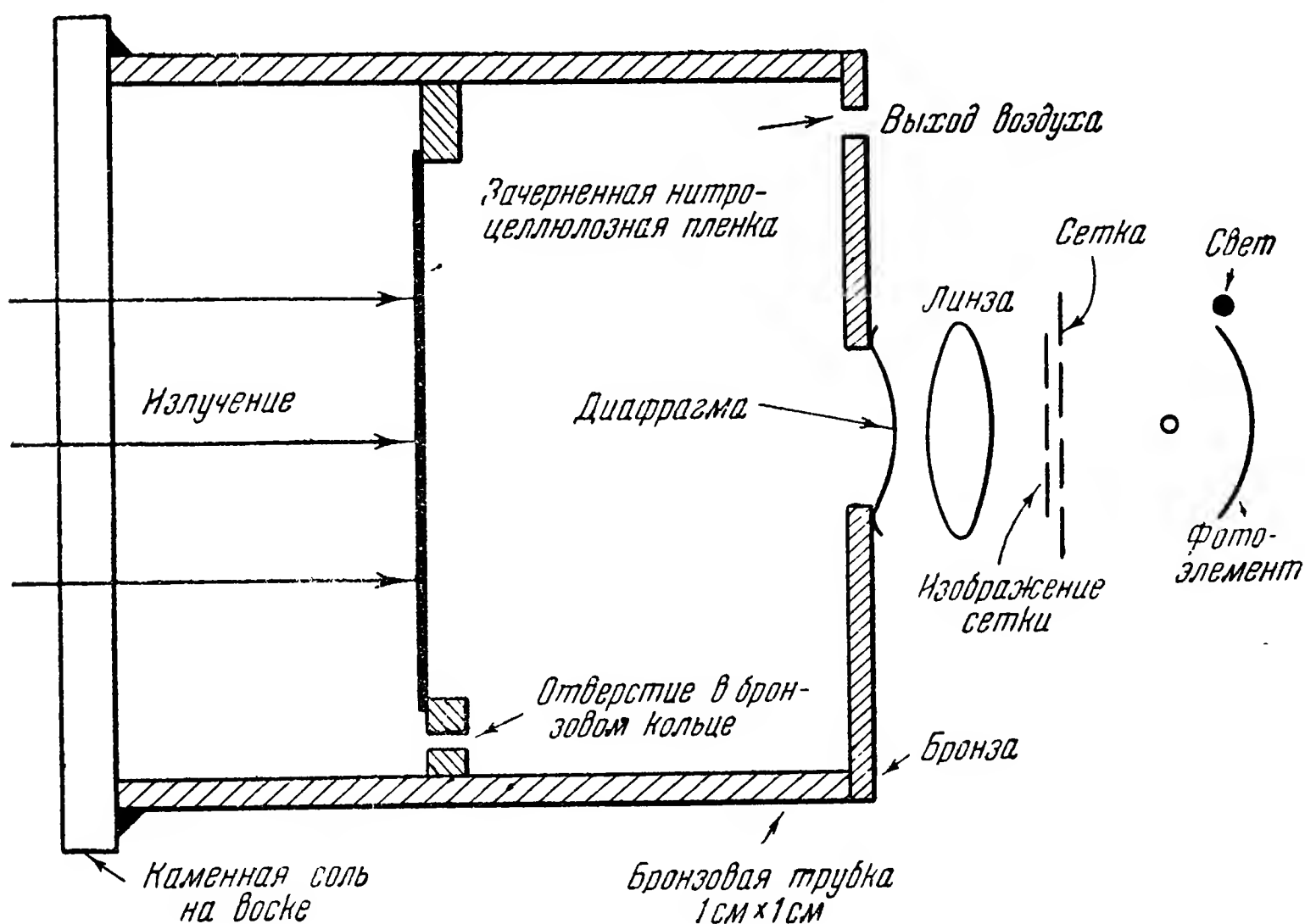


Рис. 5.9. Пневматический приемник. Излучение, поглощаемое пленкой, вызывает небольшое повышение температуры, вследствие чего давление поднимается и диафрагма деформируется.

Приемник работает следующим образом. Порция лучистой энергии, приходящая к приемнику, поглощается зачерненной пленкой и нагревает воздух под нею, вследствие чего внутри приемника получается небольшое увеличение давления; это последнее заставляет деформироваться нитроцеллюлозную диафрагму. Измеряя деформацию диафрагмы, мы тем самым измерим и интенсивность приходящего излучения.

Истечение воздуха наружу восстанавливает нарушенное равновесие, и диафрагма готова реагировать на следующую порцию. Постоянная времени и, следовательно, чувствительность зависят от скорости истечения воздуха. Если она велика, — система восстанавливается быстро, и можно измерять порции, быстро следующие друг

за другом. Если она мала, — между порциями требуется бóльший интервал времени; однако при этом порции, необходимые для того, чтобы создать ту же самую деформацию диафрагмы, будут меньше.

В демонстрационном приборе истечение воздуха должно быть малым. Удобный метод изготовления отверстия состоит в том, чтобы, просверлив отверстие сверлом, замазать его воском и проколоть тонкой иглой.

Деформацию диафрагмы можно наблюдать тремя способами. В случае демонстрации достаточно, чтобы наружный свет просто отражался от диафрагмы; тогда глаз заметит деформацию от сильного сигнала, например такого, который производит зажженная папироса, если ее быстро провести мимо приемника.

В ранних применениях пневматического приемника <sup>1)</sup> деформацию мембраны наблюдали, помещая рядом с нею некоторую оптическую плоскость так, чтобы в зеленой линии ртутной лампы появились ньютоновы интерференционные кольца. Этим способом можно заметить деформацию диафрагмы в одну волну зеленого света, т. е. порядка 5000 ангстрем.

В наиболее совершенном типе приемника (который сейчас и изготавливается) <sup>2)</sup> диафрагма покрывается отражающим слоем сурьмы и обладает поэтому зеркальной поверхностью. Около диафрагмы (справа на рис. 5.9) располагается сетка из параллельных полосок, освещаемая маленькой вольфрамовой лампочкой. Между диафрагмой и сеткой помещается линза, которая после отражения света от диафрагмы дает действительное изображение неосвещенной стороны сетки на ней самой. Прибор юстируется так, что когда диафрагма не деформирована, изображения полосок попадают в промежутки между самими полосками, и тогда на фотоэлемент, показанный на рис. 5.9, не попадает никакого света. Достаточно ничтожной деформации диафрагмы, чтобы изображение сетки сдвинулось и на фотоэлемент попал свет; после этого выход фотоэлемента используется обычным способом.

Такой метод измерения малых смещений был впервые применен Харди <sup>3)</sup> в уникальной системе наблюдения отклонений гальванометра. В применении к пневматическому приемнику на основании теоретических рассуждений и экстраполяции имеющегося опыта можно утверждать, что чувствительность метода может достигать порядка 1 ангстрема; измерение таких малых деформаций для наших целей уже не имеет смысла.

Пневматический приемник представляет собой замечательное открытие, потому что при помощи различных процессов взаимодействия

<sup>1)</sup> Z a h l Harold A. and G o l a y Marcel J. E., Pneumatic Heat Detector, Rev. Sci. Inst. 17, 511 (1946).

<sup>2)</sup> E p p l y Laboratories, Newport, Rhode Island.

<sup>3)</sup> H a r d y James Daniel, A Theoretical and Experimental Study of the Resonance Radiometer, Rev. Sci. Inst. 1, 429 (1930).

между светом и материей он вырабатывает чисто механический эффект, а также потому, что он является новостью среди прочих приемников тепловой энергии. Его предельная чувствительность, вероятно, будет такой же, как у термопар и болометров, несмотря на существенное различие в физических принципах. Особенностью пневматического приемника является тот факт, что его чувствительность не падает с увеличением поверхности, и поэтому он может быть сделан достаточно большим для того, чтобы использовать его в диапазоне миллиметровых волн.

**Порог приема.** Наименьший поток излучения, который еще может быть обнаружен приемником, зависит не только от чувствительности самого приемника, но и от уровня шумов, проникающих в приемник. Шумы могут появиться от электронных ламп усилителя, или из-за термических шумов в приемнике, или, наконец, вследствие случайных флюктуаций излучения. Вообще, чем больше промежуток времени, отпущенный на измерение (или, что то же самое, чем больше постоянная времени приемника и чем уже полоса пропускания усилителя), тем меньшую порцию излучения можно обнаружить. Опыт показывает, что выбор порога приема должен сопровождаться известной осторожностью, потому что приемник является только деталью большой системы, а характеристики этой большой системы только случайно могут оказаться точно совпадающими с заранее заданными. Для определения предельной чувствительности можно пользоваться так называемым критерием Хэйвенса <sup>1)</sup>, который сформулирован его автором на основании изучения свойств материалов, применяемых в термопарах и болометрах, а также характеристик приемников инфракрасного излучения. Он относится к приемникам, работающим при комнатной температуре и применяемым в системах, где постоянная времени играет важную роль. Критерий можно написать так:

$$\Delta P_{\min} = 3 \cdot 10^{-12} \frac{A^{1/2}}{\tau}, \quad (5.30)$$

где  $\Delta P$  — минимальная порция мощности излучения, еще обнаруживаемая приемником (в ваттах),  $A$  — площадь приемника в  $\text{мм}^2$ ,  $\tau$  — постоянная времени в секундах.

Интересно отметить, что все существующие приемники — низкоомные металлические болометры, высокоомные термисторные болометры, термопары и пневматические приемники — обладают приблизительно одинаковым порогом приема, который всегда ниже даваемого критерием Хэйвенса, за исключением отдельных приемников, непригодных для серийного производства. Джонс <sup>2)</sup> собрал характеристики

<sup>1)</sup> Havens, R. J., Theoretical Comparison of Heat Detectors, J. Opt. Soc. Am. 36, 355A (1946).

<sup>2)</sup> Jones R. Clark, Factors of Merit for Radiation Detectors. J. Opt. Soc. Am. 39, 444 (1949).

многих приемников и пришел к выводу, что «... из известных автору болометров и термопар, работающих при комнатной температуре, ни один не имеет лучших характеристик, чем те, что дает критерий Хэйвенса, однако некоторые из приемников дают значительно более низкий результат...». Так, отличная эвакуированная термопара с площадью в  $1 \text{ мм}^2$  и постоянной времени в 1 сек, на практике имеет порог приема приблизительно в  $5 \cdot 10^{-11} \text{ вт}$ , в то время как критерий Хэйвенса дает  $3 \cdot 10^{-12} \text{ вт}$ . Металлический или термисторный болометр с меньшей постоянной времени, например 5 миллисекунд, с площадью  $1 \text{ мм}^2$  имеет порог приема от  $5 \cdot 10^{-9}$  до  $10^{-8} \text{ вт}$ .

Чернение тепловых приемников. Поскольку поглощенное излучение вызывает повышение температуры независимо от длины волны, зачерненные тепловые приемники пригодны на всем спектре. Однако нужно специально убедиться, что данный болометр или термопара действительно черны относительно всех длин волн. Простое рассматривание в видимой части спектра еще не дает возможности установить это.

Возможно, наиболее старый и обычный из способов чернения приемников есть покрытие их сажей — метод, который не требует прикосновения к хрупким деталям. Однако сажа, которая является прекрасным поглотителем в видимой и ультрафиолетовой части спектра, может оказаться прозрачной для инфракрасных лучей. Когда измерения производятся при помощи высокочувствительных гальванометров, имеющих постоянную времени в несколько секунд, собственная постоянная времени чувствительного элемента не играет особой роли. В этом случае чернение можно произвести применением достаточно толстого слоя черной краски, например, жженой кости, разведенной в органическом растворителе, скажем шеллаке, который сам по себе полностью поглощает инфракрасные лучи.

Введение Пфундом<sup>1)</sup> способа осаждения черных металлических порошков (например, цинка или золота) путем испарения металлов при давлении в несколько миллиметров позволило чернить приемник и не прикасаясь к ним. Достаточно толстые слои таких металлических покрытий в высшей степени эффективны во всем спектре. Однако старания уменьшить постоянную времени (с целью иметь возможность применять электронные усилители к модулированному выходу болометра или термопары) привели к необходимости применять очень тонкие слои покрытия, которые могут полностью поглощать короткие волны, но быть в высшей степени прозрачными для длинных волн. Решение проблемы было существенно продвинуто

---

<sup>1)</sup> P f u n d A. H., Bismuth Black and Its Applications, Rev. Sci. Inst. 1, 397 (1930); P f u n d A. H., The Optical Properties of Metallic and Crystalline Powders, J. Opt. Soc. Am 23, 375 (1933).



Харрисом и др.<sup>1)</sup>, которые показали, что золотое покрытие становится всюду одинаково поглощающим, если производить испарение в атмосфере азота при давлении около 1 мм, при полном отсутствии кислорода.

На рис. 5.10 приведены кривые коэффициента пропускания для металлических покрытий, взятые из разных источников. Из этого рисунка видно, что металлическое покрытие при некоторых условиях может быть плохим поглотителем. Например, кривая для теллура (полупроводник) подчеркивает опасность суждения о степени

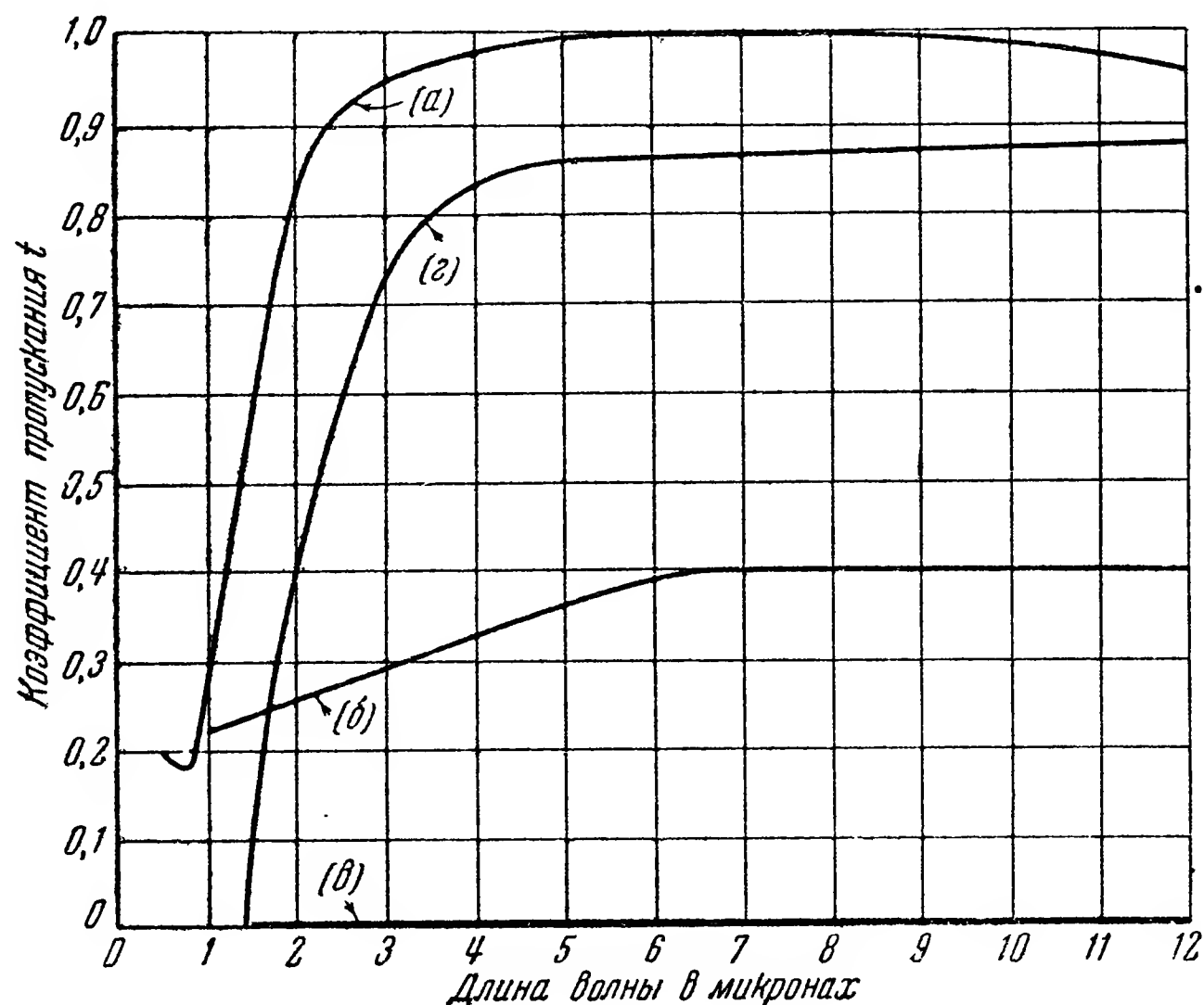


Рис. 5.10. Прозрачность слоя металлического порошка: а — золото, поверхностная плотность  $56 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^2$ ; б — золото, та же толщина, испаренное; в — толстый слой черного золота или цинка; г — черный теллур.

черноты по внешнему виду. Эта кривая получена для толстого слоя, который по внешнему виду был черным, однако он оказывается почти прозрачным для инфракрасных лучей.

Термисторы сами по себе являются поглотителями инфракрасных лучей, но тонкие слои оказываются полупрозрачными, поэтому их обыкновенно покрывают тонким слоем черного лака. Но даже после этого остается способность к избирательному поглощению в инфракрасной области. Коэффициент поглощения может изменяться от 1,0 до 0,9 в полосе от 5 до 15  $\mu$ .

<sup>1)</sup> Harris Louis, McGinnies Rosemarie and Siegel Benjamin M., The Preparation and Optical Properties of Gold Blacks, J. Opt. Soc. Am. 38, 582 (1948).



Металлический поглощающий слой пневматического приемника также не обладает постоянным коэффициентом поглощения на всем спектре.

Поэтому, если требуется производить абсолютные измерения, выбранный приемник необходимо подвергнуть проверке на коэффициент поглощения волн различной длины путем сравнения его с сильно зачерненной термопарой.

Приемники с фотосопротивлением. Быстрое развитие теории и успехи в производстве приемников излучения, основанных на этом явлении, имевшие место в последние годы, позволили сильно облегчить измерения в полосе от 1 до 5  $\mu$ . Наиболее перспективными фотосопротивлениями являются сернисто-свинцовые и теллур-свинцовые; быстро развиваются также свинцово-селеновые фотосопротивления. Симпсон и Сатерленд<sup>1)</sup>, а также Смит<sup>2)</sup> сделали обзор современного состояния вопроса. К их работам мы и отсылаем читателя за подробностями и ссылками на литературу.

Светочувствительные слои толщиной от 0,1 до 1  $\mu$  готовятся химическим путем или при помощи испарения в вакууме. Инфракрасная активация достигается введением в слой кислорода. Сернисто-свинцовые фотосопротивления применяются в двух видах: с чувствительным слоем, работающим непосредственно в воздухе, и с чувствительным слоем, нанесенным на внутренней стороне эвакуированной стеклянной колбы. Свинцово-теллуридные и свинцово-селеновые фотосопротивления обычно выполняются в форме дьюаровского сосуда, который может быть наполнен жидким азотом, причем чувствительный слой оказывается на стенке, смежной с азотом; это обеспечивает хорошее охлаждение. Для пропускания длинноволнового излучения в противоположной стенке делается окно, закрытое сапфиром или другим прозрачным материалом, например  $MgO$ . Чувствительность этих фотосопротивлений достаточна только при наличии охлаждения. Зато сернисто-свинцовые сопротивления работают удовлетворительно и при комнатной температуре, но у них при охлаждении твердой углекислотой или жидким азотом увеличиваются как чувствительность, так и предельная длина волны, на которой еще может работать фотосопротивление. Однако охлаждение увеличивает постоянную времени. Несмотря на это, постоянная времени остается значительно меньше, чем у тепловых приемников. У Симпсона и Сатерленда приведены следующие данные о постоянных времени:  $PbS$  — от  $4 \cdot 10^{-5}$  до  $10 \cdot 10^{-5}$  сек при  $20^\circ C$  и от  $2 \cdot 10^{-4}$  до  $7 \cdot 10^{-4}$  сек при  $-190^\circ C$ ;  $PbTe$  —  $1 \cdot 10^{-4}$  сек

<sup>1)</sup> Simpson O. and Sutherland G. B. B. M., Photoconductive Cells for Detection of Infrared Radiation, Science 115, 1—4 (1952).

<sup>2)</sup> Smith R. A., Infrared Photoconductors Phil. Mag. Supplement 2, 321—369 (1953).

до  $5 \cdot 10^{-4}$  сек при  $-190^\circ \text{C}$ ; PbSe — от  $3 \cdot 10^{-5}$  до  $10 \cdot 10^{-5}$  сек при  $-190^\circ \text{C}$ .

Каждое из этих фотосопротивлений оказывается чувствительным как в видимой, так и в инфракрасной области. Сопротивления из PbS применимы до  $3 \mu$  без охлаждения и приблизительно до  $3,75 \mu$  при охлаждении до  $90^\circ \text{K}$ , из PbTe — до  $5,5 \mu$ . PbSe, находящийся пока еще в области экспериментов, чувствителен до  $8 \mu$  при охлаждении до  $90^\circ \text{K}$  и до  $6 \mu$  — при охлаждении до  $290^\circ \text{K}$ <sup>1)</sup>.

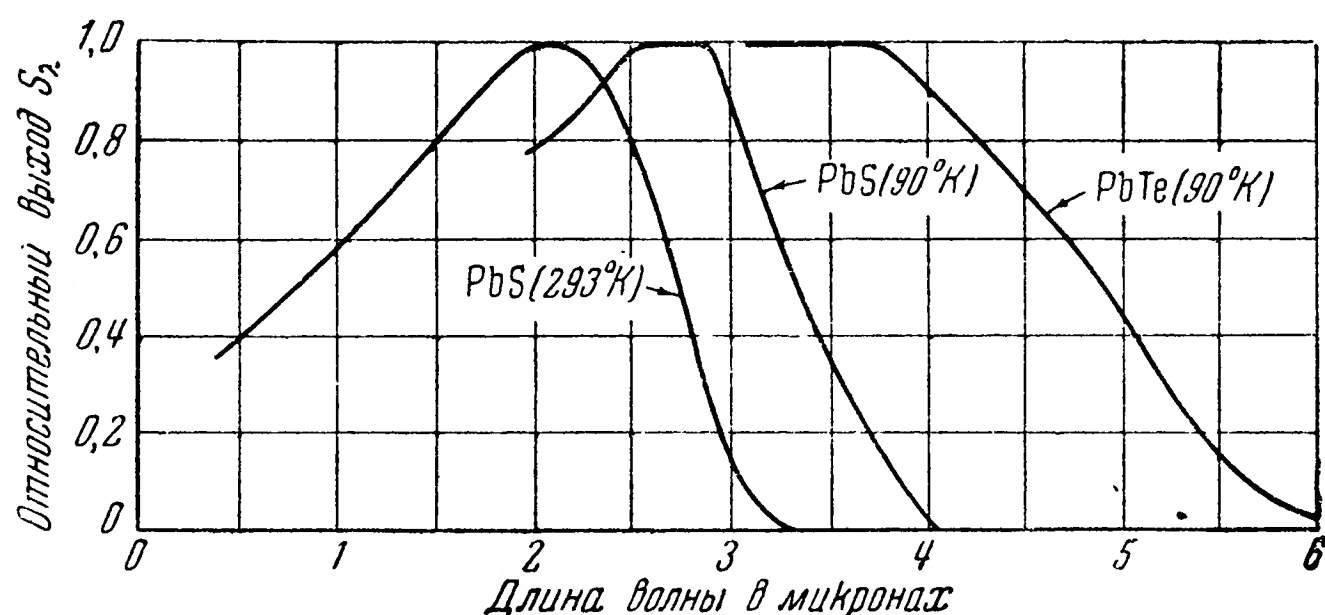


Рис. 5.11. Относительный спектральный выход фотосопротивлений из PbS и PbTe.

Минимальный принимаемый сигнал. Предельную чувствительность фотосопротивлений исследовали Джонс<sup>2)</sup>, Фелджет<sup>3)</sup> и Мос<sup>4)</sup>. Для монохроматического света в области максимальной чувствительности и для полосы усилителя в 1 гц, т. е. для продолжительности измерения около одной секунды, результаты обобщил Смит<sup>5)</sup>.

Для PbS порог приема лежит около  $10^{-12}$  вт, для PbTe — от  $10^{-12}$  до  $10^{-13}$  вт и для PbSe он, по-видимому, такой же, как у лучших современных тепловых приемников.

Выбор фотосопротивления. Не следует думать, что для какой-нибудь конкретной задачи наилучшим является фотосопротивление, чувствительное к наиболее широкой полосе спектра; точно так же не обязательно является наилучшим и наиболее чувствительное фотосопротивление. Например, охлаждение увеличивает чувствительность, но вносит серьезные осложнения в инженерное решение задачи. При выборе фотосопротивления необходимо

1) См. сноску на стр. 176.

2) См. сноску на стр. 173.

3) Felgett P. B. On the Ultimate Sensitivity and Practical Performance of Radiation Detectors, J. Opt. Soc. Am. 39, 970 (1949).

4) Moss T. S., The Ultimate Limits of Sensitivity of Lead Sulfide and Telluride Photoconductive Detectors, J. Opt. Soc. Am. 40, 603 (1950).

5) См. сноску на стр. 176.

всегда принимать во внимание и его эксплуатационные свойства; это не обязательно только при чисто исследовательской работе, когда хорошее фотосопротивление само по себе предоставляет спектроскописту широкое поле для открытий.

На рис. 5.11 представлены три типичные характеристики выхода фотосопротивления. Характеристики для PbS при  $293^{\circ}$  К относятся к фотосопротивлению фирмы Eastman Kodak<sup>1)</sup>, при  $90^{\circ}$  К — фирмы Thompson Houston Company, а для PbTe — к экспериментальному английскому фотосопротивлению<sup>2)</sup>. Заметим, что кривые на рис. 5.11 не дают возможности определить абсолютную чувствительность различных фотосопротивлений; в них приведены только относительные значения, причем максимальная чувствительность условно принята за единицу. Эти кривые будут использованы ниже в примерах вычисления выхода фотосопротивлений при облучении их объектами различной температуры.

### 5.5. Прозрачность атмосферы

Исследования прозрачности атмосферы сравнительно быстро последовали за открытием инфракрасных лучей Вильямом Гершелем в 1800 г. Его сын, Джон Гершель, уже в 1840 г. опубликовал результат, показавший существование в инфракрасном спектре широких полос поглощения атмосферой; в 1842 г. Дрэйпер (J. W. Draper), используя фосфоры в качестве приемников, наблюдал поглощение солнечного спектра атмосферой. Краткий обзор работ в этой области дал Ланглей<sup>3)</sup>, который еще 70 лет назад сделал в этой области первые значительные шаги, исследовав полосы поглощения в области до  $5 \mu$ .

Процессы ослабления. Существуют три физически разнородных процесса, вызывающих ослабление оптического излучения атмосферой: а) абсорбция молекулами газов, составляющих атмосферу; б) рассеяние частицами дымки, а также частицами, из которых состоят туманы и облака; в) рассеяние молекулами атмосферных газов.

Абсорбция атмосферными газами. Абсорбция молекулами  $O_2$  и  $N_2$ , а также молекулами озона  $O_3$ , когда он присутствует, наблюдается в ультрафиолетовом спектре при длинах волн меньше  $0,3 \mu$ . В пределах от  $0,3 \mu$  до  $0,6 \mu$  главная причина ослабления излучения состоит в рассеивании света дымкой и молекулами газов; слабая абсорбция в кислороде и разреженных водяных парах появляется лишь у красного конца видимого спектра.

<sup>1)</sup> Information Bulletin on Elektron Detectors, Eastman Kodak Co., 1953.

<sup>2)</sup> См. сноску<sup>4)</sup> на стр. 177.

<sup>3)</sup> Langley S. P., Annals of the Astrophysical Observatory, vol 1, Smithsonian Institution, Washington, D. C., 1900.

Для инфракрасного излучения главными поглотителями являются кислород и углекислый газ. Абсорбция озоном заметна только у солнечной радиации при прохождении ее через слой озона, находящийся на высоте от 15 до 20 миль.

Полоса поглощения инфракрасного излучения какой-нибудь молекулой появляется на длинах волн, соответствующих резонансной частоте молекулы. Как и в случае двух грузов, соединенных между собой пружиной, резонансные частоты молекулы зависят от масс атомов и от сил, связывающих атомы в молекулу. Оказалось, что резонансные частоты лежат как раз в инфракрасном спектре, главным образом между 2 и 15  $\mu$ ; поэтому абсорбция инфракрасного излучения молекулами играет большую роль в анализе их структуры. Для того чтобы появилась абсорбция излучения, недостаточно, чтобы молекула имела только соответствующую частоту нормальных колебаний; необходимо также, чтобы последние сопровождались колебаниями заряда молекулы или ее дипольного момента. Так, молекулы  $O_2$  и  $N_2$  не абсорбируют инфракрасных лучей, поскольку колебания их совершенно симметричны и не вызывают изменения дипольного момента. С другой стороны, например, двухатомная молекула  $HCl$  сильно абсорбирует на своей нормальной частоте и на кратных частотах. Причина этого состоит в следующем. Атом водорода имеет значительно меньшую массу, чем атом хлора. Следовательно, при колебании атомов в молекуле амплитуда колебаний атома водорода значительно больше, чем атома хлора; поэтому дипольный момент молекулы изменяется. Подобным же образом колебания атомов в трехатомных молекулах  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$  вызывают колебания дипольного момента и сопровождаются абсорбцией инфракрасного излучения.

Многоатомные молекулы допускают  $(3n - 6)$  независимых колебаний атомов, где  $n$  — число атомов. Исключения составляют линейные молекулы, для которых это число равно  $(3n - 5)$ . Нужно отметить, что не обязательно каждое нормальное колебание атомов сопровождается абсорбцией инфракрасного излучения. Например, известно, что  $CO_2$  есть линейная молекула, структурная формула которой имеет вид  $O—C—O$ . Очевидно, что нормальное колебание, при котором атом углерода остается неподвижным, а оба атома кислорода вместе движутся на него или от него, не может вызывать абсорбции. Напротив, когда один атом кислорода движется на углерод, а другой от углерода, атом углерода также смещается относительно оси симметрии молекулы и появляется абсорбция инфракрасного излучения.

**Абсорбция жидкостями.** Предыдущие замечания относились к абсорбции газами, включая и пары воды. Поскольку вода часто присутствует в атмосфере одновременно и в виде паров и в виде жидкости, нужно помнить, что абсорбция инфракрасных

лучей водой существенно отличается от абсорбции парами воды. Слой воды толщиной в 1 см совершенно непрозрачен для волн длиннее 2  $\mu$ . Поэтому изучать абсорбцию водой инфракрасных лучей с большей длиной волны можно только путем использования тонких слоев воды, заключенных между пластинками из какого-нибудь прозрачного нерастворимого материала. Несмотря на это-количество пара, эквивалентное слою воды толщиной даже в несколько сантиметров, остается сравнительно прозрачным в «окнах» (см. ниже), которые расположены в спектре между полосами поглощения. Длина столба воды, который получится, если сконденсируется весь пар в столбе атмосферы с поперечным сечением в 1  $\text{см}^2$ , называется *эквивалентным слоем воды*. Например, столб атмосферы длиной в 2000 ярдов ( $\approx 1830 \text{ м}$ ) при температуре  $80^\circ\text{F}$  ( $27^\circ\text{C}$ ) и относительной влажности 100% обладает эквивалентным слоем в 4,7 см.

Вода в форме тумана с большими каплями ослабляет излучение главным образом путем его рассеяния. Частицы, которые очень велики по сравнению с длиной волны, такие, как дождевые капли или снежинки, одновременно и рассеивают и абсорбируют инфракрасное излучение. Поэтому поперечное сечение частиц и их концентрация вполне определяют ослабление энергии, причем здесь уже не нужно разделять абсорбцию и рассеяние.

Более подробно рассеяние будет рассмотрено в этой главе несколько ниже.

Графики полос атмосферной абсорбции. Графики на рис. 5.12 построены на основании различных источников и имеют целью показать положение главных полос поглощения между 0,3  $\mu$  (ультрафиолетовая область) и 14  $\mu$  (инфракрасная область), а также пояснить роль паров воды в образовании этих полос. Кривая (а), показанная на рис. 5.12, а заимствована из известной современной работы Джебби и др.<sup>1)</sup>. Она представляет собой прозрачность слоя атмосферы толщиной в 2000 ярдов ( $\approx 1830 \text{ м}$ ), содержащего эквивалентный слой воды в 17 мм и дымку такой концентрации, что сквозь нее проходит только 60% красных лучей с длиной волны в 0,61  $\mu$ , как показано на рисунке жирной точкой. Кривая (б) на том же рисунке относится к видимому и ультрафиолетовому излучению и построена по данным Курчио и др.<sup>2)</sup>, таким образом, чтобы она проходила через точку Джебби. Пунктирная кривая, соединяющая кривые (а) и (б), не имеет значения. Обе ветви кривой (в) на рис. 5.12, б взяты из классического тру-

<sup>1)</sup> Gebbie H. A., Harding W. R., Hilsum C., Pryse A. W. and Roberts V., Atmospheric Transmission in the 1 to 14  $\mu$  Region, Proc. Roy. Soc. A., 206 (1951).

<sup>2)</sup> Curcio J. A., Drummeter L. F., Jr., Petty C. C., Stewart H. S. and Butler C. P., An Experimental Study of Atmospheric Transmission, J. Opt. Soc. Am. 43, 100 (1953), Fig. 6.



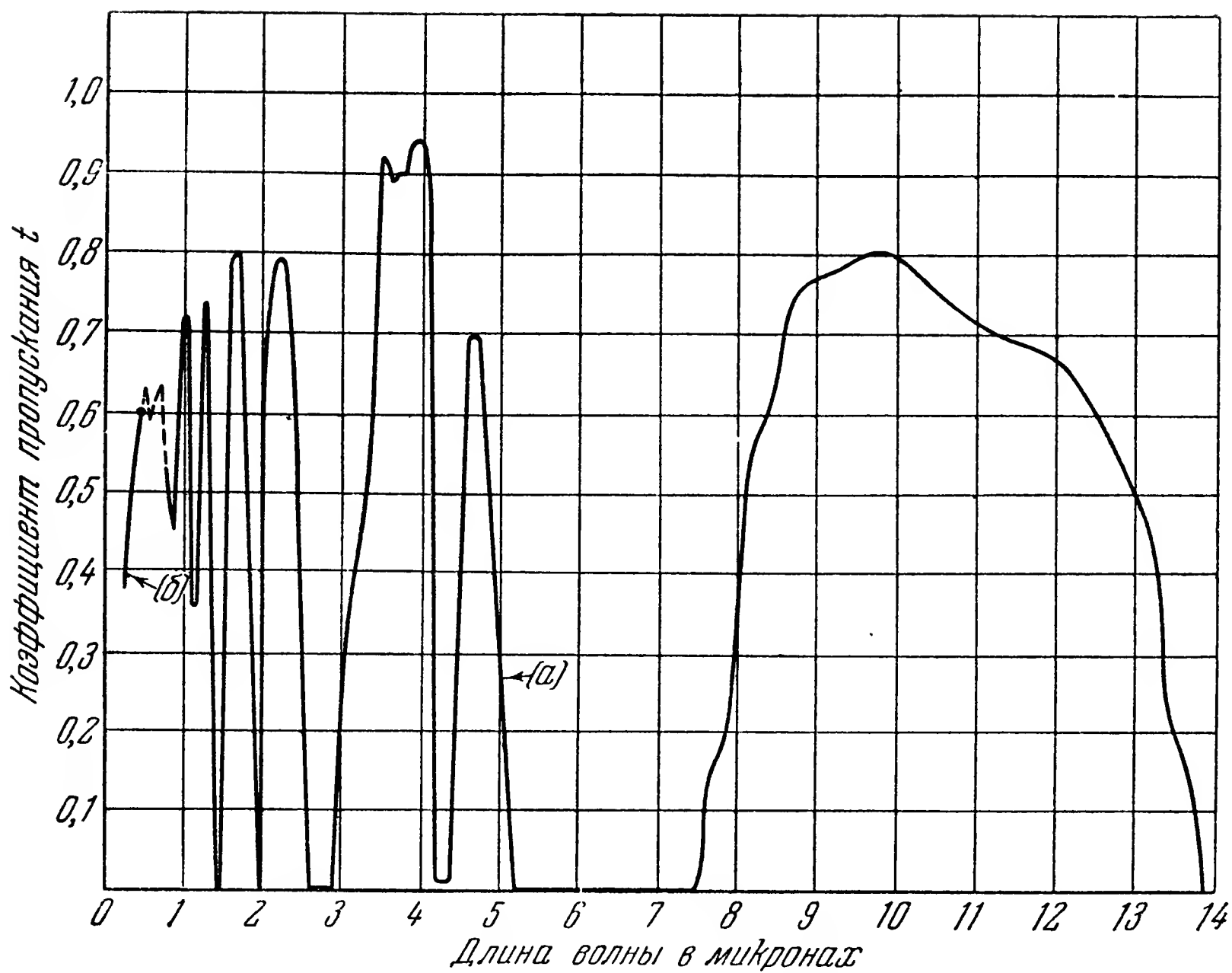


Рис. 5.12 а. Прозрачность атмосферы.

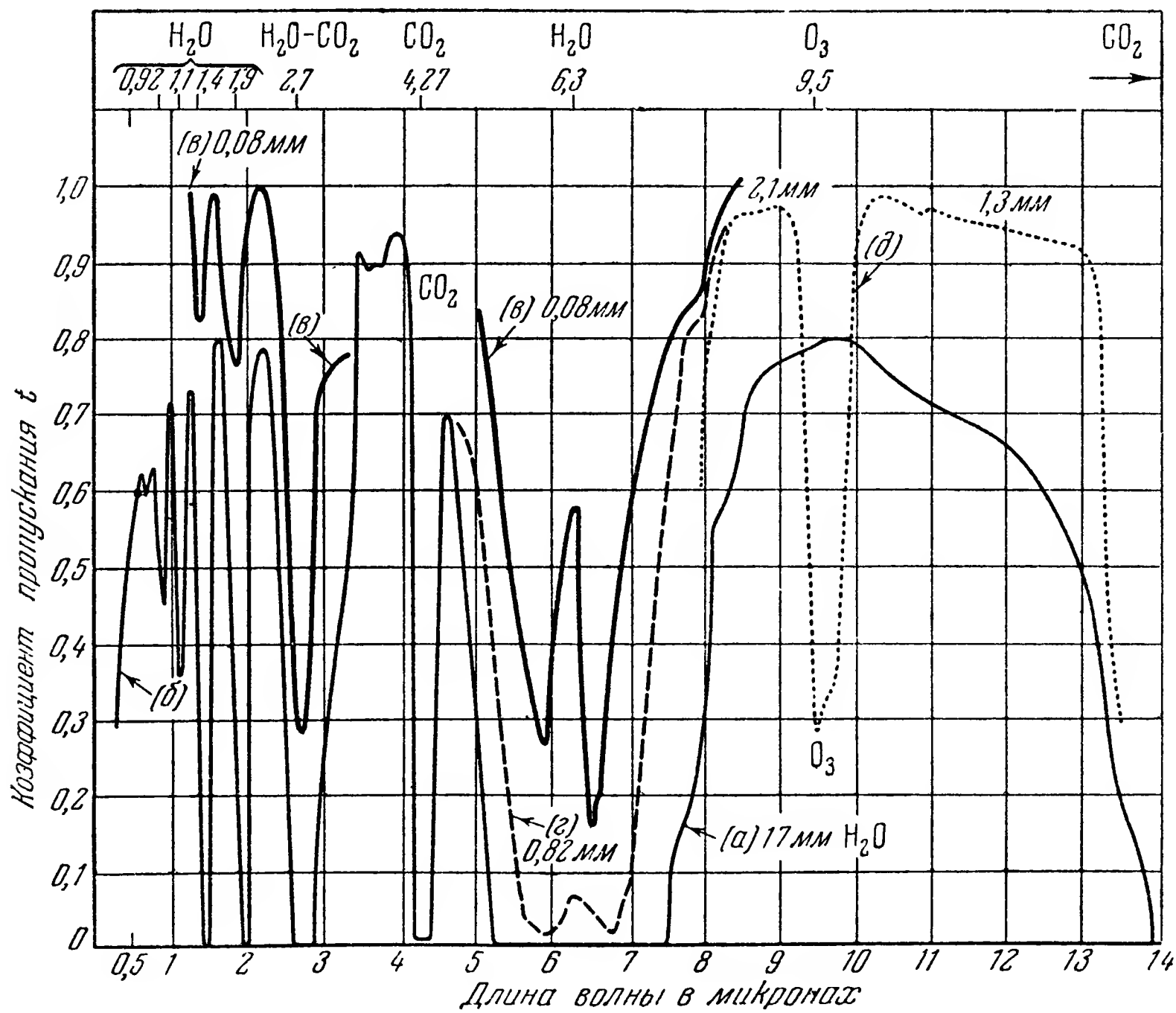


Рис. 5.12. б. Прозрачность атмосферы.



да Фаула<sup>1)</sup>. Кривая (в) соответствует эквивалентному слою воды в 0,08 мм при отсутствии дымки. Кривая (г) приведена для того, чтобы показать влияние увеличения количества водяного пара на широкую полосу поглощения около 6  $\mu$ ; кривая (г) не продолжена на весь спектр, чтобы не затемнять графика.

Кривая (д) на рис. 5.12, б построена по данным, приведенным в работе Аделя и Лэмпленда<sup>2)</sup>. Она дает прозрачность всей атмосферы, причем источником излучения является Солнце. На ней видна сильная полоса поглощения озоном на длине волны 9,5  $\mu$ , а также сравнительно слабое увеличение поглощения в «окне» около 11  $\mu$ .

Продвигаясь по кривым (а) и (б) на рис. 5.12, а в сторону длинных волн, мы видим, что в видимом спектре коэффициент пропускания растет; то же самое имеет место в «окнах» между полосами поглощения вплоть до «окна» между 3 и 4  $\mu$ . Плотность дымки, для которой эти кривые построены, можно сделать наглядной при помощи коэффициента пропускания для видимого света с  $\lambda = 0,55 \mu$ ; этот коэффициент есть 0,59, что соответствует дальности видимости большого темного предмета, равной 8 милям. Таким образом, дымка довольно плотная, но туман, конечно, отсутствует. Частички тумана слишком велики по сравнению с длинами волн части спектра, приведенной на рис. 5.12, а, и ослабление, ими производимое, приблизительно одинаково для всех длин волн.

Ослабление вследствие рассеяния. За подробностями теории рассеяния мы отсылаем читателя к работам Миддлтона<sup>3)</sup> и Койпера<sup>4)</sup>. Как мы уже отмечали, рис. 5.12, б показывает, что ослабление в дымке уменьшается с увеличением длины волны. Графики рис. 5.13, построенные по данным таблицы 1, приведенной в цитированной работе Джебби<sup>5)</sup>, показывают это явление с большей подробностью. Каждая кривая описывает прозрачность слоя в 2000 ярдов ( $\approx 1830$  м) в некоторых «окнах» при различных плотностях дымки, характеризуемой ее прозрачностью в красном свете в  $\lambda = 0,61 \mu$  и для одинакового во всех случаях эквивалентного слоя воды, равного 17 мм. Дальность видимости, к которой относится каждая из этих кривых, приведена на них; видимость

1) Fowle F. E., Water Vapor Transparency to Low-Temperature Radiation, Smithsonian Misc. Collections, vol 68, № 8, Publication 2484, Smithsonian Institution, Washington, D. C., p. 23 (1917).

2) Adel Arthur and Lampland C. O., Atmospheric Absorption of Infrared Solar Radiation at the Lowell Observatory, Astrophysical Journ. 91, 481 (1940).

3) См. сноску на стр. 147.

4) Kuiper Gerard P., ed., The Atmospheres of the Earth and Planets, Rev. Ed., University of Chicago Press, Chicago, 1952, ch. III.

5) См. сноску на стр. 180.

получена путем экстраполяции кривых до  $\lambda = 0,55 \mu$  и вычисления дальности для экстраполированного коэффициента пропускания. Поэтому обозначенные на рисунке дальности видимости не представляют собой наблюдений Джебби и других и могут быть неточными; они приведены лишь для того, чтобы сделать более наглядной плотность дымки, соответствующую разным кривым.

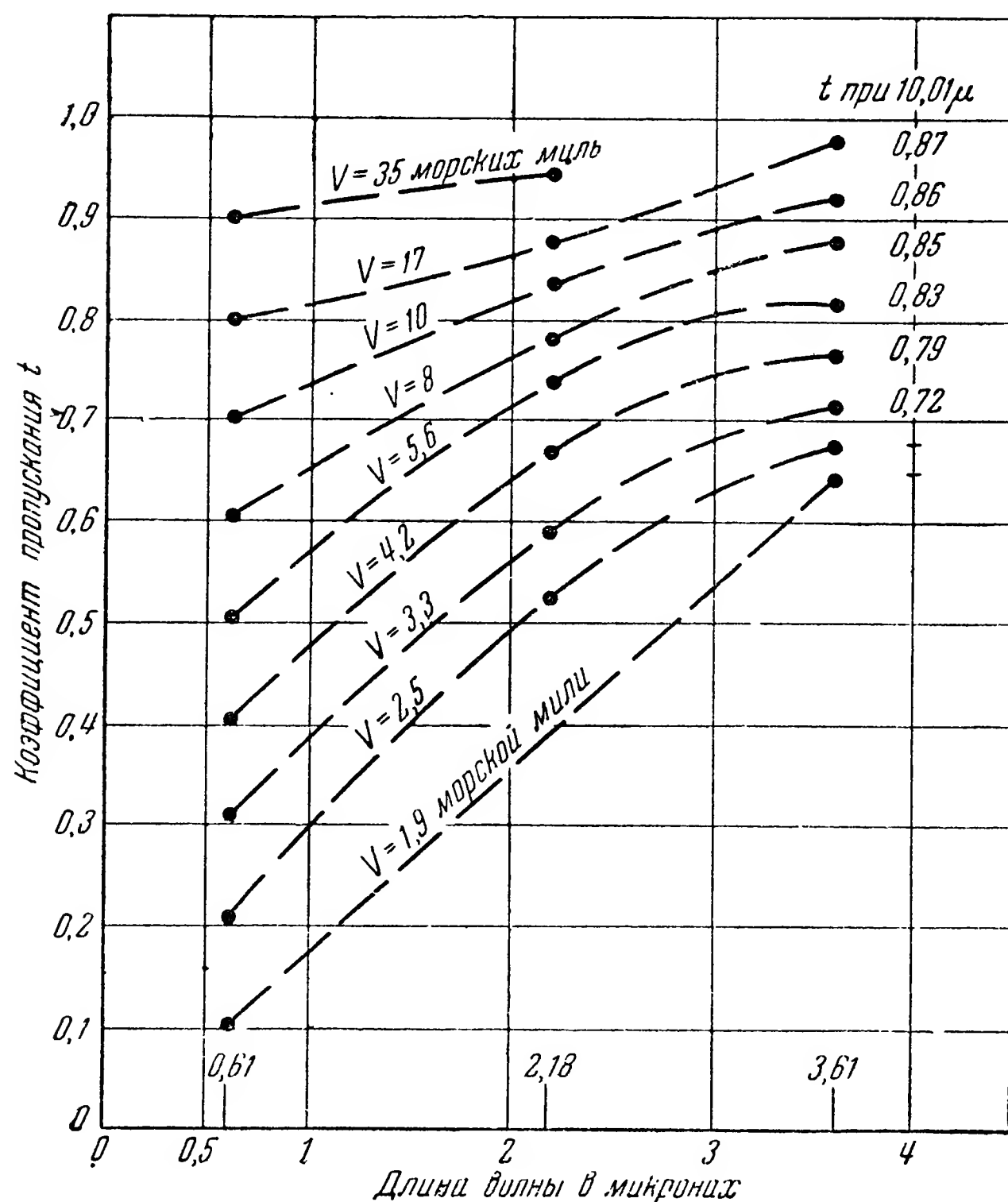


Рис. 5.13. Прозрачность слоя дымки толщиной в 2000 ярдов в красных и инфракрасных «окнах»  $2,18 \mu$  и  $3,61 \mu$ .

Пунктирные кривые, проведенные на этом рисунке, имеют назначение выделить точки, соответствующие друг другу, но, возможно, они дают некоторое представление об основной зависимости ослабления в дымке от длины волны. Следует отметить, что коэффициенты пропускания для  $10,01 \mu$ , взятые из того же источника, несколько меньше, чем для  $3,61 \mu$ ; они приведены на рисунке справа. Однако это не должно означать меньшую прозрачность дымки для «окна» у  $10 \mu$ , чем для «окна» у  $3,6 \mu$ , а скорее более сильную абсорбцию парами воды при  $10 \mu$ .

Туман и облака. Капли воды, из которых состоят туман и облака, имеют диаметры, заключенные внутри пределов от 5 до 100  $\mu$ , причем среди них всегда встречаются капли, имеющие размеры значительно бóльшие, чем длины волн в используемой нами части инфракрасного спектра. Поэтому коэффициент ослабления в тумане остается постоянным для всего видимого и инфракрасного спектра вплоть до 15  $\mu$ <sup>1)</sup>. При очень большой длине волны туман становится прозрачным, но зато возрастает абсорбция парами воды, которые сильно поглощают излучение даже с длиной волны 200—300  $\mu$ . В диапазоне микрорадиоволн пары воды становятся сравнительно прозрачными, а капельки тумана не дают сильного ослабления, так как их размеры становятся малыми по сравнению с длиной волны.

Вычисление атмосферного ослабления. Ослабление в дымке подчиняется закону Бера

$$I_{\lambda} = I_{0\lambda} e^{-\alpha_{\lambda} X}, \quad (5.31)$$

где  $I_{0\lambda}$  — интенсивность излучения с длиной волны  $\lambda$  до ослабления,  $I_{\lambda}$  — интенсивность после ослабления,  $\alpha_{\lambda}$  — показатель ослабления, вызванного рассеянием в дымке,  $X$  — длина пути луча в дымке.

Коэффициент пропускания  $t$  есть, очевидно,  $\frac{I}{I_0}$ . Расстояние  $X$  может быть взято в любых удобных единицах. Если, например,  $X$  выражено в километрах,  $\alpha_{\lambda}$  имеет размерность  $\text{км}^{-1}$ . Показатель  $\alpha_{\lambda}$  зависит от размеров частиц и распределения их по размерам, от их собственного показателя преломления и числа частиц в 1  $\text{см}^3$  (т. е. от их концентрации). Эти величины на практике никогда не бывают известны, и для того, чтобы описать дымку, используется число  $\alpha$  или отношение  $\frac{I}{I_0}$  для некоторой избранной длины волны (как на рис. 5.13 для  $\lambda = 0,61 \mu$ ). Во многих случаях для характеристики дымки используют дальность видимости  $V$  в морских милях, вычисляемую при помощи соотношения

$$V = \frac{3,92}{\alpha}. \quad (5.32)$$

Таким образом, если расстояние, на котором еще различим большой темный предмет, равно 10 милям,  $\alpha = 0,39 \text{ миль}^{-1}$  для видимого света. Кривая пропускания (б) на рис. 5.12, а показывает, что  $t_{\lambda}$  (а поэтому и  $\alpha_{\lambda}$ ) заметно изменяется между фиолетовым и красным концами спектра. Кроме того, известно, что  $\alpha_{\lambda}$  может заметно меняться от одного дня к другому, даже если дальность видимости остается одинаковой<sup>2)</sup>. Это означает, что сами частички, образующие дымку, существенно изменяются от места к месту и от одного дня к другому, так что оказывается невозможным полностью характери-

<sup>1)</sup> Sanderson J. A., Transmission of Infra-Red Light by Fog, J. Opt. Soc. Am. 30, 405 (1940).

<sup>2)</sup> См. сноску на стр. 180.

зовать дымку при помощи измерений дальности видимости или прозрачности на одной какой-нибудь длине волны.

Однако измерение ослабления в дымке для всего спектра затруднительно и редко применяется. Поэтому мы вынуждены найти или измерить  $\alpha$  или  $\alpha_\lambda$  для какой-нибудь выбранной длины волны, а затем воспользоваться данными рис. 5.13 для определения  $\alpha_\lambda$  в более широкой полосе спектра.

В случае очень сильного тумана величиной  $\alpha$ , определенной из наблюдений видимости, можно пользоваться для всего спектра.

Расчет прозрачности водяного пара имеет свои трудности, потому что хотя содержание пара и может быть определено путем измерения влажности, но абсорбция в водяных парах не подчиняется закону Бера. Формула (5.31) применима только в том случае, если  $\alpha_\lambda$  близка к постоянной на всем рассматриваемом спектральном интервале. Если она изменяется быстро, оказывается необходимым вести вычисления для столь малых интервалов, что затраченная на вычисления работа не оправдывает себя, даже если известны более или менее точные значения  $\alpha_\lambda$ .

Структура полос поглощения молекулами не может быть установлена по рис. 5.12. Например, частоты ротационных колебаний молекул вызывают появление очень тонких линий поглощения, которые обнаруживаются лишь при помощи спектроскопа большой разрешающей силы. Нужно считать, что полосы, показанные на рис. 5.12, охватывают и колебательные и ротационные полосы поглощения. Внутри ротационных линий поглощения величина  $\alpha_\lambda$  меняется очень быстро.

Можно освободиться от значительной части вычислений, которые необходимо проделывать при использовании большого числа значений  $\alpha_\lambda$ , применяя соотношения, описывающие суммарное поглощение внутри широкой спектральной полосы. Одно из таких соотношений, очень полезное на практике, было предложено недавно и уже проверено на большом числе опытов Элдером и Стронгом<sup>1)</sup>. Они разделили спектр на восемь «окон», приведенных в таблице 5.4. Эти «окна» расположены между серединами соседних полос поглощения, показанных на рис. 5.12. Стронг и Элдер заметили тот факт, что чем больше эквивалентный слой воды  $w$ , тем меньшее дополнительное увеличение абсорбции вызывает приращение эквивалентного слоя воды на величину  $d\omega$ . Они применили эмпирическое уравнение

$$dI = -I_0 K_1 \frac{d\omega}{w}. \quad (5.33)$$

Интегрируя, получаем:

$$t = \frac{I}{I_0} = -K_1 \ln w + t_0, \quad (5.34)$$

<sup>1)</sup> Elder Tait and Strong John, The Infrared Transmission of Atmospheric Windows, Journ. Franklin Inst. 255, 189 (1953).

где  $K_1$  и  $t_0$  постоянны на всем интервале интегрирования, т. е. в некоторой части спектра. Величины  $K_1$  и  $t_0$  для указанных выше «окон» приведены в таблице 5.4, и следовательно, расчеты по формуле (5.34) могут быть легко выполнены при помощи полулогарифмической бумаги, как показано на рис. 5.14.

Таблица 5.4  
«Окна» в инфракрасном спектре по Элдери  
и Стронгу

	Границы «окна» $\mu$	$K_1$	$t_0$
I	0,72—0,92	15,1	106,3
II	0,92—1,1	16,5	106,3
III	1,1—1,4	17,1	96,3
IV	1,4—1,9	13,1	81,0
V	1,9—2,7	13,1	72,5
VI	2,7—4,3	12,5	72,3
VII	4,3—5,9	21,2	51,2
VIII	5,9—14	—	—

В результате получаются рабочие кривые, позволяющие судить о прозрачности «окон» при различных условиях. Отметим, что величины  $K_1$  и  $t_0$  были выведены из большого количества экспери-

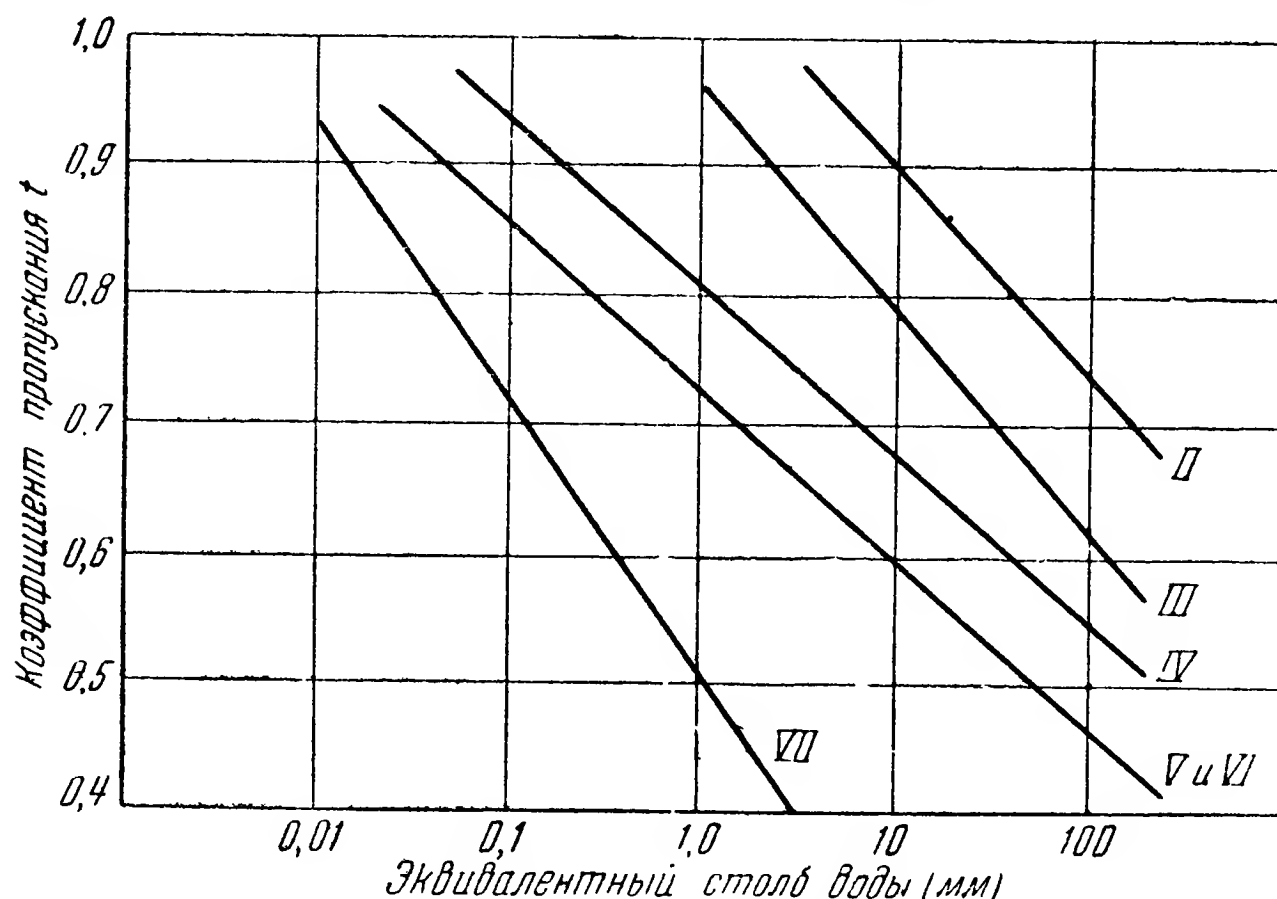


Рис. 5.14. Графики  $t = -K_1 \ln w + t_0$  для некоторых «окон».

ментов для эквивалентного слоя воды до 200 мм; поэтому соотношение (5.34) есть очень прочно обоснованная эмпирическая формула. Однако, хотя формула (5.34) и допускает экстраполяцию в сторону больших содержаний воды, достоверность такой экстраполяции не проверена.



Данных для «окна» VIII не имеется. Нужно помнить, что формула (5.34) не учитывает дымки; она относится только к тому случаю, когда дымка в атмосфере отсутствует. Но прозрачность дымки может быть оценена отдельно и введена в вычисления в виде множителя. Например, возьмем «окно» V, 1,9—2,7  $\mu$ . Тогда рис. 5.14 показывает, что при отсутствии дымки коэффициент пропускания паров с эквивалентным слоем воды в 10 мм есть  $t_w = 0,60$ . Предположим, что длина оптического пути равна 2000 ярдов ( $\approx 1830$  м) и что дымка довольно сильна,  $V = 2,5$  морской мили. Тогда из рис. 5.13 мы видим, что коэффициент пропускания дымки  $t_h$  для 1,9 и 2,7  $\mu$  равен соответственно 0,47 и 0,59, а в среднем 0,53, что вместе с тем близко к значению  $t_h = 0,54$  у середины «окна». Отсюда заключаем, что для вычислений можно принять коэффициент пропускания дымки у середины «окна»; тогда общий коэффициент пропускания «окна» приближенно будет:

$$t = t_w \cdot t_h = 0,3.$$

Поскольку прозрачность дымки падает вместе с расстоянием по экспоненте, а прозрачность «окон» не подчиняется этому закону, при больших расстояниях дымка может играть большую роль, чем пары воды. Возьмем предыдущий пример, который относится к довольно сильной дымке, и заставим расстояние увеличиться до 10 миль, в которых содержится количество паров, эквивалентное слою воды в 100 мм. Тогда из рис. 5.14 видно, что  $t_w$  уменьшается только до 0,40, а  $t_h$  уменьшится до  $(0,54)^{10}$ , или до 0,002.

Иэйтс<sup>1)</sup> разработал таблицы и кривые, по которым может быть определена полная прозрачность слоев атмосферы толщиной от 100 до 20 000 ярдов (т. е. от 90 до 18 000 м) при концентрации паров воды от 4,6 до 18 мм на слой толщиной в 1000 ярдов ( $\approx 914$  м) и при дымке прозрачностью от 100 до 50% для света с  $\lambda = 0,61 \mu$ , если слой дымки имеет толщину 2000 ярдов ( $\approx 1830$  м). Под полной прозрачностью здесь подразумевается суммарная прозрачность для излучения в спектральной полосе от 0,7 до 12  $\mu$ , испускаемого источником заданной температуры, которая определяет спектральный состав излучения. Таблицы и кривые рассчитаны на температуру источников от 373 до 6000° К. Полоса от 0,7 до 12  $\mu$  разделена на 12 меньших полос, которые не совпадают с «окнами» Стронга и Элдера, но служат для той же самой цели. Большая ценность этой работы состоит именно в получении сразу полной прозрачности. В своей работе Иэйтс использует данные Джебби<sup>2)</sup> для расчета ослабления в дымке и данные Говарда<sup>3)</sup> для водяного пара

1) Yates Harold, Total Transmission of the Atmosphere in the Near-Infrared, Naval Research Laboratory Report 3558 (September 1951).

2) См. сноску на стр. 180.

3) Howard J. H., The Absorption of Near-Infrared Black Body Radiation by Atmospheric Carbon Dioxide and Water Vapor, Ohio State University Research Foundation, Project 407, Report № 1 (March 1950).



в пределах эквивалентного слоя от 0,02 до 2,0 мм. Элдер и Стронг заметили, что результаты Иэйтса хорошо совпадают с формулой (5.34) при малых концентрациях пара, но несколько расходятся при больших.

### 5.6. Полный выход приемника

Вычисление выхода. В начале этой главы были показаны приемы использования закона черного излучения для вычисления выхода, причем существование атмосферы не принималось во внимание, а приемник считался одинаково чувствительным на всем

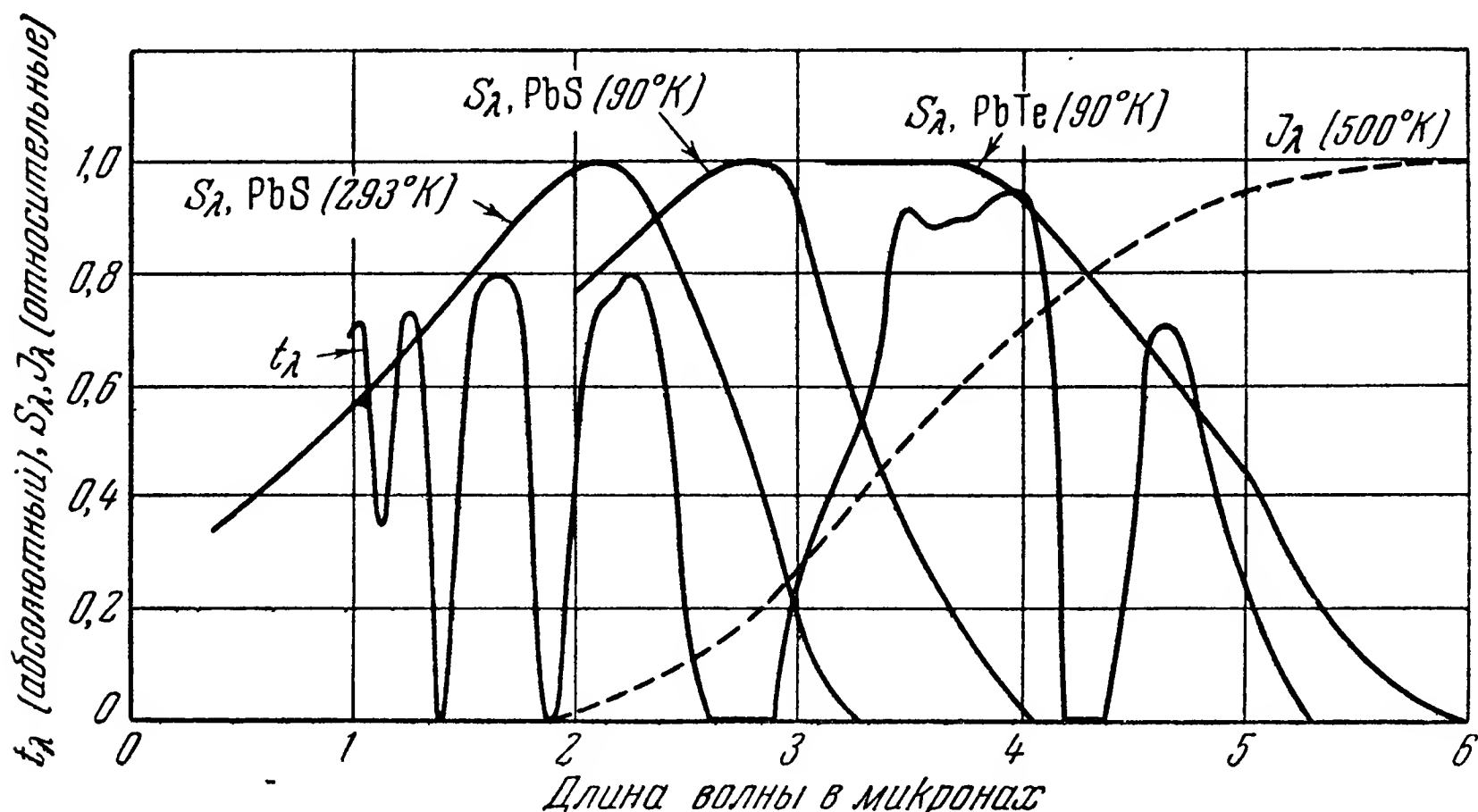


Рис. 5.15.  $J_\lambda$  источника при  $500^\circ\text{K}$ ,  $S_\lambda$  для PbS и PbTe,  $t_\lambda$  для слоя атмосферы толщиной в 2000 ярдов и эквивалентного столба воды в 17 мм.

спектре. Теперь мы можем показать, как определить полный выход избирательного приемника с учетом ослабления в атмосфере. С этой целью на рис. 5.15 повторены кривые относительного спектрального выхода, показанные на рис. 5.11, и кривая прозрачности для концентрации водяного пара, соответствующей эквивалентному слою в 17 мм, показанная на рис. 5.12; кроме того, нанесена часть кривой (до ее максимума на 6  $\mu$ ) относительной спектральной мощности излучения черного тела при  $500^\circ\text{K}$  в качестве характеристики источника излучения. Чтобы найти полный выход фотосопротивления, нужно вычислить интеграл

$$E = \int_0^\infty J_\lambda S_\lambda t_\lambda d\lambda, \quad (5.35)$$

где  $J_\lambda$  — спектральная мощность источника,  $S_\lambda$  — относительный спектральный выход приемника,  $t_\lambda$  — спектральный коэффициент пропускания атмосферы.

Чтобы вычислить интеграл (5.35), нужно для каждой длины волны перемножить ординаты трех кривых рис. 5.15 и нанести их на график, как показано на рис. 5.16. Из этого рисунка ясно

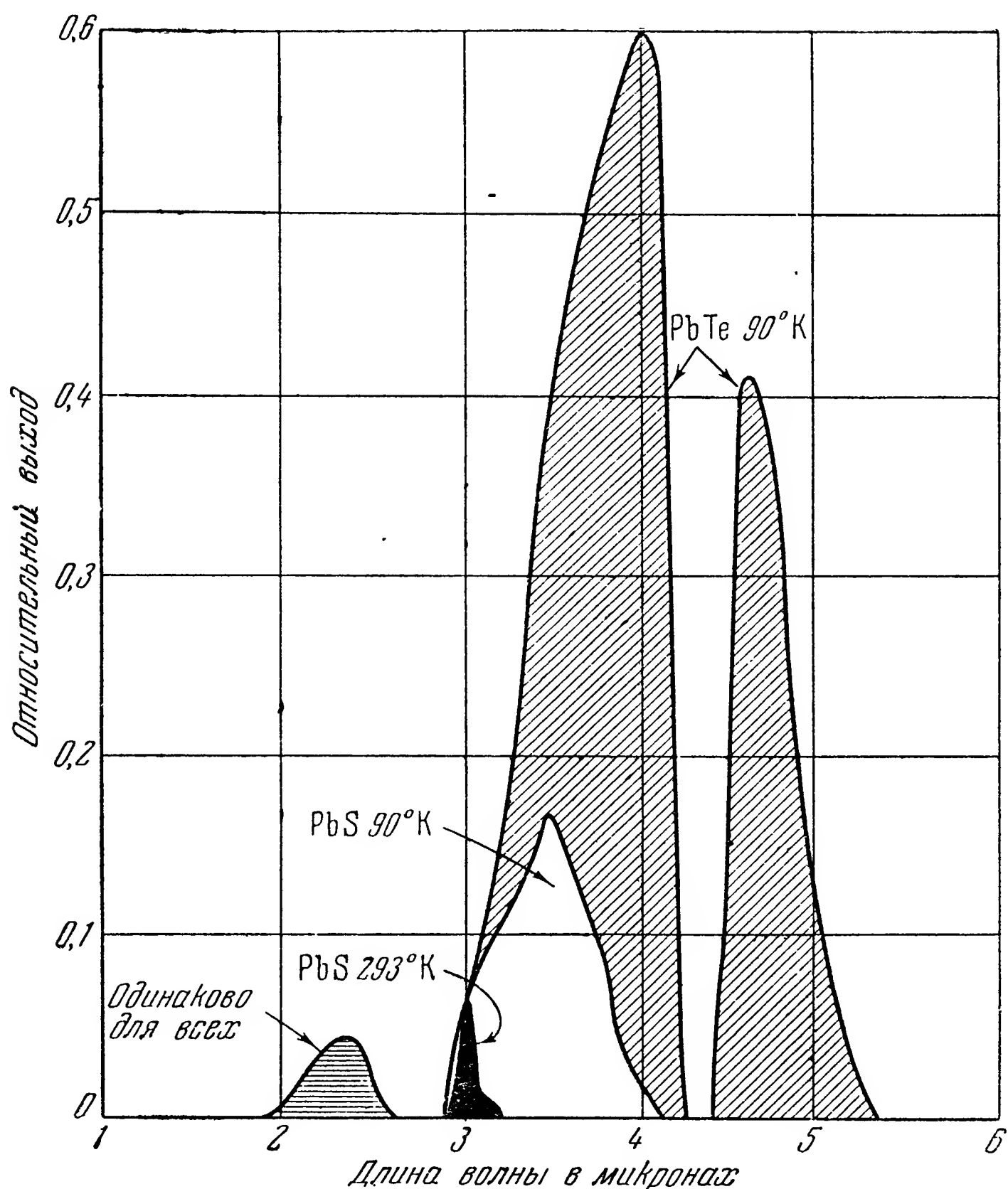


Рис. 5.16. Произведение  $J_\lambda S_\lambda t_\lambda$  для PbS при 90 и 293°K и PbTe при 90°K, источник 500°K, эквивалентный столб воды 17 мм.

видно увеличение чувствительности PbS охлаждением и преимущества охлажденного PbS для использования на более длинных волнах, а также большие преимущества охлажденного PbTe.

Так как на рис. 5.16 представлены относительные величины (при вычислениях были использованы относительные значения  $S_\lambda$  вместо абсолютных), интересно сравнить между собой полную энергию во всех трех примерах. Интегрирование при помощи планиметра показывает следующие отношения выходов на приеме черного

излучения с температурой  $500^\circ \text{K}$ :

$$\begin{aligned} \text{PbS}(90^\circ \text{K}) : \text{PbS}(293^\circ \text{K}) &= 4,5, \\ \text{PbTe}(90^\circ \text{K}) : \text{PbS}(90^\circ \text{K}) &= 5,2, \\ \text{PbTe}(90^\circ \text{K}) : \text{PbS}(293^\circ \text{K}) &= 24,0. \end{aligned}$$

Таким образом, если все эти фотосопротивления имеют одинаковую чувствительность на длинах волн, соответствующих максимальному выходу, в действительности охлажденный PbTe будет в 24 раза чувствительнее PbS при комнатной температуре. Если же, однако, чувствительность PbTe составляет лишь  $1/24$  от PbS, то он не будет давать никаких преимуществ при измерении суммарной радиации источника в  $500^\circ \text{K}$ ; тогда отсутствие у PbS охлаждения дает ему неоспоримое превосходство.

Контрастность по сравнению с фоном. При изучении тепловых приемников подчеркивалось, что измеряемой величиной является результат обмена энергиями между объектом и приемником. Для приемников с фотосопротивлениями это неверно, так как здесь выход зависит только от нагревания приемника приходящим излучением. Поэтому его выход при черном излучении дается формулой (5.35). Во многих важных на практике случаях нужно выделить объект из фона, который имеет почти ту же температуру например, когда нужно сравнить некоторую часть поверхности полной Луны (температура около  $400^\circ \text{K}$ ) с соседними или когда фотосопротивление используется в контуре регулирования температуры печи. В этих случаях выход пропорционален величине

$$\Delta E = \int_0^\infty J_\lambda S_\lambda t_\lambda d\lambda - \int_0^\infty J_{b\lambda} S_{b\lambda} t_\lambda d\lambda, \quad (5.36)$$

где индекс  $b$  относится к фону. Это соответствует выражениям (5.8) и (5.11); (5.17) получается отсюда, если положить и  $S_\lambda$  и  $t_\lambda$  рав-

ными единице, а  $\int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \sigma T^4$ .

Прочие приемы, относящиеся к вычислениям плотности потока, спектральной интенсивности излучения и к применению оптических систем, остаются такими же, как в разобранных раньше примерах. При этом, если сама оптическая система поглощает избирательно, в формулу (5.36) нужно ввести дополнительно коэффициент пропускания оптической системы.

Влияние атмосферного излучения. Пример, иллюстрированный на рис. 5.16, учитывает только прозрачность атмосферы. Но в областях спектра, где атмосфера полностью поглощает, она сильно излучает. Если абсорбция следует экспоненциальному закону (что, как было указано, не имеет места для паров воды),

то спектральная мощность излучения столба атмосферы длиной  $r$  см будет:

$$J_{\lambda} = \int_0^r \varepsilon_{\lambda} e^{-\beta_{\lambda} x} dx = \frac{\varepsilon_{\lambda}}{\beta_{\lambda}} (1 - e^{-\beta_{\lambda} r}), \quad (5.37)$$

где  $\varepsilon_{\lambda}$  — спектральная испускательная способность как функция длины волны,  $\beta_{\lambda}$  — показатель ослабления.

Согласно закону Кирхгофа при тепловом равновесии отношение  $\frac{\varepsilon_{\lambda}}{\beta_{\lambda}}$  есть просто функция Планка для черного тела, обладающего температурой излучающего газа. Когда  $\beta_{\lambda} r$  возрастает, член в скобках стремится к единице; поэтому даже сравнительно тонкий слой атмосферы может излучать как черное тело в тех частях, где  $\beta$  велико. Например, из рис. 5.12, б видно, что средний коэффициент пропускания между 5  $\mu$  и 6  $\mu$  в случае эквивалентного слоя 0,82 мм воды есть приблизительно 0,09. Поэтому испускательная способность этого слоя будет 0,91. Далее, из рис. 5.5 видно, что черное тело при 300°K заметно излучает в интервале от 5  $\mu$  до 6  $\mu$ , в котором, например, PbTe обладает некоторой чувствительностью. Вследствие этого первые несколько сотен футов влажной атмосферы будут вызывать в PbTe постоянный сигнал, а флуктуации сигнала, появляющиеся вследствие флуктуаций атмосферной температуры, вызовут нежелательные шумы.

## 5.7 Оптические материалы

**Рефлекторы.** Обычно в спектральных радиометрах и других приборах для инфракрасного излучения применяются параболические стеклянные зеркала. Их назначение состоит в том, чтобы собрать излучение и сфокусировать его на принимающем элементе. Использование для этой цели именно стеклянных параболических зеркал имеет много преимуществ. Прежде всего, излучение всех длин волн собирается в одном и том же фокусе, так что изображение объекта свободно от хроматической аберрации. Стекло сравнительно просто обрабатывается, причем получают поверхности высокой степени совершенства, в то время как преломляющие материалы, пригодные для инфракрасной области, из которых можно было бы изготовить линзы, трудны для обработки, менее долговечны, чем стекло, и не имеют того разнообразия в дисперсионных свойствах, которое необходимо в ахроматических системах, подобных существующим для ультрафиолетового и видимого спектра. Сферические зеркала дают сферическую аберрацию, от которой свободны параболические зеркала в параллельном пучке лучей, однако последние в косом пучке дают кому. Сферическая аберрация и кома могут быть скорректированы при помощи предложенных

Шмидтом<sup>1)</sup>, Максutowым<sup>2)</sup> или Бауверсом<sup>3)</sup> пластинок из преломляющего материала, расположенных на пути проходящего излучения. Эти приспособления увеличивают угол зрения, при котором еще может получиться резкое изображение, и позволяют достигнуть большой светосилы. Такие системы хорошо известны в астрономии, где часто нужно получить большой угол зрения при малом фокусном расстоянии и где способность стекла к точной обработке дает возможность точно выдержать необходимую форму поверхностей. Обработка корректирующих поверхностей для инфракрасной области из имеющихся материалов более трудна.

Зеркало делают очень сильно отражающим для широкой области спектра, покрывая его наружную поверхность металлическим слоем из золота или алюминия путем испарения металла в вакууме. Обычно применяется алюминий благодаря его высокой отражающей способности в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной частях спектра; его можно мыть водой. Золото также применяется в тех случаях, когда выгодна его малая отражательная способность в видимой части спектра. Иногда металлическую поверхность покрывают тонким защитным слоем окиси кремния. Если требуется высокая стойкость, применяют родиевое покрытие.

Отражательная способность золота возрастает с увеличением длины волны с 0,47 при 0,5  $\mu$  до 0,98 при 0,8  $\mu$  и приблизительно до 0,98 при 10  $\mu$ . Отражательная способность алюминия равна приблизительно 0,90 в видимом спектре и 0,95 и выше в области 10  $\mu$ . Отражательная способность родия возрастает с 0,70 в видимом спектре до 0,95 в области 10  $\mu$ .

Материалы, прозрачные для длинных волн. Для чувствительных элементов и часто для закрывания переднего конца телескопической трубы радиометра (рис. 5.3) необходимы материалы, обладающие прозрачными «окнами». Твердые тела, пропускающие инфракрасные лучи в диапазоне от 1 до 15  $\mu$  — это главным образом такие кристаллы, у которых собственные нормальные частоты решеток лежат в далекой инфракрасной области. Наиболее известны следующие материалы, прозрачные для широкой полосы спектра, начиная с ультрафиолетовой части и кончая инфракрасной: NaCl до 15  $\mu$ , KCl до 20  $\mu$ , KBr до 30  $\mu$ . Эти материалы в искусных руках прекрасно полируются. Но они сильно растворимы в воде и потому должны быть защищены от влажного воздуха. Слой лака не может гарантировать, что вода не проникнет через какое-нибудь ничтож-

<sup>1)</sup> Schmidt B. Mitt. Hamb. Sternwarte, Bergedorf 7, 36 (1932); см. также Wormser Eric M., On the Design of Wide Angle Schmidt Optical Systems, J. Opt. Soc. Am. 40, 412 (1950).

<sup>2)</sup> Maksutov D. D., New Catadioptric Meniscus Systems, J. Opt. Soc. Am. 34, 270 (1944).

<sup>3)</sup> Bowers A., Achievements in Optics, Elsevier Publishing Co. Inc., New York — Amsterdam, 1946.



ное отверстие и в конце концов не испортит поверхность. Однако есть возможность покрыть весь кристалл пленкой из гидрохлорида каучука («плиофильм») и тем обеспечить достаточную защиту от воды. Но этот способ ведет к заметным изменениям прозрачности вследствие абсорбции в органических веществах, а оптические качества поверхностей ухудшаются.

Для лабораторных приборов, таких, как термопары инфракрасных спектрометров, наилучшими и наиболее часто применяемыми (и притом без всякого покрытия) являются NaCl и KBr.

Хлористое серебро в форме катанных листов, введенных Кремерсом<sup>1)</sup>, получило широкое распространение в тех многочисленных случаях, где нерастворимость в воде играет большую роль, чем очень высокие оптические качества. Коэффициент прозрачности хлористого серебра в инфракрасной области до  $18 \mu$  равен приблизительно 0,8, причем потери происходят главным образом вследствие высокой отражательной способности материала, что в свою очередь вызвано большим показателем преломления, равным приблизительно 2.

Хлористое серебро фоточувствительно к синему и ультрафиолетовому свету и поэтому его нельзя использовать на дневном свете или в сильном свете раскаленных тел. Оно может быть предохранено каким-нибудь красным материалом, например сурьмой или селеном, которые исключают синий свет, но зато и несколько уменьшают прозрачность вследствие своего еще большего показателя преломления. Высокая прозрачность может быть восстановлена или даже поднята выше 0,80 путем применения противоотражательного четвертьволнового покрытия из полистиреновой пленки или другого прозрачного материала<sup>2)</sup>, но, конечно, при этом в спектр вводятся полосы поглощения, порождаемые покрытием.

Во время второй мировой войны в Германии был найден материал, известный как KRS 5. Это — эвтектическая смесь иодистого таллия и бромистого таллия, имеющая красный цвет и сравнительно прозрачная между 1 и  $40 \mu$ . Коэффициент прозрачности в инфракрасной области всюду равен 0,70; потери происходят главным образом из-за высокой отражательной способности. KRS 5 трудно поддается оптической обработке, но искусные мастера могут достигать отличных результатов.

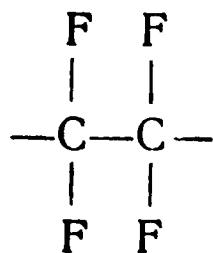
**Органические материалы.** Все органические пленки имеют сильные полосы поглощения, соответствующие нормальным частотам колебаний атомов, входящих в их сложные молекулы. Поэтому вообще возможно применять только тонкие слои толщиной порядка тысячных дюйма. На рис. 5.17 показаны кривые пропускания пленки двух

<sup>1)</sup> Kremers H. C., Optical Silver Chloride, J. Opt. Soc. Am. 37, 337 (1947).

<sup>2)</sup> Human Mark and Billings Bruce H., High Transmission Windows for Radiation of 3 to  $14 \mu$  Wavelength, J. Opt. Soc. Am. 37, 113 (1947).



разных толщин из гидрохлорида каучука («плиофильм»), а на рис. 5.18 — то же для полиэтилена. Существенные различия в графиках на этих двух рисунках указывает на разницу в молекулярной структуре обоих материалов и, следовательно, на пользу применения инфракрасной спектроскопии для открытия подобных явлений. Полимер структуры



(«тефлон»), в котором фтор находится на местах более обычного водорода, относительно прозрачен в близком инфракрасном спектре

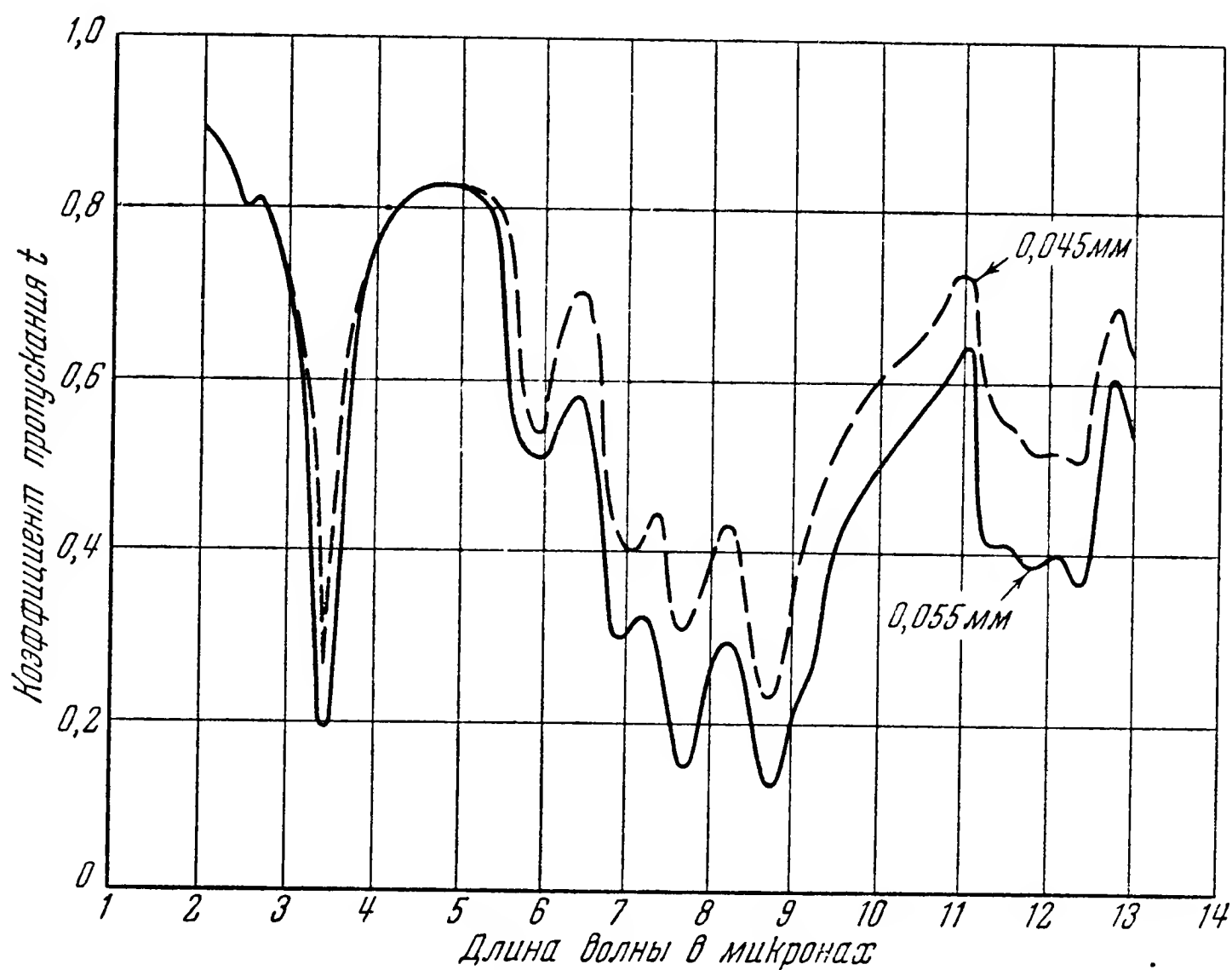


Рис. 5.17. Прозрачность гидрохлорида каучука («плиофильм»).

даже при такой большой толщине, как 4 мм. Кривые пропускания для трех толщин этого материала приведены на рис. 5.19. Малая прозрачность в видимой части объясняется тем, что образцы на вид были похожи на опаловое стекло; видимый свет не поглощался в образцах, а подвергался рассеянию. При более длинных волнах, вблизи 1 м, рассеяние становилось незначительным и материал свободно пропускал излучение.

Материалы, применимые в близкой инфракрасной части спектра. Известно много стойких материалов, которые могут быть использованы в близкой инфракрасной части спектра. На рис. 5.20 показаны кривые прозрачности для образцов разных

толщин из кварца, искусственного сапфира,  $\text{MgO}$ ,  $\text{LiF}$ ,  $\text{CaF}_2$ . Кривые интересны тем, что они показывают, как эти материалы отсекают длинные волны.

Было разработано стекло, содержащее трисульфид мышьяка. Фрерикс<sup>1)</sup> описал образцы этого стекла, которое пропускает от 50 до 75% приходящего излучения в полсе от 1 до 12  $\mu$ . Это

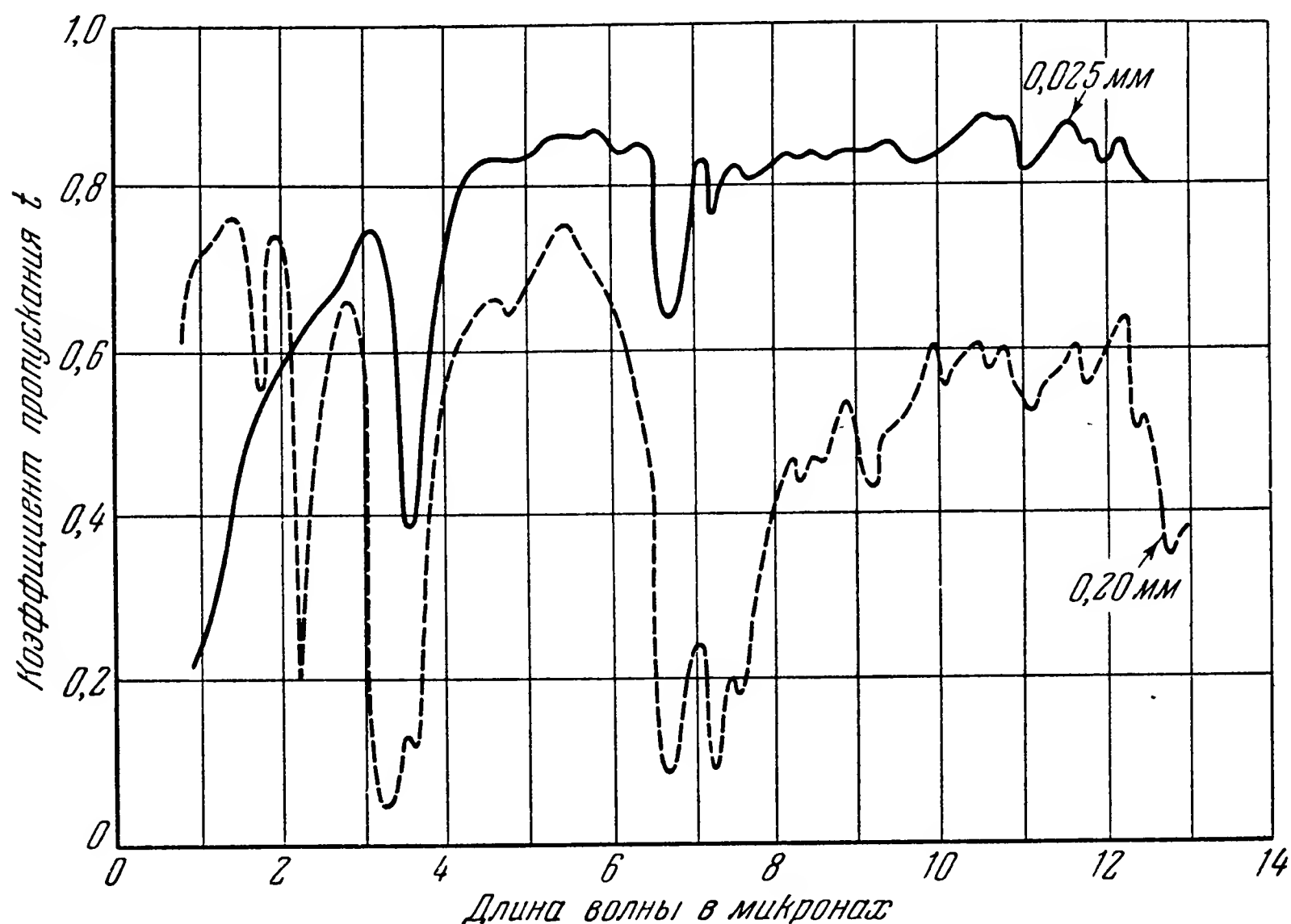


Рис. 5.18. Прозрачность полиэтилена.

стекло уже нашло себе коммерческое применение<sup>2)</sup>. Возможно, что продолжающиеся успехи в производстве стекла сильно увеличат выбор материалов, пригодных для использования во всем инфракрасном спектре.

**Фильтры.** Для исключения видимого света и очень коротких инфракрасных лучей часто применяются порошковые фильтры. Кривая на рис. 5.10, соответствующая порошку теллура, иллюстрирует характеристику такого фильтра. Фильтрующий эффект зависит от рассеяния лучей с малой длиной волны в фильтре, глубина которого больше длины волны. Когда длина волны и размер частицы порошка становятся приблизительно равными, появляется прозрачность, которая с увеличением длины волны быстро растет до некоторой постоянной величины. Рассеивающий порошок вообще должен состоять

<sup>1)</sup> Frerichs Rudolf, New Optical Glasses with Good Transparency in the Infrared, J. Opt. Soc. Am. 43, 1153 (1953).

<sup>2)</sup> American Optical Company.

из вещества, прозрачного к инфракрасным лучам; отметим, что металлическая чернь может оказаться прозрачной в инфракрасных лучах.

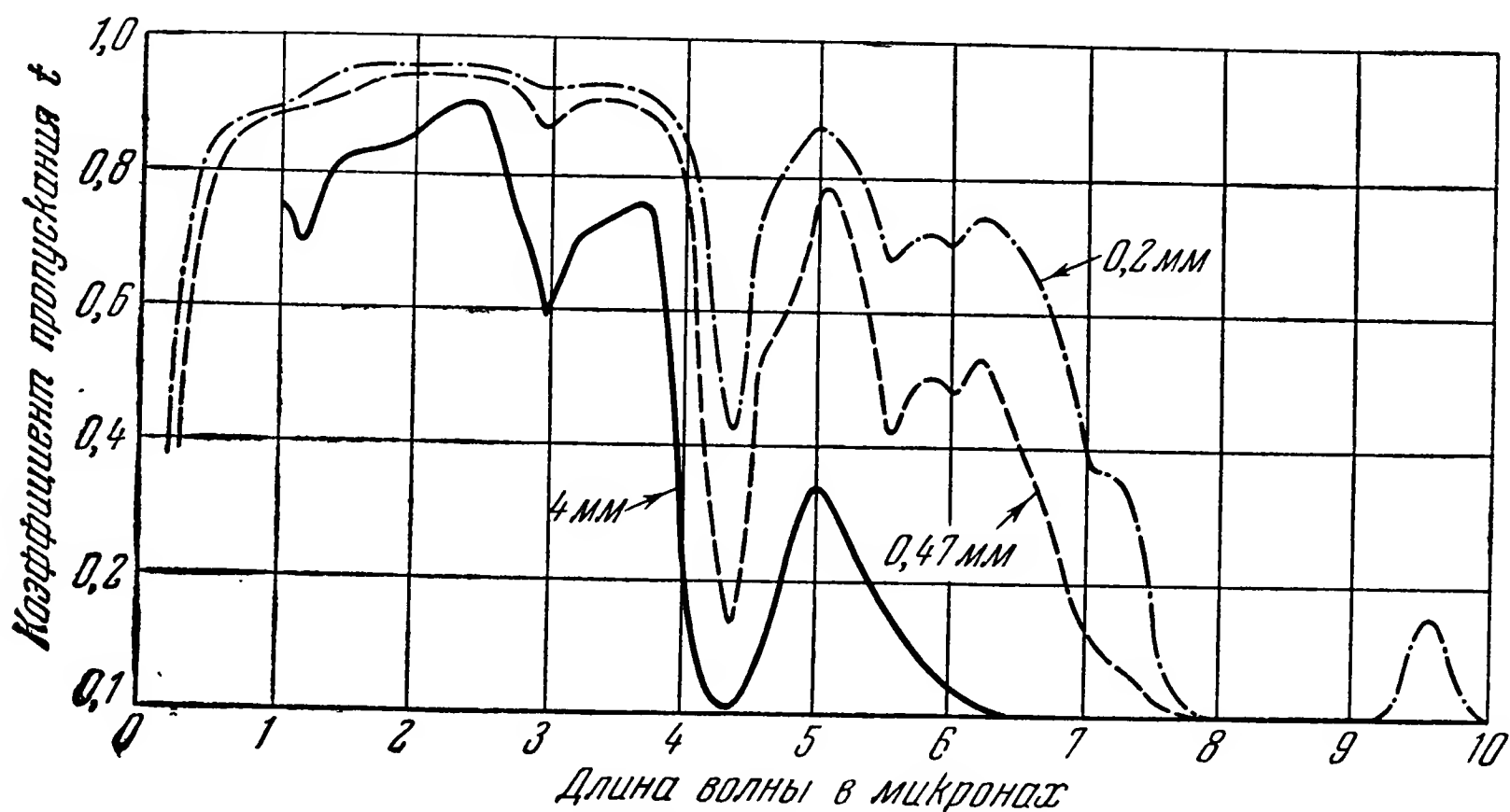


Рис. 5.19. Прозрачность тефлона.

Порошковый фильтр из  $\text{MgO}$  можно получить, сжигая магниевую ленту и осаждая из дыма достаточный слой окисла на поверхность

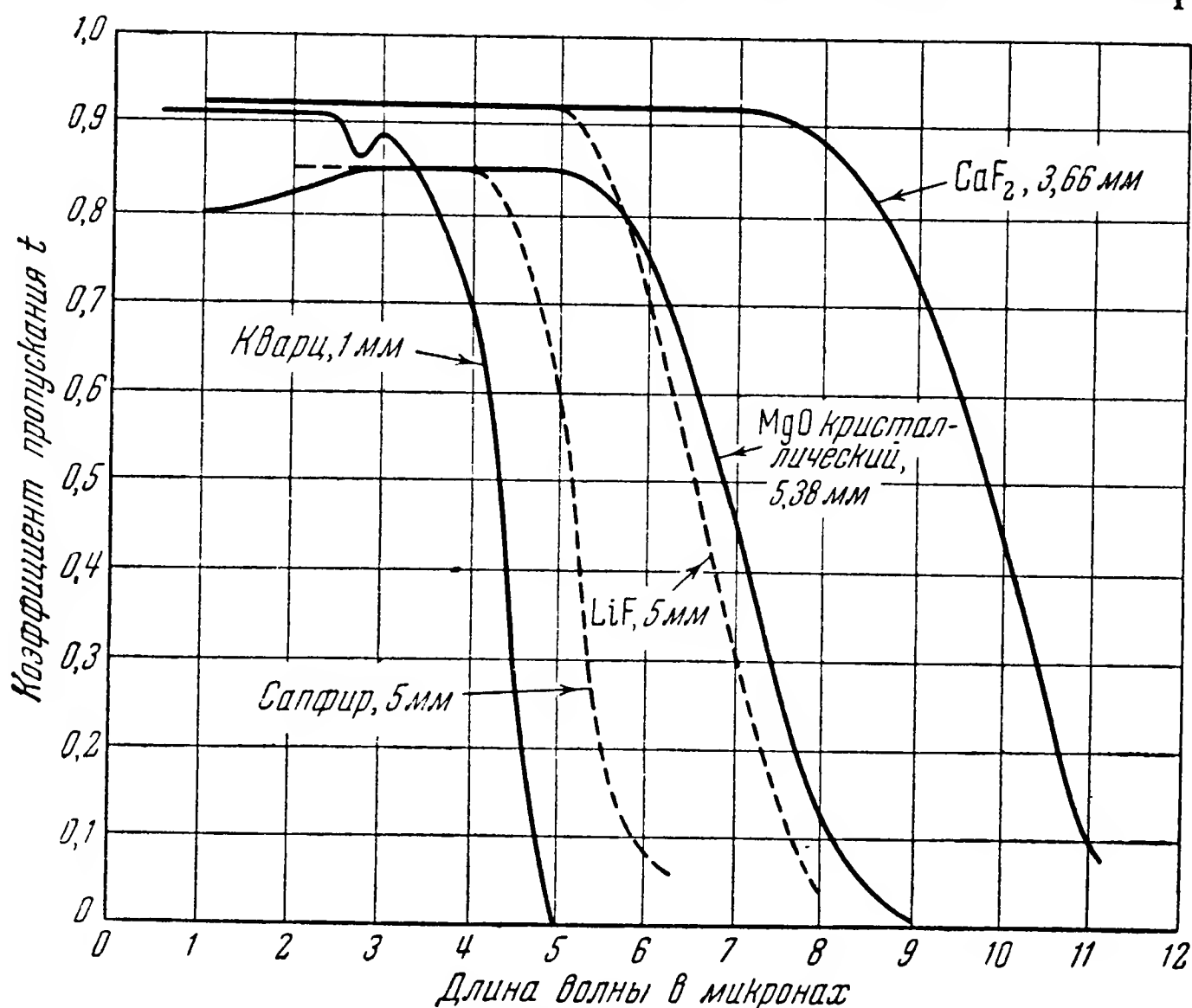


Рис. 5.20. Прозрачность кристаллов.

каменной соли или другого прозрачного материала. Хлористое серебро с поверхностным черным слоем бромистого серебра можно

рассматривать как порошковый фильтр; он непрозрачен для видимого спектра, но пропускает волны от 1 до 3  $\mu$  и длиннее<sup>1)</sup>. Вообще порошковые фильтры прозрачны для широкой полосы спектра, за исключением тех длин волн, для которых материал порошка непрозрачен или сильно отражает. Так, например, кварц в порошке полностью поглощает при 9  $\mu$ , где полированный кварц обладает свойством отражать как металл. Фильтры, которые применяются в ограниченной области спектра, получили название «теплопроводных стекол» или «цветных пленок» — таких, как целлофан или нейлон. Фильтры последнего типа описаны Блаутом и др.<sup>2)</sup>.

Как стекла, так и окрашенные пластики могут быть прозрачными, начиная с 0,7—0,85  $\mu$  в зависимости от толщины стекла или концентрации красителя в пленке. Коэффициент пропускания любого фильтра равен приблизительно 0,8 в полосе от 1,5 до 2  $\mu$ . Увеличение прозрачности для пластиков идет значительно круче, чем для стекол, т. е. первые резче обрывают коротковолновую часть спектра. Стекла становятся непрозрачными в области 3  $\mu$  в зависимости от их толщины. Пластики обладают большой поглотительной способностью на 3,5  $\mu$  и других волнах, которые соответствуют собственным колебаниям их молекул.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Middleton W. E. Knowles, *Vision Through the Atmosphere*, University of Toronto Press, 1952.
2. *Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry*, Reinhold Publishing Corporation, New York, 1941.
3. Richtmyer F. K. and Kennard E. H., *Introduction to Modern Physics*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947.
4. Walsh J. W. T., *Photometry*, 2nd Ed. Rev., Constable and Co. Ltd., London, 1953.
5. Rusk A. E. and Urey H. C., *Atoms, Molecules and Quanta*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1930.
6. Richtmyer F. K., *Introduction to Modern Physics*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1928.
7. Strong J., *Procedures In Experimental Physics*, Prentice-Hall, Inc., New York, 1946. [Есть русский перевод: Стронг Дж., *Практика современной физической лаборатории*, Гостехиздат, М., 1948. (Прим. перев.)]
8. Langley S. P., *Annals of the Astrophysical Observatory*, Smithsonian Institution, Washington, D. C., 1900.
9. Kuiper Gerard P., ed., *The Atmospheres of the Earth and Planets*, University of Chicago Press, Chicago, revised ed, 1952.
10. Bowers A., *Achievements in Optics*, Elsevier Publishing Company, Inc., Houston, Amsterdam, 1946.

---

<sup>1)</sup> Henry, R. L., *The Transmission of Powder Films in the Infra-Red*, J. Opt. Soc. Am. 38, 775 (1948).

<sup>2)</sup> Blout E. R., Amon W. F., Shepherd R. G., Jr., Thomas A., West C. D. and Laud E. H., *Near Infra-Red Transmitting Filters*, J. Opt. Soc. Am. 36, 460 (1946).

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

1. Анго М. А., Инфракрасные излучения, Госэнергоиздат, 1957.
  2. Гаррисон Дж. и др., Практическая спектроскопия, ИЛ, 1950.
  3. Левитская, Инфракрасные лучи, Изд. АН СССР, М.—Л., 1935.
  4. Сойер Р., Экспериментальная спектроскопия, ИЛ, 1953.
  5. Стронг Дж., Практика современной физической лаборатории, Гостехиздат, М.—Л., 1948.
  6. Тверской П. Н. (ред.), Курс метеорологии (физика атмосферы), Л., 1951.
  7. Шаронов В. В., Измерение и расчет видимости далеких предметов Гостехиздат, 1947.
  8. Шефер К. и Матосси Ф., Инфракрасные спектры, М.—Л., 1935.
-

## ГЛАВА 6

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a$ — запас устойчивости по модулю.	$\mathcal{L}$ — прямое преобразование Лапласа.
$\varepsilon(t)$ — сигнал ошибки (вольт) в системе с обратной связью.	$\mathcal{L}^{-1}$ — обратное преобразование Лапласа.
$\varepsilon(s)$ — изображение функции $\varepsilon(t)$ в смысле Лапласа.	$n_i(t), n_0(t)$ — входные и выходные шумы.
$\varepsilon^2$ — сумма квадратов отклонений $\delta_i$ .	$n! = 1 \cdot 2 \dots (n-1) \cdot n$ .
$\text{erf}(t)$ — интеграл вероятности ошибок.	$p$ — вероятность события.
$f'(t)$ — первая производная $f(t)$ по $t$ .	$q = 1 - p$ — вероятность отсутствия события.
$f^{(-1)}(t)$ — неопределенный интеграл от $f(t)$ по $t$ .	$\text{Re}$ — действительная часть.
$G(s)$ — передаточная функция цепи.	$s = \sigma + j\omega$ — комплексное переменное, используемое при преобразовании Лапласа.
$G(j\omega)$ — частотная характеристика цепи.	$u(t)$ — единичная функция или единичный скачок.
$h$ — постоянная конечная разность.	$\bar{x}$ — среднее значение $x$ .
$h(t)$ — функция веса цепи.	$\beta = \beta(s)$ — передаточная функция обратной связи.
$i(t)$ — ток как функция времени.	$\gamma$ — запас устойчивости по фазе.
$I(s)$ — изображение $i(t)$ .	$\delta_i$ — разности, используемые в способе наименьших квадратов.
$\text{Im}$ — мнимая часть.	
$KG(s)$ — передаточная функция разомкнутого контура.	



$\Delta, \Delta^2, \dots$  — первые, вторые и т. д. разности функции.

$\triangle_{x_0, x_1}$  — первая разделенная разность.

$\zeta$  — фактор затухания.

$\theta_i(t)$  — входное напряжение цепи<sup>1)</sup>.

$\theta_i(s)$  — изображение  $\theta_i(t)$  в смысле Лапласа.

$\theta_i(j\omega)$  — изображение  $\theta_i(t)$  в смысле Фурье.

$\theta_0(t)$  — выходное напряжение цепи<sup>1)</sup>.

$\theta_0(s)$  — изображение  $\theta_0(t)$  в смысле Лапласа.

$\theta_0(j\omega)$  — изображение  $\theta_0(t)$  в смысле Фурье.

$\mu = \mu(s)$  — передаточная функция разомкнутого контура.

$\rho$  — коэффициент корреляции.

$\sigma$  — стандартная или средняя квадратичная ошибка.

$\sigma^2$  — дисперсия.

$\tau$  — интервал сдвига.

$\varphi$  — фаза  $K_G(s)$ .

$\varphi_{11}(\tau)$  — автокорреляционная функция.

$\varphi_{12}(\tau)$  — взаимно корреляционная функция.

$\Phi_{11}(\omega)$  — спектральная плотность.

$\omega = 2\pi f$  — угловая частота (чаще просто частота).

$\omega_n$  — собственная частота.

Чтение последующих глав этой книги требует знания специального математического аппарата. В настоящей главе этот аппарат изложен в достаточном объеме, чтобы дать возможность читателю, владеющему элементарной алгеброй и анализом бесконечно малых, изучить эту книгу, не запутавшись в непроходимых математических дебрях. Начало настоящей главы посвящено математическим методам, необходимым при изучении поведения линейных цепей и следящих систем; последние подробно изучаются в главе 7. Затем вкратце, имея в виду применение в главе 10, излагается теория автокорреляционных и взаимно корреляционных функций, особенно необходимая при проектировании радиолокаторов. Подробно излагается техника операторного исчисления, которая необходима для главы 12 и последующих томов этой серии. Один параграф посвящен изложению наиболее сильных методов интерполяции. Наконец, в последнем параграфе изложены некоторые вопросы теории вероятностей.

### 6.1. Линейные цепи

При определении рабочих характеристик следящих систем основную роль играет поведение отдельных механических элементов и электрических цепей, входящих в систему. Во время проектирования

<sup>1)</sup> Эти индексы соответствуют начальным буквам слов input — вход, output — выход. (Прим. перев.)

целую систему обычно разбивают на некоторое число отдельных блоков, каждый из которых должен быть как-то охарактеризован с математической точки зрения; без этого невозможно теоретическое исследование системы в целом. Поскольку многие из этих блоков по своей природе относятся к механическому или вообще неэлектрическому типу, было бы очень удобно, если бы оказалось возможным применять один и тот же метод для получения характеристик как электрических, так и неэлектрических блоков. В последние годы в качестве одного из методов исследования неэлектрических систем все возрастающую роль играет электрическое моделирование. Электрические модели могут быть построены для механических, гидравлических, термических и других блоков<sup>1)</sup>. Оказалось, что применение электрических моделей сильно упрощает понимание многих неэлектрических систем и позволяет использовать единый математический метод для изучения всех элементов следящей системы. Мы и займемся здесь изложением этого единого математического метода, необходимого для исследования как работы каждого блока, электрического или неэлектрического, внутри следящей системы, так и работы следящей системы как целого.

Мы будем рассматривать только так называемые *линейные системы*. Слово «линейные» здесь означает, что каждый индивидуальный блок следящей системы в пределах своего рабочего диапазона может быть описан линейными уравнениями. Блоки, которыми мы прежде всего будем заниматься в этой главе, называются *линейными четырехполюсниками*. Вообще линейной называется такая электрическая цепь, в которой токи и напряжения могут быть связаны некоторой системой линейных интегро-дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; эти коэффициенты являются функциями от параметров цепи. Следовательно, параметры цепи не должны меняться с течением времени. К линейным цепям применим так называемый *принцип суперпозиции*, который состоит в следующем: если на вход линейной цепи приложено несколько отдельных возмущений, то на выходе системы появится сумма выходов, соответствующих каждому из этих отдельных возмущений.

Поскольку значительная часть теории следящих систем состоит в исследовании линейных цепей, нам необходимо ввести основные понятия теории цепей. Рассмотрим некоторую цепь в виде четырехполюсника, показанного на рис. 6.1. Классический метод исследования состоит в применении обыкновенного линейного интегро-дифференциального уравнения, связывающего вход с выходом:

$$a_n \frac{d^n \theta_0(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} \theta_0(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 \theta_0(t) + \int \theta_0(t) dt = F[\varepsilon(t)], \quad (6.1)$$

<sup>1)</sup> Прекрасное изложение вопроса об электрических моделях см. Thaler George J. and Brown Robert G., *Servomechanism Analysis*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1953, chap. 3.

где все коэффициенты суть не зависящие от времени параметры системы. Если заданы начальные условия, то уравнение (6.1) вполне определяет работу цепи. Однако решение таких интегро-дифференциальных уравнений часто бывает утомительным и их применение в проектной работе себя не оправдывает.

Существует другой метод описания работы цепи, основанный на отклике (или реакции) цепи на некоторое воздействие специального вида<sup>1)</sup>. Чтобы изложить этот метод, нам необходимо сначала ввести некоторые определения.

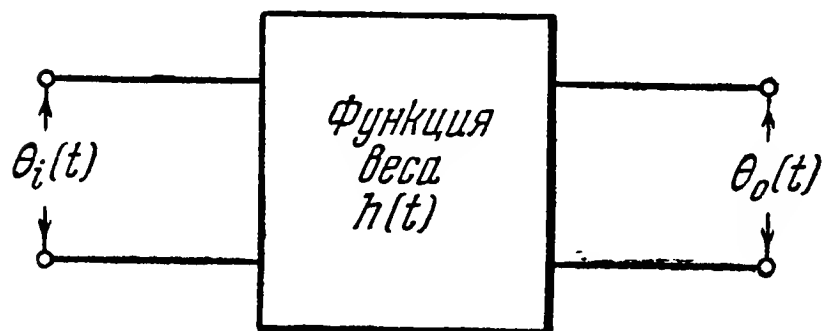


Рис. 6.1. Общий случай четырехполюсника

Единичной функцией или единичным скачком назовем такую функцию времени, которая в прошлом ( $t < 0$ ) тождественно равна нулю, а в настоящем и будущем ( $t \geq 0$ ) равна единице.

Единичной импульсивной функцией или единичным импульсом назовем такую функцию времени, которая тождественно равна нулю всюду, кроме точки  $t = 0$ , где она бесконечно велика, и интеграл которой в пределах от  $t = -\infty$  до  $t = +\infty$  равен единичной функции.

Отклик  $h(t)$  линейной цепи на возмущение в виде единичной импульсивной функции назовем *функцией веса* цепи. Функция веса есть функция времени; она полностью описывает поведение линейной цепи. Существуют еще две функции, связанные с функцией веса  $h(t)$ , обычно применяемые для математического описания цепей. Они определяются следующим образом.

1. *Передаточная функция* цепи есть изображение функции веса в смысле Лапласа. Она может быть определена так же, как отношение двух изображений в смысле Лапласа: выхода цепи и ее входа, при нулевых начальных условиях.

2. *Частотная или амплитудно-фазовая характеристика* цепи есть изображение функции веса в смысле Фурье. Она может быть определена так же, как отношение двух изображений в смысле Фурье: выхода цепи и ее входа.

Преобразование Лапласа рассматривается в § 6.2, а преобразование Фурье — в § 6.8.

<sup>1)</sup> Здесь автор допускает неточность и входит в противоречие даже с самим собой (см. начало § 6.2). На самом деле последующее изложение как раз и дает удобный (но, возможно, не самый лучший — см. Микусинский Ян, Операторное исчисление, ИЛ, М., 1956) способ решения уравнения (6.1) и в особенности определения его частного решения, не зависящего от начальных условий. Таким образом, исходным пунктом для дальнейшего анализа остается уравнение (6.1), или, точнее, некоторая система линейных уравнений, из которых (6.1) может быть получено исключением переменных. (Прим. перев.)

Если начальные условия — нулевые, то как передаточная функция, так и частотная характеристика содержат в себе полное математическое описание поведения цепи.

Мы будем применять выражение «передаточная характеристика», понимая под этим как передаточную функцию, так и частотную характеристику. При этом, разумеется, начальные условия — нулевые.

Если среди начальных условий есть отличные от нуля, то решение значительно проще получить при помощи передаточной функции, чем при помощи частотной характеристики. Более подробно соотношения между этими двумя функциями приведены в § 6.11.

## 6.2. Преобразование Лапласа

Существует много методов решения линейных интегро-дифференциальных уравнений. Наиболее удобными являются методы, использующие *операторное исчисление*. Наиболее мощным из них является *метод преобразования Лапласа*<sup>1)</sup>. Вместе с тем, преобразование Лапласа дает простейший метод учета ненулевых начальных условий. Этот прием сводит решение сложного дифференциального уравнения в форме (6.1) к более простой задаче — решению алгебраического уравнения.

*Прямое преобразование Лапласа* определяется равенством

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = F(s), \quad (6.2)$$

где  $s$  есть комплексное переменное, обычно записываемое в виде  $s = \sigma + j\omega$ . Разъяснение смысла этого преобразования и составляет задачу настоящей главы; пока достаточно сказать, что оно преобразует функцию действительного переменного — в частности, времени — в функцию комплексного переменного — комплексной частоты  $s$ , и это обстоятельство мы используем для упрощения математического аппарата решения линейных интегро-дифференциальных уравнений. Изображение в смысле Лапласа  $F(s)$ , соответствующее оригиналу — функции времени  $f(t)$ , — можно получить непосредственным вычислением определенного интеграла (6.2). На практике часто необходимо решать обратную задачу — найти оригинал (функцию времени  $f(t)$ ) по заданному изображению  $F(s)$ . Это делается при помощи *обратного преобразования Лапласа*, определяемого следующим образом:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) \quad (t \geq 0). \quad (6.3)$$

---

<sup>1)</sup> Это утверждение по меньшей мере спорно — см. указанную выше работу Микусинского, стр. 316. (Прим. перев.)

Явное выражение  $f(t)$  через  $F(s)$  требует более обширных знаний из теории функций комплексного переменного, чем необходимо для чтения этой главы; поэтому желающим рекомендуется обратиться к более подробным руководствам<sup>1)</sup>.

### 6.3. Соответствие между оригиналами и изображениями

При решении задач методом преобразования Лапласа приходится пользоваться парами соответствующих друг другу функций  $f(t)$  и  $F(s)$ . Чтобы сберечь время, составлены таблицы таких пар, наиболее часто встречающихся в приложениях. В таблице 6.1 приведены некоторые наиболее обычные пары<sup>2)</sup>. Чтобы пояснить метод, при помощи которого составляются такие таблицы, рассмотрим некоторые наиболее простые функции.

Единичная функция  $u(t)$  (единичный скачок). Пусть оригинал  $f(t)$  есть единичная функция  $u(t)$ , т. е.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \quad (6.4)$$

Согласно (6.2) имеем:

$$\mathcal{L}[u(t)] = \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s}. \quad (6.5)$$

Единичная линейная функция. Пусть  $f(t)$  есть линейная функция, начинающаяся при  $t=0$ ,

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ t & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (6.6)$$

Тогда по (6.2) имеем:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t)] &= \int_0^{\infty} t e^{-st} dt = -\frac{te^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \\ &= 0 + \frac{1}{s} \cdot \frac{-1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s^2}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Такой тип входа соответствует единичному скачку производной.

Экспоненциальная функция. Это — пример трансцендентного оригинала:

$$f(t) = e^{-at} \quad \text{при } t \geq 0, \quad (6.8)$$

<sup>1)</sup> Churchill Ruel V., Modern Operational Mathematics in Engineering, McGraw-Hill Book Co., 1944. [См. также Диткин В. А. и Кузнецов П. И., Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, 1951. (Прим. перев.)]

<sup>2)</sup> Подробнее см. Диткин В. А. и Кузнецов П. И., Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, 1951. (Прим. перев.)

Т а б л и ц а 6.1

Изображения в смысле Лапласа и их оригиналы

№/№	Изображения $F(s)$	Оригинал $f(t)$
1	$\frac{1}{s}$	1 или единичный скачок $u(t)$ при $t=0$
2	$\frac{1}{s^2}$	$t$ , единичная линейная функция
3	$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
4	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\sin \omega_0 t$
5	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\cos \omega_0 t$
6	1	единичный импульс при $t=0$
7	$\frac{s+\omega_0}{s^2+\beta^2}$	$\frac{1}{\beta}(\omega_0+\beta^2)^{\frac{1}{2}}\sin(\beta t+\psi)\left(\psi=\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\omega_0}\right)$
8	$\frac{1}{s(s^2+\beta^2)}$	$\frac{1}{\beta^2}(1-\cos\beta t)$
9	$\frac{1}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$	$\frac{1}{\beta}e^{-\alpha t}\sin\beta t$
10	$\frac{s+\omega_0}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$	$\frac{1}{\beta}[(\omega_0-\alpha)^2+\beta^2]^{\frac{1}{2}}e^{-\alpha t}\sin(\beta t+\psi)$ $\left(\psi=\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\omega_0-\alpha}\right)$
11	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$	$e^{-\alpha t}\cos\beta t$
12	$\frac{s+\omega_0}{s[(s+\alpha)^2+\beta^2]}$	$\frac{1}{\beta_0^2}+\frac{1}{\beta\beta_0}e^{-\alpha t}\sin(\beta t-\psi)$ $\left[\psi=\operatorname{arctg}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right),\quad\beta_0^2=\alpha^2+\beta^2\right]$
13	$\frac{s+\omega_0}{s[(s+\alpha)^2+\beta^2]}$	$\frac{\omega_0}{\beta_0^2}+\frac{1}{\beta\beta_0}[(\omega_0-\alpha)^2+\beta^2]^{\frac{1}{2}}e^{-\alpha t}\sin(\beta t+\psi)$ $\left[\psi=\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\omega_0-\alpha}-\operatorname{arctg}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right),\quad\beta_0^2=\alpha^2+\beta^2\right]$
14	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-\alpha t}$



где  $\alpha$  — действительное число. Имеем:

$$\mathfrak{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+\alpha)t} dt = \frac{1}{s+\alpha}. \quad (6.9)$$

Это — хороший пример того, как преобразование Лапласа упрощает функции. Трансцендентная функция преобразовывается в сравнительно простую алгебраическую. Приведем еще один подобный пример.

Синусоидальная функция. Пусть будет:

$$f(t) = \sin \omega_0 t \quad \text{при } t \geq 0, \quad (6.10)$$

где  $\omega_0$  — действительное положительное число. Получим:

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}[f(t)] &= \int_0^{\infty} e^{-st} \sin \omega_0 t dt = \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} e^{-st} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) dt = \\ &= \frac{1}{2j} \left( \frac{1}{s - j\omega_0} - \frac{1}{s + j\omega_0} \right) = \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Вычисления подобного рода и приводят к таблице 6.1.

#### 6.4. Основные предложения из теории преобразования Лапласа

Преобразование Лапласа применяется не только для упрощения функций действительного переменного; оно еще более полезно для упрощения некоторых операций. Излагаемые в этом параграфе теоремы позволяют вычислить изображения следующих операций:

$$f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

и

$$f^{(-1)}(t) = \int f(t) dt = \int_0^t f(t) dt + f^{(-1)}(0+),$$

где  $f^{(-1)}(0+)$  означает величину неопределенного интеграла от  $f(t)$  при приближении  $t$  к нулю с положительной стороны.

Простейшая теорема операторного исчисления утверждает линейность прямого и обратного преобразования Лапласа.

**Теорема 1. Линейность:**

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{L}[af_1(t) \pm bf_2(t)] &= aF_1(s) \pm bF_2(s), \\ \mathfrak{L}^{-1}[aF_1(s) \pm bF_2(s)] &= af_1(t) \pm bf_2(t) \quad (t \geq 0). \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Эта теорема вытекает непосредственно из определения прямого и обратного преобразования Лапласа <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> См. Churchill, pp. 157—178, цит. на стр. 204.

**Теорема 2.** Дифференцирование по времени. Если  $f(t)$  и ее первая производная преобразуемы по Лапласу и если  $\mathfrak{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\mathfrak{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0+). \quad (6.13)$$

**Теорема 3.** Интегрирование по времени. Если  $f(t)$  преобразуема по Лапласу и если  $\mathfrak{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\mathfrak{L}[f^{(-1)}(t)] = \frac{1}{s}[F(s) + f^{(-1)}(0+)]. \quad (6.14)$$

Эти две очень важные теоремы доказываются сравнительно просто, применяя в (6.2) интегрирование по частям. Подробное доказательство см. у Гарднера и Бэрнса<sup>1)</sup>.

**Теорема 4.** Теорема запаздывания. Если функция  $f(t)$  преобразуема по Лапласу и если  $\mathfrak{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\mathfrak{L}[f(t-b)] = e^{-bs}F(s), \quad (6.15)$$

где  $f(t-b) = 0$  при  $0 < t < b$ , причем  $b$  есть положительное действительное число.

**Теорема 5.** Теорема сдвига. Если функция  $f(t)$  преобразуема по Лапласу и  $\mathfrak{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\mathfrak{L}[e^{-bt}f(t)] = F(s+b), \quad (6.16)$$

где  $b$  — комплексное число с неотрицательной действительной частью.

Даем еще две предельные теоремы, которые иногда применяются в теории следящих систем.

**Теорема 6.** Теорема о предельном значении. Если  $f(t)$  и ее первая производная преобразуемы по Лапласу и если  $\mathfrak{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t), \quad (6.17)$$

причем предполагается, что  $sF(s)$  есть аналитическая на мнимой оси и в правой полуплоскости.

Высказанное здесь предложение означает, что знаменатель выражения  $sF(s)$  не может содержать множителей вида  $s - s_0$ , где действительная часть  $s_0$  положительна. Это будет очень подробно пояснено в § 6.13.

1) Gardner Murray F. and Barnes John L., Transients in Linear Systems, vol. 1, pp. 126—130, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947. [Есть русский перевод: Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными, изд. 2-е, Гостехиздат, 1951. (Прим. перев.)]

Теорема 7. Теорема о начальном значении. Если  $f(t)$  и ее первая производная преобразуемы по Лапласу и если  $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ , то

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t), \quad (6.18)$$

при условии, что  $\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$  существует.

Таблица 6.2

## Основные теоремы операторного исчисления

№	Оригинал $f(t)$ ( $t \geq 0$ )	Изображение $F(s)$
1	$af_1(t) \pm bf_2(t)$	$aF_1(s) \pm bF_2(s)$
2	$f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0+)$
3	$f^{(-1)}(t) = \int f(t) dt$	$\frac{1}{s} [F(s) - f^{(-1)}(0+)]$
4	$f(t-b)$ , где $f(t-b) = 0$ при $0 < t < b$ , а $b$ — действительное положительное число	$e^{-bs} F(s)$
5	$e^{-bt} f(t)$ , где $b$ — комплексное число с не- отрицательной вещественной частью	$F(s+b)$
6	Теорема свертки $\int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau$	$F_1(s) F_2(s)$
7	$f^{(n)}(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0+) -$ $- s^{n-2} f'(0+) - \dots - f^{(n-1)}(0+)$
8	Теорема о предельном значении $\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ , предполагая, что $sF(s)$ — аналити- ческая на мнимой оси и в пра- вой полуплоскости	
9	Теорема о начальном значении $\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	

Предел  $f(t)$  при  $t \rightarrow 0$  берется при условии, что стремление к нулю происходит со стороны положительных значений  $t$ . Под-

робное доказательство этих двух теорем можно найти у Гарднера и Бэрнса<sup>1)</sup>.

В таблице 6.2 мы приводим для справок формулы, относящиеся к теоремам 1—7 и некоторым другим.

### 6.5. Решение простейшего интегро-дифференциального уравнения

В качестве примера использования преобразования Лапласа для решения линейных интегро-дифференциальных уравнений рассмотрим очень простой  $RC$ -контур (рис. 6.2). Здесь  $E$  есть постоянное напряжение,  $R$  и  $C$  — также постоянны. Требуется найти ток  $i(t)$  после замыкания контура, если предположить, что при разомкнутом контуре конденсатор не заряжен. Мы предполагаем, что читатель достаточно знаком с применением закона Кирхгсфа, согласно которому имеем уравнение

$$R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E. \quad (6.19)$$

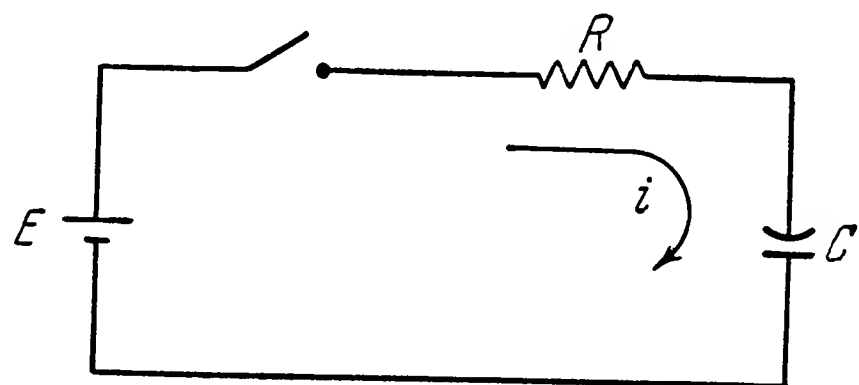


Рис. 6.2. Простейший  $RC$ -контур.

Применим преобразование Лапласа к обеим частям этого уравнения

$$\mathcal{L}[R \cdot i(t)] + \mathcal{L}\left[\frac{1}{C} \int i(t) dt\right] = \mathcal{L}[E].$$

Отсюда, используя таблицы 6.1 и 6.2, получим:

$$RI(s) + \frac{1}{sC} [I(s) + i^{(-1)}(0+)] = \frac{E}{s}, \quad (6.20)$$

где

$$\mathcal{L}[i(t)] = I(s).$$

Начальное условие, состоящее в том, что заряд конденсатора равен нулю, дает  $i^{(-1)}(0+) = 0$ . Поэтому, разрешая (6.20) относительно  $I(s)$ , получим:

$$I(s) = \frac{E}{s\left(R + \frac{1}{sC}\right)} = \frac{\frac{E}{R}}{s + \frac{1}{RC}}. \quad (6.21)$$

Если ввести обозначение  $RC = T$ , то вместо (6.21) можно написать:

$$I(s) = \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T}}. \quad (6.22)$$

<sup>1)</sup> Loc. cit, pp. 265—269. [Или стр. 304—309 русского перевода. (Прим. перев.)]

Для выполнения обратного преобразования Лапласа воспользуемся формулой № 3 из таблицы 6.1; мы получим:

$$\mathcal{L}^{-1}[I(s)] = i(t) = \frac{E}{R} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s + \frac{1}{T}}\right], \quad (6.23)$$

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{T}},$$

что и решает поставленную задачу. Такова стандартная процедура решения дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа. Однако часто результат получается не так просто, и нам необходимо рассмотреть применение разложения на простейшие дроби, прежде чем перейти к более сложным примерам.

### 6.6. Обратное преобразование Лапласа для дробно-рациональной функции

Метод решения дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа в общем случае таков, как будет показано в примере 1 этого параграфа. Обычно функция переменного  $s$ , из которой путем обратного преобразования Лапласа мы получаем решение задачи, оказывается значительно более сложной, чем (6.22). Вообще она получается в виде дробно-рациональной функции

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad (6.24)$$

где все  $a$  и  $b$  — действительные постоянные, а  $m$  и  $n$  — целые положительные числа. Оригинал для изображения типа (6.24) только в редких случаях может быть найден в таблицах. Вообще же при  $n \geq m$  нужно разложить  $B(s)$  на множители и затем представить  $F(s)$  в виде суммы простейших дробей. Здесь могут встретиться два важных случая: 1) корни многочлена  $B(s)$  все действительны и различны (нулевой корень не исключается); 2) имеются кратные корни.

Случай 1: различные корни. Пусть  $n$  корней многочлена  $B(s)$  будут  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , причем один из них может быть нулем, но никакие два из них не равны друг другу. Тогда можно написать:

$$F(s) = \frac{A(s)}{(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)} \quad (6.25)$$

или в виде разложения на простейшие

$$F(s) = \frac{K_1}{s - s_1} + \frac{K_2}{s - s_2} + \dots + \frac{K_n}{s - s_n}. \quad (6.26)$$

Найдем не определенные пока коэффициенты этого выражения. Чтобы найти, например,  $K_1$ , умножим обе части (6.26) на  $s - s_1$  и

затем положим  $s - s_1 = 0$ . Для любого коэффициента  $K_p$  это дает:

$$K_p = \left[ (s - s_p) \frac{A(s)}{B(s)} \right]_{s=s_p}. \quad (6.27)$$

Когда все  $K$  определены, уже нетрудно найти оригинал для каждой из простейших дробей; например,

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{K_p}{s - s_p} \right] = K_p e^{s_p t}. \quad (6.28)$$

Пример 1. Найти оригинал по изображению

$$F(s) = \frac{K(s + \omega_0)}{s(s + \omega_1)(s + \omega_2)},$$

где все  $\omega$  — действительные различные положительные постоянные. Согласно (6.26) это может быть переписано так:

$$F(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s + \omega_1} + \frac{K_3}{s + \omega_2},$$

где выражения для неопределенных коэффициентов по (6.27) таковы:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \right]_{s=0} = \frac{K\omega_0}{\omega_1\omega_2}, \\ K_2 &= \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{s(s + \omega_2)} \right]_{s=-\omega_1} = \frac{K(-\omega_1 + \omega_0)}{-\omega_1(-\omega_1 + \omega_2)}, \\ K_3 &= \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{s(s + \omega_1)} \right]_{s=-\omega_2} = \frac{K(-\omega_2 + \omega_0)}{-\omega_2(-\omega_2 + \omega_1)}. \end{aligned} \right\} \quad (6.29)$$

Поскольку все  $K$  постоянны, оригинал  $F(s)$  по (6.28) будет:

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{s(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \right] = \frac{K\omega_0}{\omega_1\omega_2} - \frac{K(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_1(\omega_2 - \omega_1)} e^{-\omega_1 t} - \frac{K(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_2(\omega_1 - \omega_2)} e^{-\omega_2 t}. \quad (6.30)$$

Случай 2: по крайней мере один кратный корень. Обозначим  $n$  корней  $B(s)$  через  $s_1, s_2, \dots, s_{n-q}$ , причем корень  $s_1$  имеет кратность  $q$ . Теперь можно написать:

$$F(s) = \frac{A(s)}{(s - s_1)^q (s - s_2) \dots (s - s_{n-q})}. \quad (6.31)$$

Разложение на простейшие дроби будет следующим:

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{K_{11}}{(s - s_1)^q} + \frac{K_{12}}{(s - s_1)^{q-1}} + \dots + \frac{K_{1q}}{(s - s_1)} + \\ &\quad + \frac{K_2}{s - s_2} + \frac{K_3}{s - s_3} + \dots + \frac{K_{n-q}}{s - s_{n-q}}. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Коэффициенты  $K_2, K_3, \dots, K_n$  могут быть вычислены совершенно так же, как в случае 1. Но для вычисления первых  $q$  коэффициентов  $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1q}$  требуется другой метод. Чтобы найти  $K_{11}$ ,



умножим обе части равенства (6.32) на  $(s - s_1)^q$  и продифференцируем  $l - 1$  раз. Если теперь положить  $s = s_1$ , то получится выражение для  $K_{1l}$ . Таким образом,

$$K_{1l} = \frac{1}{(l-1)!} \left[ \frac{d^{l-1}}{ds^{l-1}} \frac{(s - s_1)^q A(s)}{B(s)} \right]_{s=s_1}. \quad (6.33)$$

Этот метод вычисления может оказаться очень утомительным, если  $q$  велико. Если у  $B(s)$  имеются еще и другие кратные корни, нужно повторить описанные действия для каждого из них. Следующий пример может помочь разобраться в последовательности вычислений.

Пример 1. Найти оригинал, если изображение имеет вид

$$F(s) = \frac{K(s + \omega_0)}{s^2(s + \omega_1)^3}.$$

Согласно (6.32) мы можем написать:

$$F(s) = \frac{K_{11}}{s^2} + \frac{K_{12}}{s} + \frac{K_{21}}{(s + \omega_1)^3} + \frac{K_{22}}{(s + \omega_1)^2} + \frac{K_{23}}{(s + \omega_1)}.$$

Вычисляем коэффициенты по (6.33):

$$K_{11} = \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{(s + \omega_1)^3} \right]_{s=0} = \frac{K\omega_0}{\omega_1^3},$$

$$K_{12} = \left[ \frac{d}{ds} \frac{K(s + \omega_0)}{(s + \omega_1)^3} \right]_{s=0} = \left[ \frac{K(s + \omega_1) - 3K(s + \omega_0)}{(s + \omega_1)^4} \right]_{s=0} = \frac{K(\omega_1 - 3\omega_0)}{\omega_1^4},$$

$$K_{21} = \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{s^2} \right]_{s=-\omega_1} = \frac{K(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_1^2},$$

$$K_{22} = \left[ \frac{d}{ds} \frac{K(s + \omega_0)}{s^2} \right]_{s=-\omega_1} = \left[ \frac{-K(s + 2\omega_0)}{s^3} \right]_{s=-\omega_1} = \frac{K(2\omega_0 - \omega_1)}{\omega_1^3},$$

$$\begin{aligned} K_{23} &= \frac{1}{2!} \left[ \frac{d^2}{ds^2} \frac{K(s + \omega_0)}{s^2} \right]_{s=-\omega_1} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{d}{ds} \frac{-K(s + 2\omega_0)}{s^3} \right]_{s=-\omega_1} = \frac{K(3\omega_0 - \omega_1)}{\omega_1^4}. \end{aligned}$$

При вычислении  $K_{23}$  использован результат, полученный ранее при вычислении  $K_{22}$ . Воспользовавшись теперь таблицей 6.1, мы получим следующее выражение для оригинала при  $t \geq 0$ :

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{K(s + \omega_0)}{s^2(s + \omega_1)^3} \right] = K_{11}t + K_{12} + \left\{ \frac{1}{2} K_{21}t^2 + K_{22}t + K_{23} \right\} e^{-\omega_1 t}. \quad (6.34)$$

## 6.7. Решение некоторых важных интегро-дифференциальных уравнений

Изложенная в предыдущем параграфе теория позволяет решить некоторые из наиболее важных интегро-дифференциальных уравнений, встречающихся в теории следящих систем. Например, часто

требуется изучить поведение контура, изображенного на рис. 6.3, если вход задан в виде единичного скачка или единичной линейной функции. Интегро-дифференциальные уравнения для входа и выхода этой цепи будут:

$$\left. \begin{aligned} \theta_i(t) &= Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt, \\ \theta_o(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) dt, \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

где  $\theta_i(t)$  и  $\theta_o(t)$  — входное и выходное напряжения.

Если в начальный момент конденсатор не был заряжен, то  $i^{(-1)}(0+) = 0$ ; тогда преобразование Лапласа дает:

$$\left. \begin{aligned} \theta_i(s) &= RI(s) + \frac{1}{sC} I(s), \\ \theta_o(s) &= \frac{1}{sC} I(s), \end{aligned} \right\} \quad (6.36)$$

где

$$\theta_i(s) = \mathcal{L}[\theta_i(t)], \quad \theta_o(s) = \mathcal{L}[\theta_o(t)].$$

Здесь мы ввели новое обозначение для изображения; чтобы избежать недоразумений, остановимся на этом несколько подробнее. Как видно из § 6.2, изображение есть функция, существенно отличающаяся от оригинала и определенная в другой области. Поэтому мы, строго говоря, должны были бы написать  $\mathcal{L}[\theta_i(t)] = \Theta(s)$ , т. е. использовать для обозначения изображения новую букву.

Обычно малые буквы обозначают оригиналы (т. е. функции действительного переменного — времени), а соответствующие им большие буквы — изображения (т. е. функции комплексного переменного  $s$ ). Однако в инженерной практике большей частью принято использовать одну и ту же букву для обозначения и оригинала и изображения, например  $\mathcal{L}[\theta_i(t)] = \theta_i(s)$ . Но нужно помнить, что изображение  $\theta_i(s)$  не получается из  $\theta_i(t)$  простой заменой  $t$  на  $s$  в алгебраическом смысле. Изображение и оригинал существенно различно зависят от своих переменных. В тех случаях, когда аргумент в написанном выражении не обозначен явно, верный смысл вытекает из контекста. Например, оператор  $\frac{d}{dt}$  подразумевает  $\theta \equiv \theta(t)$ ; равенство  $\theta_o = \mu \theta_i$ , где  $\mu = \mu(s)$ , подразумевает, что в него входят изображения, т. е.  $\theta_o \equiv \theta_o(s)$ ,  $\theta_i \equiv \theta_i(s)$ .

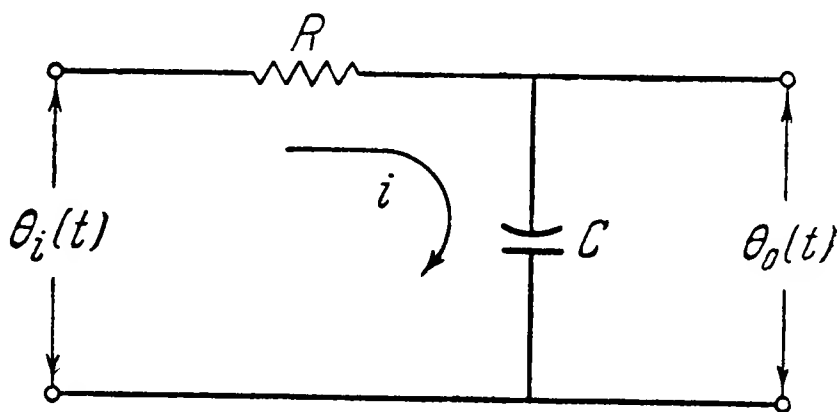


Рис. 6.3. Простейший фильтр нижних частот.

Вернемся снова к равенствам (6.36). Согласно определению 1 (§ 6.1) передаточная функция есть

$$G(s) = \frac{\theta_0(s)}{\theta_i(s)} = \frac{\theta_0}{\theta_i}(s) = \frac{1}{Ts + 1}, \quad (6.37)$$

где  $T = RC$ , как и раньше.

Поясним смысл введенного обозначения. Символ  $\frac{\theta_0}{\theta_i}(s)$  обозначает теперь передаточную функцию,  $\frac{\theta_0}{\theta_i}(j\omega)$  — частотную характеристику. Передаточные характеристики (см. § 6.1), т. е. и передаточная функция и частотная характеристика, представляют собой характеристики самой цепи или системы и не зависят от входа, т. е. от того, что подается на вход цепи; это и оправдывает введение особого символа для их обозначения. Но, с другой стороны, выход  $\theta_0(s) = \frac{\theta_0}{\theta_i}(s) \cdot \theta_i(s)$  зависит от входа и связанных с ним начальных условий.

Из определения передаточной функции мы имеем:

$$\theta_0(s) = G(s) \theta_i(s). \quad (6.38)$$

Здесь  $\theta_0(s)$  есть изображение в смысле Лапласа выхода цепи (или ее отклика), а  $\theta_i(s)$  часто называют *экситативной функцией*; она включает в себя изображение в смысле Лапласа управляющей функции  $\theta_i(t)$  (т. е. входа) и начальные условия<sup>1)</sup>. Изображение в смысле Лапласа самой управляющей функции  $\theta_i(t)$  назовем *управляющим изображением*.

Единичный скачок в качестве управляющей функции. Здесь в соответствии с формулой (6.5) экситативная функция  $\theta_i(s) = \frac{1}{s}$ , и поэтому изображение выхода есть

$$\theta_0(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)}. \quad (6.39)$$

Применяя метод разложения на простейшие, изложенный в § 6.6, получим:

$$\theta_0(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{Ts + 1} = \frac{1}{s} + \frac{-T}{Ts + 1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{T}}. \quad (6.40)$$

Выполняя обратное преобразование Лапласа, получаем:

$$\theta_0(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}}. \quad (6.41)$$

<sup>1)</sup> См., например, уравнение (6.46). (Прим. перев.)

Это решение представлено на рис. 6.4; при  $t=0$   $\theta_0=0$ , а затем асимптотически приближается к единице.

Единичная линейная функция в качестве управляющей. Здесь в соответствии с формулой (6.7)  $\theta_i(s) = \frac{1}{s^2}$ , и поэтому

$$\theta_0(s) = \frac{1}{s^2(Ts + 1)}. \quad (6.42)$$

Отсюда, пользуясь случаем 2 в § 6.6, пишем:

$$\begin{aligned} \theta_0(s) &= \frac{K_{11}}{s^2} + \frac{K_{12}}{s} + \frac{K_2}{Ts + 1} = \\ &= \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts + 1} = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T}{s + \frac{1}{T}}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Обратное преобразование Лапласа дает:

$$\theta_0(t) = t - T \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (6.44)$$

График  $\theta_0(t)$  на рис. 6.5 показывает, что после того, как переходный процесс можно будет считать закончившимся, выход никогда не становится равным входу, а остается меньше его на величину  $T$ .

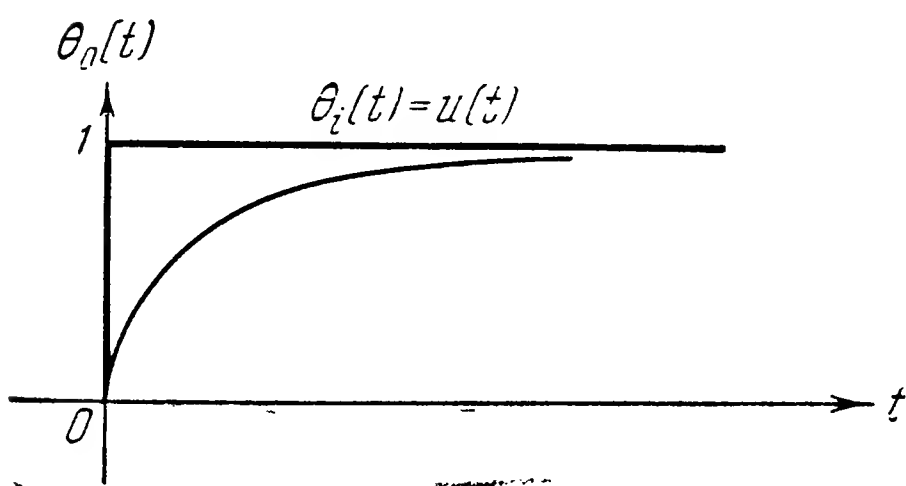


Рис. 6.4. Отклик фильтра нижних частот на единичный скачок.

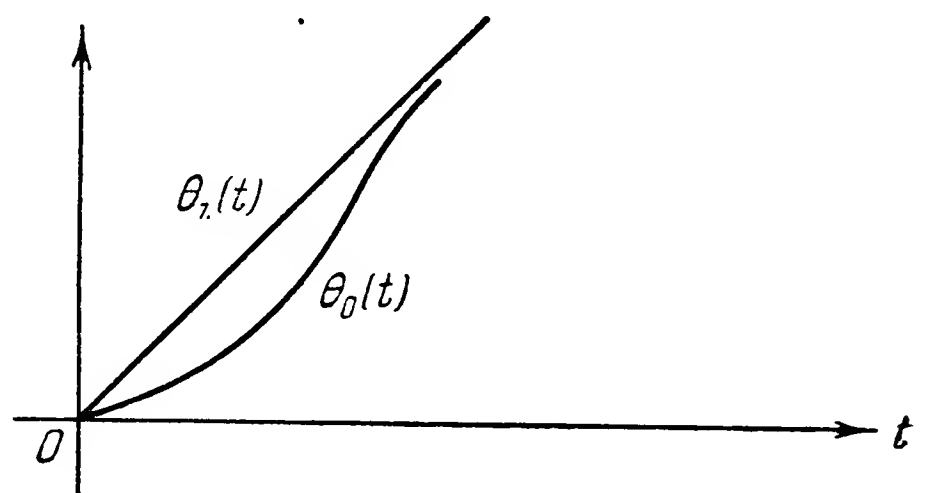


Рис. 6.5. Отклик RC-фильтра нижних частот на возмущение в виде единичной линейной функции.

Метод анализа, использованный в этих двух примерах, типичен для теории цепей вообще. Ниже приводится еще один пример решения дифференциального уравнения, связанного с теорией замкнутых контуров следящих систем. Типичное дифференциальное уравнение; связывающее сигнал ошибки  $\varepsilon$  со входом  $\theta_i$ , в случае позиционного (пропорционального) управления есть

$$\frac{d^2\varepsilon(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \omega_n^2 \varepsilon(t) = \frac{d^2\theta_i(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta_i(t)}{dt}, \quad (6.45)$$

где  $\zeta$  носит название *фактора затухания*, а  $\omega_n$  — *собственной частоты*. Применяя преобразование Лапласа, получаем:

$$\begin{aligned} s^2\varepsilon(s) - s\varepsilon(0+) - \varepsilon(0+) + 2\zeta\omega_n[s\varepsilon(s) - \varepsilon(0+)] + \omega_n^2\varepsilon(s) = \\ = s^2\theta_i(s) - s\theta_i(0+) - \theta_i'(0+) + 2\zeta\omega_n[s\theta_i(s) - \theta_i(0+)], \end{aligned} \quad (6.46)$$

где  $\mathcal{L}[\varepsilon(t)] = \varepsilon(s)$ . Из (6.46) видно, что для решения необходимо задать входную функцию и начальные условия. Обычный вход, применяемый при испытаниях следящих систем, есть единичный скачок производной или *единичная линейная функция*, определяемая следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \theta_i(t) &= \omega_i t & (t \geq 0), \\ \theta_i(t) &= \varepsilon = 0 & (t = 0+), \\ \theta_i'(t) &= \varepsilon' = \omega_i & (t = 0+). \end{aligned} \right\} \quad (6.47)$$

Учитывая эти начальные условия, из (6.46) получаем:

$$s^2\varepsilon(s) - \omega_i + 2\zeta\omega_n s\varepsilon(s) + \omega_n^2\varepsilon(s) = s^2\theta_i(s) - \omega_i + 2\zeta\omega_n s\theta(s). \quad (6.48)$$

Так как  $\theta_i(t) = \omega_i t$ , то  $\theta(s) = \frac{\omega}{s^2}$ , и мы получаем:

$$\varepsilon(s) = \frac{\omega_i(s + 2\zeta\omega_n)}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (6.49)$$

Корни квадратного трехчлена в знаменателе будут:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}, \\ \alpha_2 &= -\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}, \end{aligned} \right\} \quad (6.50)$$

и поэтому

$$\varepsilon(s) = \frac{\omega_i(s + 2\zeta\omega_n)}{s(s - \alpha_1)(s - \alpha_2)}. \quad (6.51)$$

Теперь можно выполнить разложение на простейшие дроби, но следует заметить, что результат разложения зависит от значения  $\zeta$ . Если  $\zeta > 1$ , то корни действительны и различны и процесс решения такой, как было указано в § 6.6, случай 1. Такая система называется *передемпфированной* или *системой с затуханием выше критического*. В случае  $\zeta = 1$  система называется *апериодической* или *системой с критическим затуханием*; тогда  $\alpha_1 = \alpha_2$ , и нужно действовать, как в случае 2, § 6.6. Если  $0 < \zeta < 1$ , — система называется *демфированной* или *системой с затуханием ниже критического*;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — комплексные сопряженные числа. Этот случай не был рассмотрен в § 6.6; мы сделаем здесь соответствующие выкладки. Введем для корней следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -\alpha + j\beta, \\ \alpha_2 &= -\alpha - j\beta. \end{aligned} \right\} \quad (6.52)$$

Тогда вместо (6.51) можно написать:

$$\varepsilon(s) = \frac{\omega_i (s + 2\zeta\omega_n)}{s(s + \alpha - j\beta)(s + \alpha + j\beta)} = \frac{\omega_i (s + 2\zeta\omega_n)}{s[(s + \alpha)^2 + \beta^2]}. \quad (6.53)$$

Чтобы выполнить обратное преобразование Лапласа, пользуемся формулой 13 из таблицы 6.1. Получаем:

$$\varepsilon(t) = \frac{2\zeta\omega_i\omega_n}{\beta_0^2} + \frac{\omega_i}{\beta\beta_0} [(2\zeta\omega_n - \alpha)^2 + \beta^2]^{\frac{1}{2}} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \psi), \quad (6.54)$$

где

$$\beta_0 = (\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\psi = \arctg \frac{\beta}{2\zeta\omega_n - \alpha} - \arctg \left( -\frac{\beta}{\alpha} \right).$$

Отсюда видно, что решение состоит из постоянного члена, описывающего установившееся состояние системы, и члена, выражающего затухающие колебания. Уравнение (6.53), конечно, могло бы быть решено и путем разложения на простейшие, но обычно удобнее пользоваться таблицами изображений и оригиналов, если нужные функции там уже имеются. Таким образом, получено полное решение проблемы регулирования, поставленной уравнением (6.45), причем для этой цели мы воспользовались изображением решения (6.49). Тип решения существенно зависит от величины  $\zeta$ . Кроме того, разобранный здесь пример показывает, как применяется преобразование Лапласа, если не все начальные условия — нули. Мы видим, что вычисления выполняются без затруднений для обеих частей решения: первой части — переходного процесса, зависящего от начальных условий, и второй, зависящей только от экситативной функции. Преобразование Лапласа имеет огромное преимущество по сравнению со всеми другими методами<sup>1)</sup> и в случае любых начальных условий.

### 6.8. Преобразование Фурье

В теории цепей и следящих систем часто бывает не нужно находить переходный процесс, соответствующий ненулевым начальным условиям. В этих случаях возможно применение преобразований Фурье; оно приводит к частотной характеристике, определение которой дано в § 6.1, а подробное рассмотрение в § 6.9. Преобразования Фурье определяются следующим образом:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (6.55)$$

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} d\omega. \quad (6.56)$$

<sup>1)</sup> См. сноски на стр. 202 и 203. (Прим. перев.)



Некоторые авторы называют (6.56) *прямым* преобразованием Фурье, а (6.55) — *обратным*; однако чаще оба называются просто преобразованиями Фурье. Отметим, что коэффициент  $\frac{1}{2\pi}$  можно приписать в формуле (6.56) вместо (6.55) или в обеих формулах написать коэффициент  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ .

Чтобы  $f(t)$  имело изображение в смысле Фурье, необходимо, чтобы было:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty.$$

Отсюда следует, что существует много функций, не имеющих изображения в смысле Фурье. В этом отношении преобразование Лапласа является значительно более широким. Существуют таблицы изображений в смысле Фурье и их оригиналов, аналогичные тому, что выше приведено для преобразования Лапласа. По-видимому, наиболее полные из таких таблиц вычислены Кэмпбеллом и Фостером<sup>1)</sup>.

### 6.9. Частотная характеристика

Функция веса  $h(t)$  была определена в § 6.1, как отклик цепи на единичный импульс, приложенный к ней в момент  $t=0$ . Для цепи, параметры которой не зависят от времени, отклик на единичный импульс, приложенный в момент  $t=t_1$ , будет  $h(t-t_1)$ . Поскольку мы рассматриваем только линейные цепи, на которые распространяется принцип суперпозиции, отклик на любой вход  $\theta_i(t)$  может быть определен следующим образом. Представим себе  $\theta_i(t)$  в виде ступенек высотой  $\theta_i(t)$  и шириной  $dt$ . Эти ступеньки могут рассматриваться как импульсы площадью  $\theta_i(t) dt$ , приложенные в момент  $t$ . Выход цепи в любой момент времени  $t_0$ , происходящий от этого импульса, есть  $\theta_i(t) dt \cdot h(t_0-t)$ . Полный отклик системы на вход  $\theta_i(t)$  есть сумма выходов от всех элементарных импульсов, т. е.

$$\theta_0(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} \theta_i(t) h(t_0-t) dt. \quad (6.57)$$

Выбор пределов обусловлен тем, что должны быть учтены только импульсы, приложенные раньше  $t_0$ . Заменяя переменное  $t$  на  $\tau = t_0 - t$  и потом отбрасывая для краткости индекс у  $t_0$ , из (6.57) получим:

$$\theta_0(t) = \int_0^{\infty} \theta_i(t-\tau) h(\tau) d\tau. \quad (6.58)$$

<sup>1)</sup> Campbell George A. and Foster Ronald M., Fourier Integrals for Practical Application, Bell Tel. System Tech. Pub., Monograph B584. [См. также Снеддон И., Преобразования Фурье, ИЛ, М., 1955. (Прим. перев.)]

Поскольку  $h(\tau) = 0$  при  $\tau < 0$ , можно написать:

$$\theta_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_i(t - \tau) h(\tau) d\tau. \quad (6.59)$$

Из равенства (6.59) видно, почему отклик системы на единичный импульс называют ее функцией веса: вход участвует в образовании отклика в момент  $t$  с весом  $h(t)$  в соответствии со своим «возрастом»  $\tau$ . Если мы теперь рассмотрим синусоидальный вход, который запишем в комплексной форме  $\theta_i(t) = Ae^{j\omega t}$ , то по (6.59) выход будет:

$$\theta_0(t) = A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega(t-\tau)} h(\tau) d\tau = Ae^{j\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} h(\tau) d\tau. \quad (6.60)$$

Введем в этом выражении для интеграла обозначение

$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (6.61)$$

Тогда из равенства

$$\theta_0 = Ae^{j\omega t} G(j\omega) \quad (6.62)$$

мы видим, что при синусоидальном входе отклик тоже имеет вид гармонического колебания, но благодаря наличию множителя  $G(j\omega)$  с измененными по сравнению со входом амплитудой и фазой. Функция  $G(j\omega)$  называется *частотной характеристикой*. Из (6.61) видно, что частотная характеристика есть изображение в смысле Фурье отклика системы на единичный импульс. Вход  $\theta_i(t)$  связан со своим изображением в смысле Фурье при помощи соотношения

$$\theta_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_i(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (6.63)$$

Используя (6.61) и (6.63), представим (6.59) в виде

$$\begin{aligned} \theta_0(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_i(j\omega) e^{-j\omega(t-\tau)} h(\tau) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_i(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_i(j\omega) G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \end{aligned} \quad (6.64)$$

Но согласно определению (6.64) есть не что иное, как обратное соотношение преобразование Фурье (6.55); поэтому в выражении (6.64) под интегралом должно содержаться изображение функции  $\theta_0(t)$  в смысле Фурье; следовательно,

$$\theta_0(j\omega) = \theta_i(j\omega) G(j\omega). \quad (6.65)$$

Эта формула дает возможность вычислять частотную характеристику как отношение изображений входа и выхода.

### 6.10. Упрощение путем замены $\frac{d}{dt}$ на $j\omega$ для установившихся состояний

Если нужно рассмотреть установившееся состояние при синусоидальном входе, то всегда можно пользоваться преобразованием Фурье для решения дифференциальных уравнений, описывающих систему. Чтобы получить изображение в смысле Фурье для обеих частей уравнения, нужно всюду заменить оператор  $\frac{d}{dt}$  на  $j\omega$  и оператор  $\int dt$  на  $\frac{1}{j\omega}$ . Это нетрудно видеть, если написать синусоидальный вход в показательной форме. Например, пусть вход будет:

$$\theta_i(t) = A \cos \omega t, \quad (6.66)$$

что равно действительной части  $Ae^{j\omega t}$ . Поэтому мы можем положить:

$$\theta_i(t) = Ae^{j\omega t}, \quad (6.67)$$

помня, что в результате следует взять только действительную часть. Тогда из (6.66)

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = A \frac{d \cos \omega t}{dt} = -A\omega \sin \omega t, \quad (6.68)$$

а из (6.67)

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = Aj\omega e^{j\omega t}. \quad (6.69)$$

Найдем действительную часть (6.69):

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} [Aj\omega e^{j\omega t}] &= \operatorname{Re} [Aj\omega (\cos \omega t + j \sin \omega t)] = \\ &= \operatorname{Re} [-A\omega \sin \omega t + Aj\omega \cos \omega t] = -A\omega \sin \omega t, \end{aligned} \quad (6.70)$$

т. е. мы получили тот же самый результат, что и в (6.68). Отсюда

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = j\omega \theta_i(t) = Aj\omega e^{j\omega t}. \quad (6.71)$$

Подобным же образом можно показать, что

$$\int \theta_i(t) dt = \int dt \theta_i(t) = \frac{1}{j\omega} \theta_i(t). \quad (6.72)$$

Проверку предоставляем читателю.

Для исследования установившегося состояния цепи нет нужды обязательно выписывать сами дифференциальные уравнения; проще применить метод импеданцев. Импеданс чистой индуктивности  $L$  есть просто  $j\omega L$ , а чистой емкости  $\frac{1}{j\omega C}$ . Поэтому для элементарного

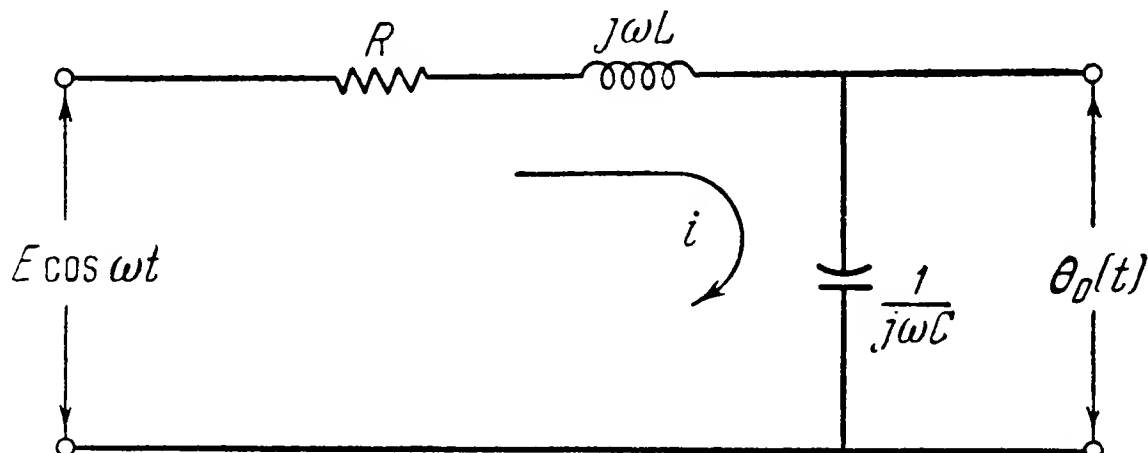


Рис. 6.6.  $RLC$  — четырехполюсник с синусоидальным входом.

четырехполюсника (рис. 6.6) исследование можно провести, применяя комплексные токи и напряжения. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}) i &= E e^{j\omega t}, \\ \frac{1}{j\omega C} i &= \theta_0(t). \end{aligned} \right\} \quad (6.73)$$

Следовательно,

$$\theta_0(t) = \frac{E e^{j\omega t}}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega RC}, \quad (6.74)$$

причем из этого выражения должна быть использована лишь действительная часть. Отсюда мы видим, что выход будет иметь ту же частоту, что и вход, но измененные амплитуду и фазу. Из формул (6.73) и (6.74), где

$$\theta_i(t) = E e^{j\omega t}, \quad (6.75)$$

получаем частотную характеристику

$$\frac{\theta_0(t)}{\theta_i(t)} = G(j\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega RC}. \quad (6.76)$$

Итак, в этом специальном случае синусоидального входа отношения комплексных функций  $\theta_0(t)$  и  $\theta_i(t)$  дают сразу частотную характеристику. Полученная таким путем частотная характеристика дает отношение изображений выхода к изображению любого входа (в смысле Фурье), а не только синусоидального (если только такое изображение существует).

### 6.11. Переходные характеристики системы

Переходные характеристики системы — это функции, связывающие между собой изображения входа и выхода. Если применяется метод преобразования Лапласа, все начальные условия должны быть нулевыми; тогда передаточная функция имеет аргументом комплексное переменное  $s$ . Если теперь заменить  $s$  на  $j\omega$ , получится частотная характеристика, при помощи которой можно найти амплитуду и фазу отклика системы на синусоидальный вход.

Если частотная характеристика задана, то передаточная функция получается из нее заменой  $j\omega$  на  $s$ . Полученная таким образом передаточная функция может быть применена к построению переходного процесса для любого входа, если только начальные условия — нулевые. Если же в действительности начальные условия не нулевые, то переходный процесс может быть получен при помощи частотной характеристики следующим образом: заменить  $j\omega$  на  $\frac{d}{dt}$  и решить полученное дифференциальное уравнение, применив преобразование Лапласа и используя необходимые начальные условия.

### 6.12. Корреляционная функция

Существуют две функции, роль которых в теории информации и теории связи непрерывно возрастает. Первая из них — *автокорреляционная функция*  $\varphi_{11}(\tau)$ , определяемая равенством

$$\varphi_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t) f(t - \tau) dt. \quad (6.77)$$

Вторая — *взаимнокорреляционная функция*  $\varphi_{12}(\tau)$ , определяемая равенством

$$\varphi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f_1(t) f_2(t - \tau) dt. \quad (6.78)$$

В этих формулах  $\tau$  — так называемый *интервал сдвига*. Функции  $f(t)$ , входящие в эти определения, — непрерывные и притом такие, что

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [f(t)]^2 dt < \infty. \quad (6.79)$$

Из самих определений сразу видно, что  $\varphi_{11}(\tau)$  есть четная функция:

$$\varphi_{11}(\tau) = \varphi_{11}(-\tau), \quad (6.80)$$

в то время как взаимно корреляционная функция обладает свойством

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{21}(-\tau). \quad (6.81)$$

В автокорреляционную функцию не входит фаза функции  $f(t)$ ; напротив, во взаимно корреляционную функцию фаза входит, если, по крайней мере, одна из функций  $f_1(t)$  или  $f_2(t)$  — периодическая.

Между автокорреляционной функцией и *спектральной плотностью* функции  $f(t)$ , которую мы обозначим через  $\Phi_{11}(\omega)$ , существует важное соотношение. Именно автокорреляционная функция и спектральная плотность являются изображениями друг друга в смысле Фурье:

$$\varphi_{11}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{11}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad (6.82)$$

$$\Phi_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{11}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (6.83)$$

Поскольку  $\varphi_{11}(\tau)$  и  $\Phi_{11}(\omega)$  — четные функции, эти соотношения могут быть представлены в виде

$$\varphi_{11}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi_{11}(\omega) \cos \omega\tau d\omega, \quad (6.84)$$

$$\Phi_{11}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \varphi_{11}(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (6.85)$$

Автокорреляционная функция определена равенством (6.77) в области действительного переменного — времени и вычисляется следующим образом: 1) заданная функция задерживается или сдвигается на интервал сдвига  $\tau$ ; 2) заданная и задержанная функции перемножаются; 3) вычисляется среднее за период, который затем устремляют к бесконечности. Приводим пример, относящийся к периодической функции.

**Пример 1.** Найти  $\varphi_{11}(\tau)$  для  $f(t) = A \sin(\omega_0 t + \psi)$ . Из формул (6.77) и (6.80) имеем:

$$\varphi_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} A \sin(\omega_0 t + \psi) \cdot A \sin[\omega_0(t - \tau) + \psi] dt. \quad (6.86)$$

Тригонометрические преобразования дают:

$$\begin{aligned} \varphi_{11}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^{+T} [\cos \omega_0 \tau - \cos(2\omega_0 t - \omega_0 \tau + 2\psi)] dt = \\ &= \frac{A^2 \cos \omega_0 \tau}{2} - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{8\omega_0 T} [\sin(2\omega_0 t' - \omega_0 \tau + 2\psi)] \Big|_{-T}^{+T} = \\ &= \frac{A^2 \cos \omega_0 \tau}{2} - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{8\omega_0 T} [\sin(2\omega_0 T - \omega_0 \tau + 2\psi) + \\ &\quad + \sin(2\omega_0 T + \omega_0 \tau - 2\psi)] = \frac{A^2 \cos \omega_0 \tau}{2} - 0. \end{aligned}$$



Поэтому

$$\varphi_{11}(\tau) = \frac{1}{2} A \cos \omega_0 t. \quad (6.87)$$

Отсюда видно, что фаза  $\psi$  выпадает и что автокорреляционная функция есть четная.

Взаимно корреляционная функция имеет интересное приложение в теории цепей. Можно показать при помощи свертки <sup>1)</sup>, что функция веса некоторой цепи или системы, т. е. ее отклик на единичный импульс на входе, выражается в виде взаимно корреляционной функции между выходом и входом, если вход и выход представляют собой широкополосный случайный шум.

Пусть входной шум будет  $n_i(t)$ , а выходной —  $n_o(t)$ ; тогда

$$\varphi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} n_o(t) n_i(t - \tau) d\tau = h(\tau). \quad (6.88)$$

Отсюда, конечно, можно найти переходные характеристики системы. Этот метод определения переходных характеристик хорош тем, что результат мало зависит от внешних шумов; однако при этом требуется: 1) широкополосный входной шум, 2) усилительные схемы, способные пропускать широкополосный шум, 3) достаточно большой промежуток интегрирования, чтобы получить хорошее сглаживание. Эти требования в некоторых случаях могут оказаться очень жесткими, потому что спектр входного шума должен быть шире эффективной полосы испытываемой системы.

### 6.13. Полюсы, нули и аналитические функции

В § 6.6 было указано, что конечный результат преобразования Лапласа при решении дифференциальных уравнений есть

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)}, \quad (6.89)$$

где  $A(s)$  и  $B(s)$  — полиномы от  $s$  с действительными коэффициентами. Найдя корни уравнений  $A(s) = 0$  и  $B(s) = 0$ , мы можем и числитель и знаменатель этой дроби разложить на множители; тогда (6.89) примет вид

$$F(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}. \quad (6.90)$$

Числа  $z_1, z_2, \dots, z_m$  называются нулями функции  $F(s)$ , а числа  $p_1, p_2, \dots, p_n$  — ее полюсами. Если все  $z$  и все  $p$  различны, то

<sup>1)</sup> Goldman Stanford, Information Theory, Prentice-Hill, Inc., New York, 1953, pp. 278—279. [Есть русский перевод: Гольдман Станфорд, Теория информации, ИЛ, 1957. (Прим. перев.)]

говорят, что  $F(s)$  имеет нули и полюсы первого порядка или простые. Если же можно написать:

$$F(s) = (s - z_1)^b G(s), \quad (6.91)$$

где  $b$  — положительное целое число, то  $F(s)$  имеет в точке  $z_1$  нуль порядка  $b$ . Далее, если можно написать:

$$F(s) = \frac{G(s)}{(s - p_1)^b}, \quad (6.92)$$

то  $F(s)$  имеет в точке  $p_1$  полюс порядка  $b$ . Например, в § 6.7 было найдено изображение выхода простого  $RC$ -интегратора, если на его вход подана единичная линейная функция:

$$\theta_0(s) = \frac{1}{s^2(Ts + 1)}. \quad (6.93)$$

Здесь  $\theta_0(s)$  не имеет нулей, но при  $s = 0$  у нее полюс второго порядка и простой полюс в точке  $s = -\frac{1}{T}$ .

Функция  $F(s)$  называется аналитической в точке  $s_1$ , если она имеет в этой точке единственную производную. Необходимые условия того, чтобы функция имела единственную производную, т. е. чтобы эта производная не зависела от пути, по которому мы приближаемся к рассматриваемой точке, называются условиями Коши — Римана. Эти условия таковы:

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{\partial v}{\partial \omega}, \quad \frac{\partial v}{\partial \sigma} = -\frac{\partial u}{\partial \omega}, \quad (6.94)$$

где  $u$  и  $v$  определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} F(s) &= u(\sigma, \omega) + jv(\sigma, \omega), \\ u &= \operatorname{Re}[F(s)], \quad v = \operatorname{Im}[F(s)] \end{aligned} \right\} \quad (6.95)$$

(напомним, что  $s = \sigma + j\omega$ ).

Если эти частные производные существуют и непрерывны в некоторой области, содержащей точку  $s_1$ , то условия Коши — Римана не только необходимы, но и достаточны для того, чтобы  $F(s)$  была аналитической. Из этого определения, в частности, видно, что само  $s$  является аналитической функцией на всей плоскости. Функция называется аналитической в некоторой области  $R$  комплексной плоскости, если она аналитическая в каждой точке этой области.

#### 6.14. Устойчивость систем с обратной связью

Выяснение устойчивости систем с обратной связью имеет особое значение при проектировании следящих систем. В любой системе регулирования чрезвычайно существенно, чтобы переходный процесс системы, вызванный внешними возмущениями, быстро затухал

и чтобы ни в коем случае не появлялись возрастающие или самоподдерживающиеся колебания. Система называется *устойчивой*, если малое возмущение на входе вызывает отклик системы, который с течением времени замирает. Система называется *неустойчивой*, если такое возмущение вызывает отклик в виде самоподдерживающихся колебаний или отклик беспредельно возрастающий, поскольку он не будет ограничен нелинейностью системы <sup>1)</sup>.

Существует много методов, позволяющих выяснить, устойчива система или нет. Сначала мы изложим методы, основанные на рассмотрении дифференциальных уравнений, характеризующих систему; эти методы определяют только сам факт наличия устойчивости или неустойчивости, но с их помощью нельзя получить никаких указаний о том, насколько система устойчива; иначе, они не дают никакого численного выражения для запаса устойчивости. Поэтому такие методы не играют столь большой роли, как излагаемый ниже прием, называемый критерием Найквиста, дающий возможность исследовать сразу всю проблему устойчивости <sup>2)</sup>.

Метод характеристического уравнения. Пусть задано интегро-дифференциальное уравнение системы

$$a_0 \frac{d^n \theta_0(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} \theta_0(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{d \theta_0(t)}{dt} + a_n \theta_0(t) + \\ + a_{n+1} \int \theta_0(t) dt + \dots + a_{n+m} \int \dots \int \theta_0(t) dt^m = \theta_i(t). \quad (6.96)$$

Тогда характеристическое уравнение будет:

$$a_0 s^{n+m} + a_1 s^{n+m-1} + \dots + a_{n-1} s^{m+1} + a_n s^m + \dots + a_{n+m} = 0. \quad (6.97)$$

Чтобы получить характеристическое уравнение, нужно сначала положить управляющую функцию равной нулю, т. е. заменить заданное уравнение однородным, операторы  $\frac{d}{dt}$  и  $\int dt$  заменить через  $s$  и  $\frac{1}{s}$  соответственно, затем привести выражение к общему знаменателю.

Нетрудно видеть, что характеристическое уравнение может быть просто получено из передаточной функции. В самом деле, рассмотрим показанную на рис. 6.7 простейшую одноконтурную систему

<sup>1)</sup> Эти определения существенно отличаются от принятых в нашей литературе. Кроме того, они не строгие. См., например, Малкин И. Г., Теория устойчивости движения, Гостехиздат, 1952; Айзерман М. А., Теория автоматического регулирования двигателей, Гостехиздат, 1952. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> Однако в следующей главе рекомендуется использовать именно критерий Рауса — Гурвица, а не Найквиста. (Прим. перев.)

с обратной связью. Ее передаточную функцию находим следующим образом:

$$\begin{aligned}(\theta_i + \beta\theta_o)\mu &= \theta_o, \\ \theta_o(1 - \mu\beta) &= \mu\theta_i,\end{aligned}$$

откуда

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\mu}{1 - \beta\mu}. \quad (6.98)$$

В обозначениях, показанных на рис. 6.7, получим:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i}(s) = \frac{K_1 G_1(s)}{1 - K_1 K_2 G_1(s) G_2(s)}. \quad (6.99)$$

В соответствии с определением характеристическое уравнение этой системы будет:

$$1 - K_1 K_2 G_1(s) G_2(s) = 0, \quad (6.100)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — постоянные, не зависящие от  $s$ .

**Теорема 8.** *Чтобы система была устойчивой, все нули характеристического полинома (или все корни характеристического уравнения) должны лежать в левой полуплоскости<sup>1)</sup>.*

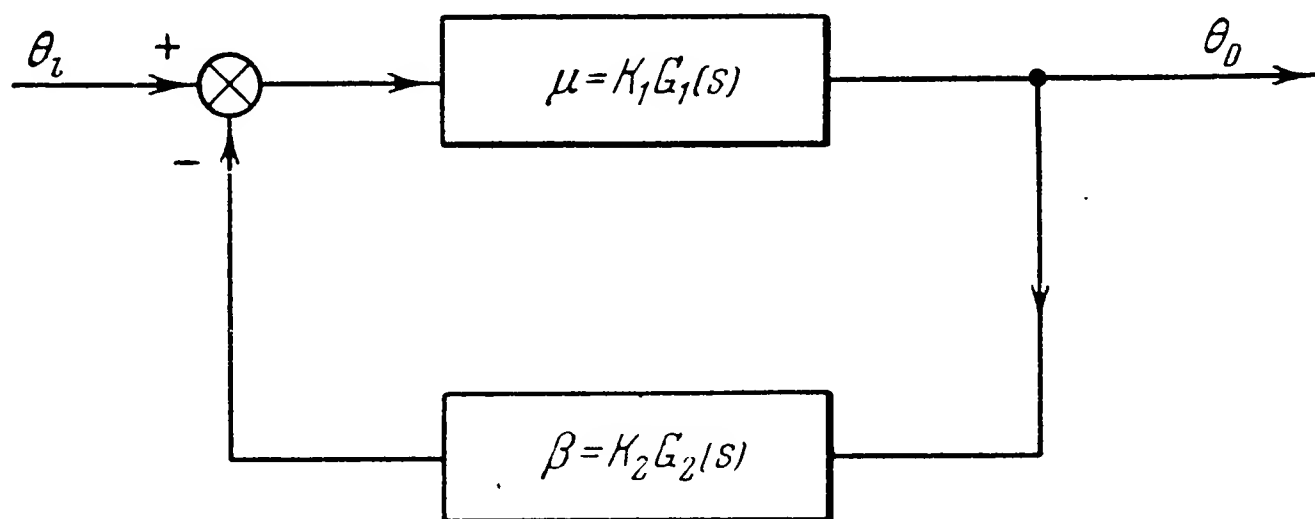


Рис. 6.7. Одноконтурная система со звеном в обратной связи.

Это означает, что действительная часть всех нулей должна быть отрицательной. Но тогда из показательной формы решения линейных дифференциальных уравнений сразу видно, что переходный процесс затухает тем быстрее, чем больше абсолютная величина действительной части. Это обстоятельство дает некоторую численную характеристику степени устойчивости системы.

Изложенный здесь способ определения устойчивости системы может потребовать очень большой работы для вычисления корней, если уравнение имеет порядок выше четвертого. Ниже мы излагаем метод, при помощи которого можно избежать этих вычислений.

<sup>1)</sup> В нашей литературе такая устойчивость называется асимптотической. (Прим. перев.)

Критерий Рауса. Чтобы избавиться от необходимости вычислять нули характеристического полинома, можно пользоваться *критерием Рауса*, который показывает, существуют ли нули в правой полуплоскости. Рассмотрим систему, имеющую следующее характеристическое уравнение:

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0, \quad (6.101)$$

в котором все коэффициенты отличны от нуля. Если хотя бы один из коэффициентов равен нулю <sup>1)</sup>, то система неустойчива. Составляется следующая треугольная таблица:

$$\begin{array}{cccccc} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \dots \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots \\ b_1 & b_3 & b_5 & b_7 & & \\ c_1 & c_3 & c_5 & & & \\ d_1 & d_3 & & & & \\ e_1 & & & & & \end{array} \quad (6.102)$$

причем вычисления ведутся по формулам

$$b_1 = -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{a_1} (a_1 a_2 - a_0 a_3), \quad (6.103)$$

$$b_3 = -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix} = \frac{1}{a_1} (a_1 a_4 - a_0 a_5), \quad (6.104)$$

$$b_5 = -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix} = \frac{1}{a_1} (a_1 a_6 - a_0 a_7), \quad (6.105)$$

$$c_1 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{b_1} (b_1 a_3 - a_1 b_3), \quad (6.106)$$

$$c_3 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix} = \frac{1}{b_1} (b_1 b_5 - a_1 b_5), \quad (6.107)$$

$$d_1 = -\frac{1}{c_1} \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{c_1} (c_1 b_3 - b_1 c_3) \quad (6.108)$$

и т. д. Этот процесс продолжается до тех пор, пока в каждой строчке не начнут появляться нули. Затем нужно изучить таблицу (6.102).

**Теорема 9.** Система, описываемая уравнением (6.101), устойчива в том и только в том случае, если все числа в первом слева столбце таблицы (6.102) имеют один и тот же знак.

Таким образом, если все числа в первом столбце этой таблицы имеют одинаковый знак, то характеристический полином не имеет нулей в правой полуплоскости. Если же существует перемена знаков, система неустойчива, а число перемен знака равно числу нулей с положительной вещественной частью.

<sup>1)</sup> Или не все коэффициенты имеют одинаковый знак. (Прим. перев.)

Пример 1.

$$s^6 + 3s^5 + 5s^4 + s^3 + 2s^2 + 6s + 1 = 0.$$

Таблица Рауса:

1	5	2	1
3	1	6	
$\frac{14}{3}$	0	1	
1	$\frac{75}{4}$		
-2	1		
$\frac{1889}{350}$			
1			

Из этой таблицы видно, что система неустойчива, а так как имеется две перемены знака, то существуют два нуля характеристического полинома с положительной вещественной частью.

Критерий устойчивости Найквиста. Теорема 8 высказана в связи с нулями характеристического полинома системы, заданного формулой (6.100). Однако исследование характеристического полинома на практике оказывается довольно трудоемким, особенно если уравнение имеет пятую степень или выше. Значительно более удобен критерий, предложенный Найквистом <sup>1)</sup> и известный как критерий Найквиста. Поскольку этот критерий в главе 7 использован не будет, мы коротко изложим его здесь лишь по следующим причинам: а) метод логарифмических частотных характеристик, использованный в главе 7, основан на критерии Найквиста; б) метод Найквиста широко используется специалистами в области следящих систем; в) интересно иметь возможность сравнить оба метода.

Критерий Найквиста основывается на переходных характеристиках замкнутого контура, из которых вытекают характеристические уравнения типа (6.100). Для одноконтурной системы с  $\beta = -1$  характеристическое уравнение можно написать в виде  $1 + KG(s) = 0$ . Критерий Найквиста пользуется годографом функции  $KG(j\omega)$  на комплексной плоскости; заметим, что  $KG(j\omega)$  есть частотная характеристика разомкнутого контура рассматриваемой системы <sup>2)</sup>.

Первый шаг в применении критерия Найквиста состоит в построении годографа функции  $KG(j\omega)$  или диаграммы Найквиста. Поскольку в исследовании устойчивости при помощи положения

<sup>1)</sup> Nyquist H., Regeneration Theory, Bell Tell. System Techn. Pub., Monograph B642, 1932.

<sup>2)</sup> В нашей литературе для годографа функции  $KG(j\omega)$  часто применяется термин «амплитудно-фазовая характеристика». (Прим. перев.)



нулей мнимая ось плоскости комплексного переменного  $s$  есть граница между областями устойчивости и неустойчивости, поведение годографа в окрестности точки  $-1 + j \cdot 0$  и определяет устойчивость системы. Приводим следующие теоремы без доказательства.

**Теорема 10.** Система устойчива, если годограф функции  $KG(j\omega)$  не проходит через точку  $-1 + j \cdot 0$  и не охватывает ее.

**Теорема 11.** Система будет совершать незатухающие колебания, если годограф функции  $KG(j\omega)$  проходит через точку  $-1 + j \cdot 0$ .

**Теорема 12.** Система будет совершать нарастающие колебания, если годограф функции  $KG(j\omega)$  охватывает точку  $-1 + j\omega$ ;

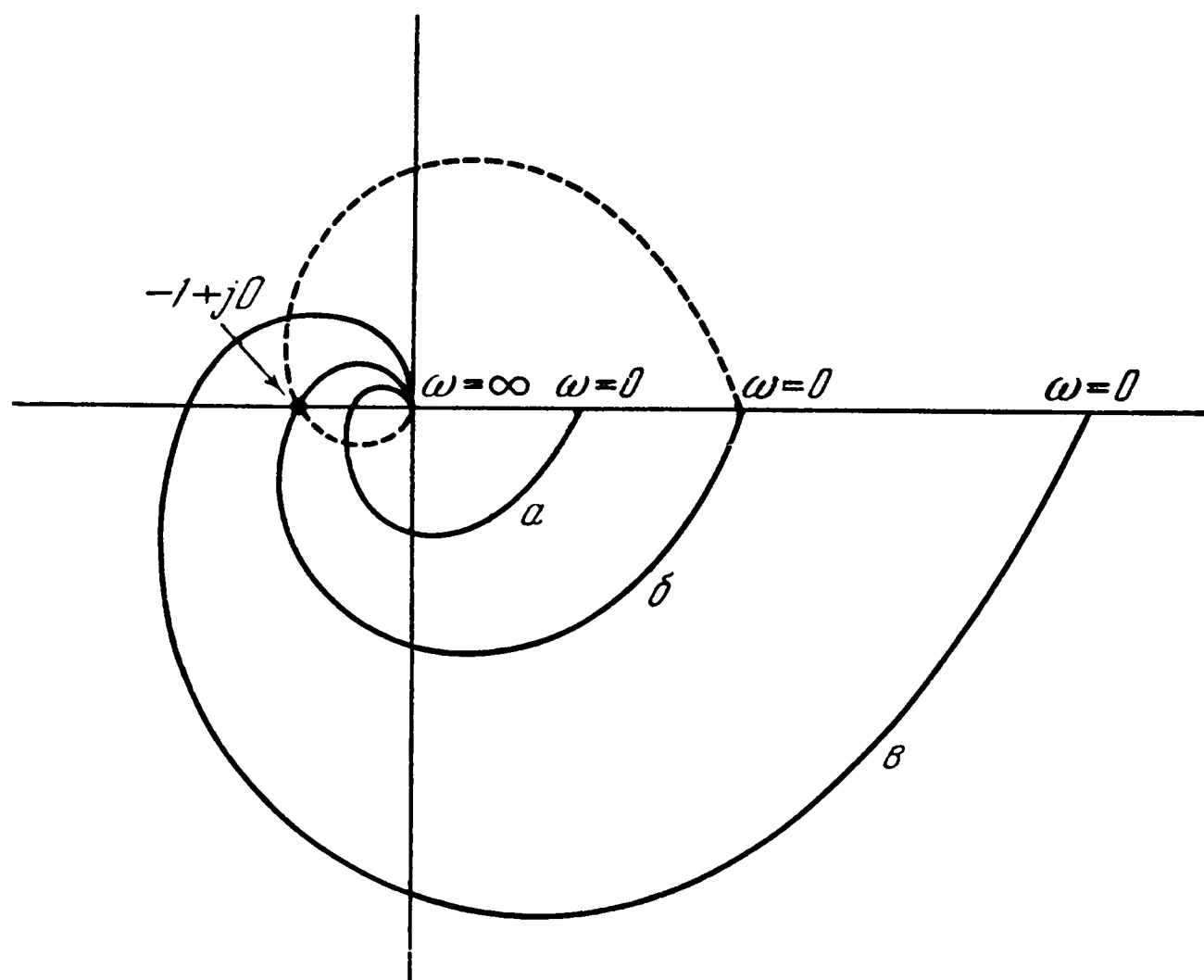


Рис. 6.8. Пример устойчивого и неустойчивого годографов.

эти колебания будут нарастать до тех пор, пока их не ограничит нелинейность системы или пока система не выйдет из строя.

Эти три случая иллюстрированы на рис. 6.8 для следующей частотной характеристики разомкнутого контура:

$$KG(j\omega) = \frac{K_c}{(j\omega + \omega_0)(j\omega + \omega_1)(j\omega + \omega_2)}. \quad (6.109)$$

Заметим, что на рис. 6.8 годограф показан на комплексной плоскости в декартовых координатах, где действительная ось горизонтальна, а мнимая вертикальна; на практике для удобства предпочитают строить годограф в полярных координатах. Малому усилению соответствует годограф  $a$ ; он не охватывает точку  $-1 + j \cdot 0$ ,

и действует теорема 10. Случай *б* соответствует усилению, достаточному, чтобы вызвать неустойчивость; годограф проходит через точку  $-1 + j \cdot 0$ , что иллюстрирует теорему 11. Если усиление становится еще больше, чему соответствует кривая *в*, годограф охватывает точку  $-1 + j \cdot 0$ , и действует теорема 12. Отсюда мы видим, что применение критерия Найквиста к одноконтурным системам с  $\beta = -1$  очень просто.

Если рассматривается многоконтурная система, критерий Найквиста может быть обобщен при помощи принципа аргумента Коши. В этом случае задача осложняется, потому что замкнутая система может остаться устойчивой, даже когда функция  $KG(s)$  имеет полюсы и в правой части плоскости комплексного переменного. Первый шаг по-прежнему состоит в том, что строят годограф  $KG(s)$  при  $s = j\omega$ . В случае многоконтурной системы  $KG(s)$  будет иметь вид

$$KG(s) = K_1 G_1(s) \cdot K_2 G_2(s) \dots \quad (6.110)$$

Затем нужно представить себе радиус-вектор годографа, проведенный из точки  $-1 + j \cdot 0$ . Заставим конец радиуса-вектора скользить по годографу и определим изменение его фазы,  $2\pi N$ , когда  $\omega$  изменяется от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Число оборотов радиуса-вектора, совершенное против часовой стрелки вокруг точки  $-1 + j \cdot 0$ , определяется числом  $N$ . Пусть  $P$  будет число полюсов функции  $KG(s)$  в правой части плоскости. Тогда имеет место

**Теорема 13<sup>1)</sup>.** Система устойчива в том и только в том случае, когда число оборотов  $N$  против стрелки часов радиуса-вектора функции  $KG(s)$ , проведенного из точки  $-1 + j \cdot 0$ , равно числу полюсов  $P$  функции  $KG(s)$  в правой полуплоскости.

В случае  $P = 0$  из теоремы 13 вытекают теоремы 10, 11 и 12, являющиеся, таким образом, ее следствиями.

Все три годографа, приведенные на рис. 6.8, замкнуты, так как полный годограф  $KG(s)$  при  $-\infty \leq \omega \leq +\infty$  образует замкнутую кривую, как показано на одном из них. Для следящих систем это в общем случае не так, потому что полюсы могут быть и в начале координат. Тогда годограф уходит в бесконечность при  $\omega = 0$ . Важно знать, как замкнуть такой годограф, потому что замыкание и определит устойчивость системы.

Пример незамкнутого годографа приведен на рис. 6.9. Здесь  $KG \rightarrow \infty$  при  $\omega \rightarrow 0$ , и вопрос состоит в том, как замкнуть годограф при переходе от  $\omega = 0 -$  к  $\omega = 0 +$ . Чтобы обойти полюс  $\omega = 0$ , поступим, как показано на рис. 6.10. Начнем обход с  $s = -j\omega$  и будем двигаться вдоль отрицательной части мнимой

<sup>1)</sup> Хорошее изложение этой теоремы см. в книге: Chestnut H. and Mayer C. W., *Servomechanisms and Regulating System Design*, John Wiley & Sons, Inc., N. Y., 1951. vol. 1, pp. 138—146.

оси до тех пор, пока  $\omega$  не станет очень малым. Затем обойдем начало координат по полуокружности очень малого радиуса, расположенной в правой полуплоскости; после встречи с положительной частью мнимой оси будем двигаться вдоль нее до  $s = +j\infty$ .

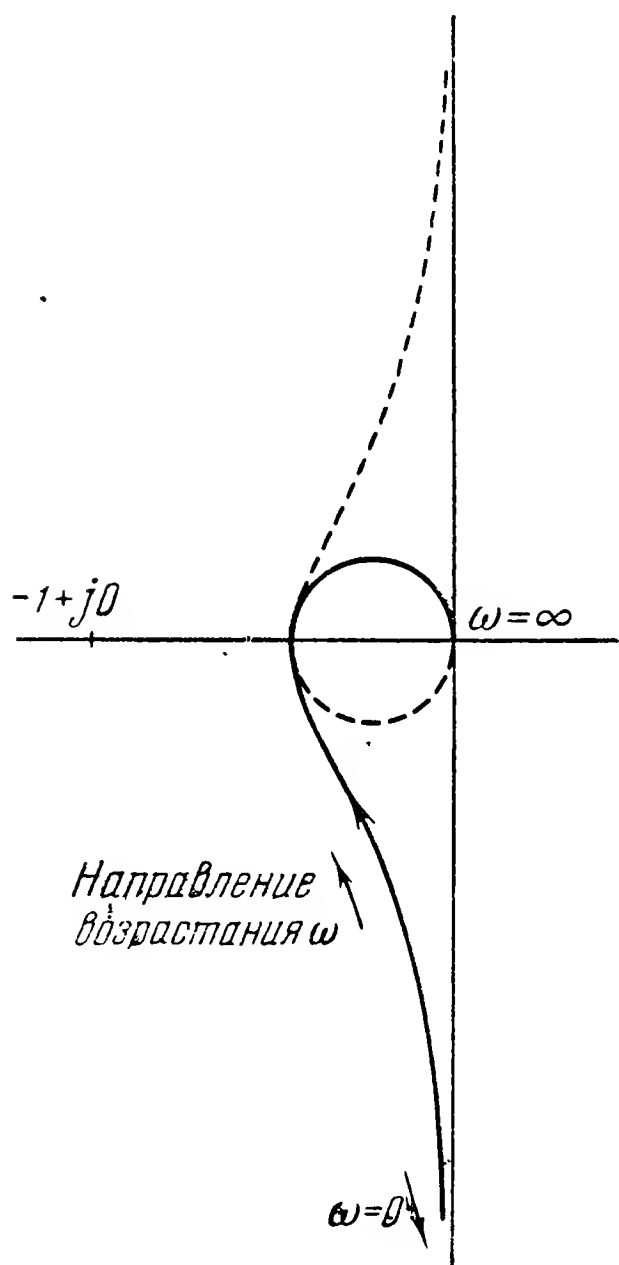


Рис. 6.9. Пример незамкнутого годографа.

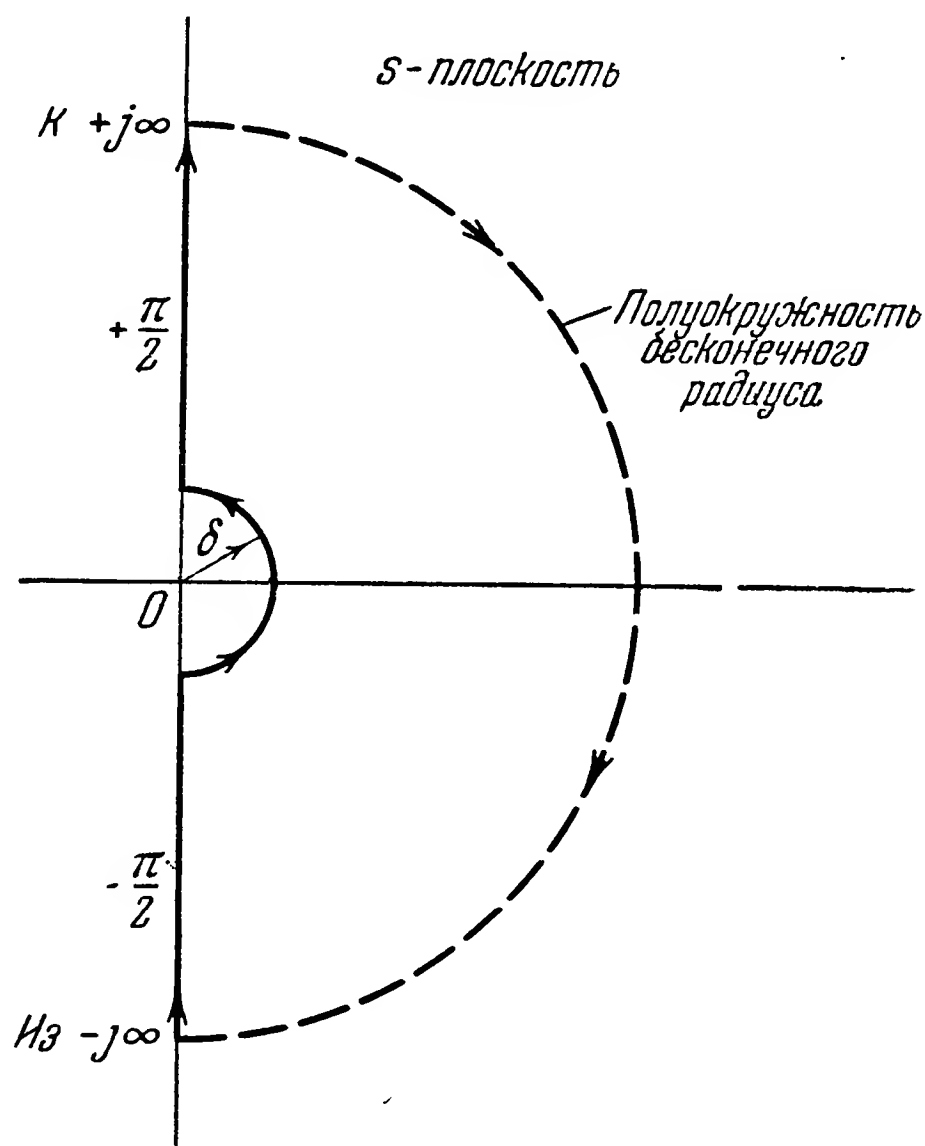


Рис. 6.10. Обход полюса в начале координат.

Обычный способ, применяемый в теории функций, состоит в том, что уравнение малой полуокружности, обходящей полюс в начале координат, задают в виде

$$s = \delta e^{j\varphi}, \quad (6.111)$$

где  $\delta \rightarrow 0$  и  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ . Если уравнение годографа, показанного на рис. 6.9, например, таково:

$$KG(s) = \frac{K}{s(s + \omega_0)(s + \omega_1)}, \quad (6.112)$$

то при  $s \rightarrow 0$ , пользуясь (6.111), получим:

$$KG \rightarrow \frac{Ke^{-j\varphi}}{\omega_0\omega_1\delta}. \quad (6.113)$$

При  $\delta \rightarrow 0$  модуль  $KG$  стремится к бесконечности, причем когда  $\varphi$  изменяется от  $-\frac{\pi}{2}$  до  $+\frac{\pi}{2}$ , фазовый угол годографа

изменяется от  $+\frac{\pi}{2}$  до  $-\frac{\pi}{2}$ . Это означает, что точки  $\omega = 0 -$  и  $\omega = 0 +$  замыкаются при помощи полуокружности бесконечно большого радиуса, как показано на рис. 6.10. Подобным же образом может быть показано, что если  $KG(s)$  содержит в знаменателе  $s^n$ , то годограф описывает по часовой стрелке  $n$  полуокружностей бесконечно большого радиуса, когда  $\omega$  проходит через нуль.

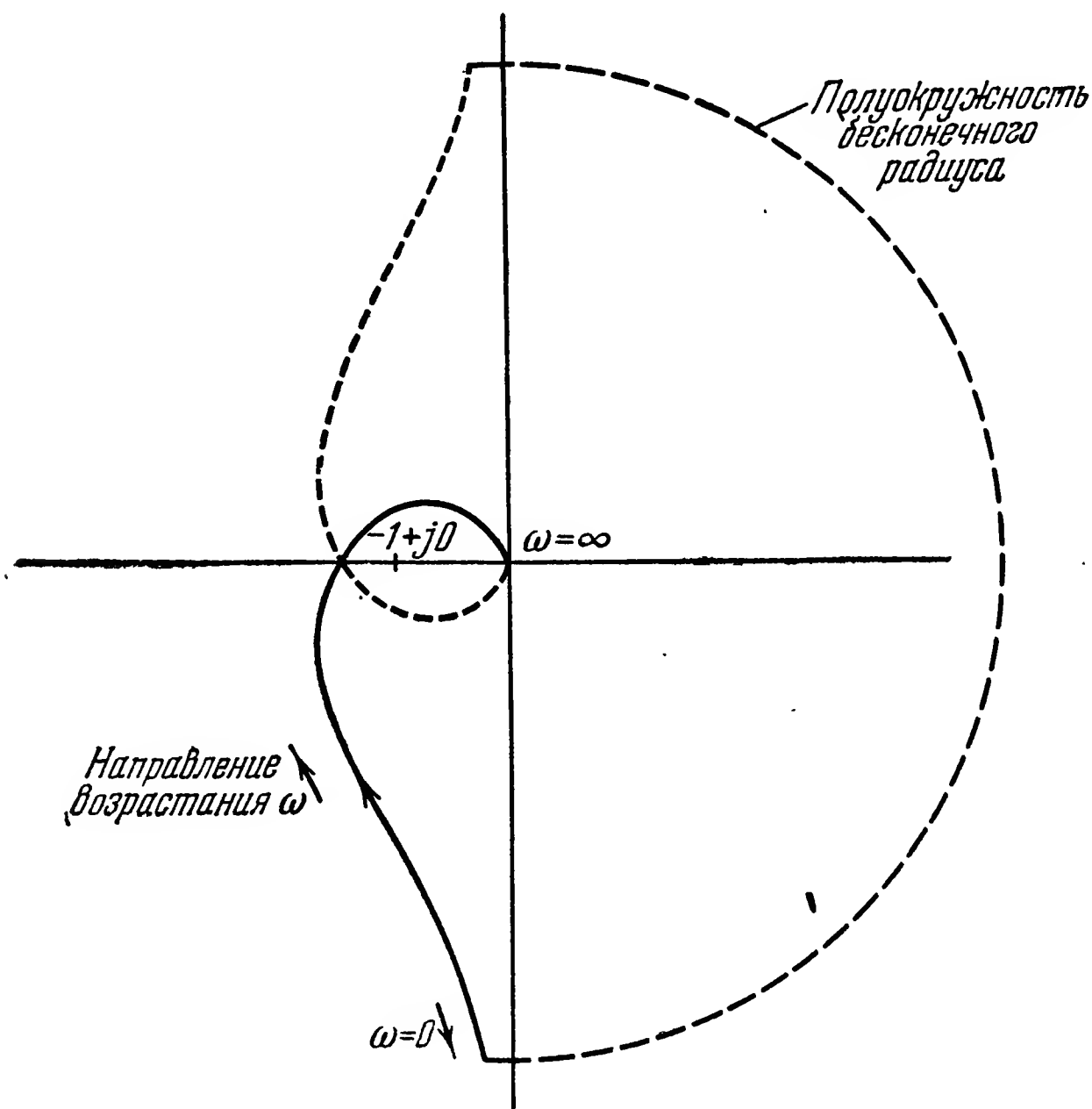


Рис. 6.11. Неустойчивая следящая система с позиционным управлением и передаточной функцией разомкнутого контура

$$KG(s) = \frac{K}{s(s + \omega_0)(s + \omega_1)}.$$

**Применение.** Чтобы пояснить применение критерия устойчивости Найквиста и, в частности, теоремы 13, рассмотрим два примера. В качестве примеров возьмем передаточные функции из числа часто встречающихся на практике.

**Пример 1.** Первый основной тип следящей системы (с позиционным управлением)

$$KG(s) = \frac{K}{s(s + \omega_0)(s + \omega_1)}. \quad (6.114)$$

Устойчивость системы, для которой передаточная функция разомкнутого контура задана формулой (6.114), зависит от величины

усиления  $K$  и чисел  $\omega_0$  и  $\omega_1$ . Рис. 6.11 соответствует такому выбору этих параметров, при котором система неустойчива. Она может быть сделана устойчивой или путем уменьшения усиления, или путем введения подходящей коррекции. В последнем случае вместо (6.114) рассмотрим передаточную функцию в виде

$$KG(s) = \frac{K(s + \omega_2)}{s(s + \omega_0)(s + \omega_1)}. \quad (6.115)$$

Ее годограф показан на рис. 6.12. Заметим, что годографы на рис. 6.11 и 6.12 вычерчены не в масштабе и показывают лишь качественную сторону дела.

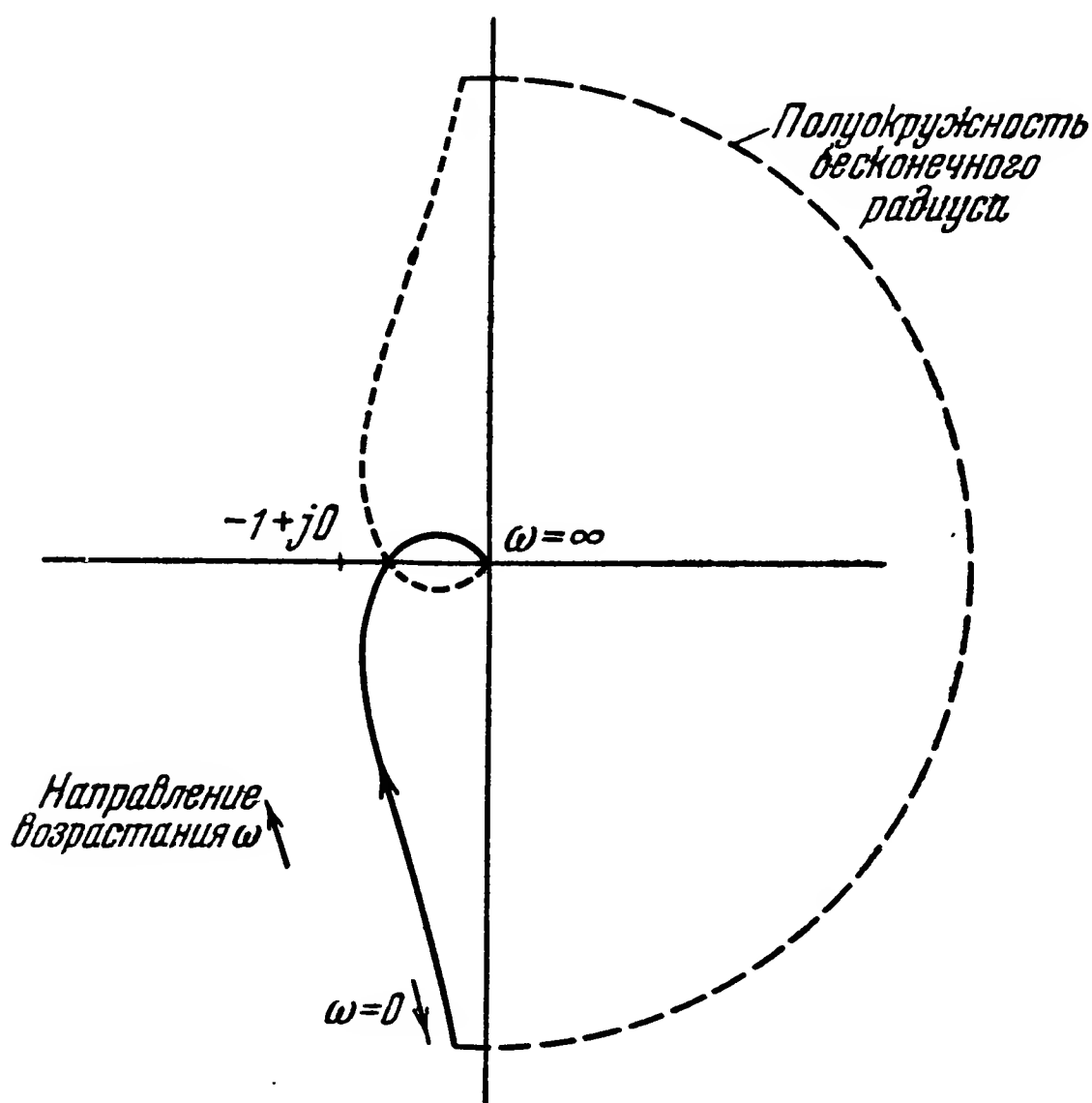


Рис. 6.12. Устойчивая следящая система с позиционным управлением и передаточной функцией разомкнутого контура

$$KG(s) = \frac{K(s + \omega_2)}{s(s + \omega_0)(s + \omega_1)}.$$

Пример 2. Второй основной тип следящей системы (с управлением по производной)

$$KG(s) = \frac{K(s + \omega_0)}{s^2(s + \omega_1)(s + \omega_2)}. \quad (6.116)$$

Эта передаточная функция характеризует систему, которая не имеет ошибки, если вход изменяется с постоянной скоростью.

Рис. 6.13 соответствует такому выбору параметров, при котором система неустойчива. В этом случае полюсов в правой части

плоскости не существует, т. е.  $P=0$ , в то время как радиус-вектор годографа, проведенный из точки  $-1+j\cdot 0$ , описывает два полных оборота в направлении часовой стрелки, когда  $\omega$  изменяется от  $-\infty$  до  $+\infty$ , т. е.  $N=0$ . Поскольку  $N \neq P$ , система неустойчива. Уменьшив усиление, систему можно сделать устойчивой; годограф устойчивой системы показан на рис. 6.14. Здесь  $N=0$ ; поскольку  $N=P$ , то система устойчива.

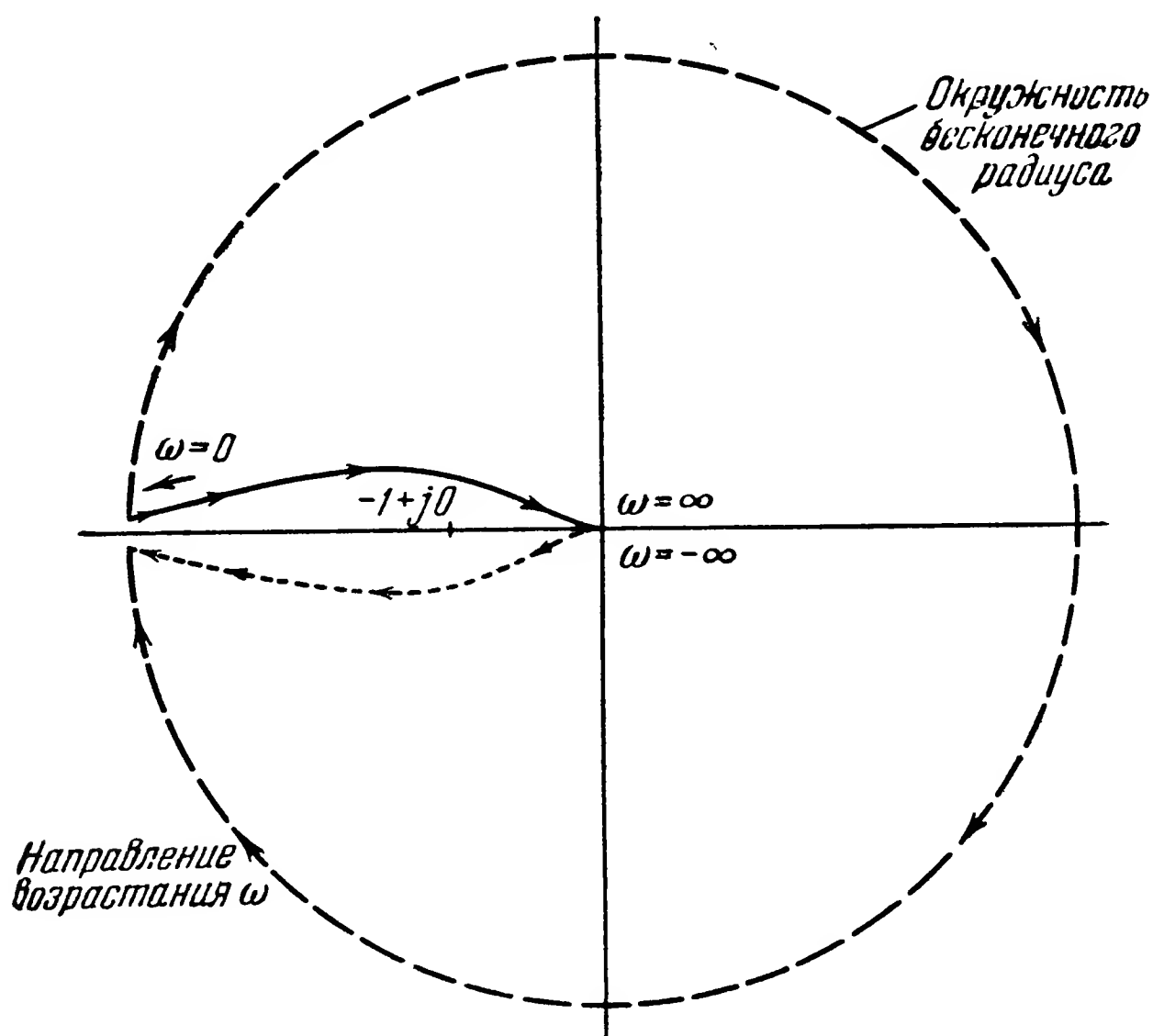


Рис. 6.13. Неустойчивая следящая система с управлением по производной и передаточной функцией

$$KG(s) = \frac{K_1(s + \omega_0)}{s^2(s + \omega_1)(s + \omega_2)}.$$

Степень устойчивости. Пользуясь критерием Найквиста, мы до сих пор только констатировали наличие устойчивости или неустойчивости. Однако годограф функции  $KG(s)$  дает возможность также судить о степени устойчивости и о величине запаса устойчивости, иначе говоря, о том, насколько усиление близко к критическому <sup>1)</sup>.

Рассмотрим произвольный годограф, например изображенный на рис. 6.15. Нетрудно заметить, что отрезок  $a$  и угол  $\gamma$  самым тесным образом связаны с устойчивостью. Система, к которой относится рис. 6.15, устойчива. Увеличивая усиление, пока не станет  $a \leq 0$ , мы сделаем систему неустойчивой; при этом уменьшается,

<sup>1)</sup> Годограф функции  $KG(s)$  дает возможность определить также и переходный процесс системы, но мы на этом останавливаться не будем.



становится равным нулю, а затем отрицательным также и угол  $\gamma$ . Угол  $\gamma$  носит название *запаса устойчивости по фазе*; он связан с фазовым углом годографа  $\varphi$  соотношением

$$\gamma = 180^\circ + \varphi, \quad (6.117)$$

причем знаки углов соответствуют направлениям, показанным на рис. 6.15. Фазовый угол годографа положителен, если он отсчитывается против часовой стрелки от  $0^\circ$ ; запас устойчивости по

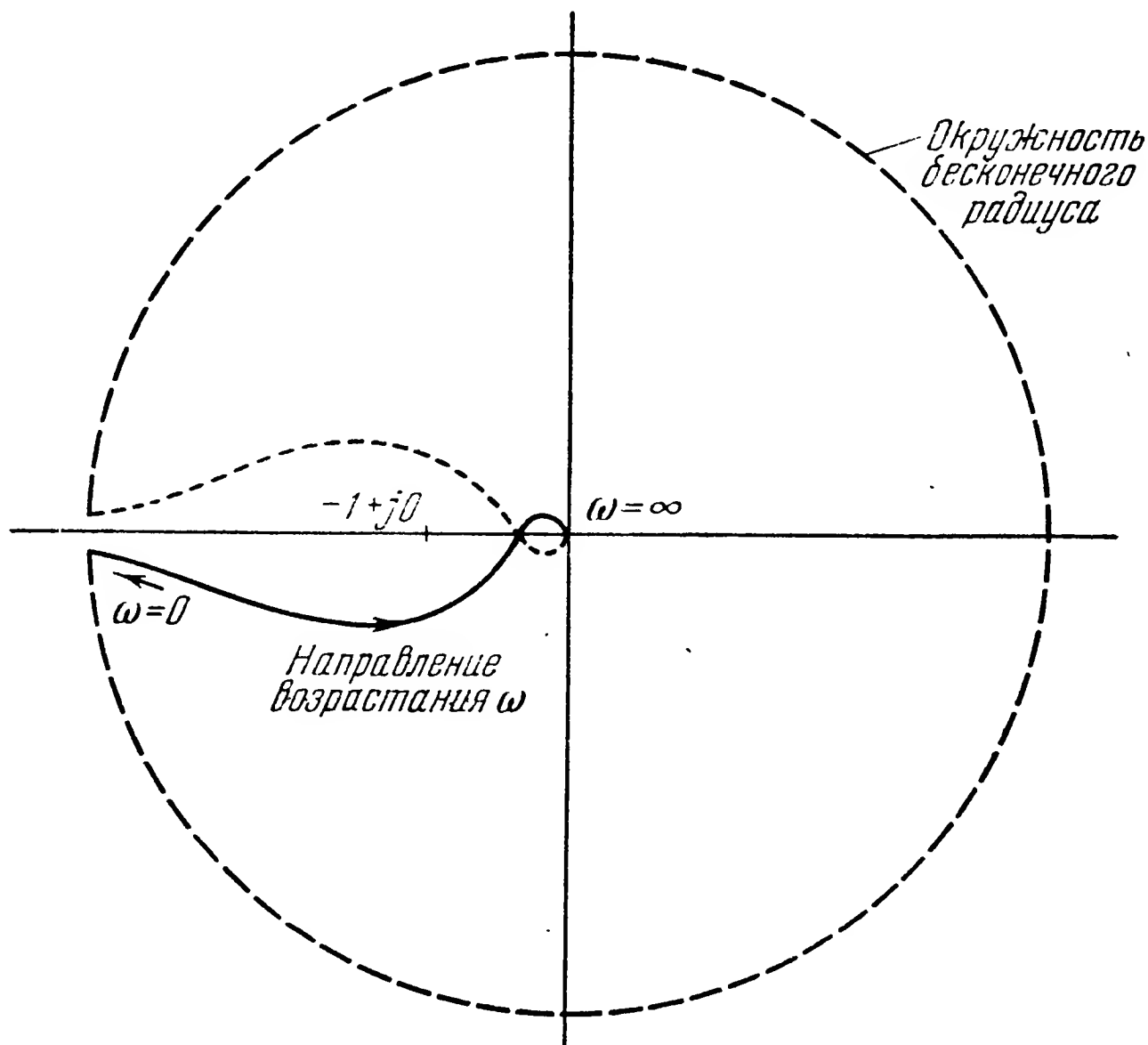


Рис. 6.14. Устойчивая следящая система с управлением по производной и передаточной функцией разомкнутого контура

$$KG(s) = \frac{K_2(s + \omega_0)}{s^2(s + \omega_1)(s + \omega_2)}.$$

фазе положителен, если он отсчитывается против часовой стрелки от  $180^\circ$ . Отрезок  $a$  называется *запасом устойчивости по модулю* и считается положительным, если годограф пересекает действительную ось между точкой  $-1 + j \cdot 0$  и началом координат. Теперь мы можем сформулировать критерий Найквиста следующим образом:

**Теорема 14.** Система устойчива в том и только в том случае, когда запасы устойчивости по модулю и фазе оба положительны.

Далее, очевидно, что степень устойчивости зависит от величины запасов устойчивости по модулю и фазе. Вопрос об установлении безопасных запасов устойчивости будет рассмотрен в главе 7.

Логарифмические частотные характеристики. Передаточную функцию  $KG(s)$  разомкнутого контура можно изображать графически различными способами. Один из таких способов приводит к построению логарифмических частотных характеристик. В этом случае строят модуль  $|KG(s)|$  по частоте и фазу  $\varphi$  или запас устойчивости  $\gamma$  по частоте, причем модуль и частота

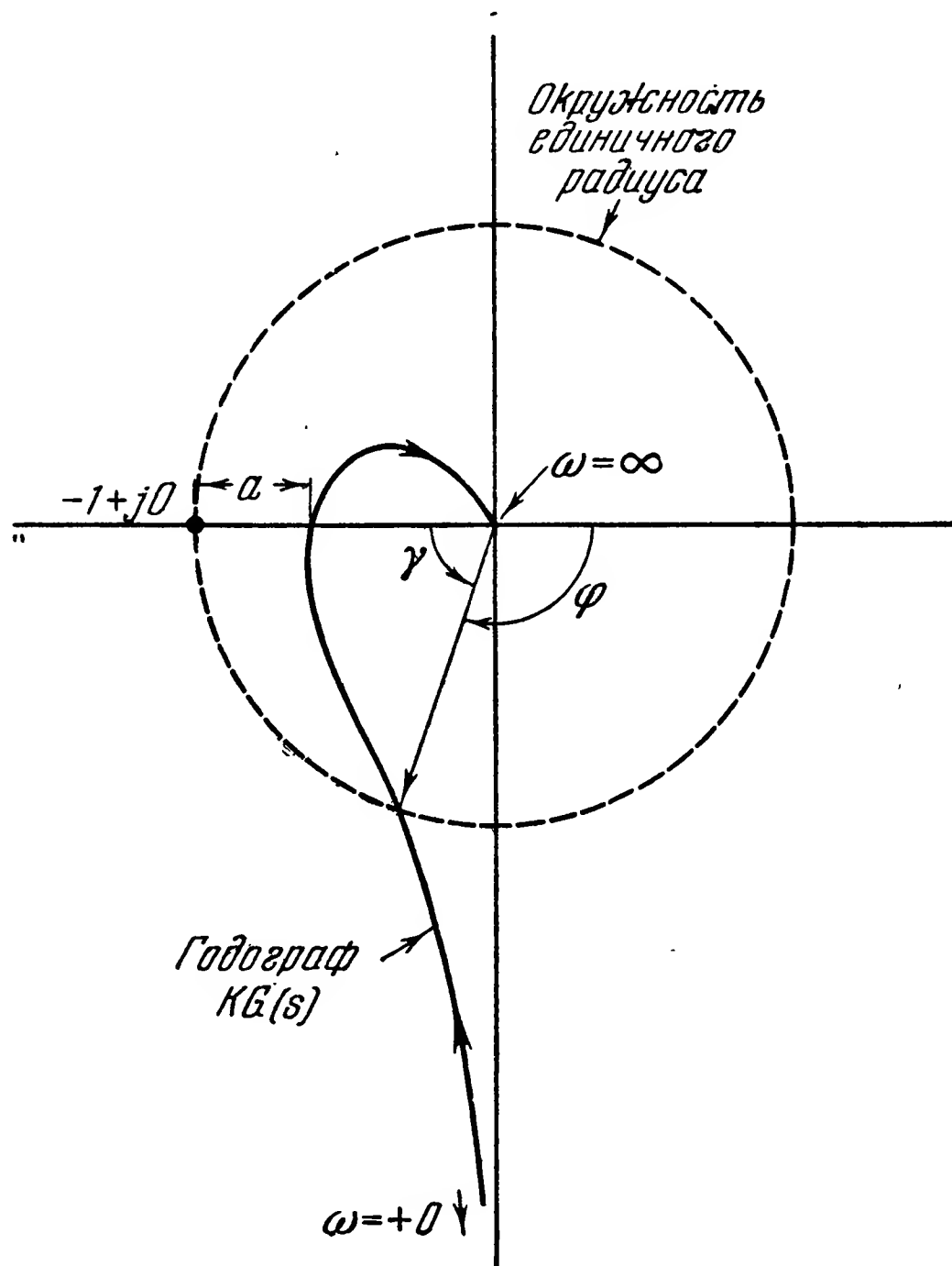


Рис. 6.15. Запасы устойчивости по модулю и фазе.

откладываются на логарифмической шкале. При таком способе линия 0 дБ соответствует кругу с радиусом, равным единице на рис. 6.15; частота, на которой график  $|KG(s)|$  пересекает эту линию, называется *частотой среза*. В этом случае критерий Найквиста сводится к тому, что в случае устойчивости запас по фазе на частоте среза должен быть положительным. На графике  $|KG(s)|$  запас устойчивости по модулю есть число децибел, на которое нужно поднять график, чтобы на частоте среза было  $\varphi = -180^\circ$  или  $\gamma = 0$ . Этот метод будет развит в главе 7. Здесь же мы только показываем, каким образом он связан с критерием Найквиста.

### 6.15. Два метода интерполирования

Существует большое количество задач, в которых результаты наблюдений используются в необработанной форме. Однако во многих случаях удобно, а часто и необходимо представить эти результаты в аналитической форме. Например, данные испытания управляемого снаряда могут быть представлены в виде группы отдельных точек, изображающих координаты снаряда в некоторые моменты времени. Но было бы весьма полезно найти аналитическое выражение для траектории снаряда, так как подобное выражение можно использовать при исследовании кривизны траектории, динамических характеристик, действия органов управления и т. п. Ниже мы изложим два наиболее сильных метода интерполирования. Первый из них есть способ наименьших квадратов, второй — способ конечных разностей.

**Способ наименьших квадратов.** Точка зрения, приводящая к способу наименьших квадратов, состоит в следующем. Пусть имеется значительное количество экспериментальных точек, причем ни одна из них не может быть предпочтена другой; иначе говоря, каждое из наблюдений имеет одну и ту же вероятную ошибку. Требуется провести через эти точки какую-нибудь из простых кривых, например прямую или параболу. Но для того, чтобы провести, например, прямую, нужно только две точки, а чтобы параболу — три точки; однако у нас нет никакого основания выбрать из всех имеющихся только две или три точки, и поэтому желательно, чтобы при проведении кривой были использованы все точки. Для этого и применяется способ наименьших квадратов, который использует все пригодные точки, причем вовсе не обязательно, чтобы кривая проходила через какую-нибудь из экспериментальных точек. Кривая проводится так, чтобы обеспечить наилучшее приближение, т. е. чтобы она проходила на самом близком из возможных расстояний от каждой экспериментальной точки. Для оценки этой близости используется принцип наименьших квадратов, широко применяемый во многих областях науки и техники. Он состоит в требовании, чтобы сумма квадратов отклонений кривой наилучшего приближения от экспериментальных точек имела минимальное значение. В методе наименьших квадратов вообще может быть применен любой тип интерполирующей кривой; однако обычно пользуются кривыми, уравнения которых имеют вид равенства нулю некоторых полиномов, так как это проще всего. Чтобы пояснить метод, допустим, что требуется проинтерполировать ряд наблюдений, состоящий из точек  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , ...,  $(x_n, y_n)$ , при помощи прямой линии

$$y = ax + b. \quad (6.118)$$

Координаты  $x_i, y_i$  из нашего ряда наблюдений вообще не удовлетворяют уравнению (6.118). Если обозначим отклонение экспериментальных точек от прямой через  $\delta_i$ , как показано на рис. 6.16, то

$$\delta_i = y_i - (ax_i + b). \quad (6.119)$$

Необходимо отметить, что при таком выборе меры отклонения мы предполагаем существование большего рассеяния по координате  $y$ , чем по  $x$ ; в противном случае отклонение нужно было бы измерять параллельно оси  $x$ . Принцип наименьших квадратов требует, чтобы величина

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n \{y_i - (ax_i + b)\}^2 \quad (6.120)$$

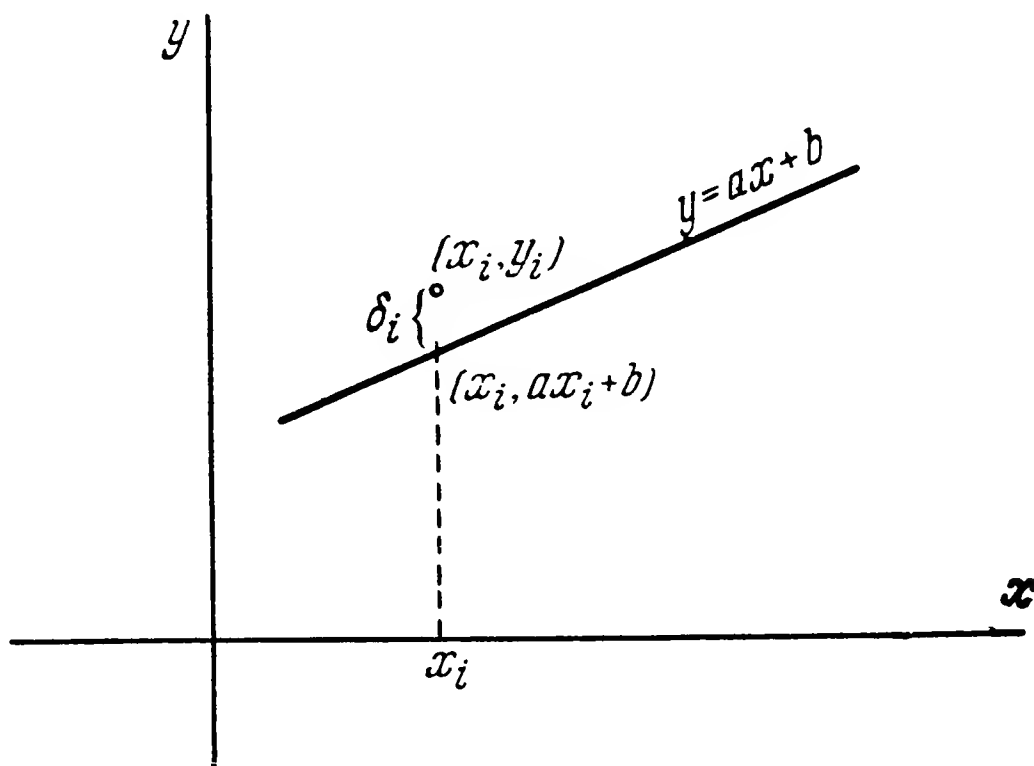
имела минимум. Это — проблема определения минимума функции от двух переменных  $a$  и  $b$ , что приводит нас к системе двух уравнений:

$$\frac{\partial(\epsilon^2)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial(\epsilon^2)}{\partial b} = 0. \quad (6.121)$$

Из (6.120) получаем эту систему в явном виде

$$a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad (6.122)$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i. \quad (6.123)$$



Мы пришли к системе линейных уравнений относительно  $a$  и  $b$ , которую нетрудно решить.

Рис. 6.16. Отклонения отдельных наблюдений в способе наименьших квадратов.

**Пример 1.** Проинтерполировать следующие экспериментальные данные при помощи прямой линии:

$t$	0,5	0,8	1,0	1,25	1,65	2,0	2,5	2,9	3,25	3,5
$f(t)$	3,6	4,0	4,9	5,1	5,5	6,5	7,0	8,0	8,3	9,0

Для прямой линии  $f(t) = at + b$  из (6.122) получаем:

$$a \sum_{i=1}^{10} t_i^2 + b \sum_{i=1}^{10} t_i = \sum_{i=1}^{10} t_i f(t_i),$$

где

$$\sum_{i=1}^{10} t_i^2 = 47,65, \quad \sum_{i=1}^{10} t_i = 19,35, \quad \sum_{i=1}^{10} t_i f(t_i) = 137,02.$$

Поэтому из (6.122) получаем:

$$47,65a + 19,35b = 137,02.$$

Таким же образом из (6.123) получаем:

$$a \sum_{i=1}^{10} t_i + bn = \sum_{i=1}^{10} f(t_i),$$

где  $\sum_{i=1}^{10} f(t_i) = 61,4$ . Поэтому (6.123) примет вид

$$19,35a + 10b = 61,40.$$

Таким образом, необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} 47,65a + 19,35b &= 137,02, \\ 19,35a + 10b &= 61,40. \end{aligned}$$

Решение этой системы есть  $a = 1,78$ ,  $b = 2,69$ , и поэтому прямая наилучшего приближения (в смысле принципа наименьших квадратов) будет:

$$f(t) = 1,78t + 2,69.$$

На рис. 6.17 показаны несглаженные результаты наблюдений и прямая наилучшего приближения. Интерполирование или сглаживание экспериментальных данных при помощи простой прямой линии основывается на следующих предположениях: 1) экспериментальные точки отклоняются от прямой только благодаря случайным ошибкам наблюдения; 2) прямая линия желательна по каким-нибудь специальным соображениям. Если известно или можно предположить, что отклонения от прямой линии не случайны, то нужно использовать полином более высокого порядка или, в частном случае, на уже полученную интерполяционную прямую наложить синусоидальное добавление.

Чтобы обобщить способ наименьших квадратов на случай любого полинома, потребуем, чтобы  $m$  экспериментальных точек  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , ...,  $(x_m, y_m)$  были сглажены при помощи полинома  $n$ -й степени:

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, \quad (6.124)$$

причем  $m > n$ . Рассуждения, подобные тем, которыми мы пользовались в случае прямой линии, сводят задачу к разысканию минимума выражения

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=1}^m (a_n x_i^n + a_{n-1} x_i^{n-1} + \dots + a_1 x_i + a_0 - y_i)^2. \quad (6.125)$$





Пусть уравнение параболы будет:

$$f(t) = at^2 + bt + c.$$

Тогда

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^9 \delta_i^2 = \sum_{i=1}^9 \{at_i^2 + bt_i + c - f(t_i)\}^2.$$

Нормальная система будет:

$$a \sum t_i^4 + b \sum t_i^3 + c \sum t_i^2 = \sum t_i^2 f(t_i),$$

$$a \sum t_i^3 + b \sum t_i^2 + c \sum t_i = \sum t_i f(t_i),$$

$$a \sum t_i^2 + b \sum t_i + c \sum 1 = \sum f(t_i),$$

где  $\sum = \sum_{i=1}^9$  во всех случаях. Производя вычисления, получаем:

$$\sum t_i^4 = 21\,520,61; \quad \sum t_i^2 f(t_i) = 2287,04;$$

$$\sum t_i^3 = 2716,45; \quad \sum t_i f(t_i) = 357,70;$$

$$\sum t_i^2 = 361,86; \quad \sum f(t_i) = 64;$$

$$\sum t_i = 52,80; \quad \sum 1 = 9.$$

Поэтому окончательно нормальная система будет:

$$21\,520,61a + 2716,45b + 361,86c = 2287,04,$$

$$2716,45a + 361,86b + 52,80c = 357,70,$$

$$361,86a + 52,80b + 9c = 64.$$

Решение этой системы есть

$$a = -0,40, \quad b = 4,21, \quad c = -1,53.$$

Парабола наилучшего приближения есть

$$f(t) = -0,40t^2 + 4,21t - 1,53.$$

Из рис. 6.18 мы видим, что приближение действительно отличное.

Чтобы для интерполяции воспользоваться кривыми, уравнения которых не выражаются при помощи полиномов, лучше всего пользоваться следующим порядком действий: 1) найти отклонение для  $i$ -й точки; 2) возвысить это отклонение в квадрат; 3) найти сумму этих квадратов для всех точек; 4) найти частные производные от этой суммы по неизвестным параметрам; 5) приравнять все эти частные производные нулю; 6) попытаться решить полученную таким образом систему уравнений. Если полученная система не решается прямо, часто можно применить какой-нибудь искусственный прием. Например, чтобы воспользоваться кривой

$$y = ke^{ax},$$

следует прологарифмировать обе части; тогда будет:

$$\ln y = \ln k + ax.$$

Если записать это в форме  $Y = K + ax$ , решение легко доводится до конца. Подобный же прием можно применять к кривым с уравнением  $y = ax^n$ .

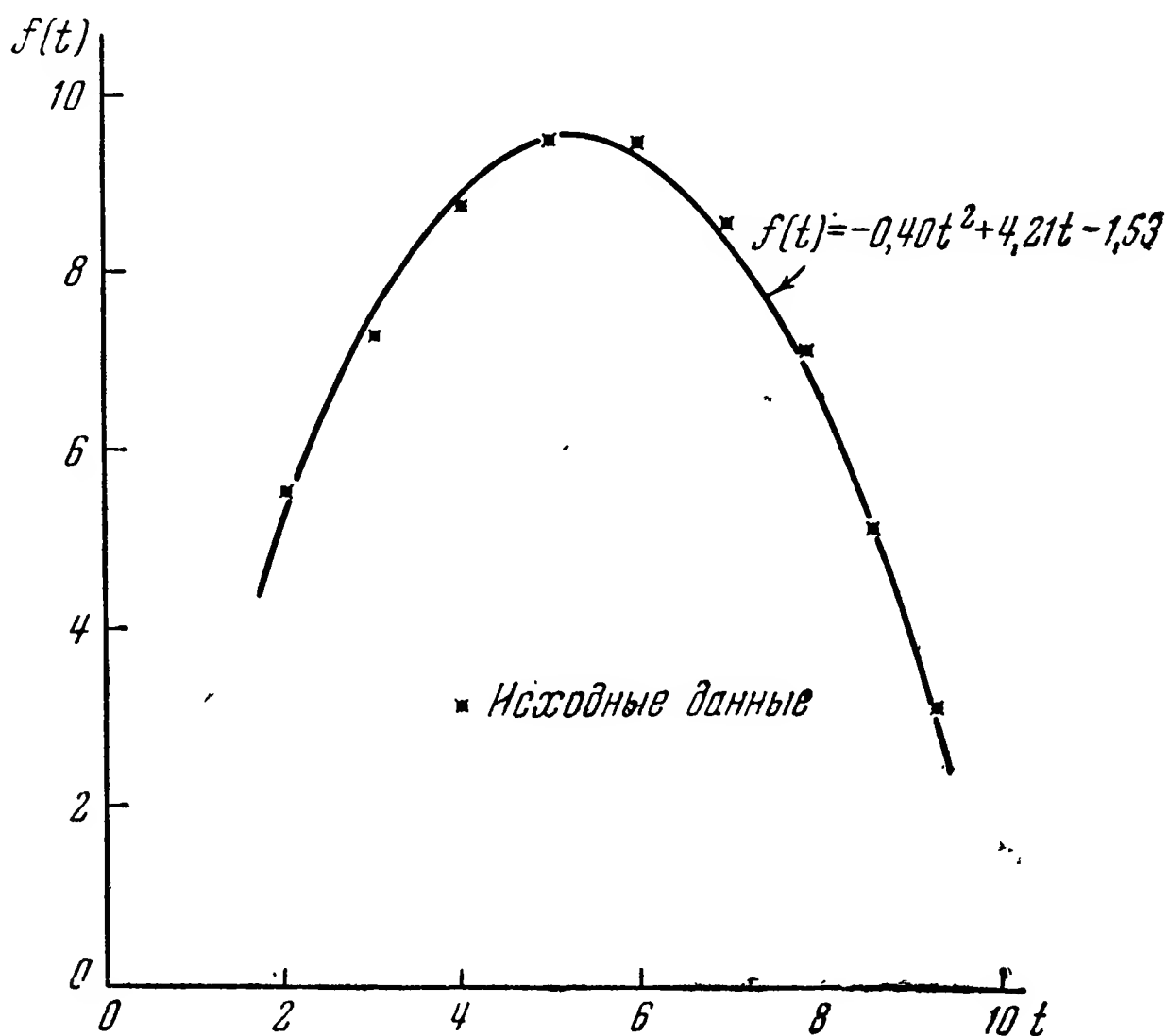


Рис. 6.18. Исходные данные и парабола наилучшего приближения по способу наименьших квадратов.

Интерполирование при помощи метода конечных разностей. Метод конечных разностей исходит из совершенно другой точки зрения, чем метод наименьших квадратов. Во-первых, метод конечных разностей можно применять только для интерполирования с помощью кривых, уравнения которых выражаются в виде полиномов. Во-вторых, интерполирующая кривая обязательно проходит через каждую выбранную точку. Это значит, что должен существовать какой-то способ выбрать наиболее существенные точки. Наконец, не требуется обязательно назначать заранее степень интерполирующего полинома, исходя только из достаточности числа имеющихся точек. Поэтому, с одной стороны, метод конечных разностей является более общим, а с другой — более ограниченным, чем метод наименьших квадратов.

Для возможности применения метода обыкновенных конечных разностей необходимо, чтобы подлежащие интерполированию точки были заданы через одинаковые интервалы независимого переменного. Результаты наблюдений чаще всего удовлетворяют этому требованию.

Но в случае необходимости можно применять метод разделенных разностей, рассмотренный в конце настоящего параграфа, позволяющий отказаться от этого требования. Точки, выбранные из числа заданных, используются для того, чтобы построить следующую таблицу:

$x$	$y$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^3$	$\Delta^4$
$x_0$	$y_0$	$\Delta y_0$			
$x_1$	$y_1$	$\Delta y_1$	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	
$x_2$	$y_2$	$\Delta y_2$	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_0$
$x_3$	$y_3$	$\Delta y_3$	$\Delta^2 y_2$		
$x_4$	$y_4$				

Здесь  $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 = h$  — постоянная конечная разность, а  $y = f(x)$ . Элементы этой таблицы вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta f_0 &= f_1 - f_0, \\ \Delta f_1 &= f_2 - f_1 \text{ и т. д.}, \\ \Delta^2 f_0 &= \Delta f_1 - \Delta f_0, \\ \Delta^2 f_1 &= \Delta f_2 - \Delta f_1 \text{ и т. д.},\end{aligned}$$

причем  $f(x_0) \equiv y_0 \equiv f_0$  и т. д.

При составлении этой таблицы нужно обратить внимание на то, чтобы высшие разности были действительно разностями, а не просто следствием неточности исходных данных. Например, пусть  $\Delta f_0 = 0,05$ ,  $\Delta f_1 = 0,07$  и, кроме того, известно, что вероятная ошибка измерений величины  $f$  составляет  $\pm 0,02$ ; тогда значения разностей, меньшие, чем  $\Delta f = \pm 0,04$  и  $\Delta^2 f = \pm 0,08$ , уже можно не учитывать.

**Пример 1.** Построить таблицу разностей для  $y = 3x^2 - 2x + 1$  при  $h = 0,2$ ,  $x_0 = 0$ .

$x$	$y$	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	1			
0,2	0,74	-0,28	0,24	
0,4	0,68	-0,04	0,24	0
0,6	0,88	0,20	0,24	0
0,8	1,32	0,44		

Этот пример показывает, что  $n$ -е разности полинома  $n$ -й степени постоянны, а разности более высоких порядков исчезают. Если на практике оказывается, что  $m$ -е разности постоянны с точностью до ошибки экспериментальных данных, умноженных на  $2^m$ , то таблица должна быть закончена на  $m$ -х разностях.

В теории конечных разностей существует много интерполяционных формул; одной из наиболее важных является, по-видимому, *формула Грегори—Ньютона*

$$y(x_0 + rh) = y_0 + r \Delta y_0 + \frac{r(r-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots \quad (6.128)$$

Чтобы применить формулу (6.128) для построения интерполяционного полинома, нужно положить:

$$x \equiv x_0 + rh, \quad (6.129)$$

откуда  $r = \frac{1}{h}(x - x_0)$ ; теперь  $y(x)$  можно выразить через разности.

**Пример 2.** Найти интерполяционный полином для данных, приведенных в следующей таблице и имеющих вероятную ошибку в  $\pm 0,02$ .

$t$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(t)$	1	0,70	0,69	0,88	1,30	2,01

$t$	$f(t)$	$\Delta f(t)$	$\Delta^2 f(t)$	$\Delta^3 f(t)$
0	1			
0,2	0,70	—0,30	0,29	
0,4	0,69	—0,01	0,20	—0,09
0,6	0,88	0,19	0,23	0,03
0,8	1,30	0,42	0,29	0,06
1,0	2,01	0,71		

Поскольку точность  $f(t)$  есть  $\pm 0,02$ , вторые разности еще не постоянны с точностью  $2^2(\pm 0,02) = \pm 0,08$ , но третьи разности уже постоянны с точностью  $2^3(\pm 0,02) = \pm 0,16$ , и поэтому таблицу нужно на этом окончить. Полином будет лучше всего интерполировать исходные данные, если принять за  $\Delta^2 f$  и  $\Delta^3 f$  их средние

значения:  $\overline{\Delta^2 f} = 0,25$  и  $\overline{\Delta^3 f} = 0$ . Тогда из (6.128) для  $t_0 = 0$  и  $t = 0,2r$  мы получим:

$$f(t) = 1 + 5t(-0,30) + \frac{1}{2} \cdot 5t \cdot (5t - 1) \cdot 0,25 = 3,12t^2 - 2,12t + 1.$$

На рис. 6.19 показан график  $f(t)$ , проходящий через первую точку и вблизи следующих трех. Если бы вместо осредненных были использованы точные значения  $\Delta^2$  и  $\Delta^3$ , то кривая проходила бы точно через первые четыре точки.

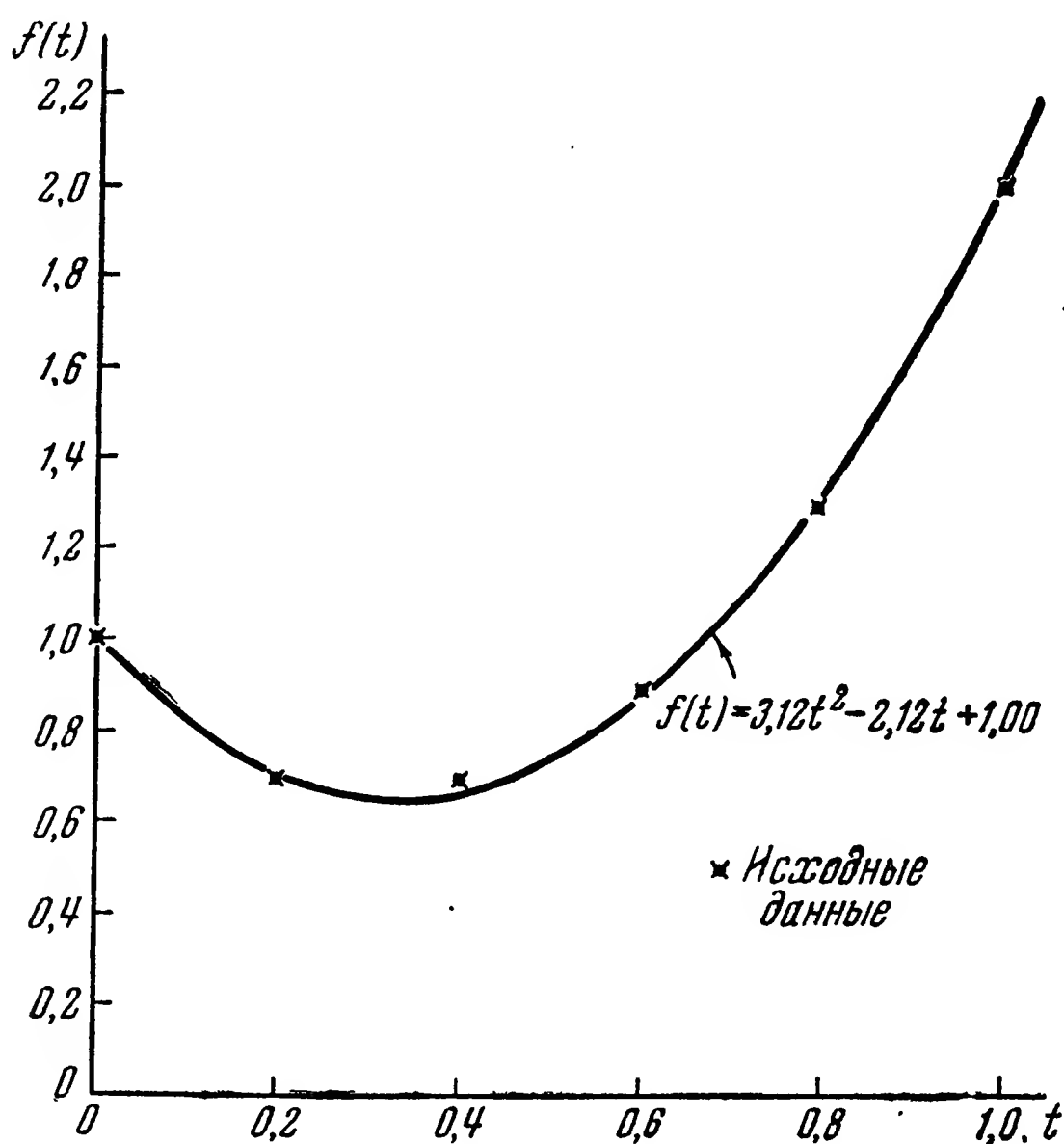


Рис. 6.19. Исходные данные и интерполяционная парабола по способу конечных разностей.

Формула Грегори—Ньютона (6.128) может быть использована для построения интерполяционного полинома производной от табличной функции. Это можно сделать двумя путями: 1) сначала найти интерполяционную формулу для исходных данных, затем ее дифференцировать; 2) прямо использовать интерполяционные формулы для производных. Эти последние получаются из (6.128) дифференцированием по  $r$ . Так, для первой производной получаем:

$$h \frac{dy(x_0 + rh)}{dr} = \Delta y_0 + \frac{2r-1}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{3r^2-6r+2}{2!} \Delta^3 y_0 + \dots \quad (6.130)$$

Так как  $x_0$  и  $h$  постоянны, а  $x = x_0 + rh$ , то из (6.130) получаем для  $y' = \frac{dy(x)}{dx}$  следующее выражение:

$$hy'(x) = \Delta y_0 + \frac{2r-1}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{3r^2-6r+2}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots, \quad (6.131)$$

где

$$r = \frac{x - x_0}{h}.$$

В случае, если данные, подлежащие интерполяции, приведены не через одинаковые интервалы, изложенный здесь метод обыкновенных конечных разностей становится непригодным. Для этого случая вводится понятие *разделенных разностей*. Таблица разделенных разностей составляется аналогично таблице обыкновенных разностей, как показано ниже.

$x$	$y$	$\triangle$	$\triangle^2$
$x_0$	$y_0$	$\triangle_{x_0, x_1} y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$	
$x_1$	$y_1$	$\triangle_{x_1, x_2} y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\triangle_{x_0, x_1, x_2}^2 y_0 = \frac{\triangle_{x_1, x_2} y_1 - \triangle_{x_0, x_1} y_0}{x_2 - x_0}$
$x_2$	$y_2$	$\triangle_{x_2, x_3} y_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$	$\triangle_{x_1, x_2, x_3}^2 y_1 = \frac{\triangle_{x_2, x_3} y_2 - \triangle_{x_1, x_2} y_1}{x_3 - x_1}$
$x_3$	$y_3$		

В этой таблице символ  $\triangle_{x_0, x_1}$  применен для обозначения разделенной разности, а индексы  $(x_0, x_1)$  указывают, какие значения  $x$  использованы при вычислении разности. Формула Ньютона для разделенных разностей имеет вид

$$y = f(x) = y_0 + (x - x_0) \triangle_{x_0, x_1} y_0 + (x - x_0)(x - x_1) \triangle_{x_0, x_1, x_2}^2 y_0 + \dots \quad (6.132)$$

Эта формула применяется совершенно так же, как и (6.128).



Пример 3. Построить таблицу разделенных разностей и интерполяционный полином для следующих данных:

$t$	0	0,1	1,0	1,3	2,0
$f(t)$	5	5,281	7	7,717	11

$t$	$f(t)$	$\triangle$	$\triangle^2$	$\triangle^3$
0	5	2,810		
0,1	5,281	1,910	—0,900	1,000
1,0	7	2,390	0,400	1,000
1,3	7,717	4,690	2,300	
2,0	11			

Уравнение (6.132) дает:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= 5 + (t - 0)(2,810) + (t - 0)(t - 0,1)(-0,900) + \\
 &\quad + (t - 0)(t - 0,1)(t - 1,0)(1,000) = \\
 &= 5 + 2,810t - 0,900t^2 + 0,090t + t^3 - 1,100t^2 + 0,100t.
 \end{aligned}$$

Поэтому

$$f(t) = t^3 - 2t^2 + 3t + 5.$$

### 6.16. Краткие сведения из теории вероятностей

Теория вероятностей играет большую роль при изучении поведения управляемых снарядов. Часто можно слышать такие вопросы: какова вероятность поражения? Каково рассеивание снарядов относительно управляющего луча? Как влияет ошибка при старте на вероятность встречи? Такие вопросы можно обсуждать только с человеком, имеющим хотя бы некоторое понятие об основных положениях теории вероятности. Задачей настоящего параграфа является изложить самое необходимое с этой точки зрения<sup>1)</sup>. (Применение теории вероятностей к исследованию операций будет изложено в одном из последующих томов этой серии.)

Основные понятия теории вероятностей. Рассматривая сначала переменное, которое может принимать только дискрет-

<sup>1)</sup> Более подробно см. Kenney, Mathematics of Statistics, Part I (1947); Kenney and Keeping, Mathematics of Statistics, Part II (1951); D. Van Nostrand Co., Inc., N. Y.

ные значения, введем два основных понятия. Пусть переменное  $x$  принимает значение  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Тогда *средним значением*  $x$  называется величина

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (6.133)$$

Очевидно, что значения переменного как-то распределены около его среднего значения. Мерой их отклонения от среднего значения является величина

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (6.134)$$

называемая *стандартным* (или *средним квадратичным*) *отклонением*. Квадрат этой величины называется *дисперсией*. Можно заметить, что дисперсия является моментом второго порядка, как в механике — момент инерции.

Классическое определение *вероятности a priori* состоит в следующем:

Если существует только  $n$  несовместимых и равновозможных способов заставить произойти или не произойти некоторое событие, причем  $m$  из этих способов производят событие, то вероятность события есть  $p = \frac{m}{n}$ .

Под *несовместимыми событиями* понимают следующие. Если некоторый способ или обстановка вызывают появление некоторого события, то тот же способ или та же обстановка не могут вызвать появление другого события. События называются *равновозможными*, если у нас нет основания ожидать, что какое-нибудь событие будет появляться предпочтительнее другого. Согласно определению вероятность есть число, заключающееся между нулем и единицей. Если  $p = 0$ , то событие невозможно; если  $p = 1$ , то оно достоверно. События называются *независимыми*, если появление одного не влияет на вероятность появления другого.

Мы приведем некоторые основные теоремы без доказательств. Доказательства сравнительно просты и требуют простого применения правил логики к только что введенным понятиям.

**Теорема 15. Теорема сложения вероятностей.** Если события  $x_1, x_2, \dots, x_n$  несовместимы и имеют вероятности  $p_1, p_2, \dots, p_n$  соответственно, то вероятность появления какого-нибудь из этих событий равна сумме вероятностей всех событий, т. е.  $\sum_{i=1}^n p_i$ .

**Теорема 16. Теорема произведения вероятностей.** Если события  $x_1, x_2, \dots, x_n$  независимы и имеют вероятности

$p_1, p_2, \dots, p_n$  соответственно, то вероятность появления всех этих событий вместе равна произведению их вероятностей

$$\prod_{i=1}^n p_i.$$

**Теорема 17. Биномиальный закон.** Если  $p$  есть вероятность появления события, а  $q = 1 - p$  есть вероятность отсутствия этого события, то вероятность  $P$  появления события точно  $m$  раз из  $n$  случаев дается  $(m+1)$ -м членом разложений бинома  $(q + p)^n$ :

$$P = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}.$$

Последующие примеры поясняют применение этих теорем.

**Пример 1.** При одном бросании игральной кости вероятность того, что выпадет или 1, или 5, по теореме 15 есть

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

**Пример 2.** Какова вероятность того, что при одном бросании пары костей выпадет 7? Число 7 может быть получено следующими несовместимыми и равновозможными способами:  $(1+6)$ ,  $(2+5)$ ,  $(3+4)$ ,  $(4+3)$ ,  $(5+2)$ ,  $(6+1)$ . Поэтому по теореме 16 вероятность появления какой угодно из этих шести комбинаций равна  $\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$ , потому что числа, выпадающие на каждой кости, являются событиями независимыми. Следовательно, по теореме 15 искомая вероятность есть

$$P = \sum_{i=1}^6 p_i = 6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{6}.$$

Для сравнения отметим, что вероятность выпадения двух единиц есть  $\frac{1}{36}$ .

**Пример 3.** В коробке имеется 4 черных и 7 белых шаров. Вынимаем два каких-нибудь шара. Какова вероятность того, что один из вынутых шаров черный, а другой белый?

Решение требует применения теорем 15 и 16. Существуют две несовместимые возможности: 1) первым вынут черный шар, 2) первым вынут белый шар. Для случая 1), так как всего имеется 7 шаров, вероятность вынуть черный шар равна  $\frac{4}{11}$ ; после этого осталось 10 шаров, и вероятность вынуть белый шар равна  $\frac{7}{10}$ . Поэтому вероятность появления этих двух событий вместе равна  $\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{110}$ . Для случая 2) вероятность вынуть сначала белый шар есть  $\frac{7}{11}$ ,

вероятность затем вынуть черный шар  $\frac{4}{10}$ , вероятность обоих этих событий вместе  $\frac{7}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{28}{110}$ . Поэтому ответ будет:

$$\frac{28}{110} + \frac{28}{110} = \frac{56}{110} \approx \frac{1}{2}.$$

**Пример 4.** Найти вероятность того, что при 8 бросаниях монеты точно три раза выпадет герб.

Применяем теорему 17. Здесь  $n = 8$ ,  $m = 3$ ,  $p = q = \frac{1}{2}$ ,

$$P = \frac{8!}{3!5!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{7}{32}.$$

**Пример 5.** Опыт показал, что из 12 выстрелов некоторым управляемым снарядом только 7 заканчиваются поражением. Если производится только 3 выстрела один за другим, какова вероятность поражения?

Поражение последует, если хотя бы один из снарядов попадет в цель. Вероятность одного попадания равна  $\frac{7}{12}$ .

Имеются три несовместимые возможности:

(1) Первый снаряд попал:  $p_1 = \frac{7}{12}$ .

(2) Первый не попал, второй попал:  $p_2 = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{35}{144}$ .

(3) Первый и второй не попали, а третий попал:

$$p_3 = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{175}{1728}.$$

Вероятность поражения равна

$$\frac{7}{12} + \frac{35}{144} + \frac{175}{1728} = \frac{1603}{1728} \approx 0,93.$$

Если имеется  $N$  дискретных значений переменного, причем из них  $f_1$  значений  $x_1$ ,  $f_2$  значений  $x_2$ , ... и  $f_n$  значений  $x_n$ , то среднее значение переменного и дисперсия определяются следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i, \quad (6.135)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (6.136)$$

Если ввести в эти выражения вероятности, то получим:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n p_i x_i, \quad (6.137)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - \bar{x})^2. \quad (6.138)$$

Здесь нам необходимо ввести понятие *случайного переменного*. Во многих областях науки и техники единственным методом получения сведений о некотором явлении является повторение эксперимента. Предположим, что выполнен ряд таких экспериментов и что результаты каждого из них изменяются совершенно нерегулярным образом, так что невозможно точно предсказать результат отдельного эксперимента. Можно сказать, что явление представляется в виде последовательности случайных результатов. Однако, несмотря на то, что каждый отдельный эксперимент дает результат, непредсказуемый точно, ряд таких результатов подчиняется некоторой статистической закономерности, которая и является основой математической статистики и теории вероятностей.

Эмпирическая вероятность или частость результата определяется следующим образом. Пусть случайный результат получен много раз; обозначим число результатов через  $n$ , и пусть результат  $A$  получен точно  $m$  раз. Тогда число  $\frac{m}{n}$  называется *частостью* события  $A$ . Если это отношение вычислять многократно при растущем  $n$ , то окажется, что оно имеет тенденцию приближаться к постоянному значению. Поэтому вероятностью события  $A$  называют число  $P = \frac{m}{n}$ , когда  $n$  беспредельно возрастает. Это определение не противоречит введенному ранее для вероятности *a priori*<sup>1)</sup>.

Пусть мы имеем случайные результаты, которые можем получать много раз; пусть каждый результат представляется  $n$  числами  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ . Тогда  $n$ -мерный вектор  $\xi$  называется  *$n$ -мерным случайным переменным* или  *$n$ -мерной случайной величиной*. Случайные величины, рассматриваемые в этом параграфе, все будут одномерными, т. е.  $n = 1$ . Случайная величина  $\xi$  имеет единственное распределение вероятности, определяемое равенством

$$F(x) = P(\xi \leq x). \quad (6.139)$$

Функция  $F(x)$  называется *функцией распределения вероятности*. Вероятность того, что случайная величина  $\xi$  удовлетворяет неравенствам  $a < \xi \leq b$ , есть  $F(b) - F(a)$ . Если через  $f(x)$  обозна-

<sup>1)</sup> Подробнее об этом определении см.: 1) Боев Г. П., Теория вероятностей, Гостехиздат, 1950, стр. 62; 2) Арлей Н. и Бух К. Р., Введение в теорию вероятностей и математическую статистику, ИЛ, М., 1951, стр. 15. (Прим. перев.)

чить производную  $F(x)$  по  $x$ , то  $f(x)$  называется *плотностью вероятности случайной величины*  $\xi$ . Таким образом,

$$f(x) dx = P(x < \xi \leq x + dx). \quad (6.140)$$

Функции от случайных переменных, например  $g(\xi)$ , сами являются случайными переменными, распределение вероятности которых определено распределением величины  $\xi$ . Среднее значение случайного переменного  $g(\xi)$  есть

$$\overline{g(\xi)} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx, \quad (6.141)$$

где  $f(x)$  есть плотность вероятности величины  $\xi$ . Приводим без доказательств следующие важные теоремы о среднем значении.

**Теорема 18.** *Среднее значение суммы случайных величин равно сумме их средних значений.*

**Теорема 19.** *Среднее значение произведения случайных величин равно произведению их средних значений.*

Дисперсия случайной величины  $\xi$  есть

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^2 f(x) dx, \quad (6.142)$$

где  $m$  есть среднее значение величины  $\xi$ .

Некоторые функции распределения вероятностей. Одна из наиболее важных функций распределения есть так называемая *нормальная функция распределения*

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (6.143)$$

где  $m$  означает среднее значение, а  $\sigma$  — среднее квадратичное отклонение. Нормальная плотность вероятности, соответствующая (6.143), есть

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (6.144)$$

Часто применяют переменное  $t = \frac{x-m}{\sigma}$ ; замена переменного дает:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (6.145)$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (6.146)$$



На рис. 6.20 и 6.21 показаны графики соответственно  $F(x)$  и  $f(x)$ . Нормальное распределение часто называют *распределением Гаусса*, а график функции (6.144) — *гауссовой кривой ошибок*.

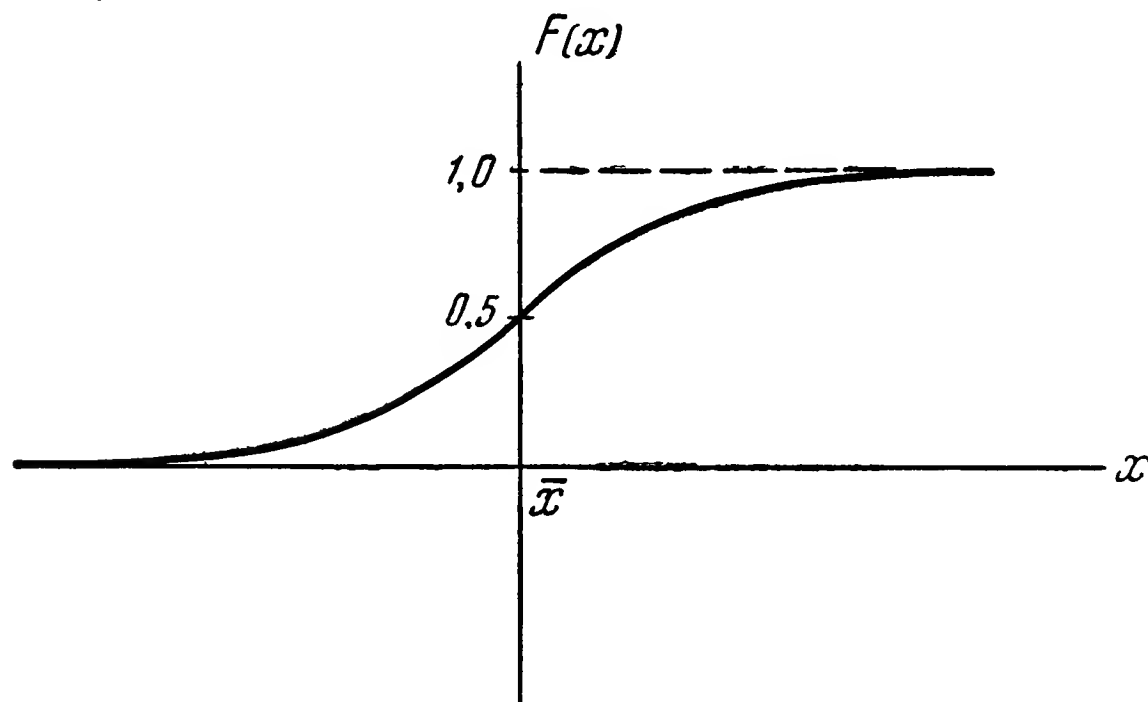


Рис. 6.20. Нормальная функция распределения.

Большое число задач, связанных с управлением снарядами, требует исследования случайных ошибок, которые подчиняются распределению Гаусса. Для удобства пользования составлены подробные

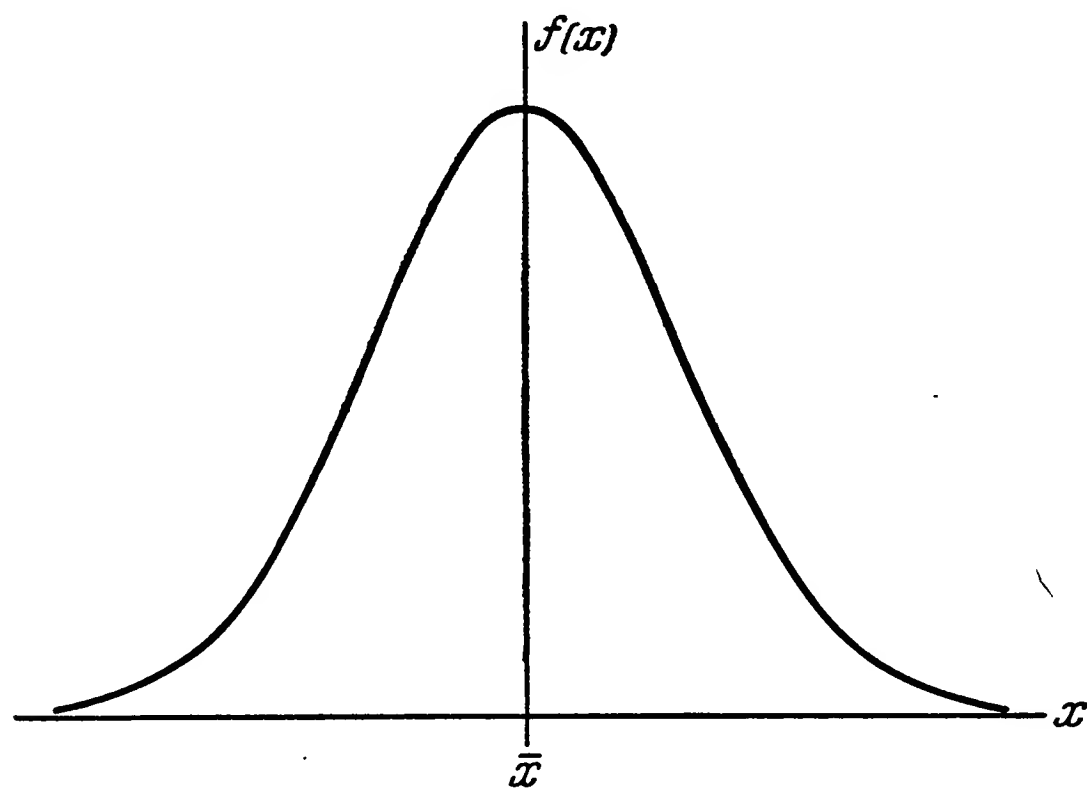


Рис. 6.21. Нормальная плотность вероятности.

таблицы функций (6.145) и (6.146). Точно так же табулирован и интеграл вероятностей <sup>1)</sup>

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-y^2} dy = 2F(t\sqrt{2}) - 1. \quad (6.147)$$

<sup>1)</sup> См., например, Янке Е. и Эмде Ф., Таблицы функций, Гостехиздат, 1948. (Прим. перев.)

Плотность нормального распределения (6.144) имеет максимум при  $x = m$ , равный

$$f(m) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}.$$

Изменение значения  $m$  вызывает просто смещение кривой вдоль оси  $x$ . Но изменение  $\sigma$  существенно влияет на форму кривой. Увеличение  $\sigma$  уменьшает максимальное значение и делает кривую более

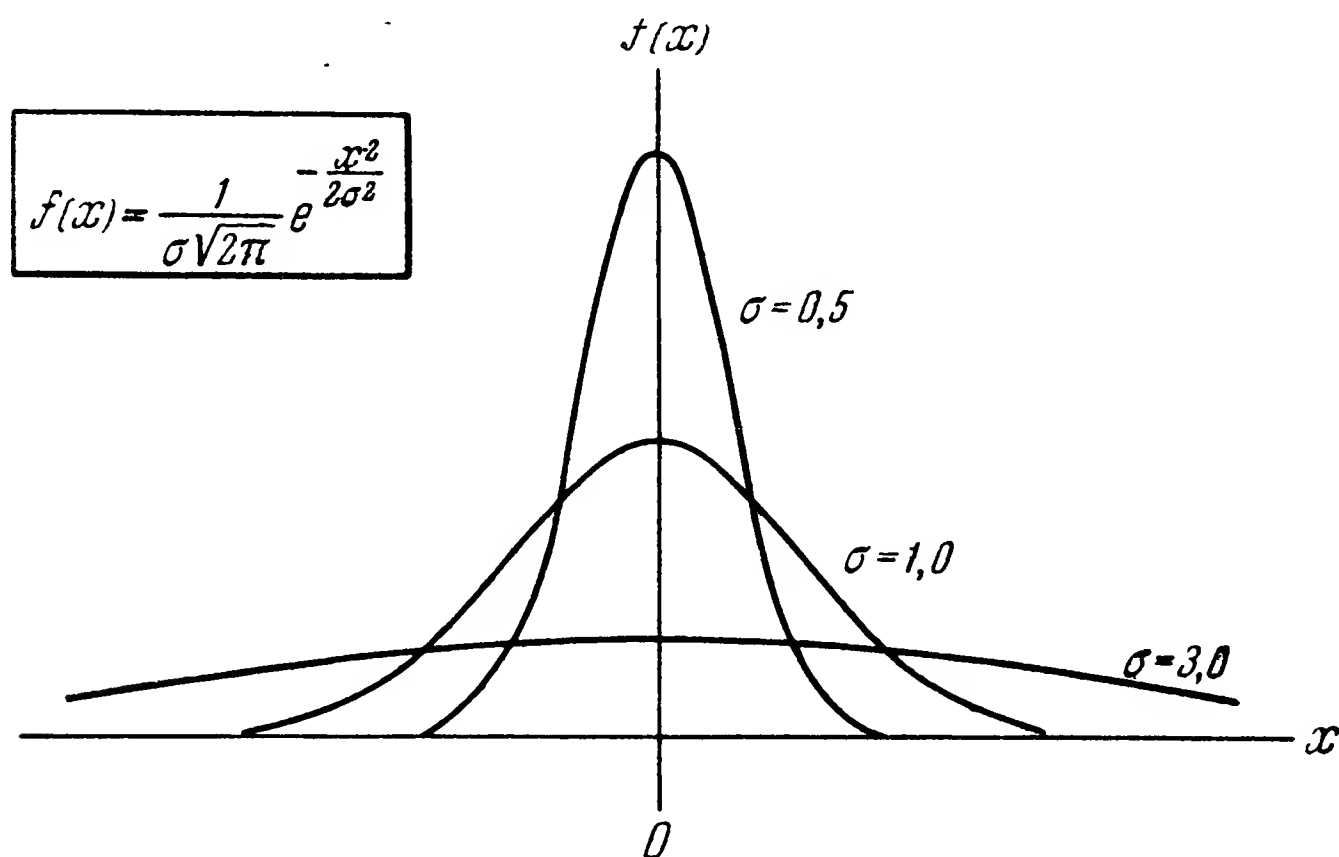


Рис. 6.22. Нормальная плотность вероятности при  $m = 0$  и  $\sigma = 0,5; 1,0; 3,0$ .

широкой. На рис. 6.22 показаны графики функции  $f(x)$  для  $m = 0$  и различных значений  $\sigma$ . Площадь всех этих кривых равна единице. Кривые имеют точки перегиба при  $x = m - \sigma$  и при  $x = m + \sigma$ .

При помощи нормальной плотности можно вычислить вероятность того, что результат эксперимента, подчиняющегося этому закону распределения, лежит в известных пределах. Например, вероятность того, что  $\xi$  лежит в интервале  $(a, b)$ , есть

$$P(a < \xi < b) = \int_a^b f(x) dx. \quad (6.148)$$

Из (6.148) можно получить, что 50% результатов будут наблюдаться в интервале  $m \pm 0,6745\sigma$ , 68% — в  $m \pm \sigma$ , 95% — в  $m \pm 2\sigma$  и 99,97% — в  $m \pm 3\sigma$ .

Понятие нормальной плотности вероятности может быть распространено и на случай двух переменных. Ее определение есть

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right) + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right\}, \quad (6.149)$$

где

$$\rho = \frac{(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} \quad (6.150)$$

— так называемый *коэффициент корреляции*. Он является мерой связи или корреляции между  $x$  и  $y$ ; если при нормальном распределении  $\rho = 0$ , это означает, что  $x$  и  $y$  не коррелированы между собой.

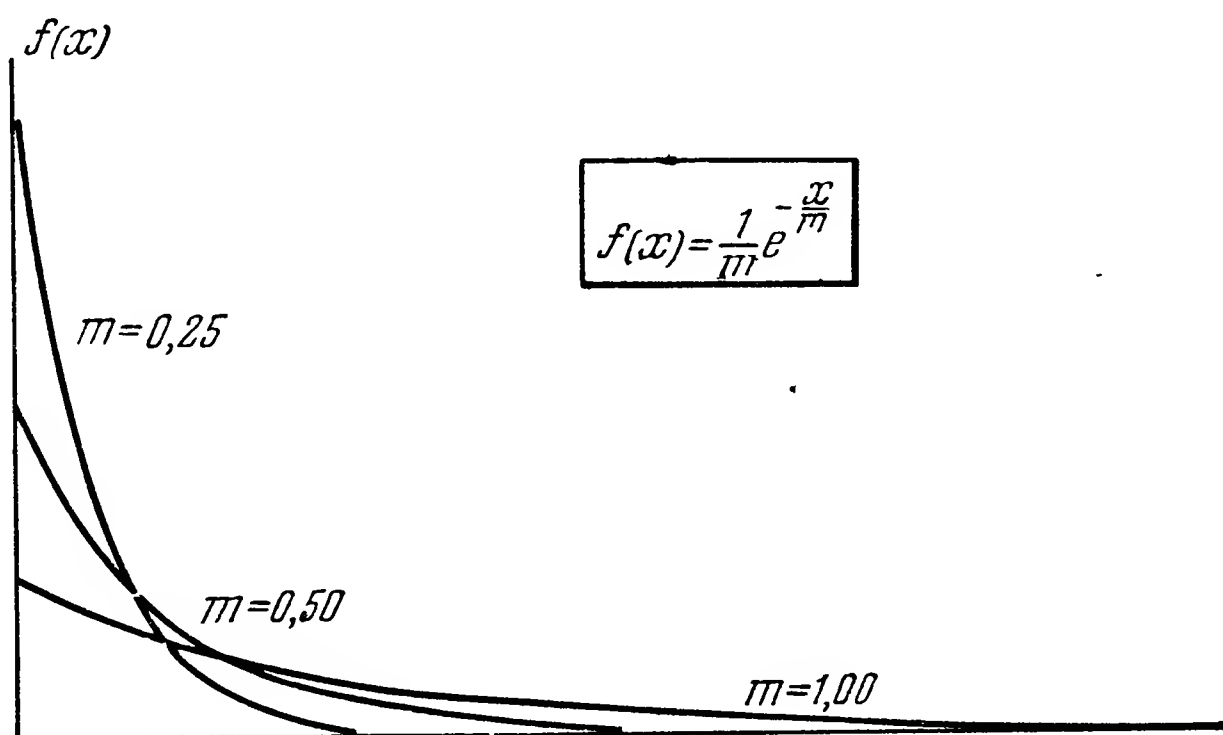


Рис. 6.23. Плотность вероятности в распределении Рэлея при  $m = 0,25; 0,50; 1,00$ .

Другое важное распределение называется *распределением Рэлея*; для него плотность вероятности есть

$$f(x) = \frac{1}{m} e^{-\frac{x}{m}}. \quad (6.151)$$

Она определяется только для  $x \geq 0$ . Распределение Рэлея широко применяется в исследованиях, связанных с радиолокацией, поскольку шумы цели и шумы приемника, после их сглаживания по способу наименьших квадратов, отлично подчиняются этому распределению.

На рис. 6.23 показан график плотности распределения Рэлея для различных значений  $m$ . Среднее значение равно

$$\frac{1}{m} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{m}} dx = m, \quad (6.152)$$

а дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{1}{m} \int_0^{\infty} (x - m)^2 e^{-\frac{x}{m}} dx = m^2. \quad (6.153)$$

Таким образом, распределение Рэля характеризуется всего одним параметром  $m$ , который определяет как среднее значение, так и дисперсию. Блестящее изложение теории различных распределений можно найти у Крамера <sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> C r a m e r Harold, Mathematical Methods of Statistics, Princeton University Press, 1946. [Есть русский перевод: К р а м е р Г., Математические методы статистики, М., 1948. (Прим. перев.)]

# ГЛАВА 7 ТЕОРИЯ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a_1, a_2$ — постоянная затухания	систем первого основного типа равен $\frac{\omega_0}{\omega_1}$ )
$A_1, A_2$ — модуль отношения напряжений	$\mathfrak{L}$ — преобразование Лапласа
$b_1, b_2$ — фазовая постоянная	$\mathfrak{L}^{-1}$ — обратное преобразование Лапласа
$B_1, B_2$ — фаза отношения напряжений	$N$ — числовой коэффициент, $\frac{\omega_3}{\omega_1}$
$C$ — емкость (фарады)	$N$ — передаточная функции корректирующей цепи
$\text{дб}$ — децибел	$R$ — сопротивление (омы)
$E = \theta_i + \beta \theta_0$ — сигнал ошибки	$R$ — расстояние до цели, дальность (ярды)
$E_0$ — выходное напряжение	$R_h$ — горизонтальная дальность цели
$E_i$ — входное напряжение	$R_0$ — наклонная дальность цели на траверзе
$\varepsilon = \theta_i - \theta_0$ — ошибка, рассогласование	$R_{0h}$ — горизонтальная дальность цели на траверзе
$f$ — частота (герцы)	$\mathfrak{R}$ — отклик, в процентах от входа
$F = \frac{\omega}{\omega_0}$ — безразмерная частота	$\dot{R} = \frac{dR}{dt}$ — скорость изменения дальности $\left(\frac{\text{ярд}}{\text{сек}}\right)$
$G(s)$ — функция комплексной частоты $s$	
$H$ — высота цели (футы)	
$\begin{array}{c} + \\ \oplus \\ - \end{array}$ — обозначение суммирования сигналов на схеме	
$\begin{array}{c} + \\ \ominus \\ - \end{array}$ — то же для вычитания (прибор, измеряющий ошибку)	
$K$ — параметр, коэффициент усиления (для	

$\ddot{R} = \frac{d^2 R}{dt^2} \left( \frac{\text{ярд}}{\text{сек}^2} \right)$	$\zeta$ — безразмерный коэффициент затухания (формула (7.34))
$\dddot{R} = \frac{d^3 R}{dt^3} \left( \frac{\text{ярд}}{\text{сек}^3} \right)$	$\theta$ — пеленг цели ( $\theta = 0$ на траверзе) (град.)
$\ddot{\ddot{R}} = \frac{d^4 R}{dt^4} \left( \frac{\text{ярд}}{\text{сек}^4} \right)$	$\theta_i$ — величина входа (желаемое значение, программа)
$ \dot{R}_{\max} $ — абсолютная величина максимальной скорости изменения дальности	$\theta_0$ — величина выхода (управляемое переменное)
$ \ddot{R}_{\max} $ — то же для $\ddot{R}$	$\theta_i(s)$ — изображение входа (в смысле Лапласа)
$ \ddot{\ddot{R}}_{\max} $ — то же для $\ddot{\ddot{R}}$	$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$
$\ddot{R}_i$ — вторая производная дальности, рассматриваемой в качестве входа	$\ddot{\theta} = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$
$\ddot{\ddot{R}}_i$ — третья производная дальности, рассматриваемой в качестве входа	$\ddot{\ddot{\theta}} = \frac{d^3 \theta}{dt^3}$
$s = \sigma + j\omega$ — комплексная частота	$\ddot{\ddot{\ddot{\theta}}} = \frac{d^4 \theta}{dt^4}$
$\rightarrow$ — воздействие, направленное по стрелке	$\dot{\theta}_{\max}$ — максимальное значение $\dot{\theta}$
$V$ — горизонтальная скорость цели (узлы)	$\ddot{\theta}_{\max}$ — то же для $\ddot{\theta}$
$Z_g$ — импеданс генератора или источника	$\ddot{\ddot{\theta}}_{\max}$ — то же для $\ddot{\ddot{\theta}}$
$Z_l$ — импеданс нагрузки	$\mu$ — передаточная функция разомкнутой системы без обратной связи
$Z_1$ — импеданс последовательного плеча четырехполюсника	$\sigma = 0$ — при исследовании установившегося состояния
$Z_2$ — импеданс шунтирующего плеча четырехполюсника	$\tau$ — запаздывание
$Z_{12}$ — входной импеданс холостого хода	$\varphi$ — угол места цели (град.)
$Z_{34}$ — выходной импеданс холостого хода	$\varphi_0$ — то же на траверзе
$\alpha_1, \alpha_2$ — корни квадратного уравнения с обратным знаком	$\omega = 2\pi f$ — угловая частота $\left( \frac{\text{рад}}{\text{сек}} \right)$
$\beta$ — передаточная функция обратной связи	$\omega_0$ — сопрягающая частота асимптотического отрезка с наклоном — 1 и линии 0 дБ
	$\omega_1$ — сопрягающая частота между от-



резками с накло-  
нами — 1 и — 2  
 $\omega_2$  — среднее геометри-  
ческое для  $\omega_0$  и  $\omega_1$   
 (т. е.  $\sqrt{\omega_1 \omega_2}$ )  
 $\omega_3$  — сопрягающая ча-  
стота между от-  
резками с накло-  
нами — 2 и — 1  
 (в области высоких  
частот)

$\omega_4$  — пересечение вто-  
рого отрезка с на-  
клоном — 1 и ли-  
нией 0 дб  
 $\omega_5$  — среднее геометри-  
ческое из  $\omega_3$  и  $\omega_4$   
 $\omega_n$  — собственная частота  
системы

$u = j \frac{\omega}{\omega_0}$  — безразмерный ком-  
плексный оператор

Даже эта книга, ограничивающаяся изложением только основ управления снарядами, показывает чрезвычайное многообразие проблем, охватываемых этой отраслью техники. Только после того, как решены многочисленные задачи, связанные с обнаружением цели, стартом снаряда, источником тяги в полете и передачей управляющей информации на снаряд, мы подходим к задаче собственно управления снарядом. Расчет и конструирование приборов управления снарядом, обладающих необходимыми характеристиками в динамическом режиме, представляют собой «твердый орешек» проблемы управления снарядами. Ключ к проектированию приборов управления лежит в теории следящих систем. Целью настоящей главы является изложить основы теории линейных следящих систем и установить основные понятия, при помощи которых можно разработать методы проектирования систем управления снарядами. Во всей этой главе будет подчеркиваться необходимость рассматривать каждый отдельный вопрос с точки зрения выгоды для системы в целом. Будет показано, как сформулировать требования к следящей системе на основании исследования тактической постановки вопроса. Будут рассмотрены способы проектирования, основанные как на частотном методе, так и на исследовании переходных процессов.

### 7.1. Проблемы, возникающие при проектировании следящей системы

*Следящая система* может быть определена как совокупность отдельных элементов, в целом предназначенная для управления источником энергии, причем выход системы или некоторая функция выхода отводятся обратно для сравнения со входом; разность этих двух величин используется для управления источником энергии. Вероятно, наиболее краткое из возможных определение таково: следящей называется такая система, в которой цикл работы замыкается сигналом ошибки. Следящие системы, необходимые при управлении снарядами, чрезвычайно сильно различаются по мощностям, которыми они обязаны управлять. Эти последние могут варьировать от

очень малой доли лошадиной силы до мощности главного двигателя, дающего сотни тысяч лошадиных сил. Теоретически не существует предела мощности, дальше которого управление становилось бы невозможным. Следящая система может состоять из электрических, механических, гидравлических, пневматических, оптических элементов в любых сочетаниях. Вследствие того, что расстояние между местом, где находится управляющий прибор, и местом, где осуществляется управление, обычно бывает сравнительно велико, чаще всего используют смешанные электромеханические или электрогидравлические системы. Систему управления можно себе представить как обширную следящую систему, заключающую в себе много мелких следящих систем. В этих системах используются различные формы электромагнитного излучения с многочисленными способами модуляции и передачи необходимых управляющих сигналов.

**Х а р а к т е р и с х о д н ы х т р е б о в а н и й.** Обычно проектировщик имеет перед собой противоречивые требования. Часто существуют ограничения по размеру, весу и сложности следящей системы, а также по мощности, которая может быть предоставлена для нужд управления. В то же время предъявляются очень высокие требования к быстродействию системы и ее точности при переменной нагрузке. Кроме того, язык, на котором обычно формулируются эти требования, нуждается в переводе на язык терминов, более прямо связанных с конструктивными параметрами следящей системы. В очень многих случаях проектировщик считает, что его собственная задача состоит только в том, чтобы удовлетворить исходным требованиям, поставленным ему лично и не подлежащим критике. Но та часть системы, за которую он лично несет ответственность, может прекрасно удовлетворять предъявленным к ней исходным требованиям, а система в целом — нет. Тогда он может оказаться частично ответственным за плохую работу системы в целом, хотя и не вполне справедливо. Единственный совет, который здесь можно дать, состоит в том, что каждый должен заботиться о качестве не только своей части, но и всей системы.

**О с н о в н ы е с о о б р а ж е н и я о п р и е м а х п р о е к т и р о в а н и я.** К проектированию следящей системы могут быть два главных подхода: 1) метод дифференциальных уравнений движения; 2) метод передаточной функции. Классический подход к проектированию следящих систем состоит в составлении интегро-дифференциальных уравнений, содержащих величины входа, выхода, ошибки (или разности между входом и выходом) и коэффициенты, являющиеся функциями от параметров системы. При выводе этих уравнений обычно предполагают, что они линейны. Поэтому все последующие результаты зависят от необходимых допущений, которые следует сделать в этом случае. Затем ищут решение этих уравнений при различных стандартизованных типах входа, например при скачкообразном

изменении координаты, в результате чего определяют характеристики системы. Анализ переходных процессов дает время возвращения системы к установившемуся состоянию после какого-нибудь возмущения входа или выхода, соответствующую максимальную ошибку и частоту колебаний, если они возникают. Главная цель инженерных исследований состоит в получении наивыгоднейшего конструктивного решения. Но описанная процедура не дает удобных способов исправления первоначального проекта, если он окажется неудовлетворительным. Существенный недостаток метода дифференциальных уравнений состоит в том, что в сложной системе трудно учесть влияние инерции, запаздывания, трения, жесткости и в особенности роль отдельного звена в целой системе; последнее совершенно необходимо для модификаций звена, обычно производимых при проветривании с целью уложиться в предъявленные требования. Более удобный прием проектирования состоит в использовании передаточной функции и основывается на обычной теории цепей <sup>1)</sup>.

При таком методе проектируемая следящая система может быть подвергнута изучению последовательно, звено за звеном, потому что преобразование энергии при прохождении ее через звено определяется отношением выхода ко входу с учетом присутствия предыдущих и последующих звеньев. Роль каждого звена в общих характеристиках системы становится очень наглядной. Из этого, конечно, не следует, что окончательная проверка системы путем определения ее переходных характеристик не является важной; но на начальной стадии проектирования метод передаточной функции имеет неоспоримые преимущества.

Динамика тактической задачи. Снаряд проектируется, чтобы решить некоторую тактическую задачу. При проектировании следящей системы необходимо перейти от языка тактики к соотношениям, содержащим в себе параметры следящей системы. В предыдущих параграфах использование параметров следящей системы было показано в терминах частотного метода. При проектировании, кроме того, удобно пользоваться разложением в ряд величины установившейся ошибки при синусоидальном возмущении; для этого необходимы старшие производные входа. Следящие системы управляемых снарядов работают обычно в переходном режиме, например в конце разгона снаряда. Влияние подобных обстоятельств опреде-

---

<sup>1)</sup> Здесь снова допускается неточность (см. сноску на стр. 202). Метод передаточной функции, как он трактуется дальше, представляет собой удобный способ составления и исследования дифференциальных уравнений системы, написанных в операторной форме. Нужно отметить, что эти уравнения обычно чрезвычайно сильно загружены (см. следующую сноску). Непонимание связи между дифференциальными уравнениями и передаточной функцией, а также неверное представление об области применимости последней могут привести не только к количественным ошибкам, но и к качественно неверным результатам. (Прим. перев.)

ляется исследованием переходных процессов<sup>1)</sup>. Всегда необходимо стараться исключить влияние шумов, применяя минимальную полосу пропускания, что, однако, стоит в прямом противоречии с требованиями высокого качества динамических характеристик. В результате наилучшего компромисса получается и наилучший проект.

## 7.2. Соотношения в замкнутом контуре

Приведенные на рис. 7.1 блок-схемы относятся к простым одно-контурным следящим системам. Однако из рассмотрения этих блок-схем можно получить основные соотношения, пригодные для всех следящих систем. Мы будем применять следующие обозначения:

$\theta_i$  — вход (программа),

$\theta_0$  — выход (управляемое переменное),

$\varepsilon = \theta_i - \theta_0$  — величина ошибки,

$E = \theta_i + \beta\theta_0$  — сигнал ошибки системы,

$\mu$  — передаточная функция разомкнутого контура без цепи обратной связи,

$\beta$  — передаточная функция обратной связи,

$\oplus$  — обозначение суммирования сигналов на схемах,

$\ominus$  — то же для вычитания (прибор, измеряющий ошибку),

$K$  — постоянная,

$G(s)$  — функция комплексной частоты  $s = \sigma + j\omega$ ,

$\sigma = 0$  — для частотного метода,

$\omega = 2\pi f$  — частота  $\left(\frac{\text{рад}}{\text{сек}}\right)$ ,

$f$  — частота в герцах.

Для простейшей следящей системы (рис. 7.1, а) существуют два выражения, характеризующих систему: ошибка  $\varepsilon$  как функция входа  $\theta_i$  и передаточная функция  $\frac{\theta_0}{\theta_i}$  для замкнутого контура. Для систем с отрицательной обратной связью, т. е. для систем, у которых, в частности,  $\beta = -1$ , будет:

$$\varepsilon = \theta_i - \theta_0 \quad (7.1)$$

и

$$\frac{\varepsilon}{\theta_0} = \frac{1}{\mu}. \quad (7.2)$$

<sup>1)</sup> Здесь автор допускает большую неточность, потому что в течение как самого разгона, так и активного участка, который может за ним следовать, поведение системы описывается нелинейными или, в первом приближении, линейными уравнениями с *переменными* коэффициентами, к которым методы теоретического исследования, изложенные в настоящей книге, неприменимы (см., например, Цянь Сюэ-Сэнь, Техническая кибернетика, ИЛ, 1956). (Прим. перев.)

При условии, что ошибка мала, мы можем заменить  $\theta_0$  через  $\theta_i$ ; тогда получим приближенное соотношение

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} \approx \frac{1}{\mu}. \quad (7.3)$$

Если применяется равенство (7.3), вычисленная ошибка должна быть использована для проверки предположения, что  $\theta_0$  можно заменить на  $\theta_i$ .

Передаточная функция замкнутого контура есть

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{\mu}{1 + \mu}. \quad (7.4)$$

Эта функция может быть использована для определения отклика системы на вход, задаваемый какой-либо функцией времени, в частности синусоидальной. В системах со звеньями в цепи обратной

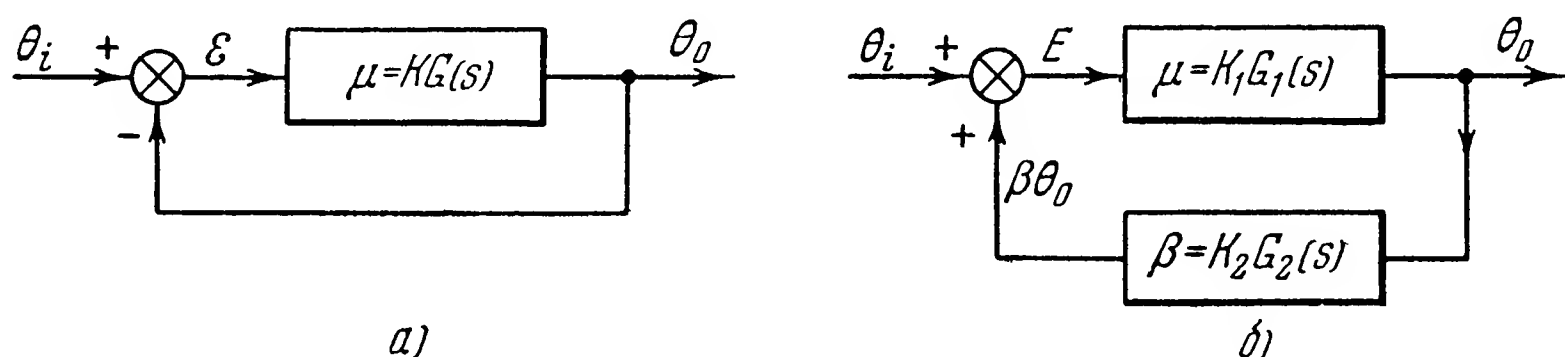


Рис. 7.1. Блок-схема одноконтурной следящей системы: *а* — простейшая следящая система, *б* — следящая система со звеном в обратной связи.

связи ( $\beta \neq 1$ ; см. рис. 7.1, *б*) ошибка  $\varepsilon$  сама по себе нигде не появляется; вместо нее появляется сигнал ошибки

$$E = \theta_i + \beta\theta_0. \quad (7.5)$$

Для прямой цепи контура имеем:

$$\frac{E}{\theta_0} = \frac{1}{\mu}. \quad (7.6)$$

Исключая из (7.5) и (7.6) выход  $\theta_0$ , получаем:

$$\frac{E}{\theta_i} = \frac{1}{1 - \beta\mu}, \quad (7.7)$$

откуда передаточная функция получается в виде

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{\mu}{1 - \beta\mu}. \quad (7.8)$$

Уравнение (7.3) дает приближенное значение для ошибки  $\varepsilon$ . Положив  $\beta = -1$  в формуле (7.7), получим для простейшей системы (без звена в цепи обратной связи):

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \mu}. \quad (7.9)$$



Это выражение можно представить в виде ряда, выполнив в правой части прямое деление единицы на  $1 + \mu$ . Тогда получим:

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} = \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{\mu^3} - \frac{1}{\mu^4} + \dots \quad (7.1)$$

Ряд (7.10) сходится, если  $\mu > 1$ ; в этом случае он удобен при изучении ошибки системы в установившемся режиме.

Обычно следящая система применяется в тех случаях, когда требуется высокая степень согласованности между входом и выходом. Мерой степени этой согласованности является отношение ошибки ко входу, даваемое формулами (7.3), (7.9) и (7.10) для простейшей следящей системы ( $\beta = -1$ ) и формулой (7.7) для системы со звеном в цепи обратной связи. Свойства следящей системы в динамическом режиме при различных типах входа, например, при синусоидальной, ступенчатой или единичной линейной функции времени, могут быть изучены при помощи прямого использования передаточных характеристик системы (см. § 6.1). Для простейшей следящей системы и системы со звеном в обратной связи, показанных на рис. 7.1, передаточные характеристики определяются соответственно формулами (7.4) и (7.8). В дополнение к требованиям малости ошибки и отличных характеристик в динамическом режиме раньше всего нужно обратить внимание на устойчивость проектируемой следящей системы. Система называется *абсолютно устойчивой*, если любое свободное колебание системы не может существовать бесконечно долго <sup>1)</sup>. Как только определено, что система устойчива в абсолютном смысле, необходимо перейти к выяснению относительной устойчивости, т. е. к характеру переходного процесса системы <sup>2)</sup>. Об относительной устойчивости системы можно судить по величине заброса и затухания, а также по размеру резонансных пиков в частотной характеристике.

Абсолютная устойчивость системы может быть установлена при помощи различных методов. Ясно, что отдельное звено системы, например  $\mu$ -звено на рис. 7.1, само по себе не может колебаться, поскольку внутри звена не существует обратного подвода энергии. Колебания возникают, когда сдвиг фазы входа при прохождении через звенья  $\mu$  и  $\beta$  достигает  $360^\circ$ , так что система становится регенеративной. При этом нужно разобрать влияние всех звеньев контура. В передаточной функции (7.8) свойства всех звеньев представлены в знаменателе  $1 - \beta\mu$ . Если линейная система не является абсолютно устойчивой, то ее передаточная функция при некоторой частоте должна становиться бесконечной. Это может быть только

<sup>1)</sup> Под термином «абсолютная устойчивость» автор подразумевает то, что у нас принято называть асимптотической устойчивостью. По поводу самого определения см. подстрочное примечание на стр. 226. (*Прим. перев.*)

<sup>2)</sup> Термин «относительная устойчивость» в нашей литературе не применяется. (*Прим. перев.*)



в том случае, если знаменатель обращается в нуль. Полезно рассмотреть непосредственно полином  $1 - \beta\mu$ , чтобы убедиться, что в нем присутствуют все члены и что их коэффициенты имеют один и тот же знак; однако этого не достаточно. Один из наиболее общих методов для проверки абсолютной [асимптотической (*Прим. перев.*)] устойчивости состоит в применении критерия Рауса <sup>1)</sup> (см. главу 6); его мы и будем применять в последующих примерах.

### 7.3. Первый основной тип следящей системы

Как было указано в начале главы, метод передаточной функции наиболее практичен на начальной стадии проектирования следящей системы. С целью увеличения наглядности покажем, как получить

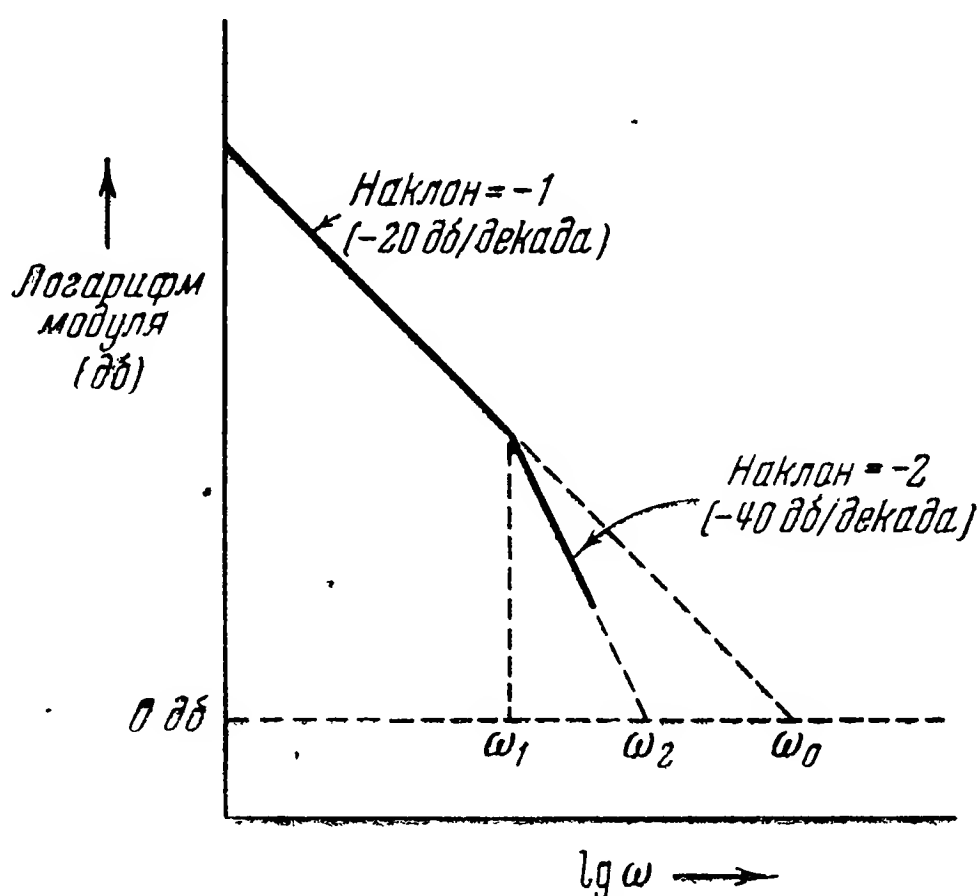


Рис. 7.2. Асимптотическая характеристика разомкнутого контура следящей системы первого основного типа.

выражения для отклика и ошибки системы при помощи асимптотической характеристики разомкнутого контура, изображенной на рис. 7.2. Характеристики разомкнутой системы получаются, если прервать цепь обратной связи (см. рис. 7.1). При этом условии всякий вход  $\theta_i$  на выходе дает  $\mu\theta_i$ . Точная логарифмическая характеристика системы есть плавная кривая, приближенно изображаемая двумя отрезками прямых, которые мы будем называть асимптотическими отрезками; такая приближенная характеристика называется асимптотической характеристикой. Максимальное отклонение асимптотической характеристики от точной составляет  $-3$  дБ в точке пересечения обоих отрезков; наклон первого из них равен  $-1$  (т. е.  $-20$  дБ/декада), второй  $-2$  (т. е.  $-40$  дБ/декада). Частота  $\omega_1$ , при которой происходит излом асимптотической характеристики, называется *сопрягающей*. Пересечение отрезка с наклоном  $-1$  (низкая частота) и линии, соответствующей усилению, равному единице ( $0$  дБ), определяет частоту  $\omega_0$  — параметр системы, который связан с ошибкой, вызываемой производной от входа. Продолжение отрезка с наклоном  $-2$  до линии  $0$  дБ определяет частоту  $\omega_2$ , являющуюся

<sup>1)</sup> Routh E. J., Advanced Part of the Dynamics of a System of Rigid Bodies, vol. II, 6th Ed., MacMillan and Company, London, 1930.

средним геометрическим между  $\omega_0$  и  $\omega_1$  ( $\omega_2 = \sqrt{\omega_0 \omega_1}$ ). Частота  $\omega_2$  является вторым важным параметром, который часто применяется в качестве меры эффективной полосы системы, т. е. полосы, от которой зависит уменьшение ошибки следящей системы. Всю систему можно себе представить, как состоящую из интегрирующего звена (отрезок с наклоном  $-1$ , проходящий через точку  $\omega_0$ ), включенного последовательно с фильтром нижних частот и притом так, что сопрягающая частота есть  $\omega_1$ . Передаточная функция такой системы может быть записана следующим образом:

$$\mu = \left(\frac{\omega_0}{s}\right) \left(\frac{\omega_1}{s + \omega_1}\right), \quad (7.11)$$

где  $s = \sigma + j\omega$ . Заметим, что  $\omega_0$  пропорциональна усилению разомкнутой системы. В самом деле, сразу видно, что увеличение усиления сказывается лишь в том, что линия  $0$  дб на рис. 7.2 смещается вниз. Величина  $\omega_1$  не зависит от усиления, потому что она получается из постоянных, определяющих физические свойства элементов системы. Следовательно, мы можем переписать (7.11), введя туда коэффициент усиления; тогда мы получим:

$$\mu = \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right) \left(\frac{\omega_1}{s}\right) \left(\frac{\omega_1}{s + \omega_1}\right), \quad (7.12)$$

где в обозначениях, принятых на рис. 7.1, а, будет:

$$K = \frac{\omega_0}{\omega_1}, \quad G(s) = \left(\frac{\omega_1}{s}\right) \left(\frac{\omega_1}{s + \omega_1}\right).$$

Удобство разложения  $\mu$  на два множителя, из которых один не зависит от комплексной частоты, а в другом сгруппированы все остальные члены, состоит в упрощении поочередной проверки усиления каждого звена в сложной системе.

Передаточную функцию замкнутого контура при  $\beta = -1$  теперь найдем подстановкой (7.12) в (7.4). Это дает:

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{K \frac{\omega_1}{s} \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}{1 + K \frac{\omega_1}{s} \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}, \quad (7.13)$$

или

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \left[ \frac{s^2}{K\omega_1^2} + \frac{s}{K\omega_1} + 1 \right]^{-1}. \quad (7.14)$$

Разлагая квадратный трехчлен в скобках на множители, мы получим:

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{\frac{\omega_1}{2} (1 - \sqrt{1 - 4K})}{s + \frac{\omega_1}{2} (1 - \sqrt{1 - 4K})} \cdot \frac{\frac{\omega_1}{2} (1 + \sqrt{1 - 4K})}{s + \frac{\omega_1}{2} (1 + \sqrt{1 - 4K})}. \quad (7.15)$$

Пользуясь уравнением (7.14), можно сразу дать следующее грубое описание амплитудной и фазовой логарифмических характеристик.

1. Наклон асимптотического отрезка в области низких частот определяется членом с низшей (по абсолютной величине) степенью. Наличие постоянного члена показывает, что наклон равен нулю.

2. Наклон асимптотического отрезка в области высоких частот определяется членом высшей (по абсолютной величине) степени. Этот член содержит  $s^{-2}$ , что указывает на наклон  $-2$ .

3. Асимптотические отрезки (или их продолжения) пересекают линию  $0 \text{ дб}$  на частотах, определяемых каждым из соответствующих членов, рассматриваемым отдельно; при этом частоты находятся из равенства  $\frac{\theta_0}{\theta_i} = 1$ . В формуле (7.14) постоянный член есть единица, так что низкочастотная часть асимптотической характеристики проходит через 1, т. е. совпадает с линией  $0 \text{ дб}$ . Член второго порядка после

подстановки  $s = j\omega$  дает  $1 = K \frac{\omega_1^2}{\omega^2}$ ; так что прямая с наклоном  $-2$  пересекает линию  $0 \text{ дб}$  при  $\omega = \omega_1 \sqrt{K}$ .

4. Фаза равна  $90^\circ$ , умноженным на наклон амплитудной характеристики, причем отрицательный наклон соответствует отставанию по фазе. Для формулы (7.11) фаза равна нулю при нулевой частоте и достигает  $-180^\circ$  на высоких частотах; ее среднее значение есть  $-90^\circ$  на средней геометрической частоте.

Амплитудная и фазовая характеристики. Амплитудную и фазовую характеристики можно получить из выражения, составленного для  $\frac{\theta_0}{\theta_i}$ , если положить:

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = a + jb, \quad (7.16)$$

откуда

$$\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (7.17)$$

$$\angle \frac{\theta_0}{\theta_i} = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \quad (7.18)$$

где  $\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right|$  означает модуль, а  $\angle \frac{\theta_0}{\theta_i}$  — фазу этого комплексного числа <sup>1)</sup>.

Применяя децибел в качестве единицы усиления, мы можем написать:

$$\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right|_{\text{дб}} = 20 \lg \left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right|, \quad (7.19)$$

<sup>1)</sup> Обозначению  $\angle z$  соответствует в нашей литературе  $\arg z$  (аргумент комплексного числа). (Прим. перев.)

Для установившегося решения полагаем  $s = j\omega$ , и передаточная функция (7.14) переходит в частотную характеристику

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \left[ \frac{(j\omega)^2}{K\omega_1^2} + \frac{j\omega}{K\omega_1} + 1 \right]^{-1}. \quad (7.20)$$

Заменяя  $\omega$  на безразмерную частоту  $F = \frac{\omega}{\omega_1}$ , получим:

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \left[ \left( 1 - \frac{F^2}{K} \right)^2 + j \frac{F}{K} \right]^{-1}. \quad (7.21)$$

Модуль этого числа, выраженный в децибелах, будет:

$$\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right|_{\text{дб}} = -10 \lg \left[ F^4 \frac{1}{K^2} + F^2 \left( \frac{1}{K^2} - \frac{2}{K} \right) + 1 \right], \quad (7.22)$$

а фаза будет:

$$\angle \frac{\theta_0}{\theta_i} = -\arctg \left[ \frac{F}{K - F^2} \right]. \quad (7.23)$$

На рис. 7.3 показаны амплитудная и фазовая характеристики замкнутого контура при трех значениях коэффициента усиления. Форму амплитудной характеристики можно легко себе представить, если воспользоваться тем, что она всегда касается той части асимптотической характеристики незамкнутого контура, которая имеет наклон  $-1$  (т. е.  $-20$  дб на декаду). Отсюда следует, что если, например, коэффициент усиления равен 10, то при резонансе, имеющем место на частоте  $\omega = \omega_1 \sqrt{10}$ , выход будет в  $\sqrt{10} \approx 3,1$  раза больше входа.

Вообще желательна характеристика, обладающая минимальным резонансным пиком вместе с подходящей эффективной полосой. При проектировании часто стараются достигнуть  $K = 1$ . Приравняв нулю коэффициент при  $F^2$  в (7.22), получаем, что условие отсутствия резонансного пика есть  $K \leq \frac{1}{2}$ .

Запасы устойчивости по модулю и фазе. Запасы устойчивости по модулю и фазе определяются из характеристик разомкнутого контура. Запас устойчивости по модулю, выраженный в децибелах, есть число децибел, отсчитанное от усиления, равного единице, при частоте, соответствующей фазе в  $180^\circ$ . Для системы, к которой относится рис. 7.3, запас устойчивости бесконечно велик, так как характеристика с наклоном  $-2$  достигает фазы  $180$  при бесконечно большой частоте. Чтобы получить запас по фазе, нужно вычесть из  $180^\circ$  величину фазы, соответствующую усилению, равному единице. Для системы, к которой относится рис. 7.3, запас устойчивости по фазе равен приблизительно  $66^\circ$  при  $K = \frac{1}{2}$ ,  $52^\circ$  при  $K = 1$  и  $39^\circ$  при  $K = 2$ .

Переходный процесс при единичном скачке на входе. Как уже было сказано во введении к настоящей главе, частотный метод очень удобен при проектировании следящих систем.

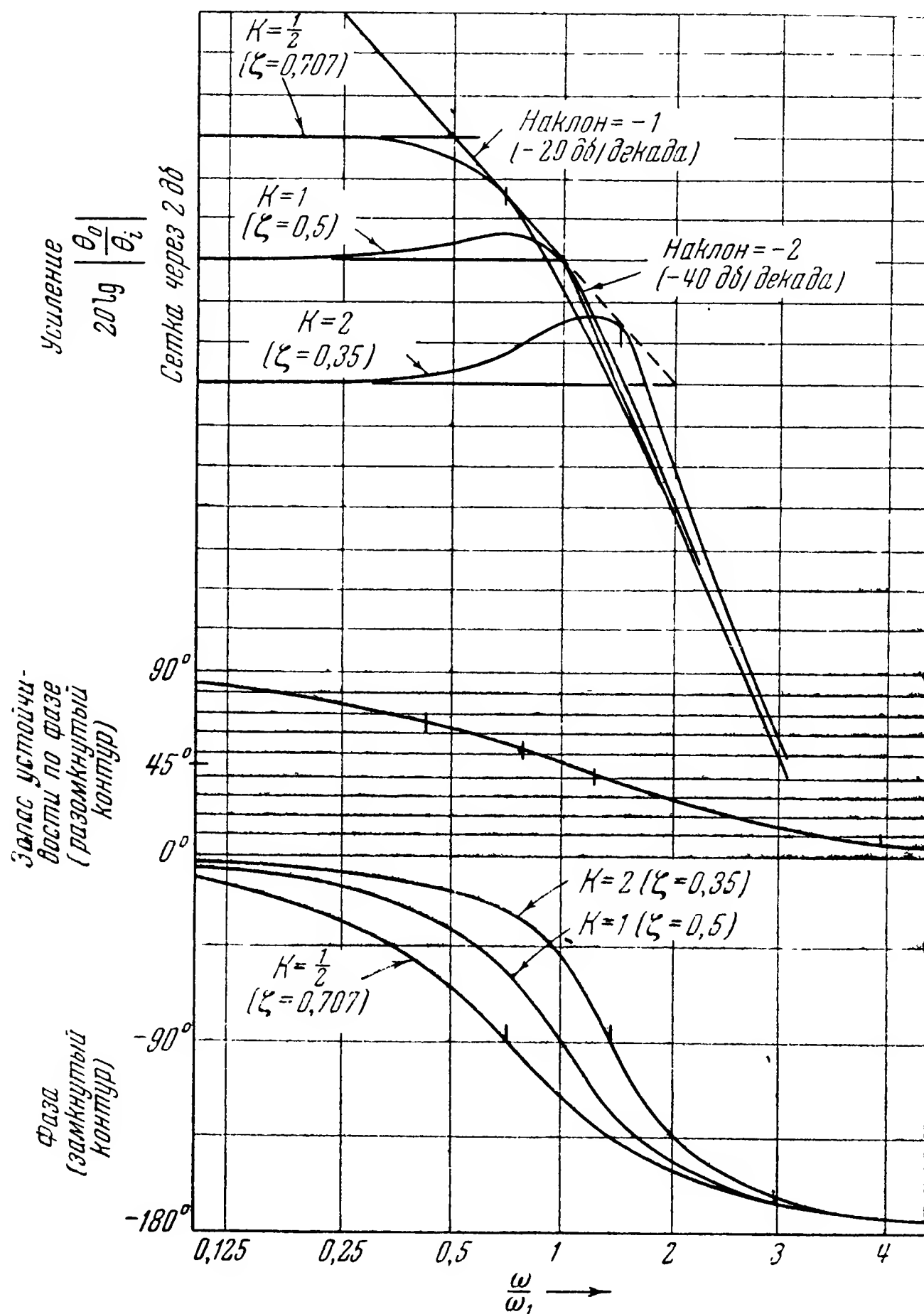


Рис. 7.3. Первый основной тип следящей системы. Частотные характеристики замкнутого контура для трех значений коэффициента усиления.

Тем не менее, необходимо производить проверку путем исследования переходных процессов. Для этого мы прежде всего найдем изображение в смысле Лапласа  $\theta_i(s)$  входа  $\theta_i(t)$ , заданного в виде функции времени

$$\mathcal{L}[\theta_i(t)] = \theta_i(s). \quad (7.24)$$

Изображение выхода системы получим в виде

$$\theta_0(s) = \frac{\theta_0}{\theta_i}(s) \theta_i(s). \quad (7.25)$$

Оригинал выхода, т. е. выход, как функцию времени получим при помощи обратного преобразования Лапласа

$$\mathfrak{L}^{-1}[\theta_0(s)] = \theta_0(t). \quad (7.26)$$

В качестве входного возмущения мы выберем единичный скачок, считая от начального нулевого положения:

$$\theta_i(t) = u(t). \quad (7.27)$$

Используя приемы, изложенные в главе 6 (формула (6.5)), мы получим

$$\theta_i(s) = \mathfrak{L}[\theta_i(t)] = \mathfrak{L}[u(t)] = \frac{1}{s}. \quad (7.28)$$

Для первого основного типа следящей системы  $\frac{\theta_0}{\theta_i}$  дано уравнением (7.14). Поэтому, если на вход подан единичный скачок, то при нулевых начальных условиях мы будем иметь:

$$\theta_0(s) = \frac{K\omega_1^2}{s(s^2 + s\omega_1 + K\omega_1^2)}. \quad (7.29)$$

Чтобы упростить отыскание оригинала при помощи обыкновенных таблиц, мы применим к (7.29) метод разложения на простейшие дроби. Получим:

$$\theta_0(s) = \frac{1}{s} + \frac{\alpha_2}{(\alpha_1 - \alpha_2)(s + \alpha_1)} - \frac{\alpha_1}{(\alpha_1 - \alpha_2)(s + \alpha_2)}, \quad (7.30)$$

где  $s + \alpha_1$  и  $s + \alpha_2$  означают множители, на которые разлагается квадратный трехчлен в знаменателе формулы (7.29). Из таблицы изображений в смысле Лапласа и их оригиналов мы найдем:

$$\theta_0(t) = 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_1 t} - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_2 t}, \quad (7.31)$$

причем

$$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{2}(1 + \sqrt{1 - 4K}), \quad (7.32)$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_1}{2}(1 - \sqrt{1 - 4K}). \quad (7.33)$$

Критическое (апериодическое) затухание соответствует  $K = \frac{1}{4}$ , т. е.  $\omega_0 = \frac{1}{4} \omega_1$ . Обычно применяется безразмерный коэффициент затухания  $\zeta$ , который определяется как отношение существующего в системе коэффициента затухания к критическому, т. е. к такому, когда система становится апериодической.



Дифференциальное уравнение для отклика системы чаще всего пишут в форме

$$\frac{d^2\theta_0(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta_0(t)}{dt} + \omega_n^2\theta_0(t) = \omega_n^2\theta_i(t) \quad (7.34)$$

или в другой форме — относительно ошибки  $\varepsilon$ , получаемой заменой  $\theta_0$  на  $\varepsilon$  при помощи формулы  $\varepsilon = \theta_i - \theta_0$ . Параметр  $\omega_n$  есть собственная частота системы, причем  $\omega_n = \sqrt{\omega_0\omega_1} = \omega_1\sqrt{K}$ . Безразмерный коэффициент затухания определяется формулой  $\zeta = \frac{\omega_1}{2\omega_2} = \frac{1}{2\sqrt{K}}$ .

В случае передемпфированной системы  $K < \frac{1}{4}$  и из (7.31) мы получаем:

$$\theta_0(t) = 1 - \frac{\sqrt{1-4K}}{2(1-4K)} e^{-\frac{\omega_1 t}{2}} \left\{ \left(1 + \sqrt{1-4K}\right) e^{\sqrt{1-4K} \cdot \frac{\omega_1 t}{2}} - \right. \\ \left. - (1 - \sqrt{1-4K}) e^{-\sqrt{1-4K} \cdot \frac{\omega_1 t}{2}} \right\}. \quad (7.35)$$

Выход системы, определяемый формулой (7.35), состоит из постоянного и двух экспоненциальных членов. В случае, если  $K > \frac{1}{4}$  (т. е.  $\zeta < 1$ ), появляются комплексные величины, и решение необходимо записать в форме, отличающейся от (7.35). Решение будет состоять из постоянного члена и члена с затухающими колебаниями:

$$\theta_0(t) = 1 - \frac{2\sqrt{K}}{\sqrt{4K-1}} e^{-\frac{\omega_1 t}{2}} \sin\left(\sqrt{4K-1} \frac{\omega_1 t}{2} + \arctg \sqrt{4K-1}\right). \quad (7.36)$$

На рис. 7.4 представлены графики переходного процесса для тех же трех значений усиления, которые были использованы при построении частотных характеристик. Величину  $K = 1$  часто принимают как компромисс между требованиями малого времени переходного процесса<sup>1)</sup> и малого заброса и запаздывания. Заброса не существует вовсе при  $K \leq \frac{1}{4}$  (в то время как резонансного пика не существует при  $K \leq \frac{1}{2}$ ). В установившемся режиме ошибка следящей системы равна нулю. Для сравнения напомним, что простой односекционный *RC*-фильтр нижних частот при входе в виде единичного скачка дает на выходе простую экспоненту, обращенную выпуклостью кверху. В этом случае касательная в начальной точке пересекает прямую конечного состояния в момент, когда выход

<sup>1)</sup> Время переходного процесса здесь следует понимать в физическом смысле в отличие от математического. См. Thaler G. J. and Brown R. G., *Servomechanism Analysis*, 1st Ed., McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1953, p. 90. [См. также «Терминология управления, регулирования и автоматики авиадвигателей», Изв. АН СССР, 1954, Термин 37. (Прим. перев.)]

системы равен  $1 - \frac{1}{e}$ , или 63,2% конечного значения; этот момент определяет постоянную времени фильтра. В случае системы второго порядка, рассматриваемой здесь, для описания переходного процесса лучше пользоваться величинами, изображенными на рис. 7.5. Найдем точку перегиба кривой; пусть ей соответствует момент  $t_I$ . Проведем касательную в точке перегиба. Пересечение касательной с осью абсцисс определяет параметр  $\tau_D$ , который мы назовем запаздыванием

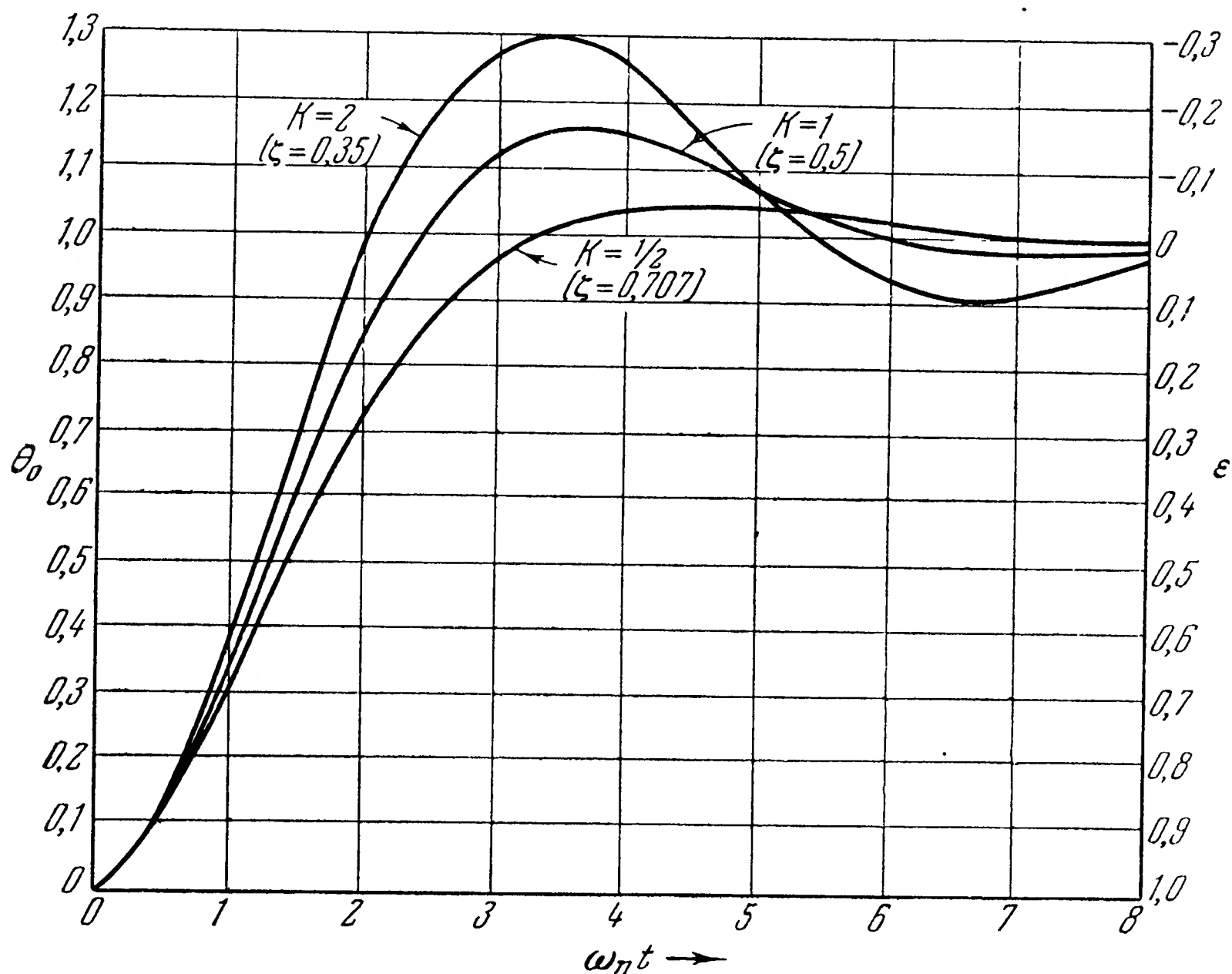


Рис. 7.4. Переходный процесс следящей системы первого основного типа для входа в виде единичного скачка при трех значениях коэффициента усиления  $\omega_n = \omega_1 \sqrt{K}$ .

системы. Пересечение той же касательной с линией конечного значения выхода определяет параметр  $\tau_R$ , который мы назовем временем срабатывания. За время срабатывания выход системы достигает  $\mathcal{R}\%$  его окончательного значения. Чтобы сравнивать переходные процессы между собой, их можно характеризовать тремя параметрами:  $\tau_D$ ,  $\tau_R$  и  $\mathcal{R}\%$ . Такой способ сравнения более приемлем, чем простое распространение понятия постоянной времени на более сложные системы.

Выражение для ошибки в установившемся режиме. Требования к эффективной полосе системы, состоящие в том, чтобы максимальная ошибка системы не превосходила заранее

заданной, могут быть связаны с произвольным входом при помощи приближенного выражения ошибки в установившемся режиме, выведенного выше (при  $\beta = -1$ ) из уравнения (7.3), которое мы здесь и повторяем:

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} \approx \frac{1}{\mu}. \quad (7.3)$$

Используя выражение  $\mu$ , полученное для следящих систем первого типа в виде (7.12), из (7.3) получим:

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} = \frac{1}{K \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}, \quad (7.37)$$

$$\varepsilon(s) = \frac{s\theta_i}{K\omega_1} + \frac{s^2\theta_i}{K\omega_1^2}. \quad (7.38)$$

Если применить к уравнению (7.38) операторное соотношение № 9

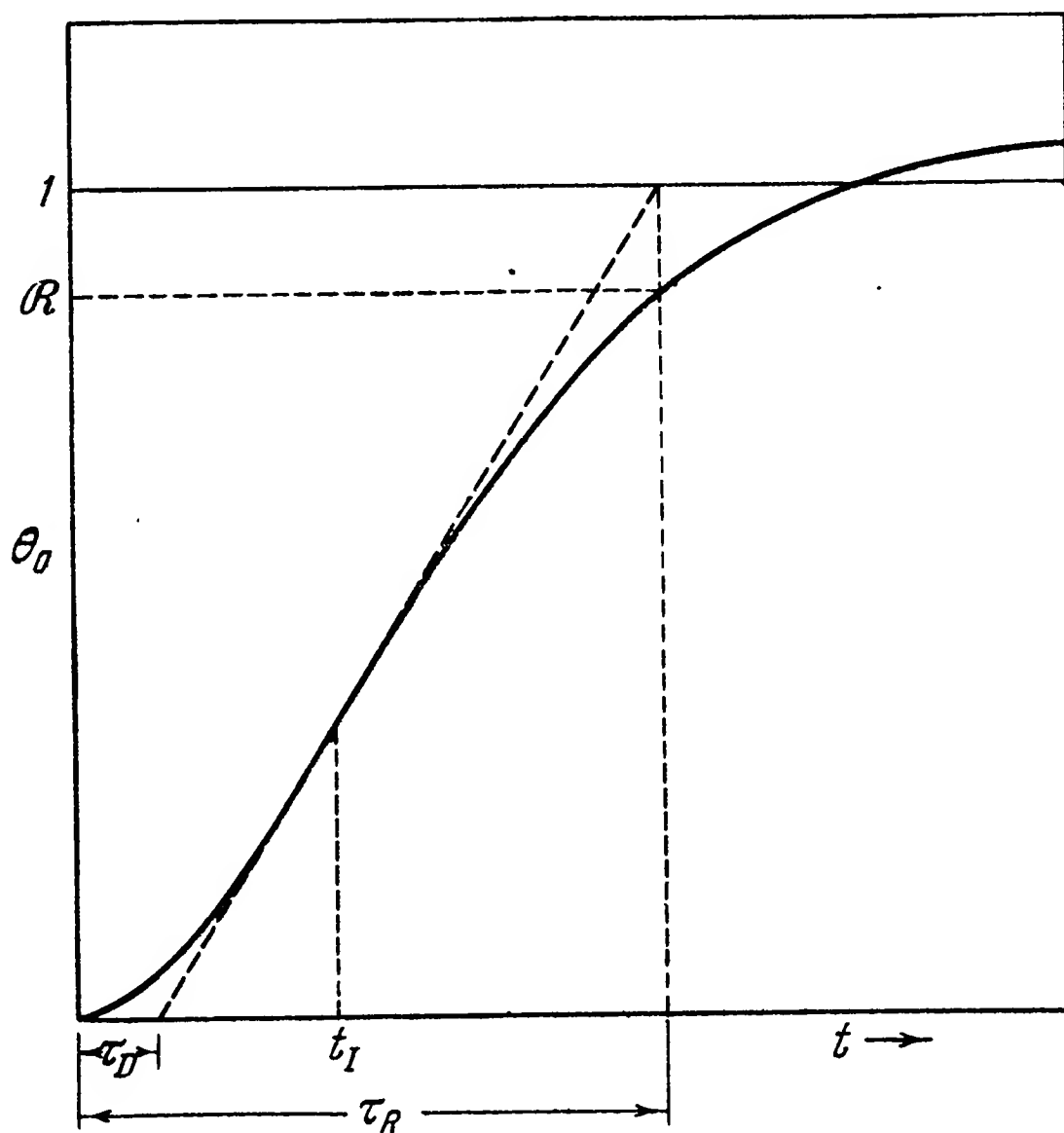


Рис. 7.5. Величины, удобные для описания переходного процесса системы второго порядка.

из таблицы 6.2 (гл. 6) и положить все начальные значения равными нулю, мы получим:

$$\varepsilon(t) = \frac{\dot{\theta}_i}{K\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{K\omega_1^2}. \quad (7.39)$$

При помощи уравнения (7.39) мы можем построить график функции времени  $\varepsilon_i(t)$ . Исходным при этом построении может служить

график входа  $\theta_i(t)$ , так как во многих случаях достаточно даже графического дифференцирования для того, чтобы получить  $\dot{\theta}_i$  и  $\ddot{\theta}_i$ . Если задать некоторый определенный график входа, то можно сравнить между собой различные следящие системы и сделать среди них выбор путем сравнения графиков ошибок.

Если для вывода выражения ошибки применить более точный метод и воспользоваться более точным равенством (7.10), то вместо (7.39) мы получим:

$$\varepsilon(t) = \frac{\dot{\theta}_i}{K\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{K\omega_1^2} \left(1 - \frac{1}{K}\right) - \frac{\ddot{\theta}_i}{K^2\omega_1^3} \left(2 - \frac{1}{K}\right) + \\ + \frac{\ddot{\theta}_i}{K^3\omega_1^4} \left(3 - \frac{1}{K} - K\right) - \dots \quad (7.40)$$

Для большого усиления ( $K > 1$ ) выражение (7.40) хорошо аппроксимируется формулой (7.39). При коэффициенте усиления, меньшем единицы ( $K < 1$ ), мы в действительности имеем не усиление, а ослабление, и формулу (7.40) применять нельзя, потому что ряд в правой части не сходится.

Изложенное подчеркивает трудности, которые возникают в том случае, если полоса частот передаваемой информации превосходит эффективную полосу следящей системы. В действительности это всегда имеет место, так что высокочастотные составляющие сравнительно малой амплитуды не проходят. Это обстоятельство увеличивает ошибку следящей системы, которая при правильном проектировании должна оставаться малой. Польза приведенных здесь рядов для ошибки состоит главным образом в возможности проверки качества следящей системы на начальных стадиях проектирования. Если выбрана неудачная эффективная полоса системы, это немедленно станет ясным. Если ошибки, вычисленные изложенным методом, оказываются большими, не следует считать, что получена точная величина ошибки; следует просто сделать вывод, что ошибка велика и что поэтому следящую систему нужно проектировать заново.

Для рассматриваемого в этом параграфе частного случая следящей системы и трех приведенных выше значений коэффициента усиления, воспользовавшись равенством (7.39), мы получим:

для  $K = \frac{1}{2}$

$$\varepsilon = \frac{2\dot{\theta}_i}{\omega_1} + \frac{2\ddot{\theta}_i}{\omega_1^2}, \quad (7.41)$$

для  $K = 1$

$$\varepsilon = \frac{\dot{\theta}_i}{\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{\omega_1^2}, \quad (7.42)$$

для  $K = 2$

$$\varepsilon = \frac{\dot{\theta}_i}{2\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{2\omega_1^2}. \quad (7.43)$$

Чтобы применять эти выражения, нужно иметь производные от входа по времени.

**Боковой курс воздушной цели.** Чтобы пояснить влияние усиления на ошибку следящей системы, рассмотрим следующую тактическую обстановку. Управляемый снаряд, наводимый по лучу, используется против скоростного самолета, проходящего мимо станции наведения. Предположим, что самолет летит по прямой на постоянной высоте, с постоянной скоростью. Из этой простой обстановки можно извлечь требования к следящим системам радиолокатора, а также к каналам тангажа и рысканья снаряда. Поскольку

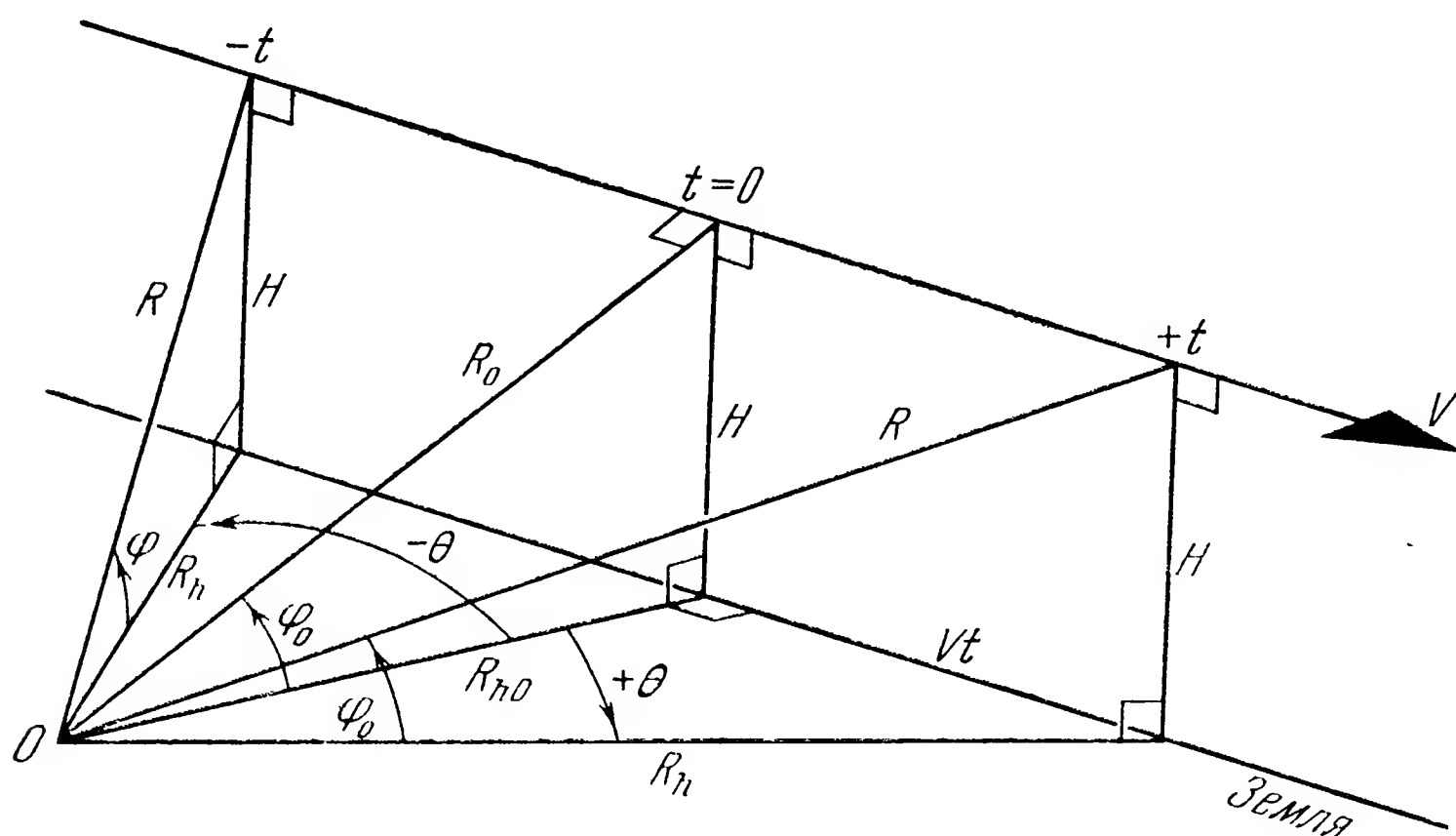


Рис. 7.6. Сопровождение при боковом курсе.

геометрия сопровождения цели радиолокатором менее сложна, чем кинематика полета самого снаряда по лучу, мы здесь займемся задачей о сопровождении цели радиолокатором. Задача поставлена графически на рис. 7.6, где использованы следующие обозначения:

- $V$  — горизонтальная скорость цели в узлах,
- $H$  — высота цели в футах,
- $R$  — дальность цели в ярдах,
- $R_h$  — горизонтальная дальность цели,
- $R_0$  — наклонная дальность цели на траверзе («на параметре»),
- $R_{h0}$  — горизонтальная дальность цели на траверзе,
- $\varphi$  — угол места цели в градусах,
- $\varphi_0$  — угол места цели на траверзе,
- $\theta$  — пеленг цели в градусах ( $\theta = 0$  на траверзе),
- $t$  — время в секундах ( $t = 0$  на траверзе),
- $O$  — точка, из которой ведется наблюдение за целью.

Рассмотрим сопровождение цели по азимуту. Следящая система должна обрабатывать угол  $\theta$ , определяемый (в радианах) из равенства

$$\operatorname{tg} \theta = K_1 \frac{Vt}{R_{h0}} = K_1 \frac{Vt}{R_0 \cos \varphi_0}, \quad (7.44)$$

где  $K_1$  зависит от выбора единиц измерения. Значение  $K_1$  есть

$$K_1 = \frac{6080 \cdot 20}{3600 \cdot 3} = 0,5630 \frac{\text{ярд час}}{\text{морск. миля сек}}. \quad (7.45)$$

Кроме того, для перехода от радианов к градусам нужно использовать второй коэффициент:

$$K_2 = \frac{180}{\pi} \approx 57,296 \frac{\text{град}}{\text{рад}}. \quad (7.46)$$

При помощи повторного дифференцирования (7.44) мы получаем:

$$\dot{\theta} = \left[ \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} \right] \cos^2 \theta, \quad (7.47)$$

$$\ddot{\theta} = - \left[ \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^2 \cos^2 \theta \sin 2\theta, \quad (7.48)$$

$$\ddot{\theta} = 2 \left[ \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^3 \cos^4 \theta (4 \sin^2 \theta - 1). \quad (7.49)$$

Максимальные значения  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  и  $\ddot{\theta}$  получим, приравняв нулю следующую производную и определяя оттуда  $\theta$ . Это будут:

$$|\dot{\theta}_{\max}| = \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} = 32,26 \frac{V}{R_0 \cos \varphi_0}, \quad (7.50)$$

$$|\ddot{\theta}_{\max}| = \frac{3 \sqrt{3}}{8} \left[ \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^2 = 11,80 \left[ \frac{V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^2, \quad (7.51)$$

$$|\ddot{\theta}_{\max}| = 2 \left[ \frac{K_1 V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^3 = 20,44 \left[ \frac{V}{R_0 \cos \varphi_0} \right]^3, \quad (7.52)$$

причем второй столбец относится к случаю, когда углы выражены в радианах, а третий — в градусах.

Поскольку обычно следящие системы не имеют настолько низкого усиления, чтобы возникла значительная ошибка в угле  $\theta$ , вместо того, чтобы рисовать графики зависимости  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  и  $\ddot{\theta}$  от времени, мы построим графики зависимости производных от угла  $\theta$ . Их отношения (в %) к своим максимальным значениям приведены на рис. 7.7. Кроме того, с целью упростить построение графиков по времени построена, на основании формулы (7.44), кривая  $t$ , для которой справа приведена отдельная шкала. На рис. 7.8 представлены максимальные значения производных как функции параметра  $\frac{V}{R_0 \cos \varphi_0}$ . Величины, изображенные на рис. 7.8, позволяют найти члены ряда, определяющего ошибку системы, и тем самым установить степень участия каждой производной в образовании ошибки; для этого нужно сначала



определить параметр. Рассмотрим пример, может быть, несколько нереальный, когда кинематические характеристики движения цели

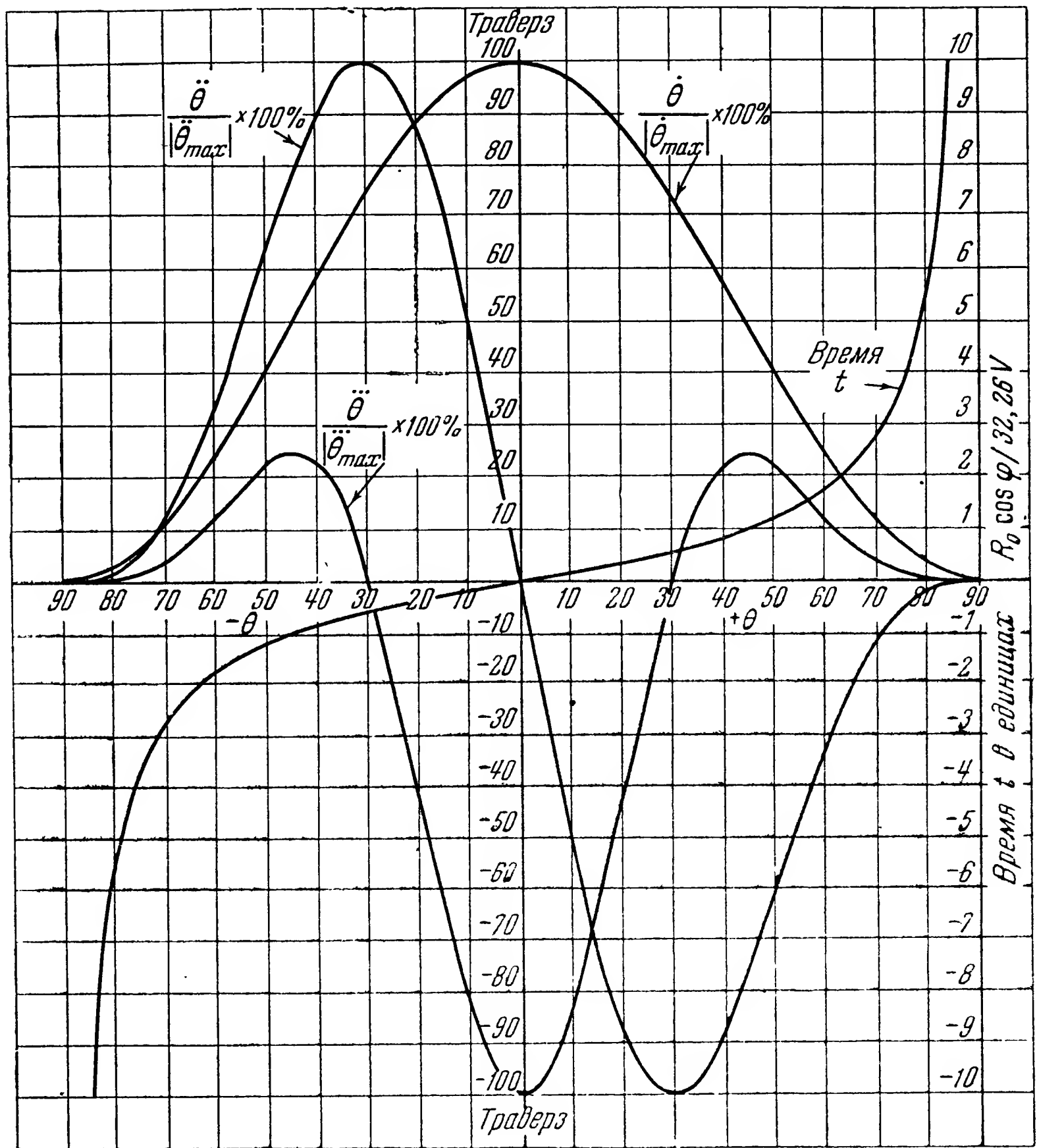


Рис. 7.7. Характеристики сопровождения по азимуту при боковом курсе.

используются прямо в качестве входа следящей системы. Для этого возьмем следующие исходные данные:

$$\begin{aligned} V &= 500 \text{ узлов,} \\ R_0 &= 1000 \text{ ярдов,} \\ H &= 1500 \text{ футов.} \end{aligned}$$

Это значит, что максимальные значения нужно снять для параметра

$$\frac{V}{R_0 \cos \varphi_0} = \frac{500}{1000 \cdot 0,866} = 0,577.$$

Из рис. 7.8 мы получаем  $\dot{\theta}_{\max} = 18,6 \frac{\text{град}}{\text{сек}}$ ,  $\ddot{\theta}_{\max} = 4 \frac{\text{град}}{\text{сек}^2}$ . Мы примем, что в выражении для ошибки (7.42)  $\omega_1 = 10$ ; тогда ошибку

$$e = \frac{\dot{\theta}_i}{10} + \frac{\ddot{\theta}_i}{100} \quad (7.53)$$

можно вычислить сначала как функцию  $\theta$ , а затем преобразовать в функцию времени. Но произведение  $18,6 \cdot 0,1 = 1,8$  велико по

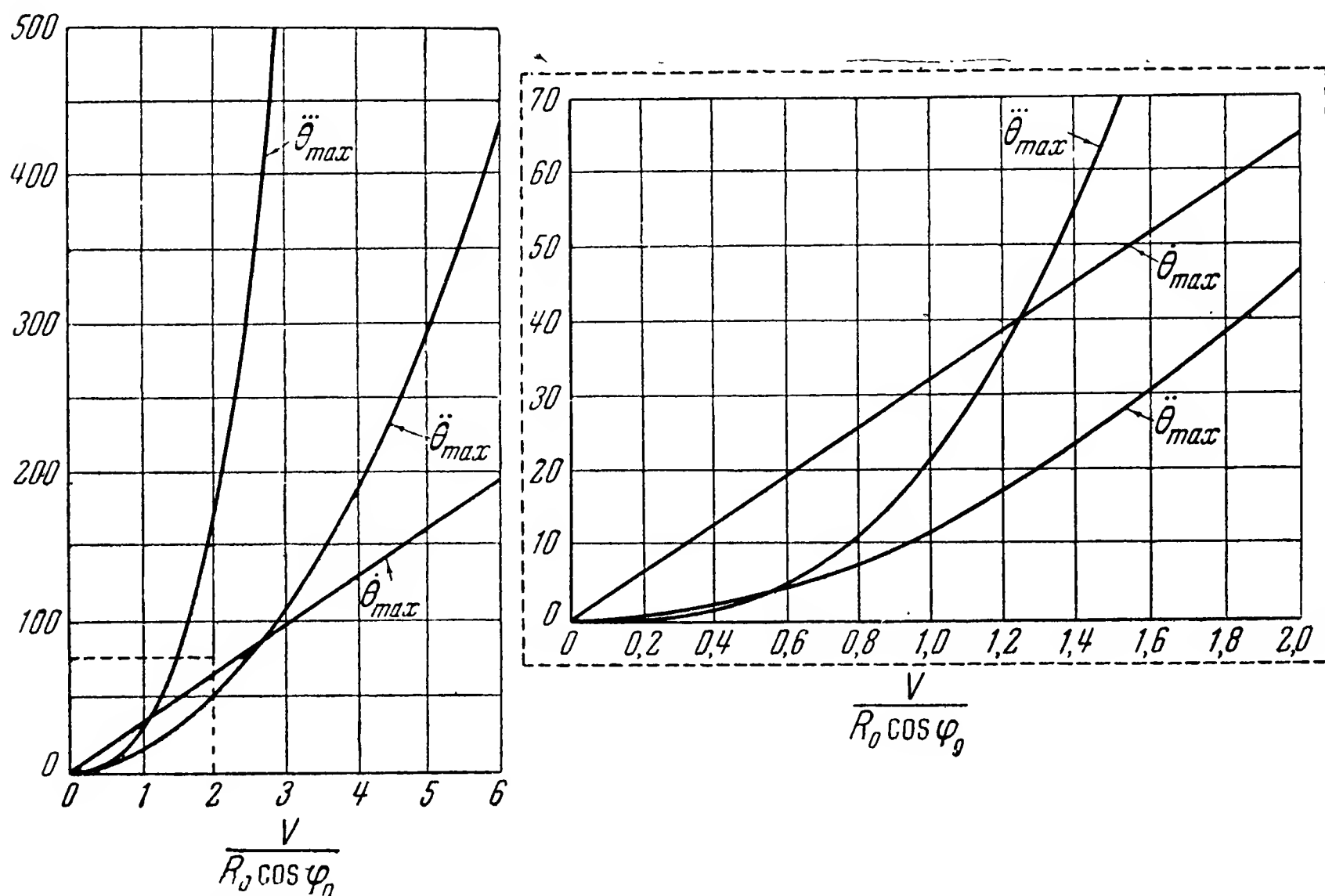


Рис. 7.8. Максимальные значения производных. Единицы по оси ординат: град/сек, град/сек<sup>2</sup>, град/сек<sup>3</sup>.

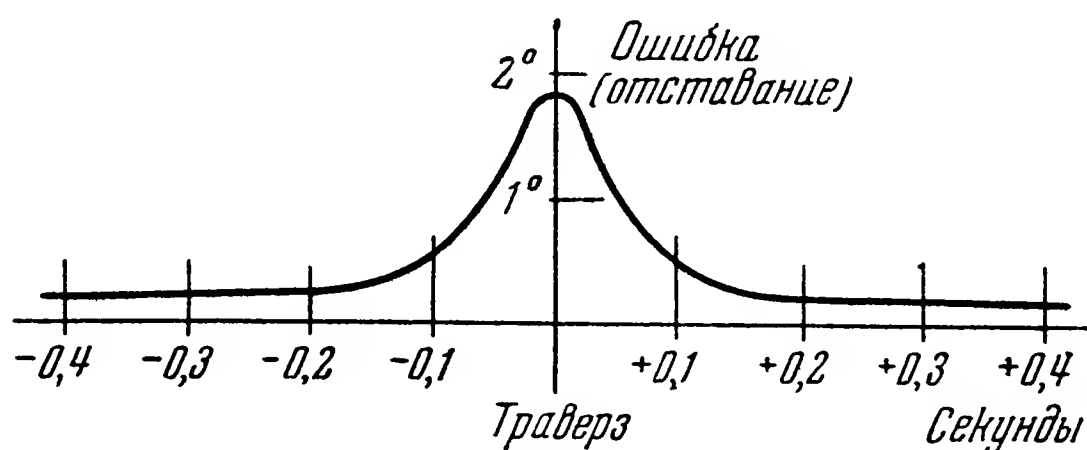


Рис. 7.9. Ошибка сопровождения по азимуту.

сравнению с  $4 \cdot 0,01 = 0,04$ . Поэтому ошибка системы должна иметь пик, почти точно совпадающий с пиком угловой скорости  $\dot{\theta}$ . Ошибка в виде функции времени приведена на рис. 7.9. Чтобы показать на примере процесс расчета, вычислим ошибку для  $\theta = \pm 30^\circ$ .

Снимаем  $\dot{\theta} : |\dot{\theta}_{\max}| = 75\%$  и получаем  $\dot{\theta} = 0,75 \cdot 18,6 = 13,94$ . Снимаем  $\ddot{\theta} : |\ddot{\theta}_{\max}| = -100\%$  и вычисляем  $\ddot{\theta} = -1 \cdot 4 = -4$ . Теперь находим ошибку при  $\theta = 30^\circ : \varepsilon = 0,1 \cdot 13,94 - 0,01 \cdot 4 = 1,353^\circ$ .

По кривой времени  $\theta = 30^\circ$  соответствует

$$0,58 \cdot \frac{R_0 \cos \varphi}{32,26V} = 0,58 \cdot (1000 \cdot 0,866 : 32,26 \cdot 500) = 0,031 \text{ сек}$$

после траверза. Для нашего примера потребуется локатор с шириной луча порядка  $3-4^\circ$ . Максимальное отставание при сопровождении будет на траверзе иметь порядок  $1,8^\circ$ . Это показывает, что требуется коррекция основных передаточных характеристик системы.

#### 7.4. Коррекция следящей системы первого основного типа

В большинстве случаев логарифмическая амплитудная характеристика разомкнутой следящей системы первого типа не начинается сразу с наклоном  $-1$ , поскольку это требовало бы бесконечного усиления при нулевой частоте. Усиление на постоянном токе вообще очень велико, так что предположение о бесконечности усиления не дает значительной ошибки. Сопрягающая частота (т. е. частота, при которой наклон  $-1$  изменяется на  $-2$ ) зависит от параметров системы, и ее трудно изменять. Если требуется улучшение динамических характеристик системы, следует предпочесть увеличение усиления, поскольку из результатов § 7.3 видно, что наивыгоднейшее усиление получается в том случае, если линия  $0 \text{ дб}$  проходит через угловую точку асимптотической характеристики (т. е. точку, в которой наклон  $-1$  изменяется на  $-2$ ). Но увеличение усиления в свою очередь требует, чтобы наклон  $-2$  при дальнейшем увеличении  $\omega$  снова изменился на  $-1$ . Чтобы исследовать эту возможность, мы рассмотрим в качестве «корректированной следящей системы первого типа» такую, у которой асимптотическая характеристика разомкнутого контура имеет чередование наклонов  $-1$ ,  $-2$ ,  $-1$ . На рис. 7.10 показана асимптотическая характеристика корректированной системы первого типа с «обратной угловой точкой» на частоте  $\omega_3$ . Точная логарифмическая амплитудная характеристика разомкнутого контура есть плавная кривая, пересекающая асимптотический отрезок  $-2$  при частоте, являющейся средней геометрической  $\omega_1$  и  $\omega_3$ , т. е. равный  $\sqrt{\omega_1 \omega_3}$ . Максимальное отклонение асимптотической характеристики от точной получается при сопрягающих частотах; оно несколько меньше  $3 \text{ дб}$  и зависит от близости  $\omega_1$  и  $\omega_3$ . Передаточная функция разомкнутого контура есть

$$\mu = \left(\frac{\omega_0}{s}\right) \left(\frac{\omega_1}{s + \omega_1}\right) \left(\frac{s + \omega_3}{\omega_3}\right). \quad (7.54)$$

Поскольку  $\omega_5$  (см. рис. 7.10) есть геометрическое среднее любой из двух пар частот, т. е.  $\omega_0\omega_1 = \omega_5^2 = \omega_3\omega_4$ , то мы можем выразить

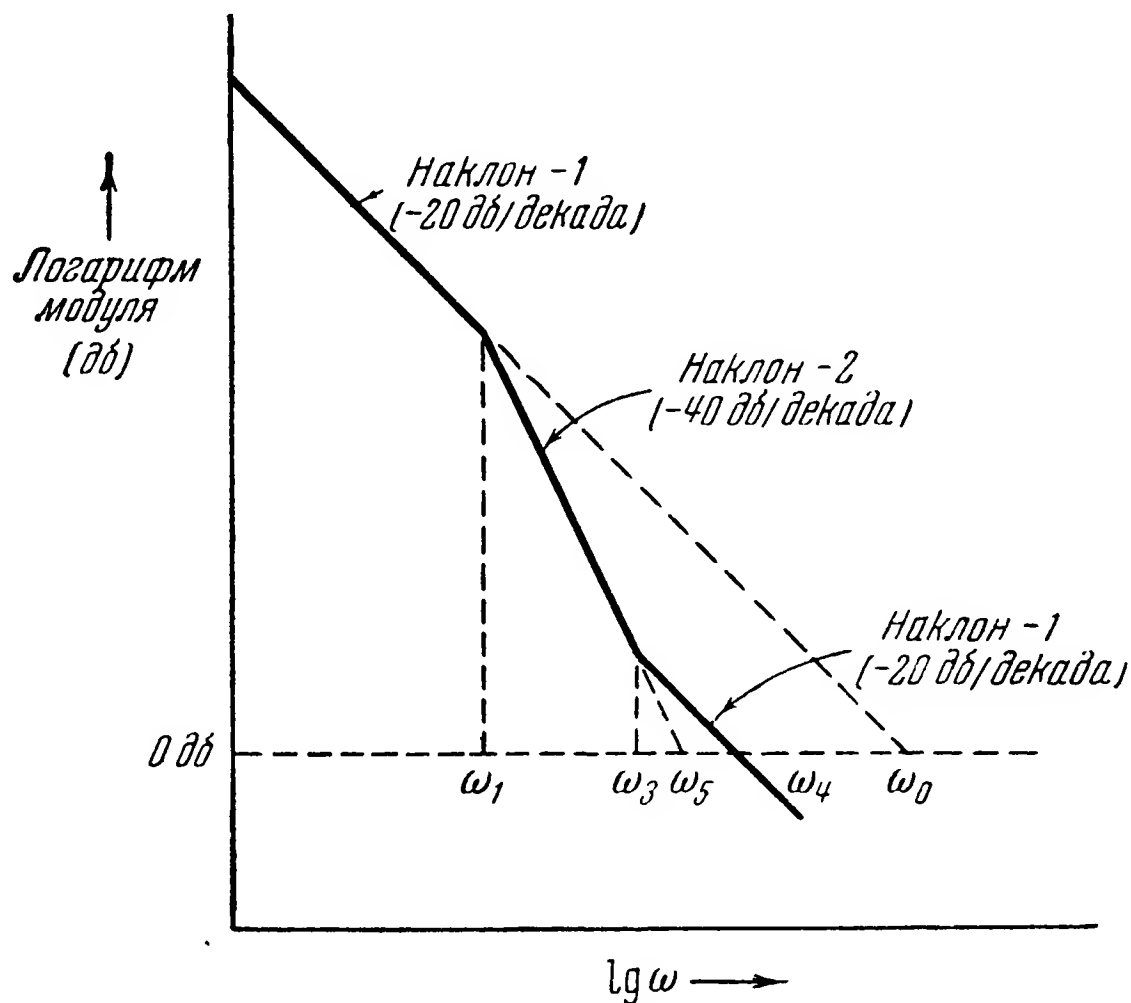


Рис. 7.10. Асимптотическая характеристика разомкнутого контура скорректированной следящей системы первого основного типа.

эффективную полосу системы  $\omega_4$  через другие параметры:

$$\omega_4 = \frac{\omega_0\omega_1}{\omega_3}.$$

Введем обозначения  $N = \frac{\omega_3}{\omega_1}$ ,  $K = \frac{\omega_0}{\omega_1}$ ; тогда можно написать:

$$\mu = K \left( \frac{\omega_1}{s} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{s + N\omega_1}{N\omega_1} \right), \quad (7.55)$$

т. е.  $\mu$  снова выражено в форме

$$\mu = KG(s). \quad (7.56)$$

Для системы с отрицательной обратной связью ( $\beta = -1$ )

$$\frac{\theta_0}{\theta_i}(s) = \frac{K \frac{\omega_1}{s} \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \cdot \frac{s + N\omega_1}{N\omega_1}}{1 + K \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \cdot \frac{s + N\omega_1}{N\omega_1}} = \quad (7.57)$$

$$= \frac{s + N\omega_1}{N\omega_1} \cdot \frac{\alpha_1}{s + \alpha_1} \cdot \frac{\alpha_2}{s + \alpha_2}, \quad (7.58)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{2} \left\{ \frac{N+K}{2} + \sqrt{\left( \frac{N+K}{N} \right)^2 - 4K} \right\}, \quad (7.59)$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_1}{2} \left\{ \frac{N+K}{2} - \sqrt{\left( \frac{N+K}{N} \right)^2 - 4K} \right\}. \quad (7.60)$$

Амплитудная и фазовая характеристики. На рис. 7.11 приведены характеристики замкнутого контура скорректированной системы первого типа для значения

$$N = \frac{\omega_3}{\omega_1} = 10 \quad (7.61)$$

и четырех значений коэффициента усиления  $K$ . Следует обратить внимание, что фактор затухания  $\zeta$  одинаков для  $K=1$  и  $K=100$ . Там же показан запас устойчивости по фазе. Из рис. 7.11 видно,

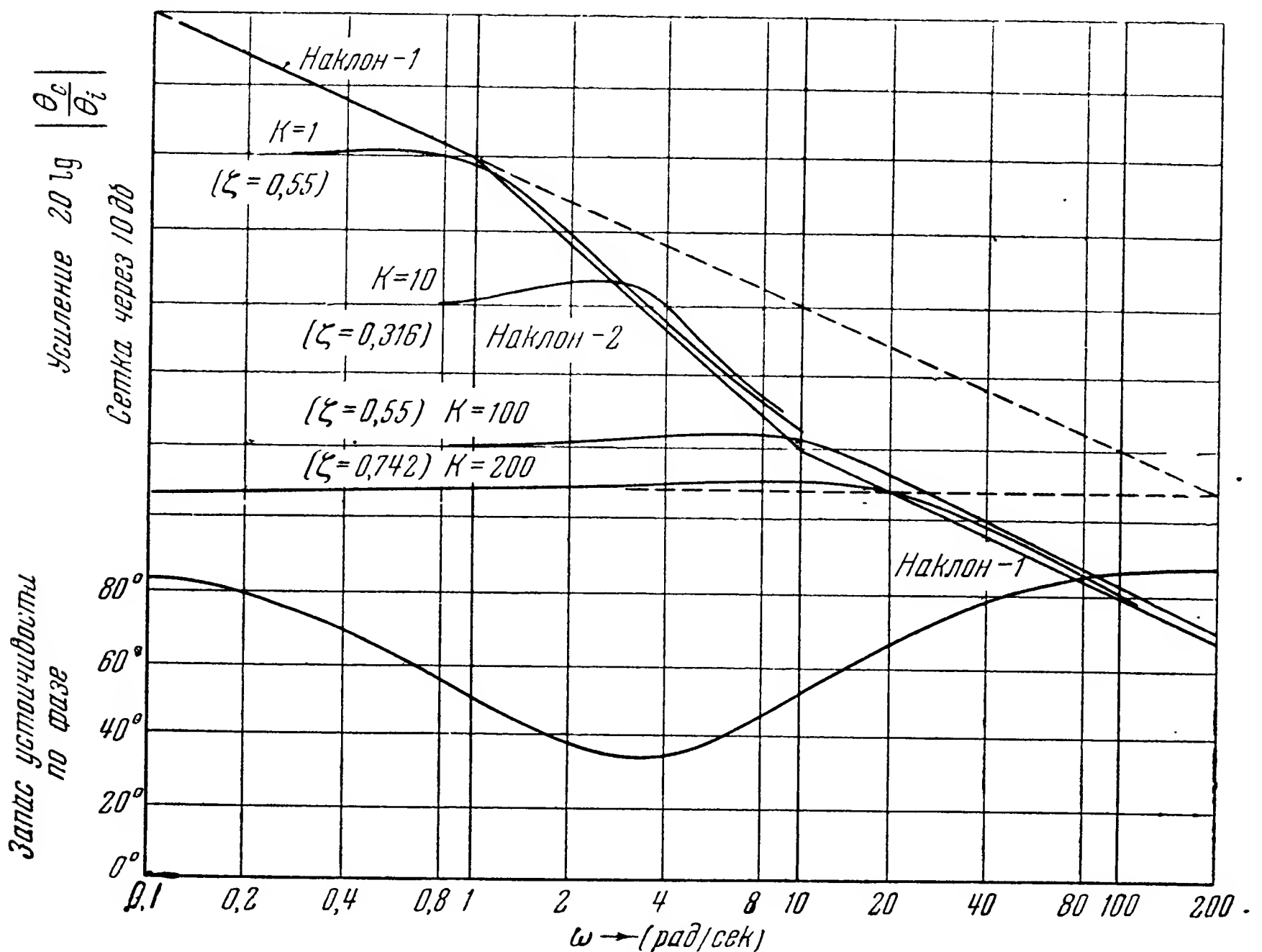


Рис. 7.11. Частотные характеристики скорректированной следящей системы первого основного типа.

что почти на целой декаде, соответствующей наклону  $-2$ , минимальный запас устойчивости составляет  $35^\circ$ , причем это соответствует резонансному пику приблизительно в 3 дБ. Коэффициент усиления, лежащий между  $K=100$  и  $K=200$ , дает результаты, близкие к идеальным. Таким образом, скорректированная система по сравнению с основной допускает увеличение коэффициента усиления в 100 раз. Однако в реальных системах второй наклон получается бо́льшим, чем  $-1$ . Эффективная полоса системы измеряется частотой, при которой разомкнутый контур имеет усиление, равное единице; для  $K=100$  это будет приблизительно

$$\omega = 10\omega_1. \quad (7.62)$$

Переходный процесс при единичном скачке. Чтобы установить, насколько удовлетворителен выбор усиления, сделанный при помощи частотных характеристик, исследуем переходный процесс при единичном скачке на входе. Воспользовавшись равенствами (7.25), (7.28) и (7.58), мы получим:

$$\theta_0(s) = \frac{\alpha_1 \alpha_2 (s + N\omega_1)}{N\omega_1 s (s + \alpha_1)(s + \alpha_2)}, \quad (7.63)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — величины, определенные формулами (7.59) и (7.60). Разложив на простейшие дроби, получим:

$$\begin{aligned} \theta_0(s) = \frac{1}{s} - \frac{\alpha_1 - N\omega_1}{N\omega_1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \frac{1}{s + \alpha_1} + \\ + \frac{\alpha_2 - N\omega_1}{N\omega_1} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} \frac{1}{s + \alpha_2}. \end{aligned} \quad (7.64)$$

Из выражений (7.59) и (7.60) заключаем, что критическое затухание получается в том случае, когда подкоренное выражение обращается в нуль. Соответствующий коэффициент затухания  $\zeta$  для системы с чередованием наклонов  $-1, -2, -1$ , будет:

$$\zeta = \frac{N + K}{2N \sqrt{K}}. \quad (7.65)$$

Уравнение (7.64) имеет форму, к которой можно сразу применить таблицы оригиналов и изображений в смысле Лапласа. Для случая затухания выше критического, т. е. при  $N + K > 2N \sqrt{K}$ , мы найдем:

$$\begin{aligned} \theta_0(t) = 1 + \frac{N - K - \sqrt{(N + K)^2 - 4KN^2}}{2 \sqrt{(N + K)^2 - 4KN^2}} \cdot e^{-\alpha_1 t} - \\ - \frac{N - K + \sqrt{(N + K)^2 - 4KN^2}}{2 \sqrt{(N + K)^2 - 4KN^2}} \cdot e^{-\alpha_2 t}. \end{aligned} \quad (7.66)$$

Для системы, обладающей затуханием ниже критического, т. е. при  $N + K < 2N \sqrt{K}$ , получим:

$$\begin{aligned} \theta_0(t) = 1 + \sqrt{\frac{4KN^2 - (N + K)^2 + (N - K)^2}{4KN^2 - (N + K)^2}} \exp\left[-\frac{N + K}{N} \cdot \frac{\omega_1 t}{2}\right] \times \\ \times \sin\left\{\sqrt{4K - \left(\frac{N + K}{N}\right)^2} \frac{\omega_1 t}{2} + \arctg\left[-\frac{\sqrt{4KN^2 - (N + K)^2}}{-(N - K)}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (7.67)$$

На рис. 7.12 показан переходный процесс в зависимости от коэффициента усиления для частного случая  $N = 10$ , причем выбраны коэффициенты усиления  $K = 1, 10, 100, 200$  в соответствии с рис. 7.11. Отметим, что на рис. 7.12 с целью удобства сравнения по оси абсцисс отложено безразмерное время; для этого использована собственная частота системы  $\omega_n = \omega_1 \sqrt{K}$ . Мы видим, что выбор усиления, обеспечивающего минимальный резонансный пик и



широкую эффективную полосу системы, позволяет получить переходный процесс, удовлетворительный с точки зрения обоих противоречивых требований — малого времени переходного процесса и минимального заброса.

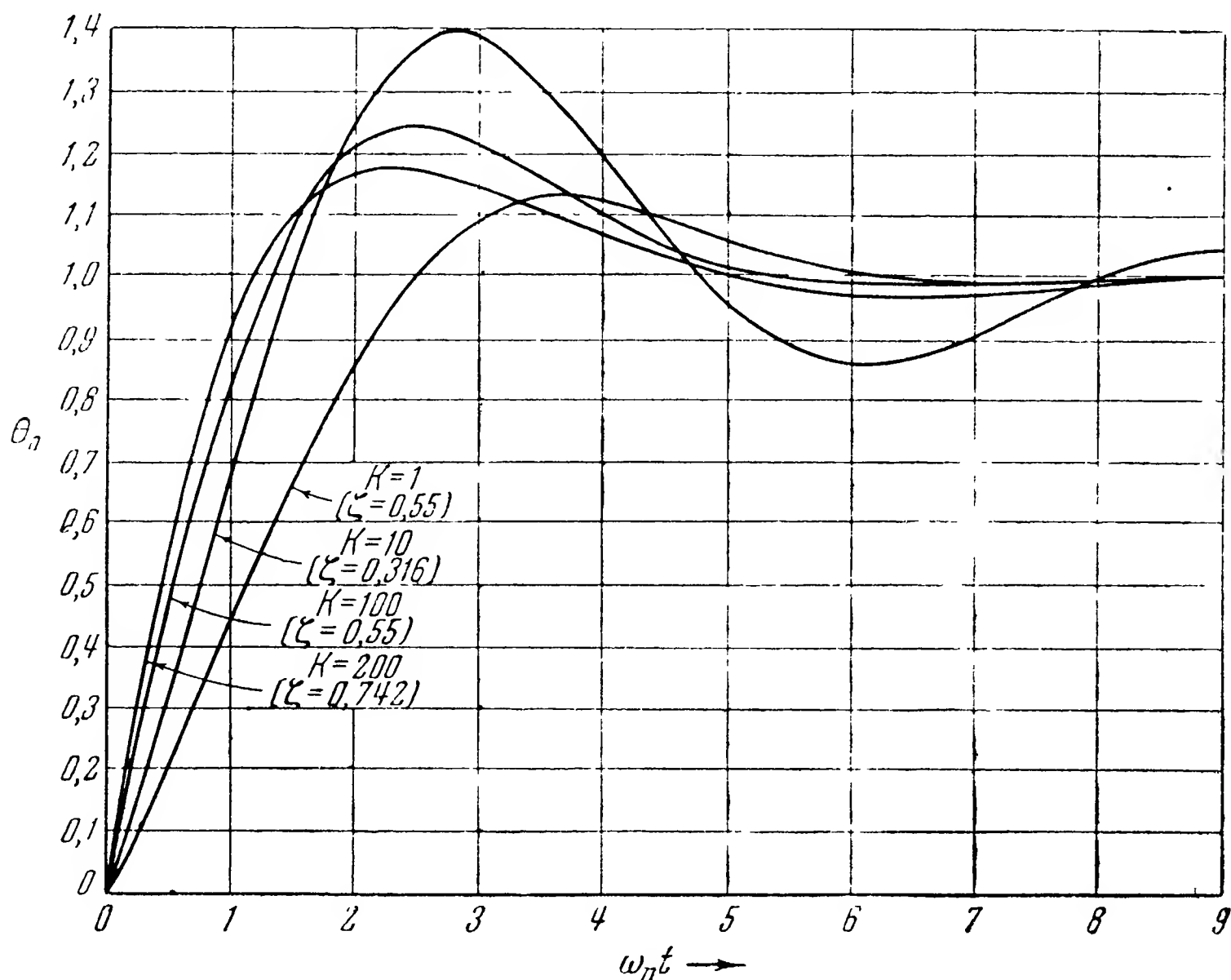


Рис. 7.12. Переходный процесс скорректированной следящей системы первого основного типа со входом в виде единичного скачка ( $N = 10$ ,  $\omega_n = \omega_1 \sqrt{K}$ ).

Ошибка системы. Применяя приближенную формулу (7.3) для ошибки  $\varepsilon$ , а для передаточной функции  $\mu$  — формулу (7.55), мы получим:

$$\frac{\varepsilon}{\theta} \approx \frac{1}{K \left( \frac{\omega_1}{s} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{s + N\omega_1}{N\omega_1} \right)},$$

откуда

$$\varepsilon(s) = \frac{s\theta_i}{K\omega_1} + \frac{s^2\theta_i}{K\omega_1^2} \left( 1 - \frac{1}{N} \right) - \frac{s^3\theta_i}{K\omega_1^3} \frac{1}{N} \left( 1 - \frac{1}{N} \right) \dots, \quad (7.68)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\dot{\theta}_i}{K\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{K\omega_1^2} \left( 1 - \frac{1}{N} \right) - \frac{\ddot{\theta}_i}{K\omega_1^3} \frac{1}{N} \left( 1 - \frac{1}{N} \right) \dots \quad (7.69)$$

Если  $N = 10$ ,  $K = 100$ , то

$$\varepsilon(t) = \frac{\dot{\theta}_i}{100\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{111\omega_1^2} - \frac{\ddot{\theta}_i}{1111\omega_1^3}, \quad (7.70)$$

Сравнение формул (7.70) и (7.53) делает ясным улучшение, полученное введением второго наклона — 1 в асимптотические характеристики системы. Результаты вычисления ошибки по (7.70) для того же самого примера с боковым курсом, что и раньше, пред-

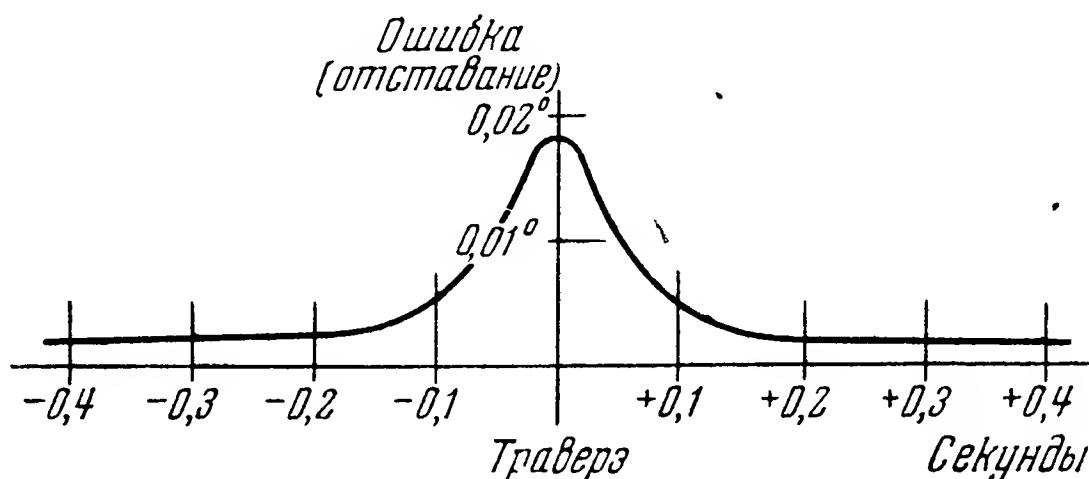


Рис. 7.13. Ошибка сопровождения по азимуту корректированной системы.

ставлены на рис. 7.13. Максимальная ошибка следящей системы уменьшалась примерно в 100 раз (соответственно увеличению коэффициента усиления).

### 7.5. Второй основной тип следящей системы <sup>1)</sup>

Следящую систему, у которой асимптотическая характеристика разомкнутого контура начинается с наклона — 2 (два интегрирующих звена), назовем *системой второго основного типа*. Такая асимптотическая характеристика изображена на рис. 7.14, причем начальный наклон — 2 сменяется на высоких частотах наклоном — 1. Разомкнутая система имеет следующую передаточную функцию:

$$\mu = \left(\frac{\omega_5}{s}\right)^2 \left(\frac{\omega_3 + s}{\omega_3}\right). \quad (7.71)$$

Поскольку  $\omega_5$  есть среднее геометрическое между  $\omega_3$  и  $\omega_4$ , мы можем написать:

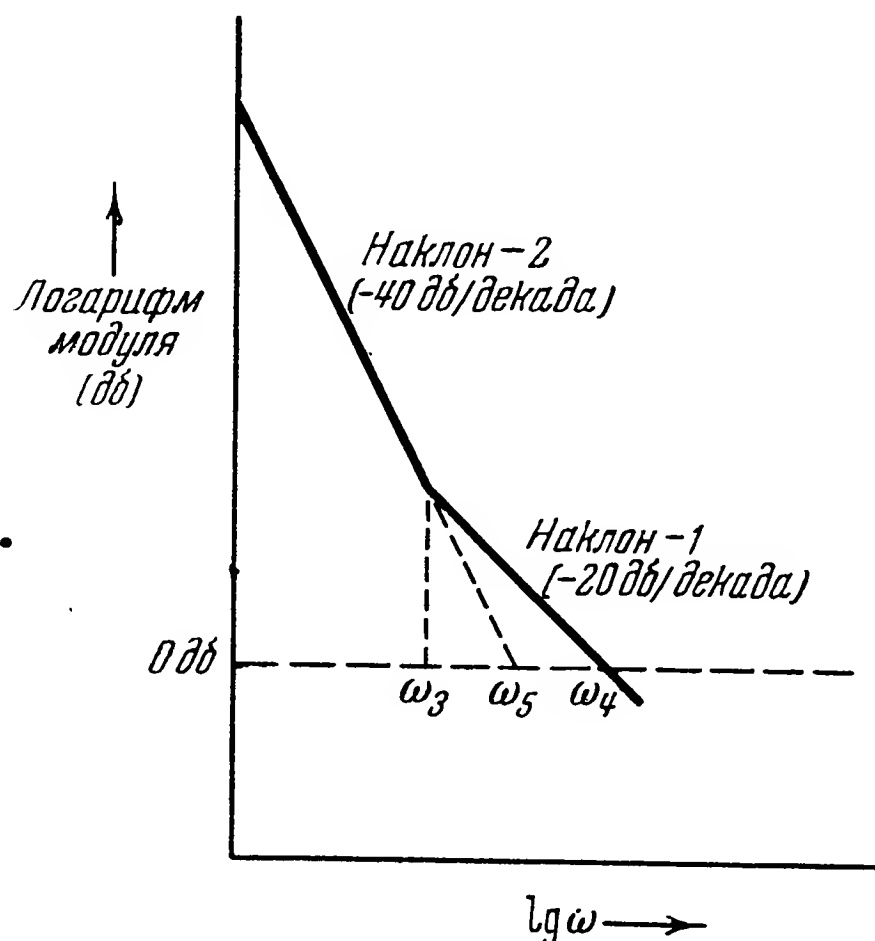
$$\mu = \left(\frac{\omega_4}{\omega_3}\right) \left(\frac{\omega_3}{s}\right)^2 \left(\frac{\omega_3 + s}{\omega_3}\right) = KG(s), \quad (7.72)$$

где

$$K = \frac{\omega_4}{\omega_3}, \quad G(s) = \left(\frac{\omega_3}{s}\right)^2 \left(\frac{\omega_3 + s}{\omega_3}\right).$$

<sup>1)</sup> На рис. 19.20 и в связанном с ним тексте приведен пример другой системы второго типа.

Таким образом, передаточная функция выражена в форме, принятой на рис. 7.1, а. Используя уравнение (7.4), при  $\beta = -1$  получаем для замкнутого контура:



$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{\frac{K\omega_3(\omega_3 + s)}{s^2}}{1 + \frac{K\omega_3(\omega_3 + s)}{s^2}} = \quad (7.73)$$

$$= \frac{s + \omega_3}{\omega_3} \cdot \frac{K\omega_3^2}{s^2 + sK\omega_3 + K\omega_3^2} = \quad (7.74)$$

$$= \frac{s + \omega_3}{\omega_3} \cdot \frac{\alpha_1}{s + \alpha_1} \cdot \frac{\alpha_2}{s + \alpha_2} \cdot \quad (7.75)$$

Здесь

$$\alpha_1 = \frac{\omega_3}{2}(K + \sqrt{K^2 - 4K}), \quad (7.76)$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_3}{2}(K - \sqrt{K^2 - 4K}). \quad (7.77)$$

Рис. 7.14. Асимптотическая характеристика следящей системы второго основного типа.

Отметим, что произведение  $\alpha_1\alpha_2$  в числителе (7.75) равно  $K\omega_3^2$  — числителю в формуле (7.74).

Амплитудная и фазовая характеристики. Усиление основной системы второго типа представлено на рис. 7.15 вместе с запасом устойчивости по фазе. Вычисления для построения этих характеристик проведены по формулам:

$$\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right|_{\partial\delta} = 10 \lg \left\{ \frac{K(F^2 + 1)}{F^4 + F^2K^2(K - 2) + K^2} \right\}, \quad (7.78)$$

$$\angle \frac{\theta_0}{\theta_i} = - \arctg \left\{ \frac{F^3}{F^2(K - 1) + K} \right\}, \quad (7.79)$$

причем  $\angle \frac{\theta_0}{\theta_i}$  означает фазу замкнутого контура.

$$\begin{aligned} \text{Запас устойчивости по фазе} &= 180^\circ + \angle \frac{\theta_0}{\theta_i} \Big|_{\left| \frac{\theta_0}{\theta_i} \right| = 1} = \\ &= 180^\circ - \arctg \left( \frac{2F}{F^2 - 1} \right), \end{aligned} \quad (7.80)$$

причем здесь  $\angle \frac{\theta_0}{\theta_i}$  означает уже фазу разомкнутого контура. В формулах (7.78) и (7.80)  $K = \frac{\omega_4}{\omega_3}$ ,  $F = \frac{\omega}{\omega_3}$ . Для примера, представленного на рис. 7.15, выбраны три значения  $K = 1, 2, 10$ , причем вблизи  $K = 2$  получается широкая эффективная полоса без существенного резонансного пика.

Переходный процесс при единичном скачке на входе. Изображение в смысле Лапласа для выхода при единичном скачке на входе имеет вид

$$\theta_0(s) = \frac{K\omega_3^2}{s(s^2 + sK\omega_3 + K\omega_3^2)} \cdot \frac{s + \omega_3}{\omega_3}. \quad (7.81)$$

Разлагая на простейшие дроби, получаем:

$$\theta_0(s) = \frac{1}{s} + \frac{K\omega_3(\omega_3 - \alpha_1)}{\alpha_1(\alpha_1 - \alpha_2)} \cdot \frac{1}{s + \alpha_1} - \frac{K\omega_3(\omega_3 - \alpha_2)}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)} \cdot \frac{1}{s + \alpha_2}, \quad (7.82)$$

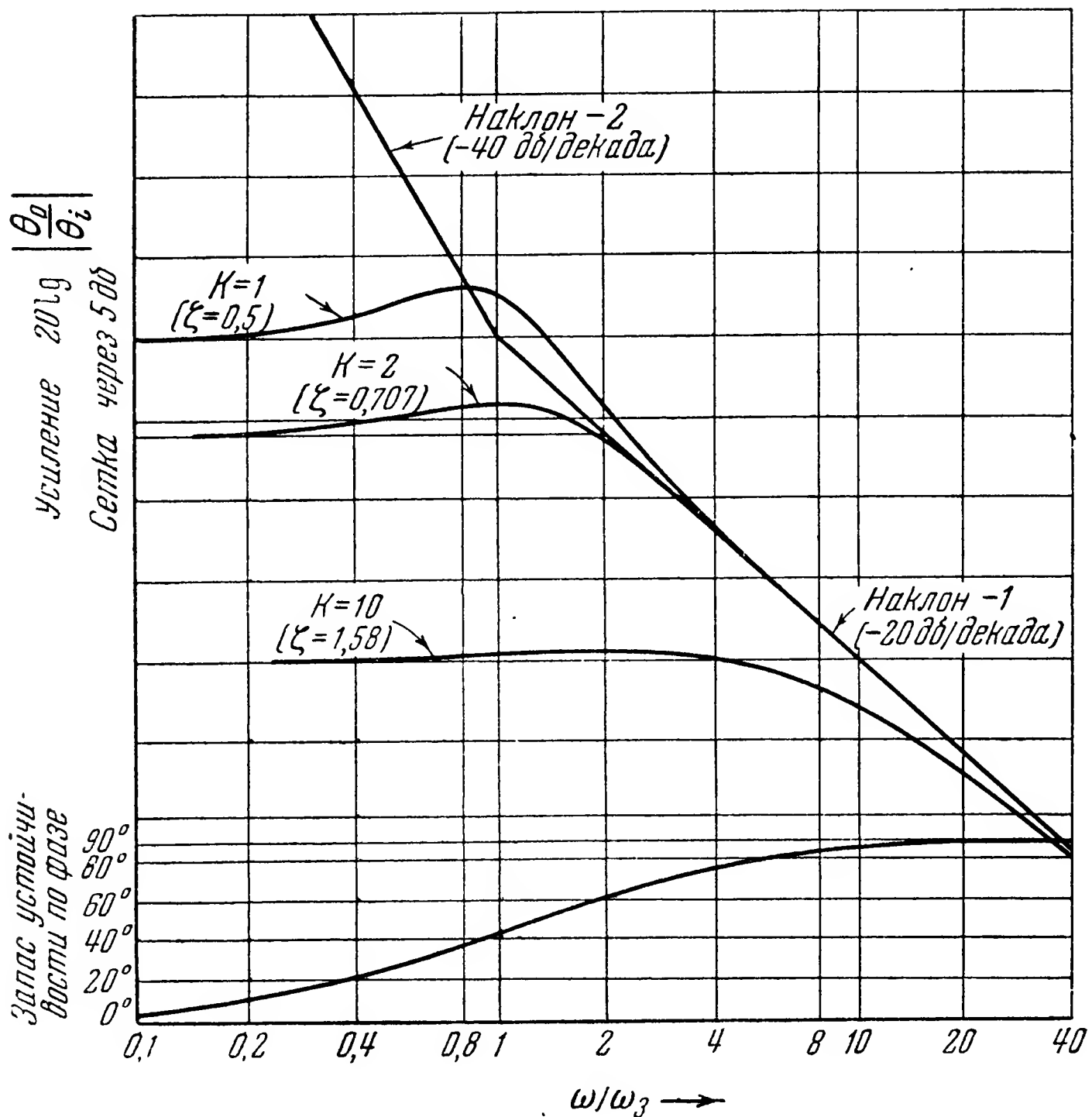


Рис. 7.15. Частотные характеристики следящей системы второго основного типа.

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  даны формулами (7.76) и (7.77). Критическое затухание будет иметь место в случае  $\sqrt{K^2 - 4K} = 0$ , т. е. при  $K = 4$ . Безразмерный фактор затухания  $\zeta$  есть

$$\zeta = \frac{\sqrt{K}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_4}{\omega_3}}. \quad (7.83)$$

Находя оригинал изображения (7.82), в случае затухания выше критического ( $K > 4$ ) получим:

$$\theta_0(t) = 1 - \frac{K + \sqrt{K^2 - 4K}}{2\sqrt{K^2 - 4K}} e^{-\alpha_1 t} + \frac{K - \sqrt{K^2 - 4K}}{2\sqrt{K^2 - 4K}} e^{-\alpha_2 t}. \quad (7.84)$$

В случае затухания ниже критического ( $K < 4$ ) получим:

$$\theta_0(t) = 1 + \frac{2}{\sqrt{4-K}} e^{-\frac{K\omega_3 t}{2}} \sin \left\{ \sqrt{4K - K^2} \frac{\omega_3 t}{2} - \arctg \sqrt{\frac{4-K}{K}} \right\}. \quad (7.85)$$

Переходный процесс системы с последовательностью наклонов (— 2, — 1) при единичном скачке на входе показан на рис. 7.16 для трех

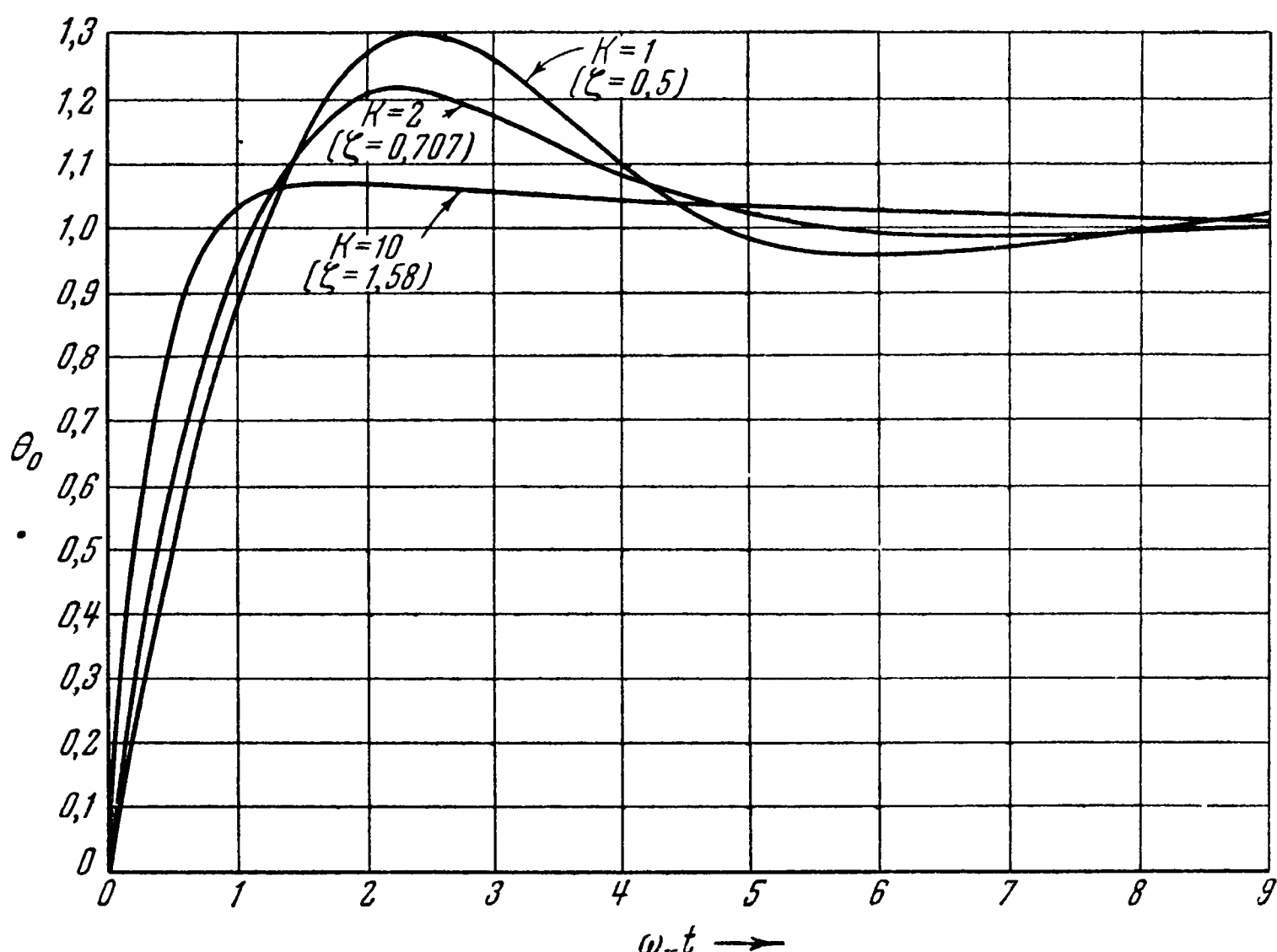


Рис. 7.16. Переходный процесс следящей системы второго основного типа со входом в виде единичного скачка ( $\omega_n = \omega_3 \sqrt{K}$ ).

значений коэффициента усиления  $K = 1, 2, 10$ . Малое время переходного процесса без существенного заброса получается при коэффициенте усиления около  $K = 2$ . Как и выше, для удобства сравнения на графике использовано безразмерное время  $\omega_n t = \omega_3 t \sqrt{K}$ . Наименьшее время переходного процесса и наименьший заброс получается для передемпфированной системы  $K = 10$ , однако ее не следует выбирать благодаря слишком широкой полосе шумов ( $\omega = K\omega_3$ ).

В случае системы, подобной рассматриваемой, граница между наличием и отсутствием заброса лежит *не* на критическом затухании <sup>1)</sup>.

Выражение для ошибки системы. Ошибку следящей системы второго типа можно найти, используя приближенное уравнение (7.3) и передаточную функцию разомкнутого контура (7.72); мы получим:

$$\frac{\varepsilon}{\theta_i} = \frac{1}{K \left( \frac{\omega_3}{s} \right)^2 \left( \frac{\omega_3 + s}{\omega_3} \right)},$$

откуда

$$\varepsilon(s) = \frac{s^2 \theta_i}{K \omega_3^2} - \frac{s^3 \theta_i}{K \omega_3^3} \dots, \quad (7.86)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\ddot{\theta}_i}{K \omega_3^2} - \frac{\ddot{\theta}_i}{K \omega_3^3}. \quad (7.87)$$

Следящая система второго типа обычно применяется в блоках дальности радиолокаторов. Поэтому для пояснения формулы (7.87) удобным тактическим примером будет вход в виде дальности, заданной как функция времени.

Полет цели на боковом курсе как задача для сопровождения по дальности. В § 7.3 была приведена тактическая задача борьбы при помощи снаряда, наводимого по лучу, против скоростного бомбардировщика, проходящего с постоянной скоростью и на постоянной высоте. Там мы рассматривали эту задачу с точки зрения подбора эффективной полосы при сопровождении цели радиолокатором по азимуту. Теперь мы рассмотрим ту же задачу с точки зрения подбора эффективной полосы и усиления системы автосопровождения по дальности. Из рис. 7.6 сразу получаем:

$$R = [R_0^2 + (K_1 V t)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (7.88)$$

где  $K_1$  — постоянная, необходимая вследствие применения различных единиц (дальность в ярдах, скорость в узлах, время в секундах);

$$K_1 = \frac{6080 \cdot 20}{3 \cdot 3600} = 0,5630 \frac{\text{ярд час}}{\text{морск. миля сек}}. \quad (7.45)$$

<sup>1)</sup> Den Hartog J. P., Mechanical Vibrations 3rd Ed., McGraw-Hill Book Co., Inc., 1947, p. 51 (колебания с вязким затуханием). [Есть русский перевод: Ден Гартог Дж. П., Теория колебаний, Гостехиздат. (Прим. перев.)]



Найдем производные от дальности по времени. Используя (7.88), получаем:

$$\dot{R} = \frac{K_1^2 V^2 t}{[R_0^2 + (K_1 V t)^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (7.89)$$

$$\ddot{R} = \frac{K_1^2 V^2 R_0^2}{[R_0^2 + (K_1 V t)^2]^{\frac{3}{2}}}, \quad (7.90)$$

$$\ddot{R} = -\frac{3K_1^4 V^4 R_0^2 t}{[R_0^2 + (K_1 V t)^2]^{\frac{5}{2}}}, \quad (7.91)$$

$$\ddot{R} = \frac{3K_1^4 V^4 R_0^2 (4K_1^2 V^2 t^2 - R_0^2)}{[R_0^2 + (K_1 V t)^2]^{\frac{7}{2}}}. \quad (7.92)$$

Максимальное значение этих производных найдем, приравняв нулю ближайшую высшую производную. Уравнение (7.90) показы-

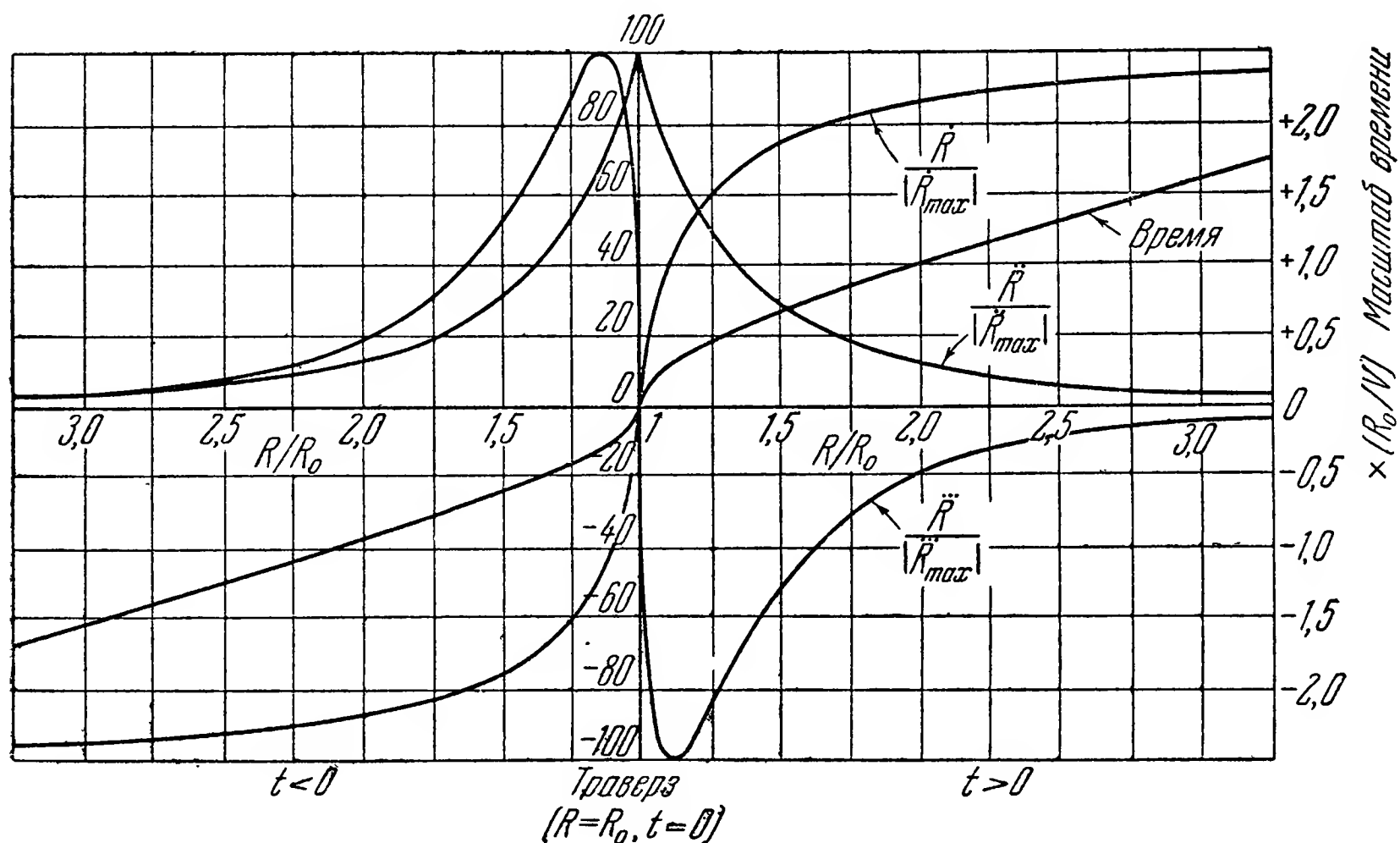


Рис. 7.17. Производные дальности при боковом курсе.

вает, что  $|\dot{R}_{\max}|$  наступает при  $t = \infty$ , (7.91) — что  $|\ddot{R}_{\max}|$  наступает при  $t = 0$  и (7.92) — что  $|\ddot{R}_{\max}|$  наступает при  $t = \frac{R_0}{2K_1 V}$ . Для большего удобства следует вычислить отношение производных к абсолютной величине их максимального значения. На рис. 7.17 эти величины построены как функции от  $\frac{R}{R_0}$ . Вычисления прове-

дены по формулам

$$\frac{\dot{R}}{|\dot{R}_{\max}|} = \left[ 1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7.93)$$

$$\frac{\ddot{R}}{|\ddot{R}_{\max}|} = \left( \frac{R_0}{R} \right)^3. \quad (7.94)$$

$$\frac{\ddot{\ddot{R}}}{|\ddot{\ddot{R}}_{\max}|} = -\frac{V\sqrt{55}}{16} \left( \frac{R_0}{R} \right)^4 \left[ 1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7.95)$$

Кроме того, на рис. 7.18 приведены максимальные значения производных в функции отношения  $\frac{K_1 V}{R_0}$ , причем вычисления про-

ведены по следующим формулам:

$$\frac{|\dot{R}_{\max}|}{R_0} = \frac{K_1 V}{R_0} = 0,563 \frac{V}{R_0}, \quad (7.96)$$

$$\frac{|\ddot{R}_{\max}|}{R_0} = \left[ \frac{K_1 V}{R_0} \right]^2 = 0,317 \left( \frac{V}{R_0} \right)^2, \quad (7.97)$$

$$\frac{|\ddot{\ddot{R}}_{\max}|}{R_0} = \frac{48}{V\sqrt{55}} \left[ \frac{K_1 V}{R_0} \right]^3 = 0,153 \left( \frac{V}{R_0} \right)^3. \quad (7.98)$$

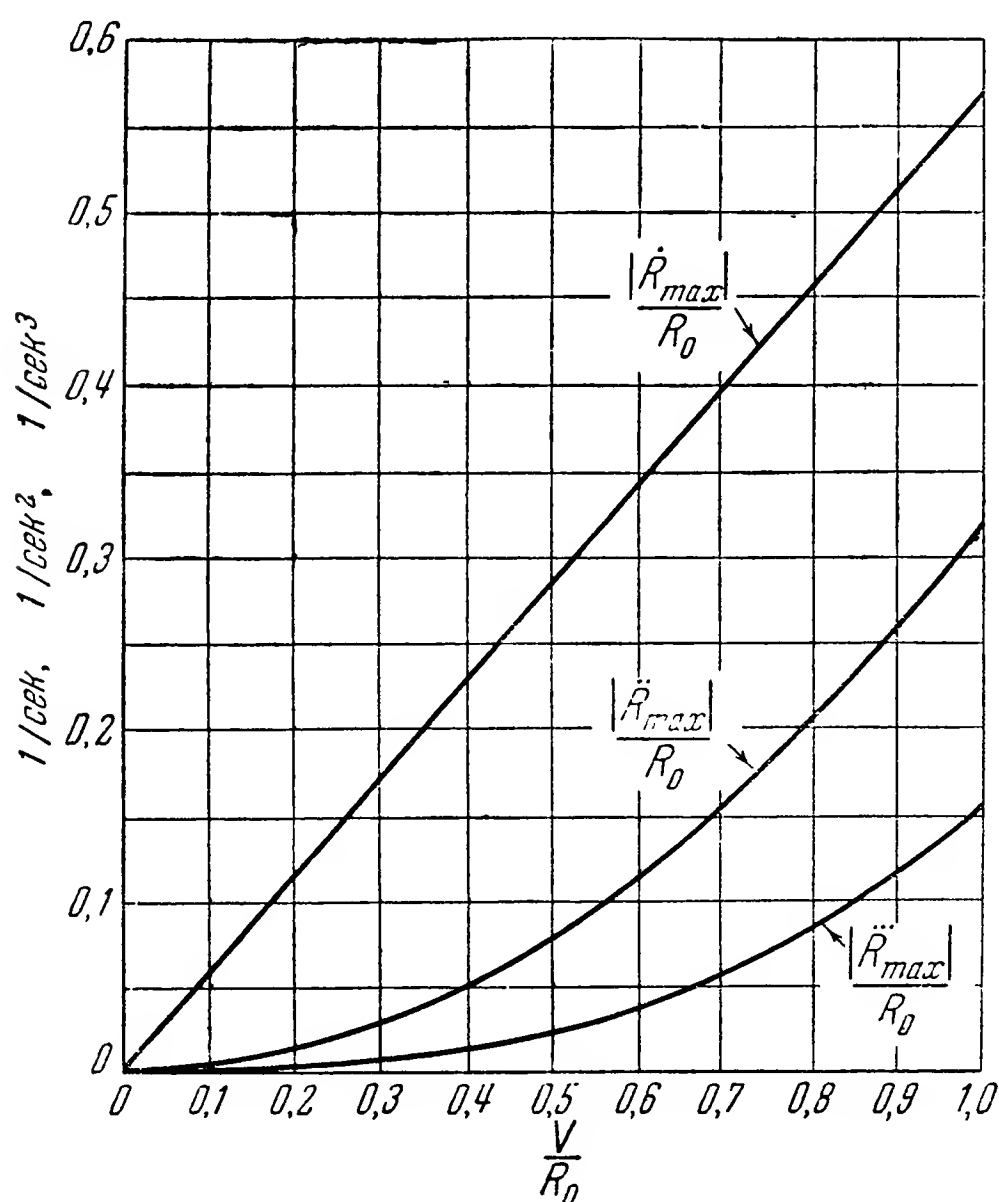


Рис. 7.18. Максимальные значения производных дальности.

При использовании производных от дальности в качестве входа следящей системы предполагается, что все результаты получаются сначала как функции дальности, вследствие чего легко определяется относительная ошибка, и только в самом конце результаты пред-

ставляются в виде функций времени. Для упрощения этого преобразования на рис. 7.17 приведен график функции

$$t = \left( \frac{R_0}{K_1 V} \right) \left[ \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7.99)$$

Ошибка по дальности, вызываемая движением цели. Выбирая усиление системы второго типа  $K = 2$  ( $\zeta = 0,707$ ),

что несколько выше оптимальной величины, приведем общее выражение для ошибки (7.87) к виду

$$\varepsilon(t) = \frac{\ddot{R}_i}{2\omega_3^2} - \frac{\ddot{R}_i}{2\omega_3^3}. \quad (7.100)$$

Если допустимая ошибка, вызванная движением цели, задана, например, в  $\pm 5$  ярдов, мы можем подставить  $\varepsilon = 5$  в равенство (7.100) и отсюда определить требуемое значение  $\omega_3$ . Таким образом,

$$10\omega_3^3 - \ddot{R}_i\omega_3 + \ddot{R}_i = 0. \quad (7.101)$$

Если воспользоваться данными из § 7.3, т. е. взять  $V = 500$  узлов,  $R_0 = 1000$  ярдов, мы найдем из рис. 7.18 при  $\frac{V}{R_0} = \frac{1}{2}$  величины  $|\ddot{R}_{\max}| = 79 \frac{\text{ярд}}{\text{сек}^2}$ ,  $|\ddot{R}_{\max}| = 19 \frac{\text{ярд}}{\text{сек}^3}$ . Если предполагается, что

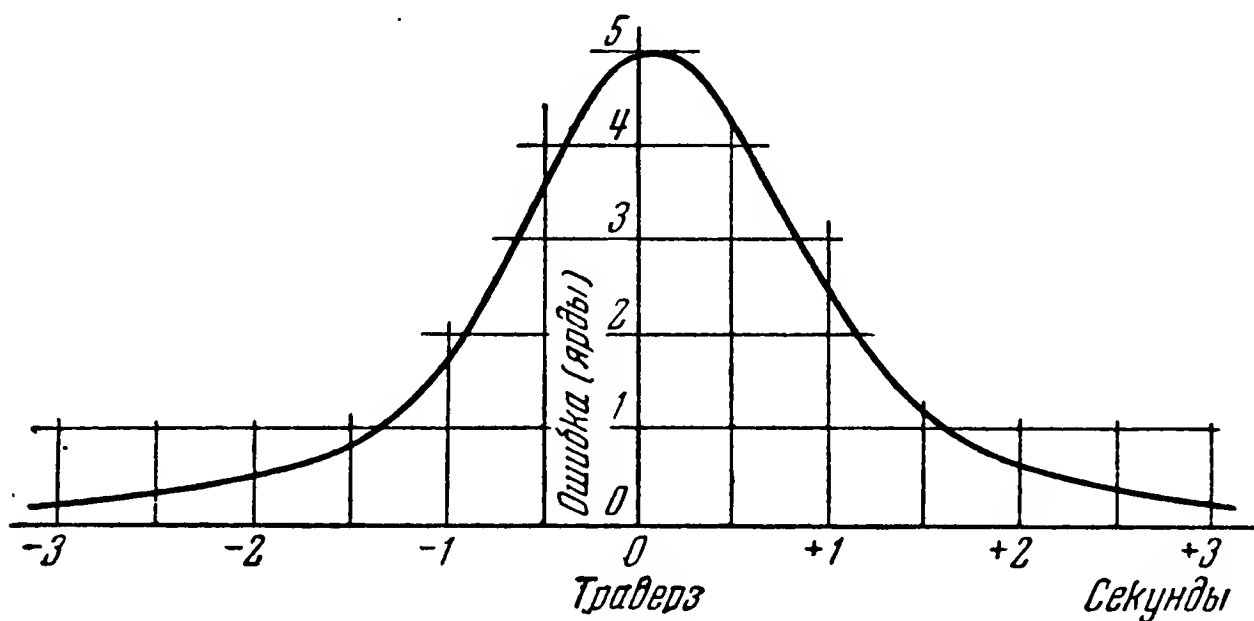


Рис. 7.19. Ошибка сопровождения по дальности.

ошибка сопровождения происходит главным образом от второй производной (ускорения), следует взять величины, соответствующие моменту, когда цель находится на траверзе. Из рис. 7.17 на траверзе мы находим  $\frac{\ddot{R}}{|\ddot{R}_{\max}|} = 100\%$  и  $\frac{\ddot{R}}{|\ddot{R}_{\max}|} = 0$ . Поэтому уравнение (7.101) принимает вид

$$10\omega_3^3 - 79\omega_3 = 0,$$

или  $\omega_3 = 2,81 \text{ рад/сек}$ . Если, напротив, мы хотим выбрать для расчета момент, когда достигает максимума третья производная, получится  $\frac{\ddot{R}}{|\ddot{R}_{\max}|} = 72\%$ , и уравнение (7.101) примет вид

$$10\omega_3^3 - 57\omega_3 - 19 = 0,$$

или  $\omega_3 = 2,54 \text{ рад/сек}$ . Ошибка, вычисленная как функция от  $\frac{R}{R_0}$ , может быть пересчитана на зависимость от времени при помощи

кривой  $t$  на рис. 7.17. Результат пересчета для случая, когда бомбардировщик проходит со скоростью 500 узлов на расстоянии 1000 ярдов сбоку от локатора и если выбрано  $\omega_3 = 2,81$ , показан на рис. 7.19. Такая характеристика получена для системы с эффективной полосой, равной приблизительно  $2\omega_3$ , т. е. несколько больше 5 рад/сек. Собственная частота системы есть  $\omega_n = \omega_3 \sqrt{K}$ , или почти точно 4 рад/сек.

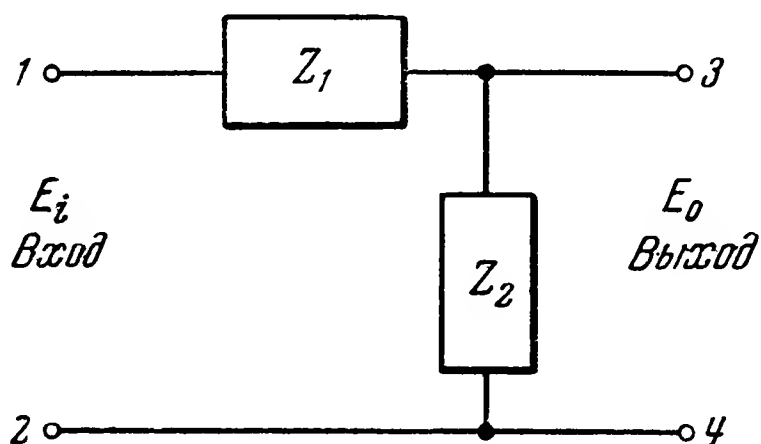
## 7.6. Техника подбора передаточной функции

В качестве метода исследования и проектирования следящих систем наиболее часто применяется так называемый анализ передаточных функций. В предыдущих параграфах этой главы исходным пунктом наших рассуждений было выражение для передаточной функции; способ получения этого выражения не рассматривался. Передаточная функция некоторого звена (части следящей системы) или целой следящей системы есть математическое выражение, определяющее в комплексной форме отношение выхода звена или системы ко входу. Эту функцию можно получить или путем преобразования Лапласа, или непосредственно из теории схем. Правило замены комплексного переменного  $s$  в преобразовании Лапласа на переменное  $j\omega$  в главе 6 было обосновано с помощью теории функций комплексного переменного при использовании критерия устойчивости Найквиста. Поскольку старая теория передачи и усилителей с обратной связью, вероятно, более знакома большинству читателей, мы будем пользоваться здесь для вывода формул частотным методом и теорией схем.

Подбор передаточных характеристик следящей системы как для стабилизации, так и для обеспечения свойств, заданных требованиями, часто осуществляется путем добавления к основному «р-звену» или к звену обратной связи, «β-звену», некоторой электрической цепи — фильтра или компенсатора. Поскольку следящие системы связаны с полосой низких частот, фильтры и компенсаторы обычно, но не всегда, представляют собой цепи с сопротивлениями и емкостями. Поэтому ниже мы рассматриваем некоторую группу RC-цепей в качестве звеньев следящих систем.

Г-образный четырехполюсник. Прежде чем приступить к изучению конкретных примеров четырехполюсников, мы изложим в общих чертах способы определения установившегося режима цепи. Нужно заметить, что эффект, вызванный включением четырехполюсника в электрическую схему, зависит не только от характеристики самого четырехполюсника, но и от подключенных к нему импеданцев, т. е. от свойств входной и выходной схемы. Для нас важнее всего явления, которые происходят в самом четырехполюснике. Это означает, что наши исследования будут основываться на предположении, что импеданс входной схемы, который

мы будем называть *импеданцем генератора* и обозначать через  $Z_g$ , пренебрежимо мал и что импеданс выходной схемы, который мы будем называть *импеданцем нагрузки* и обозначать через  $Z_L$ , можно считать бесконечно большим. В качестве основной схемы



мы рассмотрим несимметричный обращенный Г-образный четырехполюсник (рис. 7.20).

Величины  $Z_1$  и  $Z_2$  могут содержать в себе и емкости и сопротивления; поэтому мы запишем их в комплексной форме:

$$Z_1 = a_1 + jb_1, \quad (7.102)$$

$$Z_2 = a_2 + jb_2, \quad (7.103)$$

Рис. 7.20. Г-образный четырехполюсник.

где  $a_1$  и  $a_2$  положительны или нули, а  $b_1$  и  $b_2$  — любые числа, включая и нуль, с тем ограничением, что в случае  $RC$ - или  $RL$ -четырёхполюсников они должны быть одного и того же знака. Кроме того, для  $RL$ -четырёхполюсников  $b_1$  и  $b_2$  должны быть положительными или нулями. Символ  $j$  означает  $\sqrt{-1}$ .

Введем понятие об импеданце холостого хода четырехполюсника. В применении к нашей задаче импеданс между зажимами 1 и 2 (рис. 7.20), измеренный при разомкнутых зажимах 3 и 4, называется *входным импеданцем холостого хода*,  $Z_{12}$ . Подобным же образом импеданс между зажимами 3 и 4 при разомкнутых зажимах 1 и 2 называется *выходным импеданцем холостого хода*,  $Z_{34}$ . Теперь частотная (амплитудно-фазовая) характеристика  $\frac{E_o}{E_i}$  может быть представлена в виде

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{Z_{34}}{Z_{12}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = a + jb. \quad (7.104)$$

Модуль  $\frac{E_o}{E_i}$  в случае пассивного четырехполюсника есть коэффициент ослабления:

$$\left| \frac{E_o}{E_i} \right| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (7.105)$$

причем выходное напряжение сдвинуто относительно входного на угол

$$\angle \frac{E_o}{E_i} = \arctg \frac{b}{a}, \quad (7.106)$$

называемый *сдвигом фазы*. Поскольку  $a$  никогда не бывает отрицательным, отставание или опережение выходного напряжения относительно входного будет зависеть от знака числа  $b$ . Если  $\frac{b}{a}$  поло-

жительно, появляется опережение по фазе; наоборот, в случае отрицательного  $b$  появляется отставание по фазе.

Односекционный фильтр нижних частот. Изложенный выше метод может быть применен к односекционному фильтру нижних частот, изображенному на рис. 7.21. Внимательное изучение такого четырехполюсника приводит к методу, применимому ко всем цепям, составленным из элементов  $R$  и  $C$ , а в дальнейшем и ко всем вообще цепям. В случае четырехполюсника, изображенного на рис. 7.21, получаем, что  $Z_1 = R$ ,  $Z_2 = \frac{1}{sC}$ ,

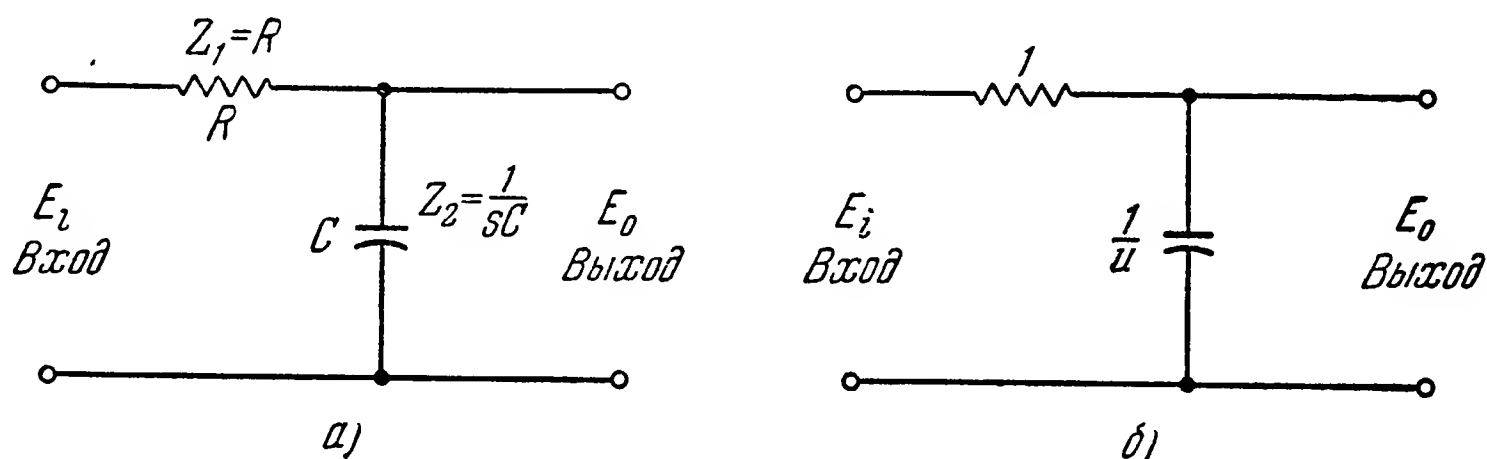


Рис. 7.21. Односекционный  $RC$ -фильтр нижних частот.

причем  $C$  — емкость, а для частотного анализа  $s = j\omega$ . При исследовании более сложных систем удобно пользоваться заменой переменных, определяемой последовательностью равенств

$$u = sCR = \frac{s}{\left(\frac{1}{CR}\right)} = \frac{s}{\omega_0} = j \frac{\omega}{\omega_0} = jF. \quad (7.107)$$

На рис. 7.21 показан четырехполюсник, в котором с целью упрощения выкладок и без потери общности сопротивление нормировано на единицу. Частотная характеристика этого последнего четырехполюсника будет:

$$\frac{E_0}{E_i} = \frac{1}{1+u} = \frac{\frac{1}{u}}{1+\frac{1}{u}}, \quad (7.108)$$

или иначе:

$$\frac{E_0}{E_i} = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}, \quad (7.109)$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (7.110)$$

Модуль частотной характеристики будет:

$$\left| \frac{E_0}{E_i} \right| = \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (7.111)$$



а фаза

$$\angle \frac{E_0}{E_i} = -\arctg \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (7.112)$$

Для исследования цепей и вообще следящих систем особенно удобны логарифмические частотные характеристики, амплитудная и фазовая. Если ослабление выражено в децибелах по формуле<sup>1)</sup>

$$\left| \frac{E_0}{E_i} \right|_{\text{дб}} = 20 \lg \left| \frac{E_0}{E_i} \right| \quad (7.113)$$

и если для частот также принят логарифмический масштаб, то амплитудная характеристика (рис. 7.22) приближенно может быть представлена как состоящая из двух отрезков прямых: одного для

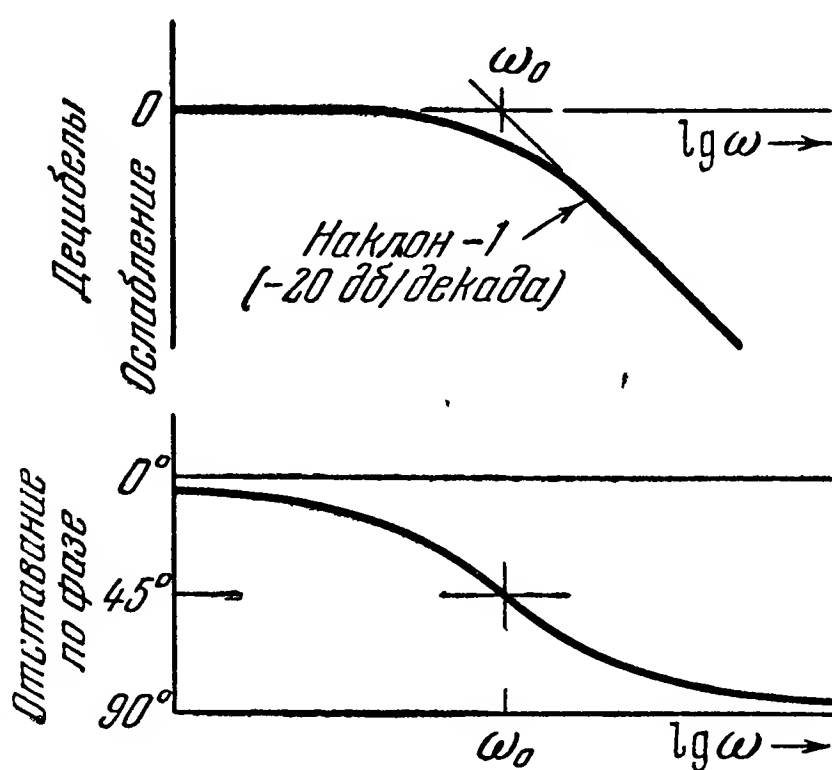


Рис. 7.22. Модуль и фаза частотной характеристики  $RC$ -фильтра нижних частот.

низких частот, другого — для высоких; эти отрезки назовем *асимптотическими отрезками* характеристики. Асимптотические отрезки, продолженные до пересечения, определяют *сопрягающую частоту*, которая играет особую роль при анализе четырехполюсника.

Пользуясь (7.111), из (7.113) получаем выражение для ослабления в четырехполюснике

$$\left| \frac{E_0}{E_i} \right|_{\text{дб}} = -10 \lg \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right], \quad (7.114)$$

из которого нетрудно определить наклон асимптотических отрезков, устремив  $\omega$  к нулю (очень низкие частоты) или к бесконечности (очень высокие частоты). Для очень низких частот имеем:

$$\left| \frac{E_0}{E_i} \right|_{\text{дб}} = 0. \quad (7.115)$$

Это — прямая с нулевым наклоном, соответствующая уровню 0 дб. Для очень высоких частот имеем:

$$\left| \frac{E_0}{E_i} \right|_{\text{дб}} = -20 \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right). \quad (7.116)$$

Это — уравнение прямой, пересекающей линию 0 дб в точке, определяемой из равенства  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ , т. е. при  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ . Частота  $\omega_0$

<sup>1)</sup> Число децибел, определенное как отношение напряжений, может быть использовано при расчетах мощностей только в том случае, если входной и выходной импедансы одинаковы и составлены только из сопротивлений.

может быть использована в качестве начала шкалы частот. Роль частоты  $\omega_0$  еще более подчеркивается тем обстоятельством, что  $\frac{1}{\omega_0} = RC$ , т. е.  $\frac{1}{\omega_0}$  равно постоянной времени четырехполюсника в переходном режиме. Чтобы измерить наклон асимптотического отрезка высоких частот, введем сначала термин «декада». Под *декадой* понимается полоса частот, границы которой относятся друг к другу, как 1 к 10, т. е. полоса, занимающая один период сетки на обыкновенной логарифмической бумаге. Уравнение (7.116) дает для  $\omega = \omega_0$  значение 0 дб, а для  $\omega = 10 \omega_0$  — значение —20 дб. В соответствии с этим наклон асимптотического отрезка высоких частот составляет —20 дб/декада (или —1 на логарифмической

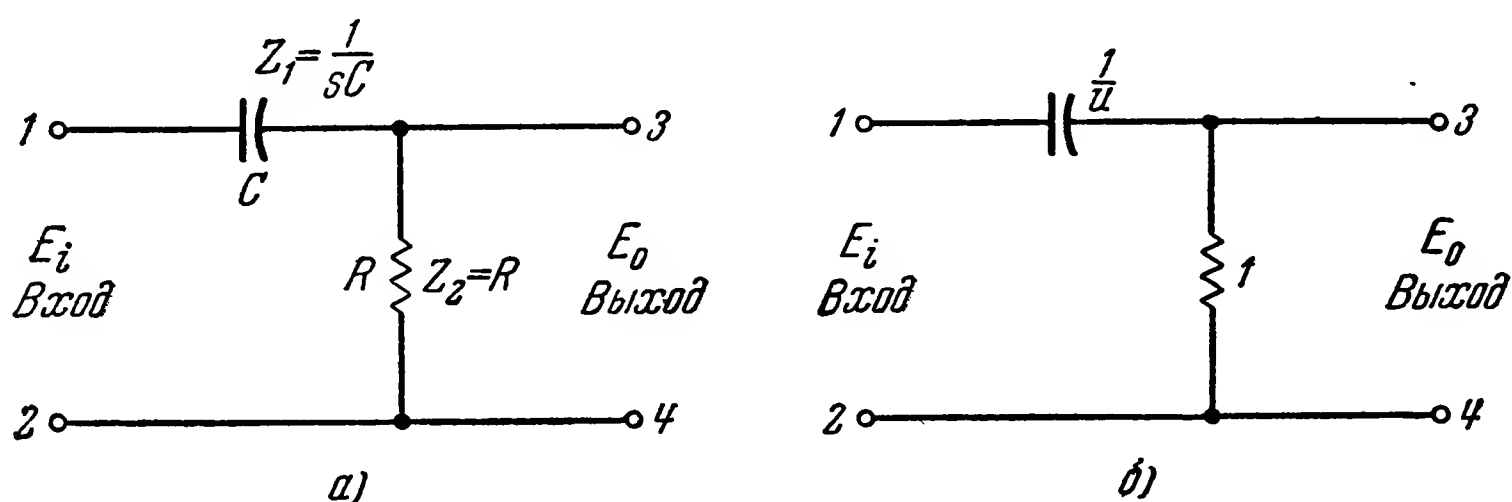


Рис. 7.23. Односекционный  $RC$ -фильтр верхних частот.

бумаге). Точная амплитудная характеристика есть плавная кривая, от которой асимптотическая характеристика отличается не более чем на —3 дб при  $\omega = \omega_0$ . Если взять точки, лежащие на одинаковом числе декад по ту и другую сторону от сопрягающей частоты  $\omega_0$ , то в этих точках отклонения асимптотической характеристики от точной одинаковы. Это уменьшает число вычислений, которые нужно проделать для построения точной характеристики по асимптотической. На основании выражения (7.112) мы можем усмотреть, что сдвиг фазы является антисимметричной функцией относительно сопрягающей частоты. Числа, приведенные в таблице 7.1, должны показать, как велик объем вычислений, которые нужно проделать, чтобы построить частотные характеристики рассматриваемого фильтра.

Односекционный фильтр верхних частот. Частотную характеристику односекционного  $RC$ -фильтра верхних частот, изображенного на рис. 7.23, получим тем же самым способом, что и выше. Имеем:

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{u}} = u \frac{1}{(u + 1)} \quad (7.117)$$

или, в другой форме, вводя  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ :

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{s}{\omega_0} \right) \left( \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \right). \quad (7.118)$$

Мы видим, что здесь появляется та же функция, что и в фильтре нижних частот, но с дополнительным множителем, который имеет свою собственную амплитуду и фазу:

$$u = \frac{s}{\omega_0} = j \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (7.119)$$

Фаза этого множителя равна  $90^\circ$ , а амплитуда

$$|u| = 20 \lg \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (7.120)$$

Уравнение (7.120) на логарифмической бумаге дает прямую линию с наклоном  $+1$  или  $+20$  дб/декада, пересекающую линию 0 дб при  $\omega = \omega_0$ .

Таблица 7.1

Амплитуда и фаза передаточной функции  $\left( \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \right)$

$\frac{\omega}{\omega_0}$	$\left  \frac{E_0}{E_i} \right _{дб} = -10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$	$\angle \frac{E_0}{E_i} = -\arctg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$
$\frac{1}{16}$	-0,02	- 3,6
$\frac{1}{8}$	-0,07	- 7,1
$\frac{1}{4}$	-0,26	-14,0
$\frac{1}{2}$	-0,97	-26,6
1	-3,00	-45
2	-0,97— 6,02	+26,6—90
4	-0,26—12,04	+14,0—90
8	-0,07—18,06	+ 7,1—90
16	-0,02—24,08	+ 3,6—90

Оба сомножителя в (7.118)—комплексные функции действительного переменного  $\omega$ . Применяя индекс 1 к первой из них и 2—ко второй, можем записать эти функции в «ортогональной» и «поляр-

ной» формах:

$$\left(\frac{E_0}{E_i}\right)_1 = a_1 + jb_1 = A_1 / \underline{B_1}, \quad (7.121)$$

$$\left(\frac{E_0}{E_i}\right)_2 = a_2 + jb_2 = A_2 / \underline{B_2}, \quad (7.122)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — амплитуды, а  $\underline{B_1}$  и  $\underline{B_2}$  — фазы. Произведение двух этих функций будет<sup>1)</sup>:

$$\left(\frac{E_0}{E_i}\right)_1 \left(\frac{E_0}{E_i}\right)_2 = (A_1 / \underline{B_1})(A_2 / \underline{B_2}) = A_1 A_2 / \underline{B_1 + B_2}. \quad (7.123)$$

Наконец, если амплитуду нужно выразить в децибелах, то

$$\left|\frac{E_0}{E_i}\right|_{\text{дБ}} = (A_1 A_2)_{\text{дБ}} = A_1 \text{ дБ} + A_2 \text{ дБ} \quad (7.124)$$

и

$$\underline{\left|\frac{E_0}{E_i}\right|} = B_1 + B_2. \quad (7.125)$$

Теперь мы можем объединить результаты для функций  $\left(\frac{s}{\omega_0}\right)$  и  $\left(\frac{\omega_0}{s + \omega_0}\right)$  и получить амплитудную и фазовую частотные характеристики фильтра верхних частот:

$$\left|\frac{E_0}{E_i}\right|_{\text{дБ}} = -10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right], \quad (7.126)$$

$$\underline{\left|\frac{E_0}{E_i}\right|} = \text{arctg} \frac{\omega_0}{\omega}. \quad (7.127)$$

На рис. 7.24 дано понятие о графическом синтезе общей частотной характеристики из характеристик двух составляющих функций  $\left(\frac{s}{\omega_0}\right)$  и  $\left(\frac{\omega_0}{s + \omega_0}\right)$ ; мы назовем последние соответственно *дифференцирующей* и *низкочастотной функциями*. Эти функции появляются также и в обратной форме; тогда назовем их: первую — *интегрирующей*, вторую — *обратной низкочастотной функцией*. Заметим, что на рис. 7.24 знак модуля, выраженного в децибелах, и знак фазы изменены по сравнению с предыдущими примерами.

Распространение метода асимптотических характеристик на другие случаи. Часто в выражение для передаточной функции входит квадратный трехчлен, имеющий комплексные корни<sup>2)</sup> (а не действительные отрицательные корни, как это было в предыдущих примерах). Тогда отклик системы зависит

<sup>1)</sup> Более подробно см. в курсах теории цепей, например, Electric Circuits, M. I. T. Staff, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1943.

<sup>2)</sup> См. также § 6.7.

от фактора затухания  $\zeta$ , который неодинаков в разных задачах; поэтому необходимо отдельное рассмотрение каждой такой задачи. Однако и в этом случае можно построить асимптотические харак-

теристики. Когда квадратный трехчлен появляется в виде

$$\frac{E_0}{E_i} = \left[ \frac{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}{\omega_0^2} \right]^{-1}, \quad (7.128)$$

то асимптотическая характеристика начинается с прямой нулевого наклона, проходящей через точку 0 дб, затем переходит в прямую с наклоном плюс бесконечность (прямо кверху), начинающуюся в точке 0 дб и  $\omega = \omega_0$ , продолжается в виде прямой с наклоном минус бесконечность, доходящей до той же точки, и заканчивается прямой с наклоном  $-2$  ( $-40$  дб/декада).

Асимптотические характеристики для передаточной функции (7.128) и для обратной ей приведены на рис. 7.25 (стр. 302).

Применение метода подбора передаточ-

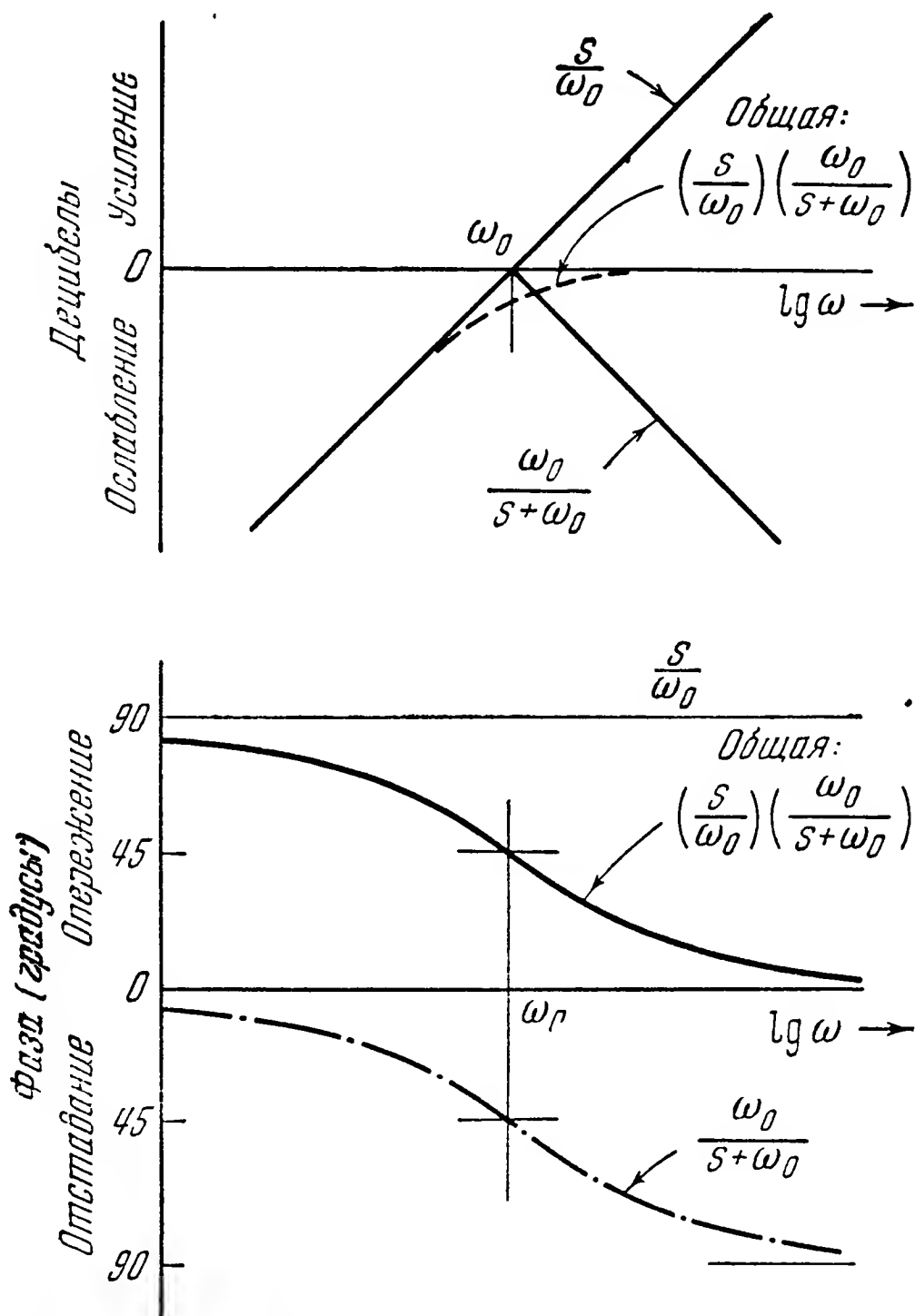


Рис. 7.24. Частотная характеристика односекционного фильтра верхних частот.

ной функции к расчету цепей. Подробности применения этого метода лучше всего пояснить, применив его к более сложным цепям, например к цепи, показанной на рис. 7.26 (стр. 303). Работу можно разделить на шесть этапов:

- 1) написать выражение для передаточной функции;
  - 2) рассмотреть сомножители передаточной функции;
  - 3) вычертить асимптотические отрезки отдельных сомножителей, а по ним построить полную асимптотическую характеристику цепи;
  - 4) вычертить фазовые характеристики отдельных множителей и по ним построить фазовую характеристику цепи;
  - 5) произвести вычисления, используя параметры цепи;
  - 6) построить точные графики, используя вычисления § 5.
- Проделаем эту работу для цепи, указанной на рис. 7.26.

1. Составим передаточную функцию:

$$\begin{aligned} \frac{E_0}{E_i} &= \frac{\frac{b \frac{1}{ue}}{b + \frac{1}{ue}}}{\frac{a \frac{1}{ud}}{a + \frac{1}{ud}} + \frac{b \frac{1}{ue}}{b + \frac{1}{ue}}} = \\ &= \left[ \frac{b}{a+b} \right] \left[ \frac{u + \frac{1}{ad}}{\frac{1}{ad}} \right] \left[ \frac{\frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{d+e}}{u + \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{d+e}} \right] = \end{aligned} \quad (7.129)$$

$$= \left[ \frac{b}{a+b} \right] \left[ \frac{s + \frac{\omega_0}{ad}}{\frac{\omega_0}{ad}} \right] \left[ \frac{\frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e}}{s + \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e}} \right]. \quad (7.130)$$

2. Рассмотрим сомножители:

1)  $\frac{b}{a+b}$  — постоянная, характеризующая ослабление; фазового сдвига нет;

2)  $\frac{s + \frac{\omega_0}{ad}}{\frac{\omega_0}{ad}}$  — обратная низкочастотная функция с сопрягающей частотой  $\omega_{02} = \frac{\omega_0}{ad}$ ;

3)  $\frac{\frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e}}{s + \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e}}$  — низкочастотная функция с сопрягающей частотой  $\omega_{01} = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e}$ .

3. Вычерчиваем асимптотические характеристики (рис. 7.27, стр. 304).

4. Вычерчиваем фазовые характеристики (рис. 7.28, стр. 304).

5. Вычисляем:

$$\frac{b}{a+b} = \frac{1}{0,47+1} = 0,68; \quad \underline{\underline{-3,35 \text{ дБ}}}$$

$$\frac{\omega_0}{ad} = \frac{1}{0,47 \cdot 0,1} = \underline{\underline{21,28 = \omega_{02}}}$$

$$\frac{a+b}{ab} \cdot \frac{\omega_0}{d+e} = \frac{0,47+1}{0,47 \cdot 1} \cdot \frac{1}{0,1+0,25} = \underline{\underline{8,94 = \omega_{01}}}.$$



6. Строим точные графики. Характеристики каждого сомножителя могут быть построены по точкам, соответствующим целому числу октав, отложенных по обе стороны от  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$  (см. таблицу 7.1), а затем просуммированы.

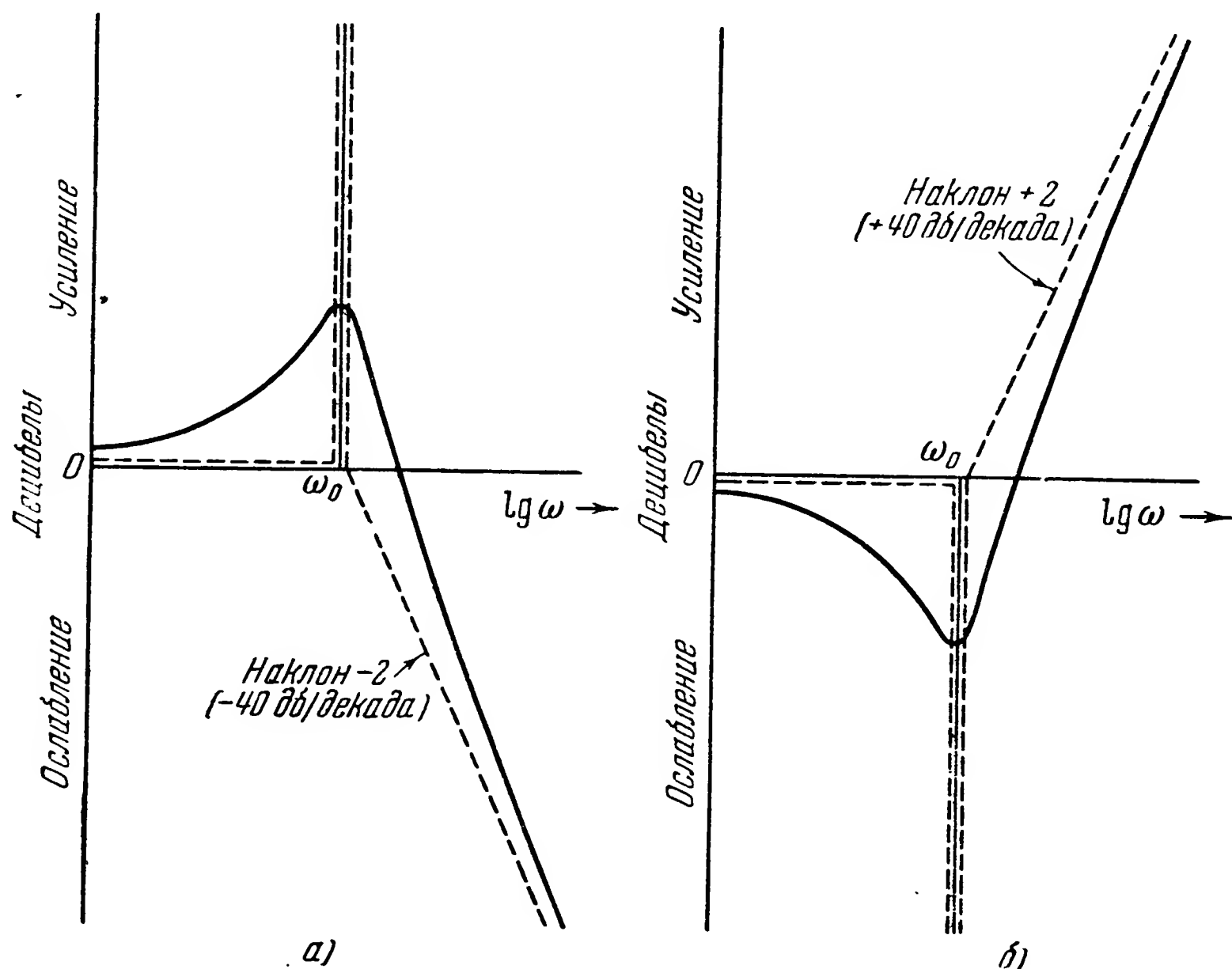


Рис. 7.25. Амплитудно-частотные характеристики и асимптотические отрезки для:

$$а) \frac{E_0}{E_i} = \left[ \frac{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}{\omega_0^2} \right]^{-1}, \quad б) \text{ обратной функции.}$$

Некоторые  $RC$ -четырёхполюсники, важные для проектирования следящих систем. Когда при проектировании следящей системы возникает необходимость повысить степень ее устойчивости, решение вопроса обычно получается сначала в виде передаточной функции недостающего в цепи звена, которое затем и добавляется в виде компенсирующей или корректирующей цепи. С этой целью широко используются  $RC$ -четырёхполюсники. Рассмотрим  $\Gamma$ -образные  $RC$ -фильтры, которые классифицируются обычно по их передаточным функциям. Группа различных односекционных  $RC$ -фильтров нижних частот, имеющих передаточную функцию

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right), \quad (7.131)$$

приведена на рис. 7.29 (стр. 305). Группа односекционных запаздывающих  $RC$ -фильтров с передаточной функцией

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{s + \omega_2}{\omega_2} \right) \quad (7.132)$$

показана на рис. 7.30 (стр. 306). На рис. 7.31 (стр. 307) пока-

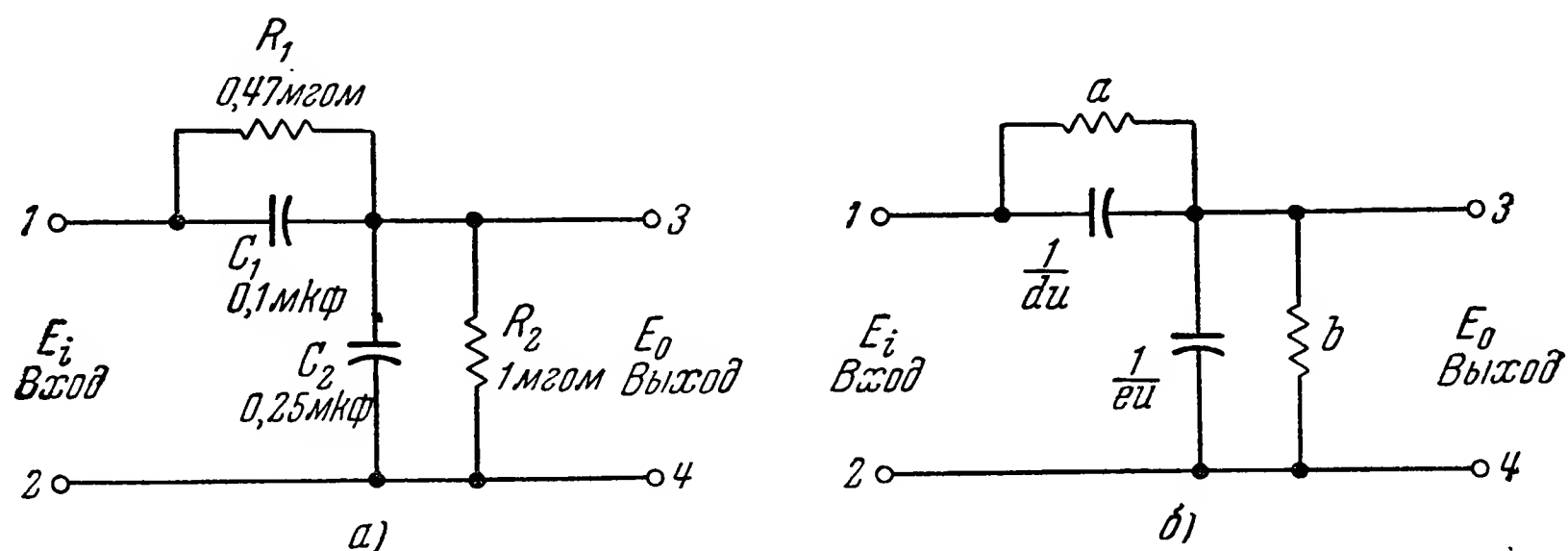


Рис. 7.26.  $RC$ -фильтр верхних частот.

зана группа односекционных  $RC$ -фильтров верхних частот, имеющих передаточную функцию

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{s}{\omega_0} \right) \left( \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \right) \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right). \quad (7.133)$$

Односекционные опережающие  $RC$ -фильтры с передаточной функцией

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{s + \omega_0}{\omega_0} \right) \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \quad (7.134)$$

подобраны на рис. 7.32 (стр. 308). Наконец, на рис. 7.33 (стр. 309) приведены характеристики и метод подбора двухсекционного  $RC$ -фильтра верхних частот, имеющего передаточную функцию

$$\frac{E_0}{E_i} = \left( \frac{s + \omega_0}{\omega_0} \right) \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{s + \omega_2}{\omega_2} \right) \left( \frac{\omega_2}{\omega_3} \right) \left( \frac{\omega_3}{s + \omega_3} \right). \quad (7.135)$$

Здесь возможен широкий подбор ослабления и фазы, зависящих от параметров  $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ . Допустимы следующие четыре группы соотношений между параметрами в (7.135):

- 1)  $\omega_0 = \omega_2 < \omega_1 < \omega_3$ ;
- 2)  $\omega_0 < \omega_2 < \omega_1 < \omega_3$ ;
- 3)  $\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ ;
- 4)  $\omega_0 < \omega_2 < \omega_1 = \omega_3$ .

Многосекционные фильтры нижних и верхних частот и их специальные комбинации хорошо исследованы; соответствующие характеристики опубликованы во многих трудах<sup>1)</sup>.

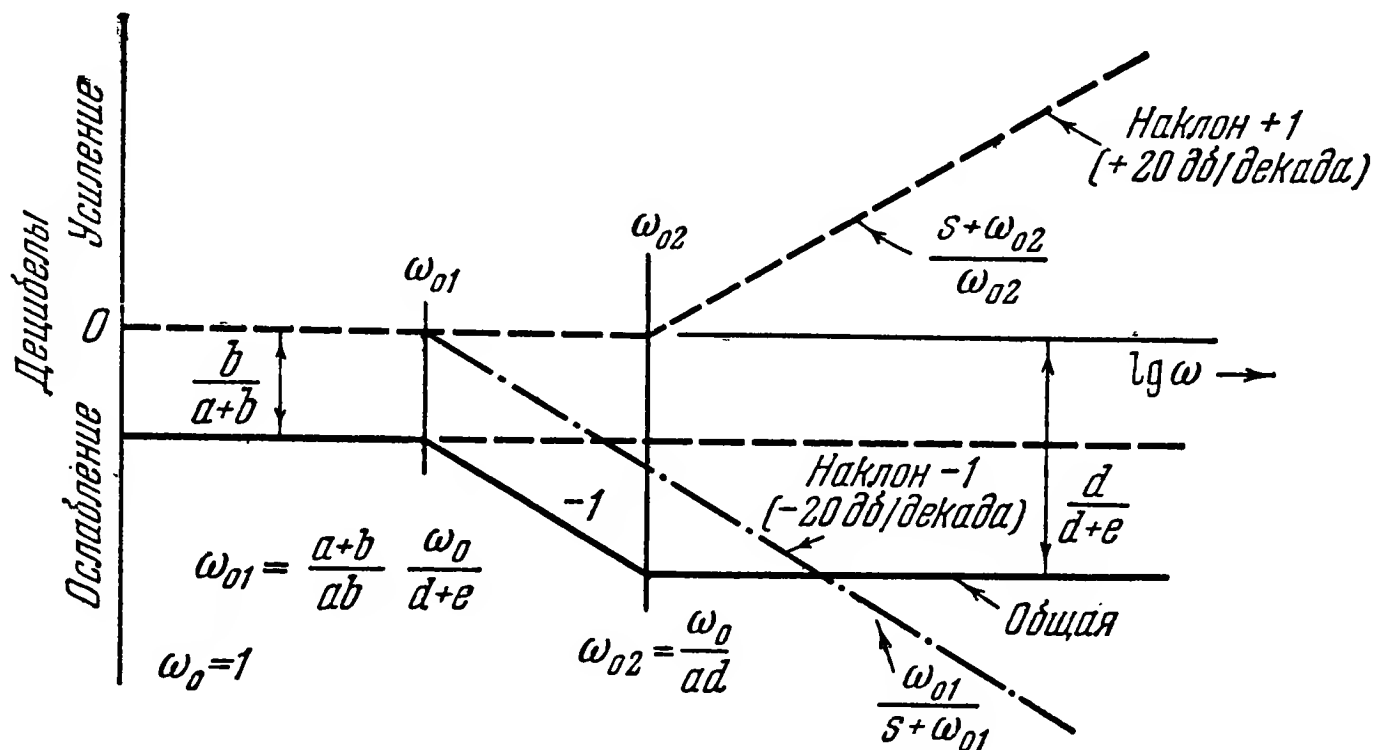


Рис. 7.27. Асимптотические характеристики.

Передающая функция сервомотора. В электромеханических следящих системах роль движущей силы выполняет электромотор. Чтобы привести совершенно другой, чем выше, при-

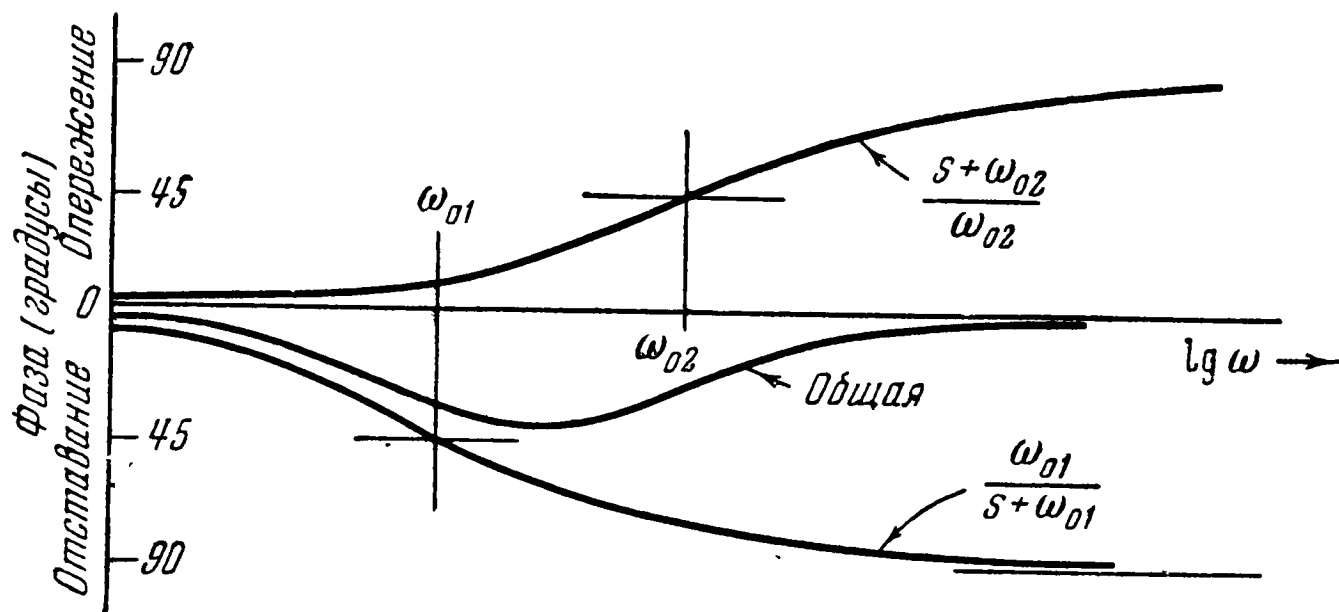


Рис. 7.28. Фазовые характеристики.

мер использования метода передаточных функций, рассмотрим небольшой типовой двухфазный сервомотор. Его главная характеристика есть соотношение между управляющим напряжением и числом оборотов мотора. На рис. 7.34 (стр. 310) представлена такая характеристика. Обычно начальная стадия проектирования следящей системы основывается на линейной теории. Это означает, что каждая часть системы ведет себя линейно относительно амплитуды сигнала.

<sup>1)</sup> White C. F., Resistance-Capacitance Low- and High-pass Filters, Naval Research Laboratory, Report R-2587, 1945; Tschudi E. W., Transfer Functions for R-C and R-L Equalizer Networks, Electronics, May 1949, p 116.

Применение такого требования к сервомотору, характеристика которого приведена на рис. 7.34, означает, что управляющее напряжение должно быть значительно ниже 75 вольт. Выше этого

$$\text{Передачная функция: } \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right) \left(\frac{\omega_1}{s + \omega_1}\right)$$

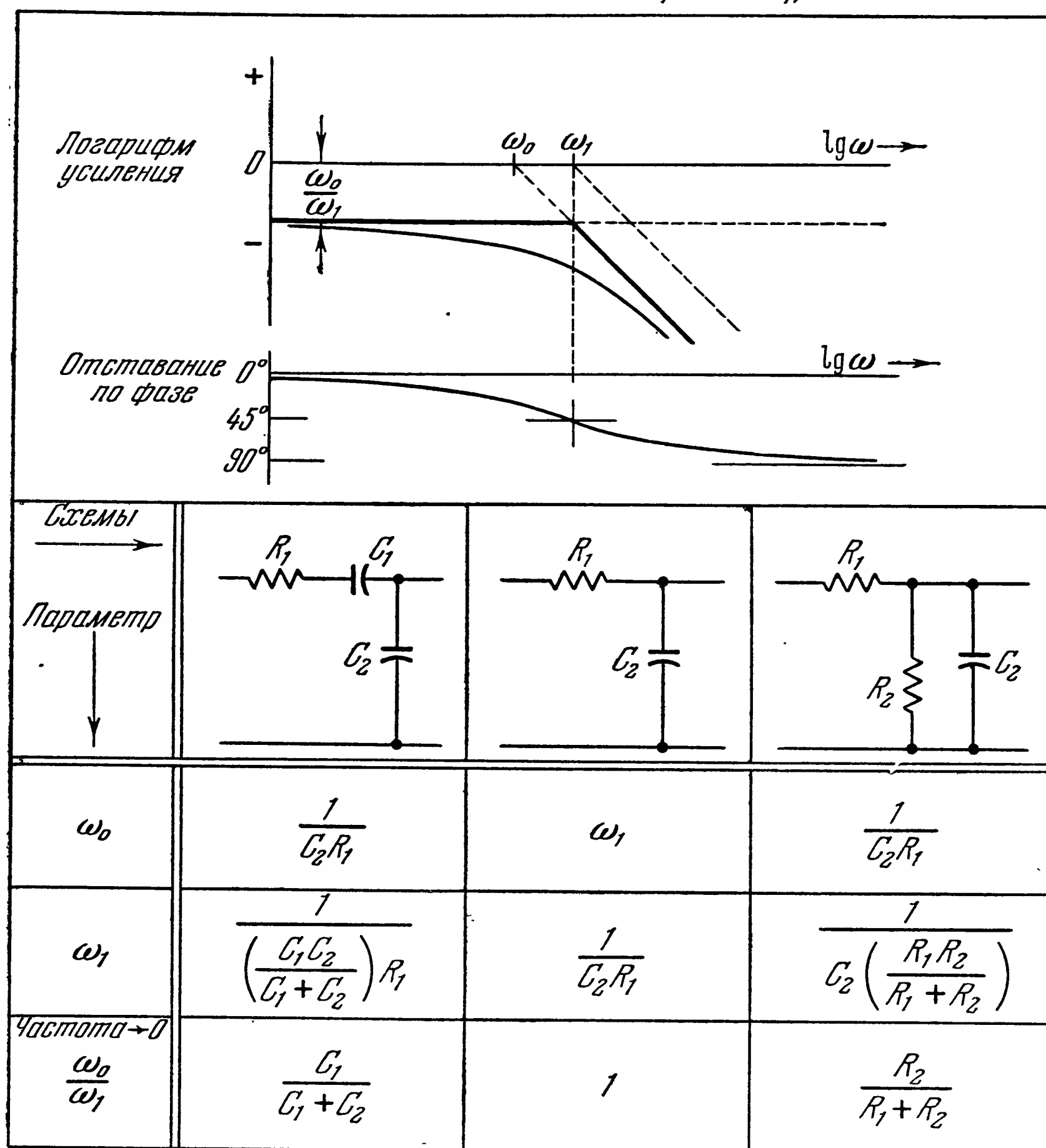


Рис. 7.29. RC-фильтры нижних частот.

предела эффект насыщения вызовет искажение синусоидального колебания якоря мотора по сравнению с синусоидальным управляющим напряжением. При напряжении ниже указанного предела приближенную линеаризованную характеристику можно записать так:

$$\dot{\theta} = K E_m = K E_m \sin \omega t. \quad (7.136)$$

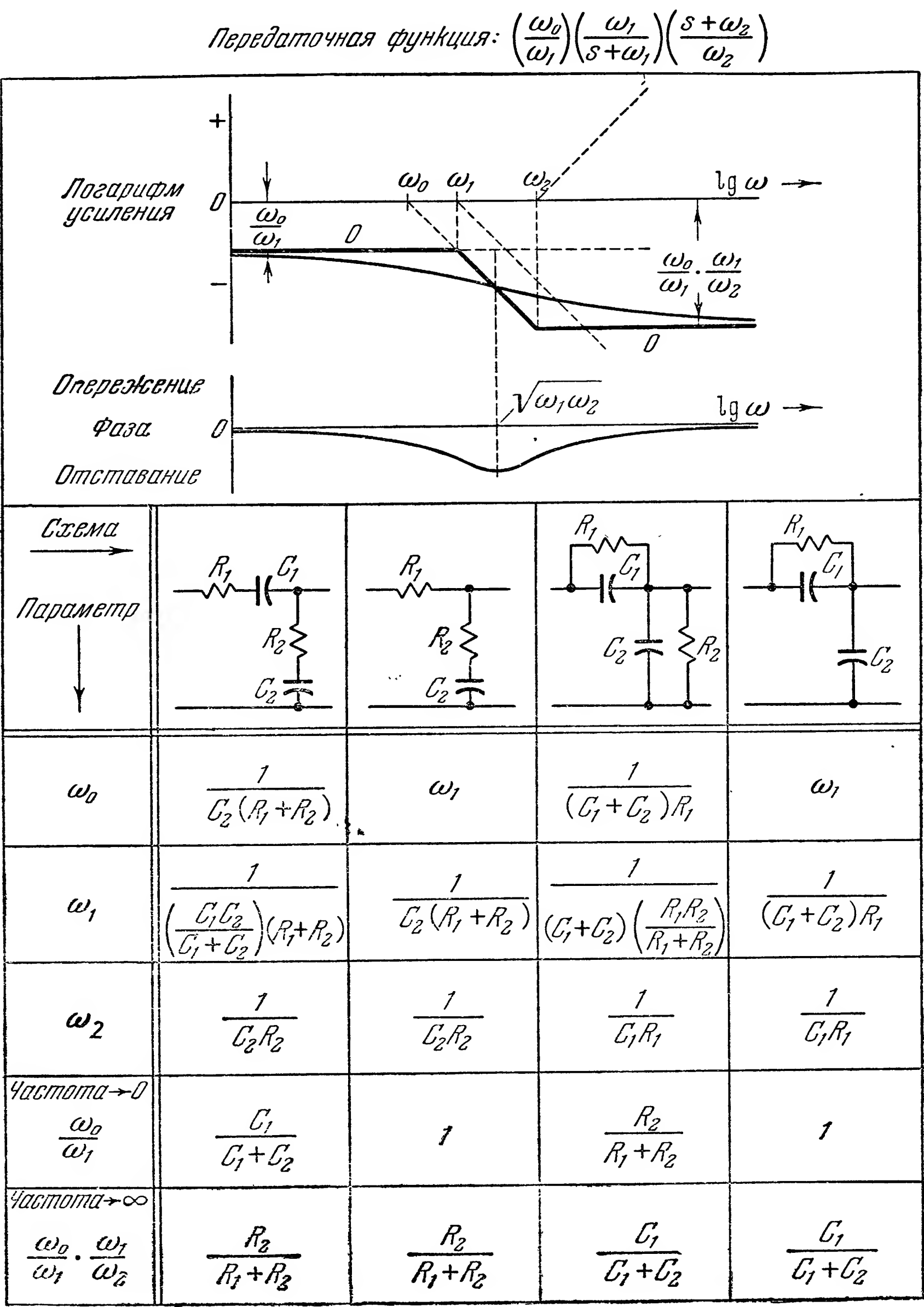


Рис. 7.30. RC-фильтры с отставанием по фазе.

Из равенства (7.136) следует, что число оборотов мотора или его угловая скорость  $\dot{\theta}$  равна управляющему напряжению, умноженному на постоянную  $K$ . При определении характеристик мотора из

Передачная функция:  $\left(\frac{s}{\omega_0}\right)\left(\frac{\omega_0}{s+\omega_0}\right)\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)$

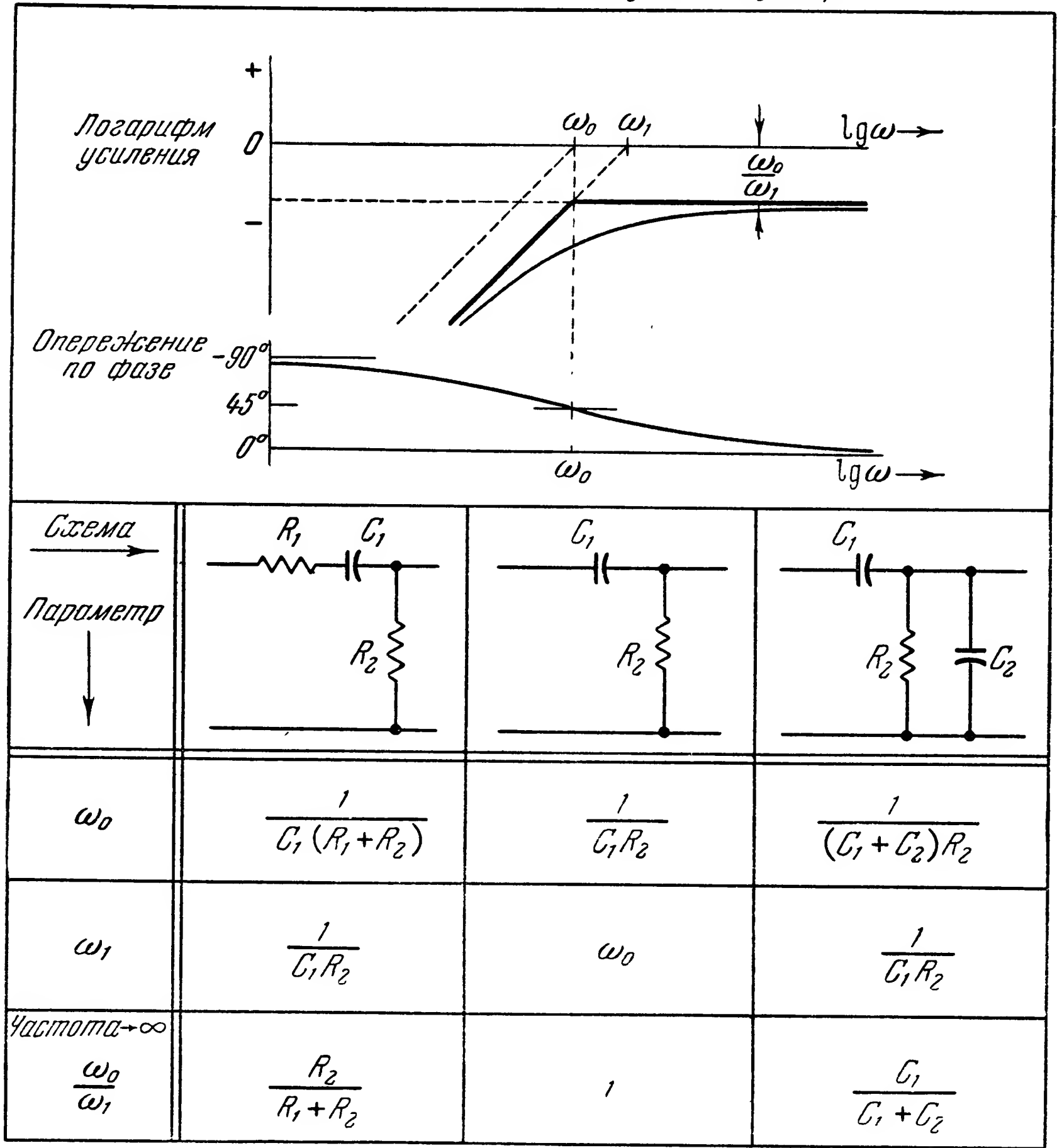


Рис. 7.31. RC-фильтры верхних частот.

эксперимента к нему подводят синусоидальное напряжение. Тогда положение якоря определяется равенством (7.137) как интеграл от  $\dot{\theta}$  и снова оказывается синусоидальным, но со сдвигом фазы на  $90^\circ$



Передаточная функция:  $\left(\frac{s+\omega_0}{\omega_0}\right)\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)\left(\frac{\omega_1}{s+\omega_1}\right)\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$ .

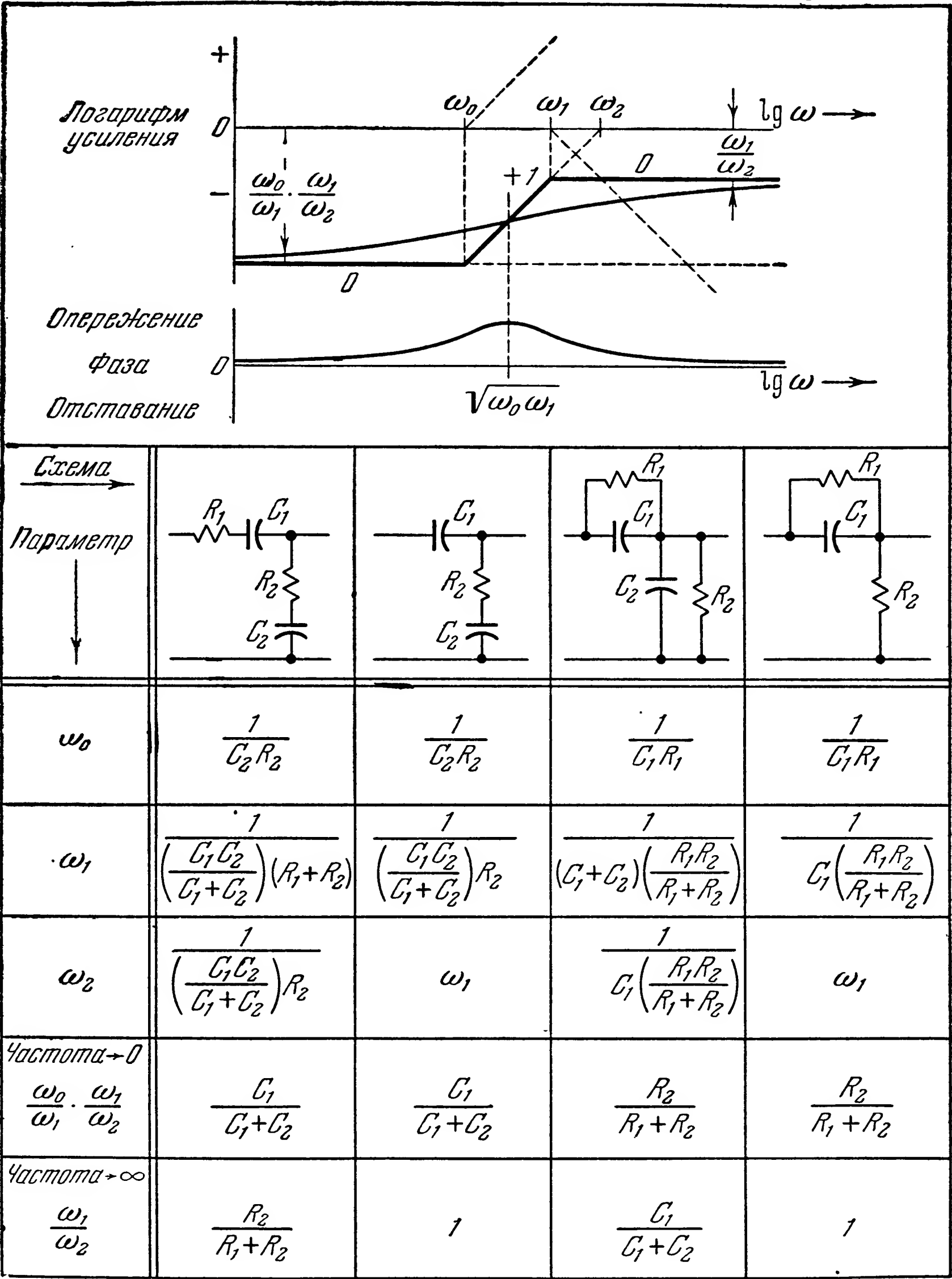
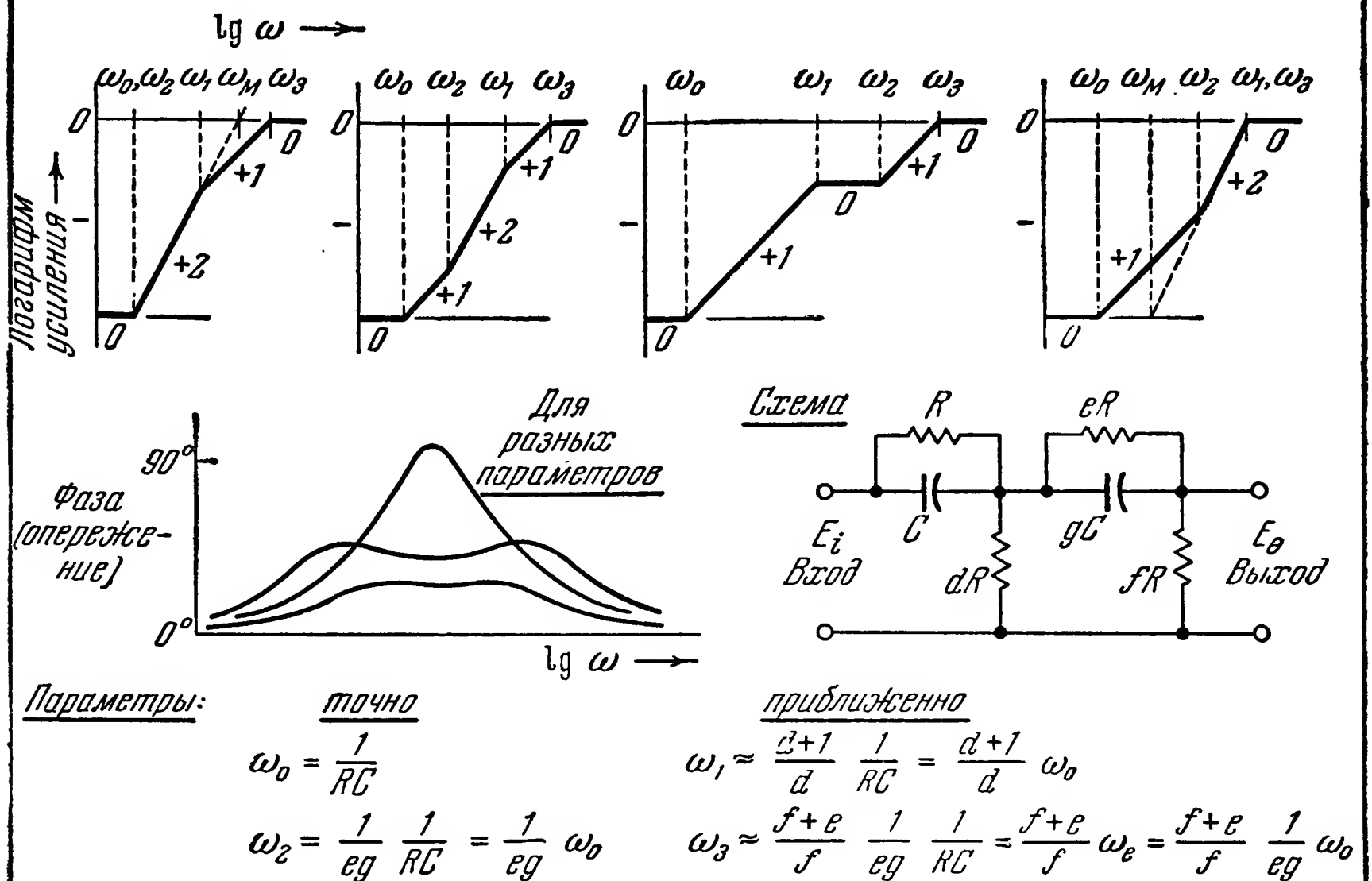


Рис. 7.32. Опережающие RC-фильтры.

Передаточная функция  $\left(\frac{s+\omega_0}{\omega_0}\right)\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)\left(\frac{\omega_1}{s+\omega_1}\right)\left(\frac{s+\omega_2}{\omega_2}\right)\left(\frac{\omega_2}{\omega_3}\right)\left(\frac{\omega_3}{s+\omega_3}\right)$



Способ проектирования (без приближений, без ограничения численных значений):

- (1) Установить  $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ .
- (2) Выбрать  $R$  и  $C$ , используя соотношение  $\omega_0 = 1/RC$ . Желательно, чтобы величина  $R$ , если это возможно, была по крайней мере в 10 раз больше сопротивления эквивалентного источника. Желательны малые значения  $C$  (по габаритным соображениям).
- (3) Если желательно  $\omega_2 > \omega_1$ , то выбрать  $g$  из условия
$$0 < g < [(\omega_3 - \omega_0)(\omega_1 - \omega_0) / (\omega_3 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_1)].$$
- (4) Если желательно  $\omega_1 > \omega_2$ , то выбрать  $g$  из условия
$$0 < g < [(\omega_3 - \omega_1)^2 / 4(\omega_3 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_2)].$$
- (5) Вычислить  $e$  по формуле  $e = (1/g)(\omega_0/\omega_2)$ .
- (6) Подставить значения  $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$  и  $g$  в уравнение
$$f^2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_2}{\omega_0} + \frac{\omega_3}{\omega_0} - \frac{\omega_1 \omega_3}{\omega_0 \omega_2} \right) + f \frac{1}{g} \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_3}{\omega_2} - 2 \right) - \frac{g+1}{g^2} \left( \frac{\omega_0}{\omega_2} \right) = 0$$
и разрешить его относительно  $f$ .
- (7) Подставить значения  $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, g$  и  $f$  в уравнение для определения  $d$ 

$$d = \left[ \left( \frac{\omega_3}{\omega_0} - \frac{\omega_2}{\omega_0} + \frac{\omega_1}{\omega_0} - 1 \right) - \frac{g+1}{g} \frac{1}{f} \right]^{-1}$$
и тем закончить проектирование.

Источники: Rep. N° 4100 NRL или National Electronics Conference Proc., vol 9, 1953, «Resistance-Capacitance shunted high-pass network synthesis», C. F. White.

Рис. 7.33. Двухсекционный RC-фильтр верхних частот.

по сравнению с управляющим напряжением:

$$\begin{aligned}\theta &= \int \dot{\theta} dt = \int KE_m \sin \omega t dt = \\ &= -\frac{KE_m}{\omega} \cos \omega t = \frac{KE_m}{\omega} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).\end{aligned}\quad (7.137)$$

Амплитуда колебаний якоря обратно пропорциональна  $\omega$  — частоте сигнала. Соответствующая асимптотическая характеристика

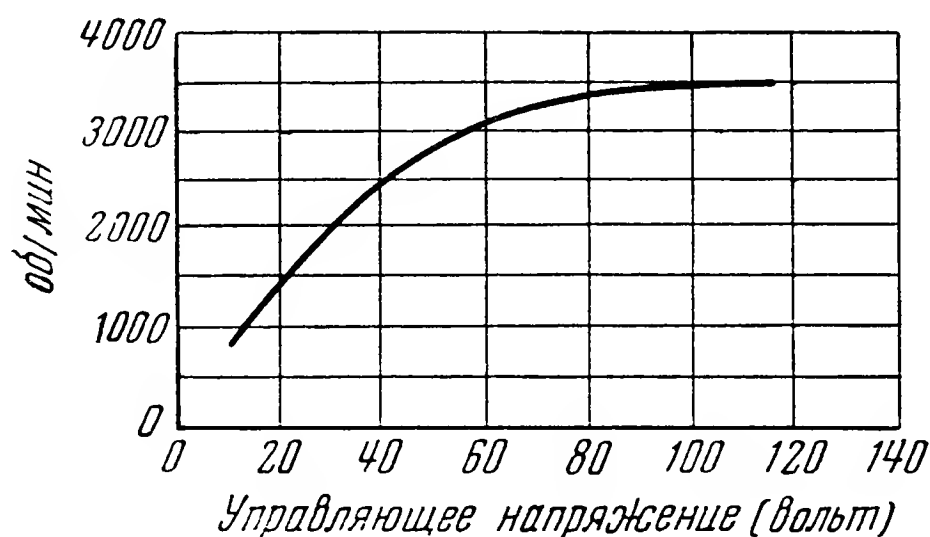


Рис. 7.34. Типичная характеристика сервомотора. Зависимость числа оборотов от управляющего напряжения (двухфазный мотор мощностью 4 ватта без нагрузки, напряжение питания 115 вольт).

соответствует наклону  $-2$ . Сопрягающая частота, при которой наклон  $-1$  меняется на  $-2$ , определяется как такая, в которой отклик мотора на 3 дБ меньше отклика идеального интегратора;

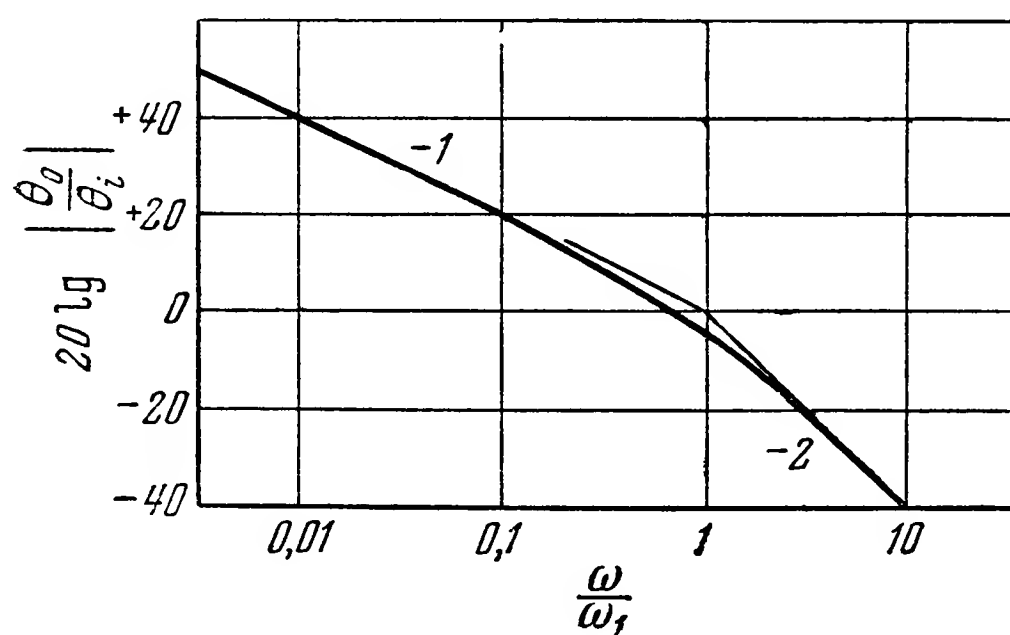


Рис. 7.35. Амплитудно-частотная характеристика сервомотора, построенная на основании линейной теории (двухфазный 4-ваттный мотор переменного тока).

получим зависимость вращающего момента от управляющего напряжения; если же для сечений взять прямые, параллельные оси угловой скорости, получим зависимость угловой скорости от управляющего напряжения.

имеет наклон  $-1$ . Таким образом, в области низких частот амплитуда колебаний якоря падает на 20 дБ на каждую декаду возрастания частоты. Это согласуется с представлением о том, что мотор работает как идеальный интегратор напряжения. Но это верно только при низких частотах; при более высоких частотах уменьшение идет вдвое быстрее, т. е. составляет 40 дБ на декаду, что

соответствует наклону  $-2$ . Сопрягающая частота, при которой наклон  $-1$  меняется на  $-2$ , определяется как такая, в которой отклик мотора на 3 дБ меньше отклика идеального интегратора; эту частоту можно определить из обычной характеристики мотора. На рис. 7.35 приведена характеристика, математически выражаемая при помощи передаточной функции

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \left( \frac{\omega_1}{s} \right) \left( \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \right). \quad (7.138)$$

На рис. 7.36 показано семейство кривых вращающего момента в зависимости от числа оборотов для того же мотора. Пересекая это семейство прямыми, параллельными оси моментов, по-

Приведем пример расчета сопрягающей частоты; исходные данные для расчета взяты на рис. 7.36.

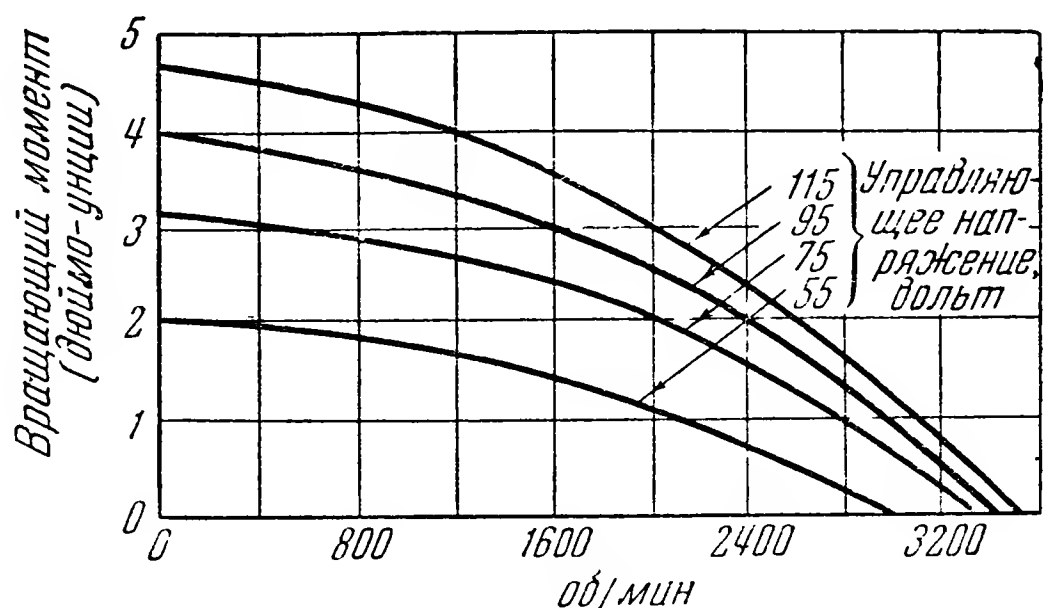


Рис 7.36. Зависимость вращающего момента от числа оборотов для небольшого сервомотора (двухфазный 4-ваттный мотор переменного тока, напряжение питания 115 в).

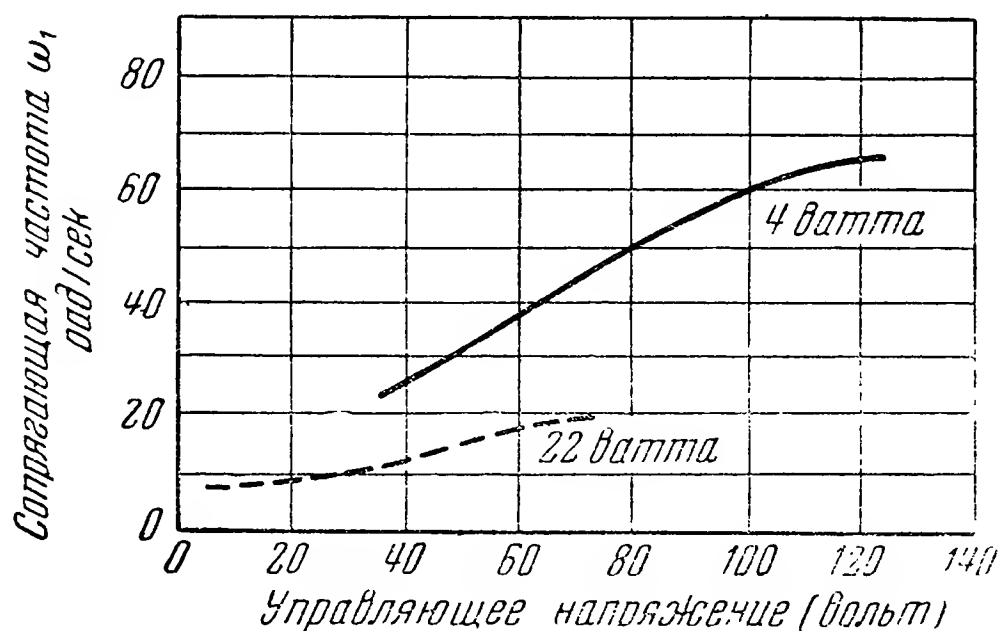


Рис. 7.37 Нелинейность характеристик сервомотора (двухфазный сервомотор, напряжение питания 115 вольт).

Кривая момент — напряжение:

$$\mu = \frac{\text{крутящий момент}}{\text{напряжение}} = \frac{4 \text{ дюймо-унции}}{95 \text{ вольт}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{фут-фунтов}}{\text{вольт}};$$

кривая угловая скорость — напряжение:

$$g = \frac{\text{угловая скорость}}{\text{напряжение}} = \frac{3400 \text{ об/мин}}{95 \text{ вольт}} \frac{2\pi}{60} = 3,75 \frac{\text{радиан}}{\text{вольт сек}};$$

эквивалентное вязкое сопротивление:

$$R = \frac{\mu}{g} = \frac{2,2 \cdot 10^{-4}}{3,75} = 58,5 \cdot 10^{-6} \text{ фут-фунтов сек};$$

сопрягающая частота:

$$\omega_1 = \frac{\text{эквивалентное вязкое сопротивление}}{\text{момент инерции}} = \frac{58,5 \cdot 10^{-6}}{1,04 \cdot 10^{-6}} = 56,3 \frac{\text{рад}}{\text{сек}}.$$

Сплошная кривая на рис. 7.37 представляет зависимость сопрягающей частоты от амплитуды управляющего напряжения. Кроме того, пунктирная кривая на рис. 7.37 получена в результате таких же расчетов для другого, более мощного мотора. Как было выше сказано, на начальной стадии проектирования следящей системы применяется линейная теория. Однако из рис. 7.37 видно, что характеристики нелинейны. Это означает, что сопрягающая частота для данного мотора не есть фиксированная величина; она зависит от амплитуды управляющего сигнала. Влияние нелинейности сервомотора можно смягчить, применяя обратные связи с большим усилением.

### 7.7. Коррекция характеристик системы

Существует много отличных рекомендаций по вопросу о методе улучшения характеристик следящей системы. Изложенные здесь методы основываются на применении понятия передаточной функции, введенного и развитого выше. Средства, которые применяются при проектировании для улучшения характеристик следящих систем, можно разделить на четыре категории, а именно: 1) использование последовательного (каскадного) соединения четырехполюсников, 2) использование обратных связей, 3) подбор усиления и 4) подбор полосы пропускания уже имеющихся в системе звеньев. Эти четыре способа связаны между собой и в сложных системах применяются все вместе. Хотя на первоначальной стадии проектирования можно пользоваться только одними частотными характеристиками, но, само собой разумеется, для контроля необходимо произвести исследование переходного процесса. Когда применяется последовательное соединение, можно использовать различные комбинации запаздывающих и опережающих четырехполюсников. При использовании для стабилизации следящей системы внутренних обратных связей оказывается эффективным метод подбора характеристик отдельных контуров, входящих в систему.

Способ последовательного включения четырехполюсников. Чтобы пояснить применение последовательного включения четырехполюсников, рассмотрим систему, изображенную на рис. 7.38. Передаточная характеристика мотора взята по формуле (7.138). Усилитель имеет коэффициент усиления  $\frac{\omega_0}{\omega_1}$ . Пунктиром изображены предварительный усилитель с коэффициентом усиления  $\frac{1}{K_N}$  и корректирующий четырехполюсник с передаточной функцией  $K_N \cdot G(s)$ , которая и должна быть подобрана. Предварительный усилитель в точности компенсирует потерю, вызванную этим четырехполюсником при  $\omega \rightarrow 0$ . На рис. 7.39 показана характеристика системы без коррекции, обозначенная через  $a - b - c$  и

относящаяся к первому основному типу с таким коэффициентом усиления, что при входе в виде единичного скачка переходный

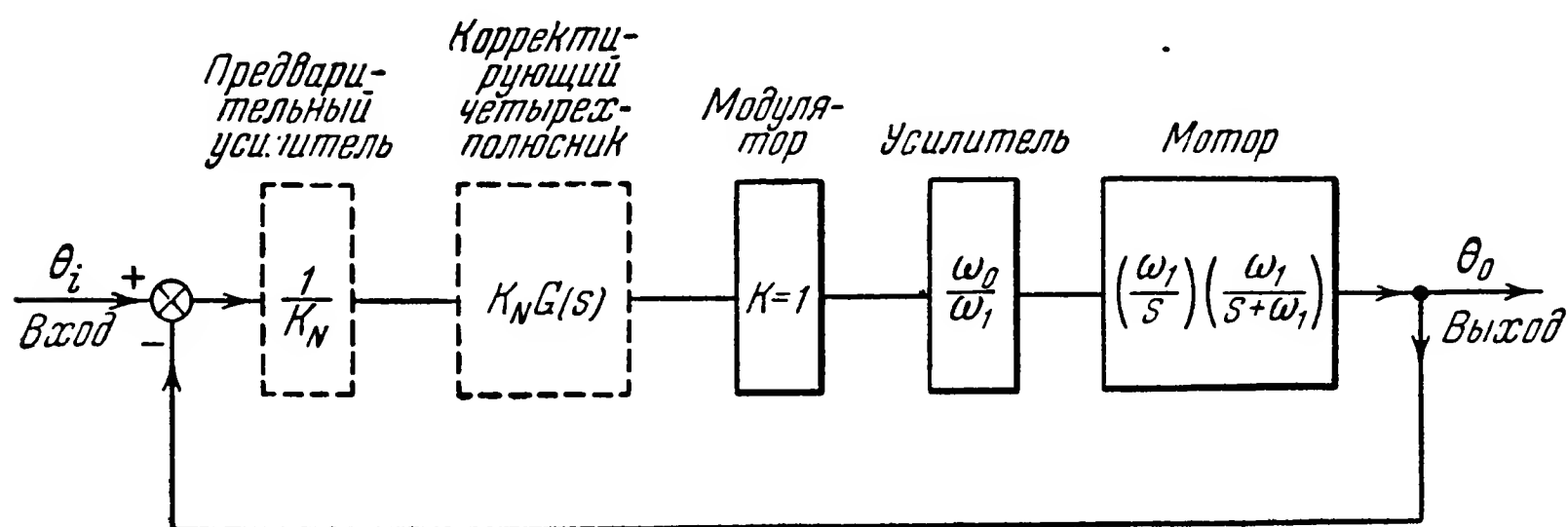


Рис. 7.38. Стабилизация путем последовательного включения четырех-полюсника.

процесс получился сильно колебательным (см. § 7.3). Поэтому необходимо улучшение системы в смысле, изложенном в § 7.4; оно может быть достигнуто при помощи односекционного  $RC$ -фильтра

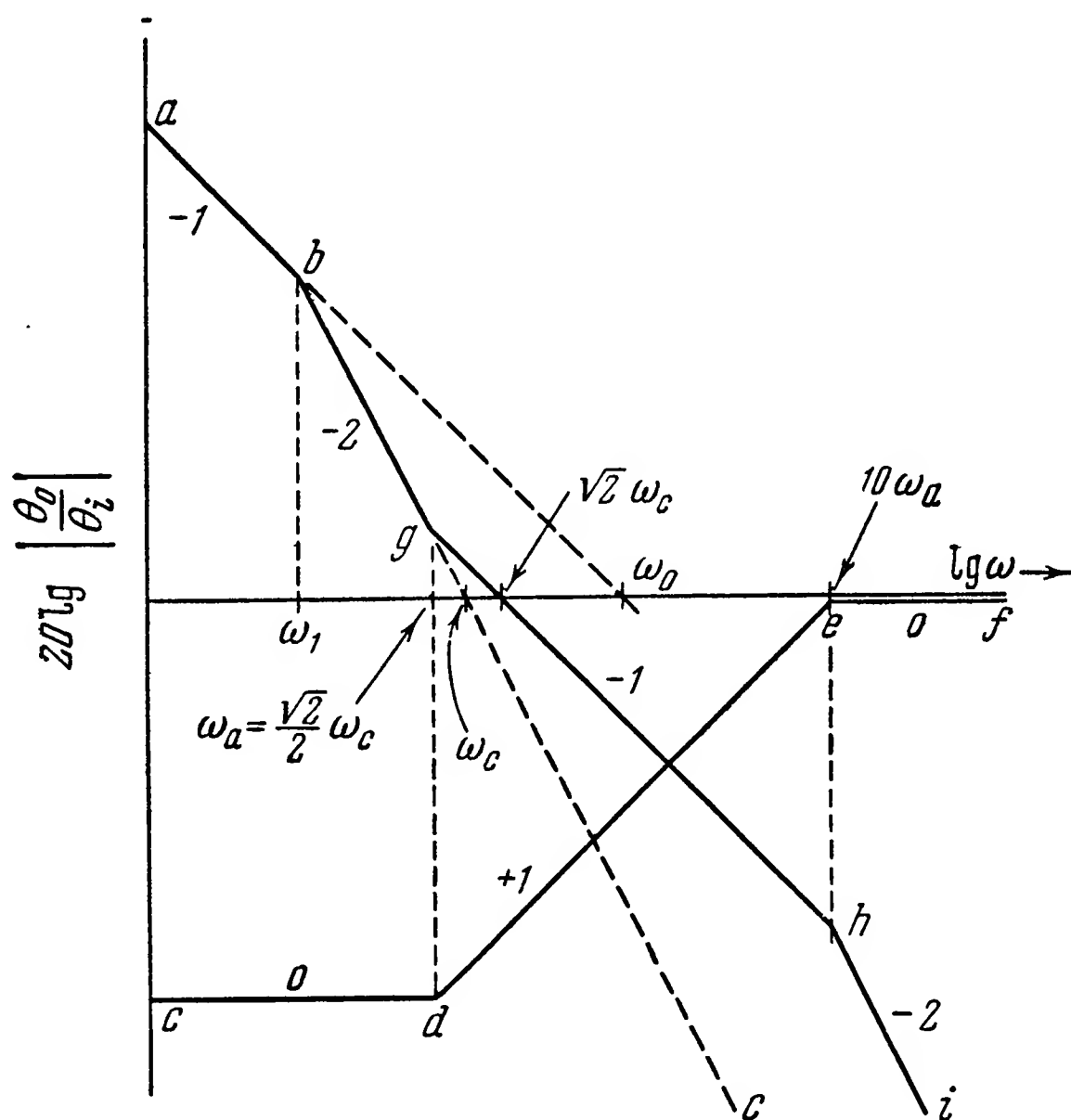


Рис. 7.39. Асимптотическая характеристика следящей системы, показанной на рис. 7.39.

верхних частот, показанного четвертым из опережающих четырех-полюсников на рис. 7.32, чему соответствует характеристика  $c-d-e-f$  на рис. 7.39. В одном каскаде предварительного



усилителя нетрудно получить усиление 10. Беря первую сопрягающую частоту равной  $\omega_a = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_c$ , получаем на протяжении одной декады наклон  $-1$  и характеристики, сравнимые с теми, которые получались при  $K = 200$  на рис. 7.11 и 7.12. Улучшенная характеристика обозначена на рис. 7.39 через  $a-b-g-h-i$ .

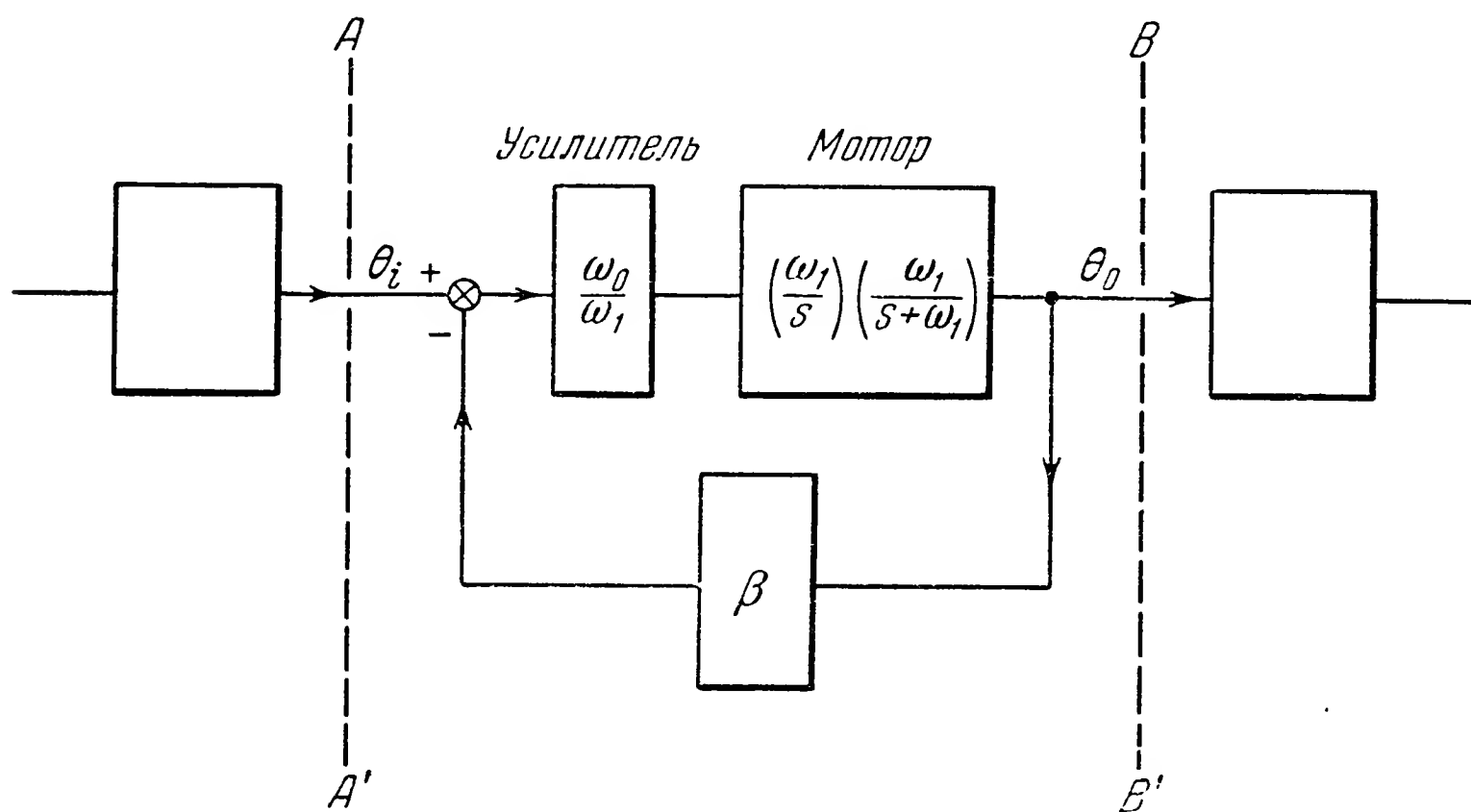


Рис. 7.40. Следящая система с корректирующим элементом, введенным через обратную связь.

Подобным же образом могут быть использованы и четырехполюсники, отстающие по фазе<sup>1)</sup>.

Способ обратной связи. Чтобы показать способ применения четырехполюсников в обратной связи для решения задачи повышения устойчивости, рассмотрим систему, изображенную на рис. 7.40, в которой желательно, чтобы переходные характеристики на участке между сечениями  $A-A'$  и  $B-B'$  были на достаточно широком диапазоне частот такими же, как у идеального интегрирующего звена. Предполагается возможным иметь необходимое усиление. Чтобы решить задачу, мы можем положить передаточную функцию замкнутого контура равной желаемой и отсюда определить неизвестную передаточную функцию обратной связи. Имеем:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\frac{\omega_0}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}{1 - \frac{\omega_0}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \cdot N} = \frac{\omega_0}{s}, \quad (7.139)$$

<sup>1)</sup> Chestnut H. and Mayer R. W., Servomechanisms and Regulating System Design, vol. I, p. 249, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951.

где через  $N$  обозначена неизвестная передаточная функция, а через  $\frac{\omega_3}{s}$  — передаточная функция желаемого идеального интегрирующего звена. Решая это уравнение относительно  $N$ , имеем:

$$N = \frac{s}{\frac{\omega_3}{\omega_0} - 1} \cdot \frac{s + \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_3}\right) \omega_1}{\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_3}\right) \omega_1}. \quad (7.140)$$

В примере, приведенном на рис. 7.41, положено  $\omega_3 = 2\omega_0$ . Результат, которого мы хотим достигнуть, на рисунке показан

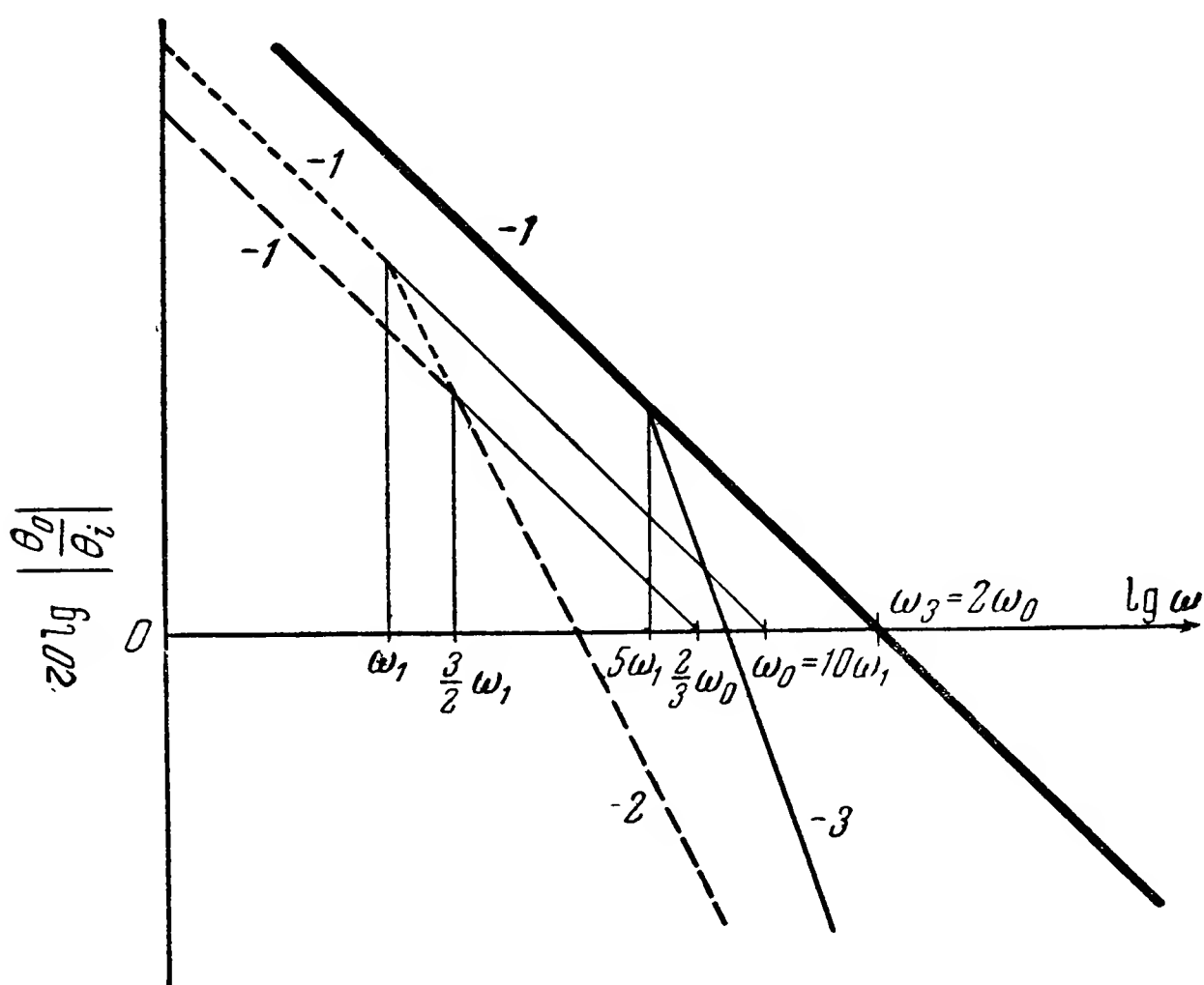


Рис. 7.41. Асимптотическая характеристика для системы, показанной на рис. 7.40.

жирной линией, проходящей через точку  $\omega_3 = 2\omega_0$ . Потребная характеристика корректирующего четырехполюсника есть

$$N = \frac{s}{2\omega_0} \frac{s + \frac{\omega_1}{2}}{\frac{\omega_1}{2}}. \quad (7.141)$$

Если мы предположим, что усилитель обладает коэффициентом усиления  $\frac{\omega_0}{\omega_1} = 10$ , то характеристика разомкнутого контура будет

такой, какая на рис. 7.41 показана пунктирной линией. Из (7.141) теперь получаем:

$$N = \frac{s}{2\omega_0} \cdot \frac{s + \frac{\omega_0}{20}}{\frac{\omega_0}{20}}. \quad (7.142)$$

Первый член в равенстве (7.142) может быть конструктивно реализован в виде тахогенератора. Второму члену не соответствует никакой физической объект, за исключением части передаточной функции некоторого четырехполюсника, например такого, как опережающий *RC*-фильтр верхних частот, показанный на рис. 7.32. Его передаточная функция

$$\frac{\text{ВЫХОД}}{\text{ВХОД}} = \frac{\theta_3}{\theta_2} = \frac{s + \omega_4}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_5} \cdot \frac{\omega_5}{s + \omega_5} \quad (7.143)$$

содержит нежелательные коэффициент ослабления  $\frac{\omega_4}{\omega_5}$  и низкочастотную функцию с сопрягающей частотой  $\omega_5$ . Чтобы выбрать  $\omega_5$  достаточно большой по сравнению с  $\omega_4$ , мы предположим, что в цепи обратной связи возможно усиление 100 и, следовательно,  $\omega_5 = 100 \omega_4$ .

Пусть будет  $\omega_4 = \frac{\omega_0}{20}$ ; тогда передаточная функция замкнутого контура будет:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_0}{\theta_i} &= \frac{10 \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}{1 - 10 \frac{\omega_1}{s} \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \cdot \frac{s}{20\omega_1} \cdot \frac{s + \frac{\omega_1}{2}}{\frac{\omega_1}{2}} \cdot \frac{50\omega_1}{s + 50\omega_1}} = \\ &= \frac{2\omega_0}{s} \cdot \frac{25\omega_1^2}{s^2 + s\omega_1 + 25\omega_1^2} \cdot \frac{s + 50\omega_1}{50\omega_1}. \end{aligned} \quad (7.144)$$

Эта функция на рис. 7.41 описывается жирной линией вплоть до  $\omega = \sqrt{25\omega_1^2} = 5\omega_1$ , где наклон асимптотического отрезка становится — 3.

Если мы предположим, что усиление в цепи обратной связи невозможно, т. е. что усиление тахогенератора ограничено соотношением  $\omega_3 = 2\omega_0$ , то лучшее, что можно получить, будет:

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{10 \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1}}{1 + 10 \frac{\omega_1}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \cdot \frac{s}{20\omega_1}} = \frac{\frac{2}{3}\omega_0}{s} \cdot \frac{\frac{3}{2}\omega_1}{s + \frac{3}{2}\omega_1}. \quad (7.145)$$

Характеристика, получаемая при использовании в цепи обратной связи только одного тахогенератора, показана на рис. 7.41 пунктир-

ной линией. Она имеет сопрягающую частоту  $\frac{3}{2} \omega_1$  между наклонами — 1 и — 2.

Таким образом, мы не можем получить желаемую характеристику точно. Однако, если некоторое приближение и достигается применением одного тахогенератора в цепи обратной связи, то лучшего приближения можно достигнуть, добавив в цепь обратной связи усилитель и фильтр верхних частот на выходе тахогенератора.

**Активные фильтры.** В сложных следящих системах часто требуется сглаживание данных в некотором месте системы, например перед указателем в таких системах, где замыкание контура

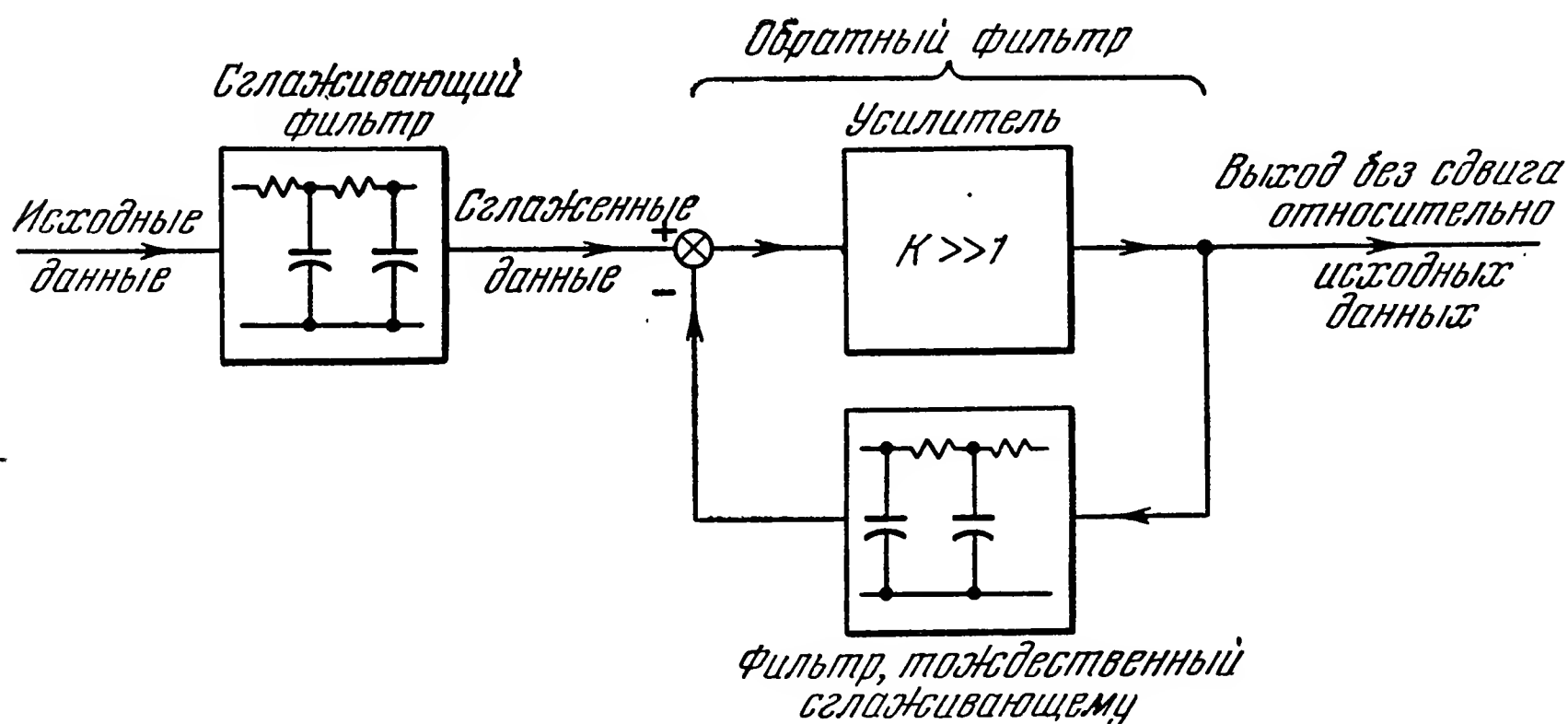


Рис. 7.42. Сглаживание без ухудшения устойчивости системы.

осуществляется человеком. Это сглаживание обычно осуществляется при помощи  $RC$ -фильтра нижних частот, состоящего из одной или более секций. Поскольку фильтры нижних частот вводят прямо в контур запаздывание по времени (или отставание по фазе), это ухудшает устойчивость системы.

На рис. 7.42 показан прием, при помощи которого можно ввести фильтр, необходимый для сглаживания, а затем пропустить сглаженные данные через обратный фильтр и тем самым исключить (с точки зрения устойчивости системы) влияние отставания по фазе сглаживающего фильтра. В качестве обратного фильтра используется фильтр, тождественный сглаживающему, но помещенный в цепь обратной связи усилителя. Такое устройство носит название *активного фильтра*.

**Опорные частоты.** При рассмотрении способов проектирования следящих систем мы использовали несколько опорных частот, которые иногда очень близки друг к другу. Чтобы избежать путаницы, дадим перечень наиболее часто используемых опорных частот.

1. Полоса шумов. Частота, при которой усиление разомкнутого контура равно единице, определяет собой эффективную полосу частот, от которой зависит величина ошибки следящей системы; ее часто называют также полосой шумов, поскольку внутри нее имеется усиление, а вне — ослабление. Эта частота, называемая также частотой среза, используется при определении запаса устойчивости по фазе. В некоторых случаях для этого можно без большой ошибки вместо точных характеристик использовать асимптотические характеристики.

2. Собственная частота. При графическом изображении переходных процессов, описанных в §§ 7.3, 7.4 и 7.5, мы применяли нормированное время, причем нормировка выполнялась при помощи собственной частоты  $\omega_n$ . На примере, показанном на рис. 7.3  $\omega_n = \sqrt{K} \omega_1$ .

3. Частота затухающих колебаний. Она определяется как величина, обратная промежутку времени между двумя последовательными максимумами при переходном процессе, вызванном единичным скачком. Частота затухающих колебаний  $\omega_d$  не зависит от амплитуды и времени; она выражается следующим образом:  $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$ .

4. Резонансная частота. Резонансная частота есть та, при которой вынужденные колебания имеют наибольшую амплитуду; она соответствует максимальному отклику замкнутого контура. Во многих случаях резонансная частота мало отличается от  $\omega_n$ ; фаза равна  $90^\circ$ .

5. Общая полоса пропускания. Это — малоупотребительное понятие, связывающее частоту и переходный процесс. Полоса пропускания определяется так же, как и в теории связи, т. е. как точка половинной мощности (усиление замкнутого контура равно — 3 дб).

Применение критериев устойчивости. Чтобы пояснить последовательность действий при действительном проектировании какой-нибудь следящей системы, предположим, что на начальной стадии проектирования была найдена передаточная функция

$$\frac{\theta_0}{\theta_i}(s) = \frac{24(s + 1,5)}{s^5 + 4,5s^4 + 28,5s^3 + 36s^2 + 96s + 36} \quad (7.146)$$

Перед тем как продолжать работу, нужно проверить устойчивость системы. Используя критерий Рауса, изложенный в главе 6, мы записываем коэффициенты знаменателя в две строки и продолжаем таблицу:

1	28,5	96
4,5	36	36
20,5	88	
16,7	36	
43,8		

Поскольку все числа в первом столбце имеют один и тот же знак, а именно они положительны, то система абсолютно [т. е. асимптотически (*Прим. перев.*)] устойчива. После этой проверки следует возвратиться к разложению в ряд ошибки системы при синусоидальном входе. Это разложение получим, деля единицу на  $1 + \mu(s)$  и затем переходя к оригиналу. Результат будет:

$$\varepsilon(t) = 2\dot{\theta}_i - 1,67\ddot{\theta}_i + \dots \quad (7.147)$$

Поскольку коэффициенты этого ряда не меньше единицы, то ясно, что эффективная полоса системы в целом слишком узка по сравнению с полосой частот информации, передаваемой через

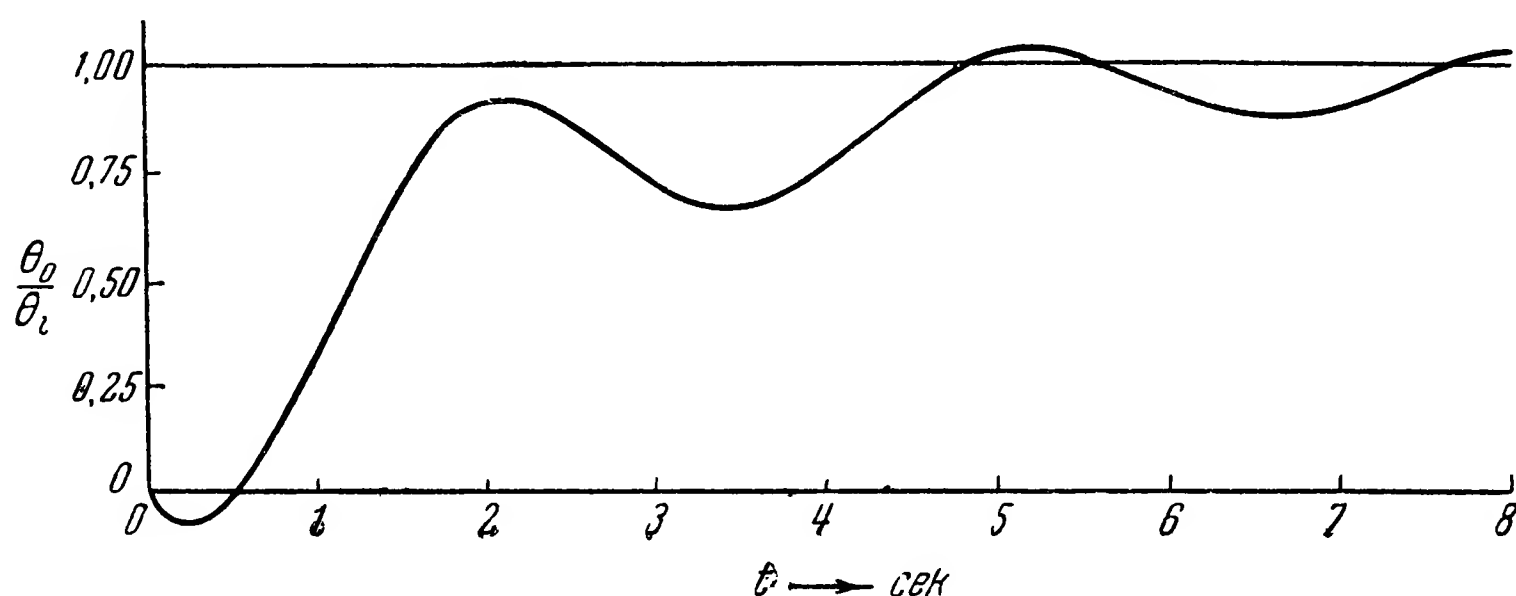


Рис. 7.43. Переходный процесс системы, у которой коэффициенты разложения ошибки в ряд больше единицы.

следящую систему. Дальнейшее исследование такой системы бесполезно. Однако, если вообще исследовалось малое число подобных систем, для накопления материала интересно исследовать систему на переходной процесс, что требует решения уравнения пятой степени. Результат показан на рис. 7.43; из него видно, что система устойчива, но время переходного процесса большое; переходный процесс носит колебательный характер со слабым затуханием. Этот пример приведен для того, чтобы пояснить роль каждого шага исследования в процедуре проектирования, а также показать возможность прекращения проектирования на любой стадии для переделок системы, если это окажется необходимым.

## 7.8. Место различных теорий при проектировании следящих систем

На протяжении всей этой главы мы старались стоять на точке зрения системы в целом. Преимущество этой точки зрения над мнением, что следует во что бы то ни стало совершенствовать отдельные звенья системы без выяснения того, насколько это нужно для



системы в целом, не подлежит сомнению. Кроме того, мы изучали связь между методом частотных характеристик или передаточных функций и исторически более старым методом дифференциальных уравнений и переходного процесса.

При использовании метода проектирования, основанного на методе передаточных функций, первый шаг должен состоять в определении того, что именно следящей системе надлежит обрабатывать. При проектировании системы управления снарядом нужно обрабатывать движение снаряда, которое и является входом следящей системы, зависящим наперед заданным образом от времени. Это задание движения снаряда может быть, например, графическим; однако аналитическое задание предпочтительнее. Как пример подобного задания можно привести полет цели на постоянной высоте и с постоянной скоростью, использованный в §§ 7.3, 7.4 и 7.5. Исследованию траекторий снаряда посвящена целиком глава 12. Для изменения входа со временем, в соответствии с кинематикой задачи, не всегда можно найти удобное аналитическое выражение. В этом случае задачу можно решить приближенно, например графически, и получить таблицу, численно описывающую положение снаряда с течением времени. Применение этих таблиц для вычисления производных было объяснено в главе 6.

При использовании частного метода следует вместо входных функций времени получить их изображения в смысле Фурье, чтобы выбрать переходные характеристики с эффективной полосой, достаточной для спектра частот, имеющегося на входе, и таким путем сделать ошибку системы меньше, чем максимально допустимо для данной задачи. Хорошее инженерное решение должно обладать наименьшей возможной эффективной полосой при ошибке, не превосходящей заданной. В §§ 7.3, 7.4 и 7.5, чтобы пояснить метод, были даны выражения ошибки системы, получающейся при ограничении полосы пропускания, для так называемых первого и второго основных типов следящих систем. Тот же самый метод может быть применен и при исследовании других следящих систем. Замкнутые выражения для ошибок вообще менее удобны, чем разложение в ряд. Для этих последних можно сформулировать условия сходимости в частотной области, а именно: ряд сходится при всех частотах на входе, для которых усиление разомкнутого контура больше единицы. Точность, с которой вычисляется ошибка системы, когда используется конечное число членов ряда, может быть определена рассмотрением остаточного члена, поскольку погрешность результата будет всегда меньше модуля остаточного члена.

При переходе от изображения ошибки к оригиналу возникает вопрос об области сходимости оригинала. Этот вопрос может быть разрешен путем требования, чтобы рассматриваемый промежуток времени не превосходил нескольких постоянных времени системы (т. е. величин, обратных частоте среза, при которой усиление

разомкнутого контура равно единице). Иначе говоря, вход не должен слишком быстро изменяться со временем.

Наконец, если при проектировании пользуются частотным методом, проектант сравнивает между собой большое число подходящих характеристик и выбирает наилучший основной тип следящей системы. Выбрав тип, он подбирает точное значение усиления, чтобы получить частотную характеристику с допустимым резонансным пиком (или, если угодно, допустимым запасом устойчивости по модулю и фазе). После этого нужно выбрать эффективную полосу с тем расчетом, чтобы ошибка системы не превосходила допустимой. Затем в качестве окончательной проверки следует изучить переходный процесс, появляющийся в результате нормализованного возмущения, наиболее подходящего по своему типу для данной системы.

При использовании метода проектирования, основанного на теории переходного процесса, исходят из предположения, что весь полет снаряда есть, в сущности, переходный процесс, вызванный некоторым возмущением, например ошибкой в положении снаряда в момент начала управления (в конце старта). Исследуется максимальная возможная ошибка в момент начала управления, при которой еще возможно попадание, и выясняется минимальная дальность, необходимая для попадания. Затем проектирование ведется при помощи любого метода и подбираются характеристики, обеспечивающие достаточно малый промах снаряда при начале управления на требуемой минимальной дальности. Среди небольшого числа нормальных типов возмущений, применяемых при исследовании, охотнее всего пользуются единичным скачком. Специальные виды возмущений, зависящие от траектории снаряда, неудобны для применения в методе переходного процесса. Окончательный контроль состоит в проверке того, что динамические свойства снаряда не предъявляют к системе управления чрезмерных требований.

Мы видим, что предпочтение, оказываемое частотному методу или методу переходного процесса, есть в значительной мере дело вкуса. Однако несомненно, что удобство метода передаточных функций делает его наилучшим рабочим аппаратом при проектировании независимо от того, какому из двух описанных методов отдается предпочтение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Hazen H. L., Theory of Servomechanisms, J. Franklin Inst., 1934.
2. Gardner M. F. and Barnes J. L., Transients in Linear Systems, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1951. [Русский перевод: Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными, Гостехиздат, 1949. (Прим. пер.)]
3. Den Hartog J. P., Mechanical Vibrations, McGraw-Hill Book Co., Inc. New York, 1947. [Русский перевод: Ден Гартог Дж. П., Теория колебаний, Гостехиздат, 1942.]

4. Lauer H., Lesnich R. and Matson L. E., Servomechanisms Fundamentals, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947. [Русский перевод: Лауэр, Лесник и Матсон, Основы теории сервомеханизмов, М., 1951.]
5. James H. M., Nichols N. B. and Phillips R. S., Theory of Servomechanisms, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947. [Русский перевод: Джемс, Никольс, Филлипс, Теория следящих систем, ИЛ, М., 1951.]
6. Bode H. W., Network Analysis and Feedback Amplifier Design, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1945. [Русский перевод: Бодэ Г., Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью, ИЛ, М., 1948.]
7. MacColl L. A., Fundamental Theory of Servomechanisms, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1945. [Русский перевод: Маккол Л. А., Основы теории сервомеханизмов, ИЛ, М., 1947].
8. Graham R. E., Linear Servo Theory, Bell System Techn. J., 1946.
9. Thaler G. J. and Brown R. G., Servomechanism Analysis, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1953.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

1. Айзерман М. А., Теория автоматического регулирования двигателей, Гостехиздат, 1952.
  2. Айзерман М. А., Лекции по теории автоматического регулирования, Гостехиздат, 1956.
  3. Босый Н. Д., Электрические фильтры, Киев, 1955.
  4. Булгаков Б. В., Колебания, Гостехиздат, 1954.
  5. Воронов А. А., Элементы теории автоматического регулирования, Оборонгиз, Изд. 2-е, М., 1954.
  6. Корректирующие цепи в автоматике. Сборник переводов, ИЛ, 1954.
  7. Мееров М. В., Введение в динамику автоматического регулирования электрических машин, Изд. АН СССР, М., 1956.
  8. Солодовников В. В., Топчиев Ю. И. и Крутикова Г. В., Частотный метод построения переходных процессов, Гостехиздат, 1955.
  9. Цянь Сюэ-Сэнь, Техническая кибернетика, ИЛ, 1956.
-

## ГЛАВА 8

### ТАКТИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Военным министерством в результате исследования операций устанавливаются потребность в новом типе вооружения и его предполагаемые свойства. После этого на основании заранее выработанной тактики составляются оперативные требования к новому оружию. Оперативные требования — это документ, указывающий на существование оперативно-тактической необходимости в новом оружии и, как правило, определяющий его место в системе вооружений. Затем на основании оперативных требований разрабатываются требуемые технические характеристики нового оружия; эта работа обычно выполняется той группой в составе военного ведомства, которая ответственна за разработку и применение нового оружия. Исследовательские и снабженческие органы военного ведомства передают поставщикам технические требования с целью выдачи им заказа. Если речь идет об артиллерии или комплексе управления снарядами, в числе требований может быть и прямое указание на то, какой тип системы управления нужно применить. Но обычно в договоре содержится пункт о том, что поставщик должен проводить предварительные исследования с целью выбора среди прочего также и системы управления. После того как эти исследования закончены и вытекающие из них рекомендации одобрены, поставщик приступает к исследовательским и проектным работам внутри области этих рекомендаций.

В настоящей главе будет рассмотрено влияние тактических соображений на выбор системы управления и ее разработку или на выбор и разработку любой другой части комплекса управления снарядами. В основе оперативных требований лежит тактическая задача; поэтому тактические соображения должны быть ведущими на всех стадиях проектирования системы управления.

После изучения свойств подлежащей уничтожению цели и требуемой вероятности ее поражения могут быть поставлены требования к боевой части снаряда. Это в свою очередь определяет требования к точности системы управления снарядом. Из тактических соображений выбирается способ передачи информации на снаряд и выясняется, может ли способ получения снарядом управляющей

информации наложить какие-либо ограничения на траекторию снаряда. Динамические свойства снаряда в свою очередь определяют характеристики контура управления и применяемых следящих систем.

Тактическая обстановка, в которой снаряд используется, может потребовать отдельных систем управления на стартовом и конечном этапах полета снаряда. При проектировании должны превалировать общие соображения, определяющие работу комплекса как целого, потому что все частные соображения связаны между собой и изменение какой-нибудь отдельной части комплекса может существенным образом повлиять на условия работы других его частей.

Поскольку проблема весьма сложна, наиболее простой способ пояснить взаимоотношения между отдельными элементами системы состоит в том, чтобы выбрать по одному примеру из каждого класса управляемых снарядов и изучить тактику, которая связана с тем или иным методом управления. В дальнейших гипотетических примерах выбор числовых значений продиктован исключительно соображениями наглядности.

### 8.1. Определение повреждений цели

Назначением артиллерийского комплекса управления снарядами является уничтожение цели. Могут быть предложены различные способы оценки степени разрушения или повреждения какой-либо конкретной цели. Цель может быть полностью уничтожена или она может испытать частичные повреждения. С случае обороны от атакующих самолетов последние могут быть: а) мгновенно уничтожены; б) настолько повреждены, что они вынуждены вернуться на базу, отказавшись от выполнения своего задания; в) настолько повреждены, что они, хотя и могут выполнить свое задание, но уже не в состоянии вернуться на свою базу. В случае цели на поверхности Земли, такой, как танк или корабль, цель может быть уничтожена полностью или частично. Промышленный район может стать совершенно необитаемым или потерпеть некоторые частичные разрушения. Чтобы иметь возможность сравнивать между собой различные типы оружия, желательно сделать оценку разрушительной силы управляемого снаряда, применяемого против некоторой определенной цели в различной тактической обстановке. Если разрушительное действие боевой части снаряда известно, можно найти точность системы управления, необходимую для того, чтобы подвести снаряд достаточно близко к цели.

Цели на поверхности Земли. Малые цели можно рассматривать как уничтоженные, когда они совершенно выведены из строя или полностью разрушены. К этой категории целей можно отнести танки, корабли и вообще всякий транспорт, оружейные установки, отдельные здания и небольшие войсковые части. Для



подобных целей оказывается возможным построить кривую такого типа, как на рис. 8.1, дающую зависимость между вероятностью полного уничтожения цели (для некоторого определенного типа боевой части снаряда) и промахом снаряда.

Для целей большого протяжения, таких, как города, промышленные районы и т. п., можно определить процент вероятного разрушения в зависимости от типа боевой части.

**Воздушные цели.** Взрыв боевой части снаряда может поразить самолет различным образом: осколками боевой части и корпуса снаряда, взрывной волной или воспламенением топлива.

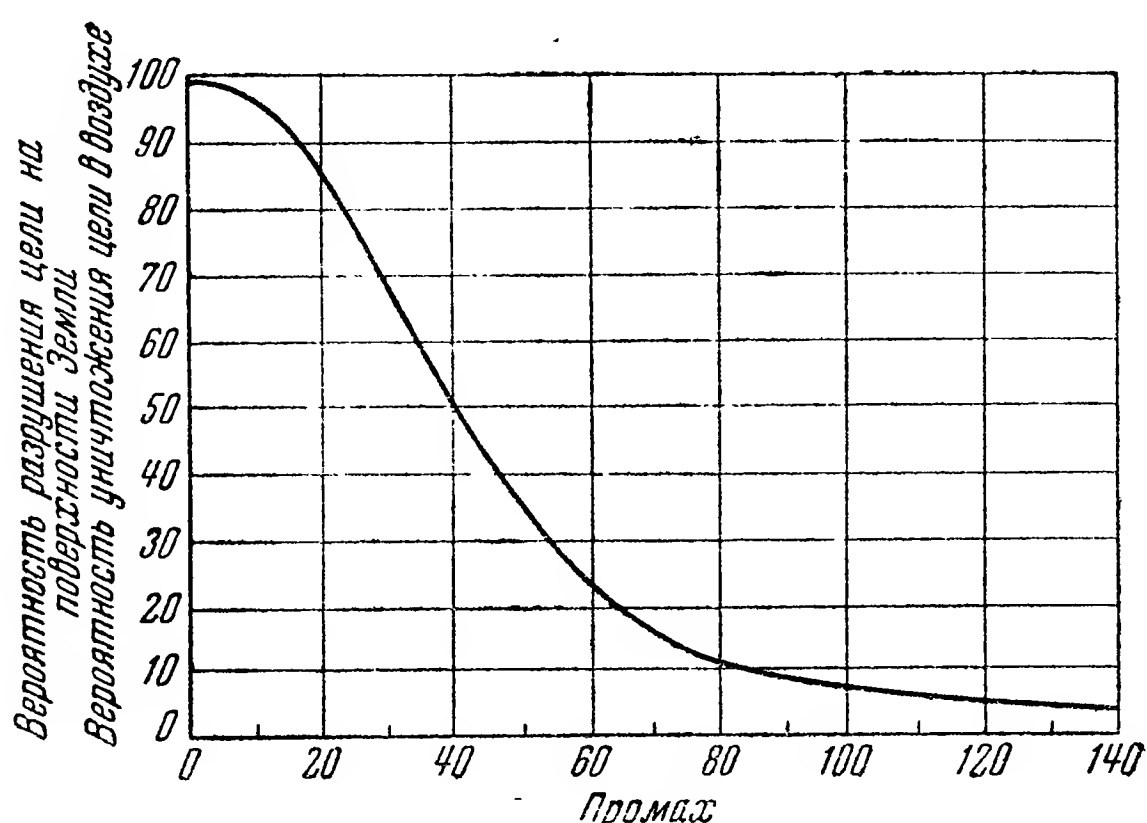


Рис. 8.1. Вероятность поражения цели в функции промаха.

Имеется даже возможность вызвать детонацию собственных бомб самолета. При поражении самолета главное состоит в том, чтобы не дать ему выполнить свою боевую задачу.

Принимаем как стандартные следующие определения.

а) *К*-поражением называется такое, когда самолет немедленно и несомненно перестает управляться.

б) *В*-поражением называется такое, когда самолет не может вернуться на свою базу вследствие полученных повреждений.

*К*-поражение, в добавление к уничтожению самолета, означает невозможность выполнения им своего задания, если поражение произошло прежде, чем самолет достиг места, с которого он может использовать свое собственное оружие.

*В*-поражение означает прекращение существования самолета и важно с точки зрения войны на истощение. Зависимость между промахом снаряда и вероятностью *К*-поражения для некоторой гипотетической боевой части, применяемой против самолетов, может быть выражена в виде графика, подобного приведенному на рис. 8.1.



Вероятностные соотношения. Применение в военных действиях артиллерийского комплекса управления снарядами (и, следовательно, входящей в него системы управления) ввиду его сложности и высокой стоимости может быть оправдано лишь в том случае, если вероятность поражения цели становится значительно выше, чем у заменяемого им обычного оружия. Вероятность поражения  $P$  цели отдельным снарядом или эффективность комплекса может быть определена как отношение числа поражений к числу выпущенных снарядов. Поскольку статистические исследования относятся к большим числам, количество снарядов, выпущенных для определения этой эффективности, должно быть достаточно велико.

Некоторое количество снарядов из числа выпущенных вообще не достигнет цели. Главными причинами этого являются: а) отказ одного из элементов комплекса, вследствие чего полет становится бесплодным; б) поражение самого снаряда противником. Если было выпущено достаточно большое количество снарядов, то надежность системы  $P_r$  можно определить статистически как отношение числа снарядов, достигших цели без технических неисправностей, к общему числу выпущенных снарядов. Подобным же образом, живучесть снаряда  $P_s$ , т. е. вероятность того, что снаряд не будет выведен из строя действиями противника, может быть определена как отношение числа надежных снарядов, просуществовавших до момента взрыва у цели, к общему числу надежных снарядов из числа выпущенных.

Если имеется достаточно данных, может быть определена также и вероятность  $P_d$  того, что надежные снаряды, не сбитые противником, уничтожат цель, если, конечно, дано точное определение понятия «уничтожат». Тогда вероятность поражения  $P$  цели одним снарядом может быть определена следующим образом:

$$P = P_r \cdot P_s \cdot P_d. \quad (8.1)$$

Введем условную вероятность  $P_k$ , определяющую вероятность того, что цель будет уничтожена, если снаряд попадет внутрь некоторой площадки  $A$ , нормальной к траектории снаряда. Пусть  $P_e dA$  будет вероятность того, что траектория снаряда проходит через некоторый элемент  $dA$  этой площадки. Таким образом,  $P_e$  есть плотность вероятности ошибки системы управления. Тогда вероятность  $P_d$  может быть выражена в интегральной форме следующим образом:

$$P_d = \int_A P_k P_e dA, \quad (8.2)$$

где  $A$  есть площадка, нормальная к траектории, внутри которой  $P_k$  и  $P_e$  имеют допустимые значения.

Статистические данные относительно надежности  $P_r$ , живучести  $P_s$  и вероятности уничтожения цели  $P_d$  могут быть получены

вообще только во время войны. Однако для разумного подхода к проектированию системы управления эти сведения необходимы. Поэтому для определения вероятности поражения при помощи еще не существующей боевой части вместо данных эксперимента используют результат теоретических исследований. Но нужно помнить, что эти исследования могут основываться только на некоторых гипотезах; последние могут быть очень широкими и касаться самой сущности вопроса; лучше всего назвать их разумными предположениями. Например, при проектировании системы управления принимают нормальное (или гауссово) распределение ошибок и равенство нулю среднего арифметического из них. Подобным образом можно получить некоторые исходные данные для проектирования; однако нужно всегда помнить, что проектирование основано на предположениях, которые подлежат переоценке по мере продвижения работы и накопления экспериментальных и статистических данных.

## 8.2. Терминология теории ошибок <sup>1)</sup>

Для сравнения различных типов оружия совершенно необходимо говорить об ошибках на одном общем языке; с этой целью нужно выбрать небольшое количество численных характеристик. Но если не пользоваться подробными таблицами ошибок, необходимо принять определенные гипотезы относительно закона их распределения. Опыт, имеющийся как в области сопровождения целей радиолокационными установками, так и в области управления артиллерийским огнем, показывает, что следующие простые гипотезы можно считать разумными и гарантирующими от путаницы, которая появляется вследствие попыток применять более сложные гипотезы:

а) Ошибки следуют нормальному, или гауссову, закону распределения.

б) Если появляются ошибки в нескольких измерениях (например, по азимуту и углу места), то их распределения не зависят друг от друга.

На основании этих гипотез можно ввести следующие простые величины, которые используются при оценке точности систем управления:

а) *среднее значение ошибки* (т. е. просто арифметическое среднее),

б) *средняя квадратичная ошибка* (называемая также стандартной ошибкой или стандартным отклонением).

Вторая из этих величин определяет рассеивание ошибок относительно их среднего значения. Например, при пристрелке винтовки

---

<sup>1)</sup> Сокращенное извлечение из «Usage of Statistical Formulas and Proposed Standard Terminology in Fire Control Applications», J. J. Fleming, Operational Research Branch, NRL.

путем некоторого числа выстрелов общее смещение попаданий (центр рассеивания пуль) определяется средним значением и исправляется смещением мушки; рассеивание попаданий относительно центра вызывается баллистическими причинами и ошибками прицеливания. Для оценки рассеивания, кроме средней квадратичной ошибки, применяют также и другие величины, такие, как средняя абсолютная ошибка, вероятная ошибка, дисперсия и т. п. При помощи сделанных выше основных гипотез можно найти простые соотношения между этими различными оценками рассеивания. Таким образом, не существенно, какую именно из этих величин принять за оценку; важно только, чтобы было точно установлено, какую именно. Проще всего вычислить среднюю абсолютную ошибку (ее определение дается ниже); поэтому обычно ею пользуются для вычисления других оценок рассеивания.

Согласно статистической терминологии под *генеральной совокупностью* мы будем подразумевать все бесконечное множество данных, а под *выборкой данных* или *выборочной совокупностью* — конечное число их, охваченное нашим экспериментом. Формулы, которые приводятся ниже, мы будем считать относящимися к нашей выборке даже в том случае, если, строго говоря, они относятся только к генеральной совокупности. Выборки, полученные как результат лабораторных опытов с аппаратурой управления, обычно достаточно многочисленны, чтобы генеральная совокупность и выборка практически подчинялись одним и тем же законам.

Нормальное распределение по одному признаку. Предположим, что наша выборка состоит из достаточно большого числа  $n$  значений одного переменного  $x$  (например, ошибок сопровождения цели по углу места). Тогда *среднее значение*  $\bar{x}$  равно  $\frac{1}{n} \sum x_i$ ; ошибка или отклонение каждого значения переменного  $x_i$  от среднего будет  $x_i - \bar{x}$ . Средняя квадратичная ошибка  $\sigma_x$  будет:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}}. \quad (8.3)$$

*Средняя абсолютная ошибка* (с. а. о.) есть арифметическое среднее из абсолютных величин ошибок, т. е. ошибок без учета их знака. Это будет:

$$\text{с. а. о.} = \frac{1}{n} \sum |x_i - \bar{x}|. \quad (8.4)$$

*Вероятная ошибка* (в. о.) определяется тем условием, что 50% всех ошибок по абсолютной величине больше вероятной; таким образом,

$$\text{в. о.} = \int_{\bar{x} - \text{в. о.}}^{\bar{x} + \text{в. о.}} p(x) dx. \quad (8.5)$$

Здесь под  $p(x)$  подразумевается вероятность того, что значение переменного  $x$  лежит в интервале между  $x$  и  $x + dx$ . На рис. 8.2 представлена кривая  $p(x)$  для нормального распределения. Эта кривая нормирована на единицу, т. е. полная площадь под кривой равна единице, или 100%. Уравнение этой кривой есть

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}.$$

(8.6)

В таблице 8.1 приведены вероятности того, что некоторое отдельное значение  $x$  лежит в пределах  $\bar{x} \pm k\sigma_x$  (столбец I),  $\bar{x} \pm k$  (с. а. о.) (столбец II) и  $\bar{x} \pm k$  (в. о.) (столбец III). Например,

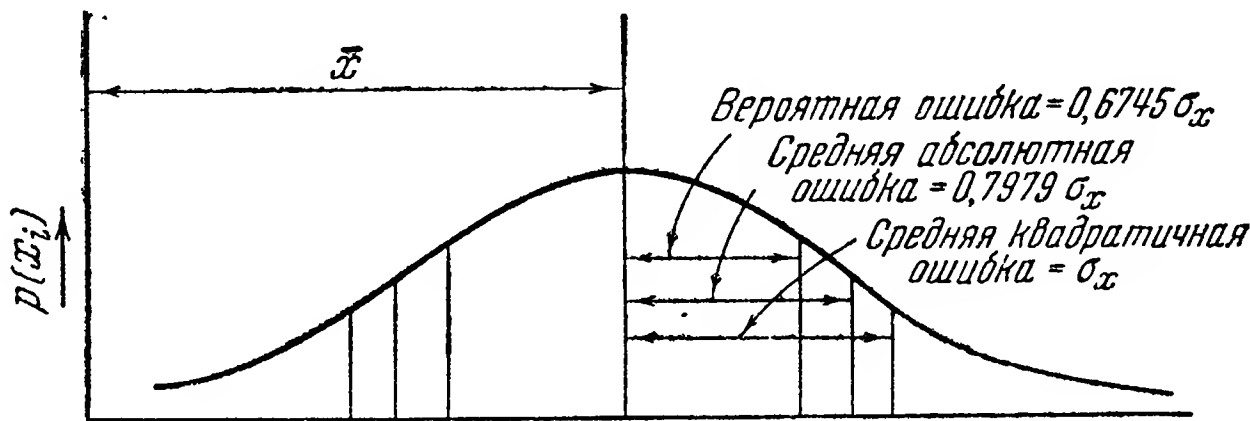


Рис. 8.2. Нормальное распределение и соотношения между вероятной ошибкой, средней абсолютной ошибкой и средней квадратичной ошибкой.

если говорят, что блок дальности радиолокатора дает среднюю квадратичную ошибку в 50 футов, это означает, что вероятность какому-нибудь одному измерению иметь ошибку меньше 50 футов равна 68,3%. Следует помнить, что это относится только к случаю *одного* переменного и притом обладающего нормальным распределением.

Таблица 8.1

Вероятность (в %) того, что одно значение  $x$  лежит между  $\bar{x} \pm k\sigma_x$  (столбец I),  $\bar{x} \pm k$  (с. а. о.) (столбец II) и  $\bar{x} \pm k$  (в. о.) (столбец III)

$k$	I	II	III
1	68,3	57,5	50,0
2	95,5	88,9	82,3
3	99,7	98,3	95,7
4	99,98	99,9	99,3

Нормальное распределение по двум признакам. Используя ту же самую символику, что и выше, обозначая второе

переменное через  $y$  и предполагая, что  $x$  и  $y$  статистически независимы, мы можем написать:

$$p(x, y) = p(x) \cdot p(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2}\right]}. \quad (8.7)$$

Если показатель степени в (8.7) положить равным постоянному  $\frac{1}{2}c^2$ , мы получим соотношение между  $x$  и  $y$ :

$$\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2} = \frac{1}{2}c^2. \quad (8.8)$$

Это — уравнение эллипса, вдоль которого вероятность  $p(x, y)$  сохраняет постоянное значение; поэтому его называют *эллипсом равных вероятностей*. В таблице 8.2 приведены значения  $c$ , соответствующие вероятности  $p\%$ .

Таблица 8.2

Значение постоянной  $c$  для вероятности  $p\%$

$p (\%)$	$c$	$p (\%)$	$c$
25,0	0,7585	75,0	1,665
39,3	1,000	90,0	2,146
50,0	1,177	95,0	2,448
54,6	1,253	99,0	3,035

В большинстве условий, имеющих место при сопровождении подвижных целей, величина среднеквадратичной ошибки одной из координат близка или почти равна величине среднеквадратичной ошибки другой координаты. Подобным же образом, когда рассматривается промах по воздушной цели, величина среднеквадратичной ошибки в направлении выше — ниже имеет тенденцию быть того же порядка, что и в направлении право — лево. По этой причине ошибки часто рассматриваются как обладающие симметричным (круговым) распределением, т. е. таким, когда  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ . Для этого случая равенство (8.7) принимает вид

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left[\frac{(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2}{2\sigma^2}\right]}. \quad (8.9)$$

Линии равных вероятностей суть круги, уравнения которых имеют вид

$$(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2 = c^2\sigma^2, \quad (8.10)$$

причем радиус этих кругов есть  $c\sigma$ .

Выражение (8.9) можно написать в полярных координатах:

$$p(r, \theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad (8.11)$$

где радиус-вектор  $r$  есть величина радиальной ошибки, а  $\theta$  — направление на точку  $(x, y)$ .

Как и выше, в дополнение к среднеквадратичной ошибке  $\sigma$  для оценки рассеивания применяются следующие величины:

а) *средняя радиальная ошибка*  $\frac{1}{n} \sum r_i$  (с. р. о.),

б) *вероятная радиальная ошибка* (в. р. о.).

Внутри круга с радиусом, равным вероятной радиальной ошибке, лежат 50% всех результатов испытаний.

Большинство данных, относящихся к радиолокаторам или другим следящим устройствам, не обладает симметричным (круговым) распределением; распределение лишь близко к симметричному. Слегка эллиптическое распределение может быть приближенно заменено круговым со средней квадратичной ошибкой

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}. \quad (8.12)$$

Введенные нами меры рассеивания связаны следующими соотношениями:

$$\sigma = 0,7979 \text{ с. р. о.} = 0,8943 \text{ в. р. о.} \quad (8.13)$$

В таблице 8.3 приведены радиусы кругов для вероятности  $p\%$ , выраженные в каждой из этих трех мер рассеивания. Следует отметить, что когда рассматриваются два переменных с нормальным распределением, средняя квадратичная ошибка определяет радиус круга вероятности, внутри которого лежит 39,3% значений переменных. Другими словами, если в результате испытаний некоторой системы управления снарядами среднее квадратичное отклонение снаряда от цели оказалось равным 50 футов ( $\approx 15$  м), то вероятность того, что какой-нибудь отдельный снаряд пройдет от цели на расстоянии не больше 50 футов ( $\approx 15$  м), равна приблизительно 40%.

Таблица 8.3 позволяет решить, например, такую задачу. Пусть от некоторой системы управления требуется получить такую точность, что 90% снарядов должны проходить от цели на расстоянии не более 50 футов ( $\approx 15$  м). Тогда, пользуясь таблицей 8.3, находим  $\sigma = 50 : 2,146 \approx 23,3$  фута ( $\approx 8$  м). На эту величину средней квадратичной ошибки и нужно проектировать систему.

Нормальное распределение по двум переменным наиболее часто встречается при рассмотрении ошибок систем управления снарядами. При рассмотрении целей на поверхности Земли их можно принимать за точку или за некоторую площадь на двумерной поверхности.



В случае воздушной цели, если снаряд взрывается независимо от системы управления, промах снаряда можно рассматривать в плоскости, нормальной к траектории снаряда.

Таблица 8.3

## Радиус круга для заданных значений вероятности

Вероятность %	Радиус круга рассеивания
25	$0,7585\sigma = 0,6052 \text{ с. р. о.} = 0,6442 \text{ в. р. о.}$
39,3	$1\sigma = 0,7979 \text{ с. р. о.} = 0,8493 \text{ в. р. о.}$
50	$1,177\sigma = 0,9394 \text{ с. р. о.} = 1 \text{ в. р. о.}$
54,6	$1,253\sigma = 1 \text{ с. р. о.} = 1,065 \text{ в. р. о.}$
75	$1,665\sigma = 1,329 \text{ с. р. о.} = 1,414 \text{ в. р. о.}$
90	$2,146\sigma = 1,712 \text{ с. р. о.} = 1,823 \text{ в. р. о.}$
95	$2,448\sigma = 1,953 \text{ с. р. о.} = 2,079 \text{ в. р. о.}$
99	$3,035\sigma = 2,421 \text{ с. р. о.} = 2,578 \text{ в. р. о.}$

Нормальное распределение по трем признакам. Используя ту же самую символику, что и выше, обозначая третье переменное через  $z$  и рассматривая распределения всех переменных как статистически независимые, мы можем написать:

$$p(x, y, z) = p(x)p(y)p(z) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y \sigma_z (\sqrt{2\pi})^3} e^{-\left[ \frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2} + \frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2} \right]}. \quad (8.14)$$

Если показатель степени в (8.14) положить равным некоторой постоянной, получим следующее соотношение между  $x$ ,  $y$  и  $z$ :

$$\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2} + \frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2} = c^2. \quad (8.15)$$

Это — уравнение эллипсоида равной вероятности  $p(x, y, z)$ . В случае  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$  получаем сферическое распределение

$$p(x, y, z) = \frac{1}{\sigma^3 (\sqrt{2\pi})^3} e^{-\left[ \frac{(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2 + (z-\bar{z})^2}{2\sigma^2} \right]}. \quad (8.16)$$

В случае сферического распределения можно в добавление к средней квадратичной ошибке  $\sigma$  ввести следующие меры рассеивания:

- а) вероятная сферическая ошибка или в. с. о.  $= 1,5382\sigma$ ,
- б) средняя сферическая радиальная ошибка или с. с. р. о.  $= 1,5958\sigma$ .

В таблице 8.4 приведены радиусы сфер для вероятности  $p\%$ , выраженные в каждой из этих трех мер рассеивания. Распределение по трем признакам применяется в том случае, если подача команды взрыва входит в функции системы управления, так что для оценки эффективности системы нужно рассматривать промах в трех измерениях. Следует отметить, что когда рассматриваются три переменные с нормальным распределением, средняя квадратичная ошибка определяет радиус сферы, внутри которой лежит лишь 19,9% значений.

Т а б л и ц а 8.4

Радиус сферы для заданных значений вероятности

Вероятность (%)	Радиус сферы
19,9	$1,000\sigma = 0,6501$ в. с. о. = 0,6267 с. с. р. о.
25	$1,101\sigma = 0,7159$ в. с. о. = 0,6900 с. с. р. о.
50	$1,538\sigma = 1,000$ в. с. о. = 0,9639 с. с. р. о.
75	$2,027\sigma = 1,318$ в. с. о. = 1,270 с. с. р. о.
90	$2,500\sigma = 1,625$ в. с. о. = 1,567 с. с. р. о.
95	$2,795\sigma = 1,817$ в. с. о. = 1,752 с. с. р. о.
99	$3,368\sigma = 2,190$ в. с. о. = 2,111 с. с. р. о.

8.3. Управление снарядами класса поверхность — поверхность

Случай первый. С целью показать, как влияет тактическое задание на выбор и разработку системы управления снарядом класса поверхность — поверхность, будем считать заданными оперативные и технические требования на межконтинентальный снаряд с атомной боевой частью для действия по стратегическим объектам. Приведем выписку из этих гипотетических требований, относящуюся к свойствам системы управления.

**Цель.** Целью являются производственные корпуса, построенные из кирпича, бетона и стали.

**Максимальная дальность.** Максимальная дальность действия снаряда и системы управления должна быть 3000 морских миль ( $\approx 5550$  км).

**Летные данные снаряда.** Снаряд должен иметь крейсерскую скорость, соответствующую  $M = 3,5$  на высоте 60 000 футов ( $\approx 18 000$  м). Он должен маневрировать на этой высоте с перегрузкой 2.

**Система управления.** Система управления должна вести снаряд по заранее заданной траектории на постоянной высоте. Система должна допускать выполнение снарядом отвлекающего маневрирования без вреда для точности. Средняя квадратичная ошибка снаряда не должна быть больше 10 морских миль ( $\approx 18,5$  км) на максимальной дальности.

**Надежность.** Надежность системы должна быть не менее 80%.

**Эффективность снаряда.** Вероятность поражения цели одним снарядом на максимальной дальности должна быть не менее 50%.

Требования к точности. Для конструктора системы управления главным из перечисленных является требование, чтобы среднее квадратичное отклонение снаряда от цели не превышало 10 миль на максимальной дальности. Посмотрим, от каких обстоятельств зависит осуществление этого требования. Как уже указывалось в § 8.1, вероятность того, что один снаряд причинит цели повреждения заданного типа, зависит от целой цепочки вероятностей. Полет снаряда может прекратиться вследствие отказа какой-нибудь детали самого снаряда, системы управления или стартовых приспособлений, а также вследствие удачных оборонительных действий противника. Должна быть учтена также вероятность того, что при заданной ошибке боевая часть снаряда действительно причинит цели повреждение заданного типа. Особенно важным для конструктора системы управления является тот факт, что ошибка в доставке снаряда к цели влияет на общую вероятность выполнения комплексом своего назначения, так как эффективность одного снаряда определяется произведением всех частных вероятностей.

Пусть исследования операций<sup>1)</sup> позволили предположить, что вероятная надежность  $P_r$  всего комплекса определяется цифрой 80%, как это указано в приведенных выше требованиях. Эта цифра сама по себе определяется целой цепочкой вероятностей, одно из звеньев которой зависит от системы управления.

Живучесть снаряда  $P_s$ , т. е. вероятность того, что снаряд не будет выведен из строя противником при помощи перехватчиков управляемых снарядов класса поверхность — воздух, зенитной артиллерии и ракет, точно так же определяется методами исследования операций. Мы предположим, что живучесть данного типа снаряда равна 85%.

Вероятность того, что некоторый отдельный снаряд достигнет цели, есть произведение его живучести на надежность комплекса; в нашем случае это будет  $0,80 \cdot 0,85 = 0,68$ . Если мы рассматриваем отдельный снаряд, то его промах должен быть таков, чтобы произведение надежности, живучести и вероятности уничтожения цели было равно 50%, как это задано требованиями. Учитывая эти обстоятельства и рассуждая примерно так, как указано в § 8.1, мы приходим к требованию, что промах должен быть охарактеризован средней квадратичной ошибкой в 10 миль на максимальной дальности. Нужно отметить, что в процессе проектирования величины всех этих вероятностей могут меняться много раз. Невозможность достигнуть желаемого значения одной из частных вероятностей потребует увеличения другой с таким расчетом, чтобы общая эффективность комплекса оказалась не ниже заданной. Наоборот, увели-

---

<sup>1)</sup> Для ознакомления с подобными исследованиями см. Морз Ф. М. и Кимбелл Д. Е., Методы исследования операций, «Советское радио», М., 1956. (Прим. перев.)

чение одной из частных вероятностей даст возможность уменьшить какую-нибудь другую.

**Надежность.** Надежность в эксплуатационном (не вероятностном) смысле можно определить как такое качество управляемого снаряда и прочих частей комплекса, которое обеспечивает его нормальную работу при всех естественных условиях проведения операции. Тем же термином мы обозначаем и вероятность того, что все части комплекса будут работать безотказно. Комплекс можно рассматривать как целое, состоящее из отдельных частей такого сорта, что вероятности их безотказной работы не зависимы друг от друга.

Поскольку мы еще не приняли никакой из возможных систем управления, рассмотрим пока лишь главные части комплекса, надежность которых может входить в оценку общей вероятности безотказной работы комплекса.

а) Мы знаем, что некоторая часть комплекса предназначена для определения положения цели, поскольку это требуется применяемой системой управления.

б) Необходимы стартовые приспособления и, возможно, особая система управления на этапе старта.

в) Конструкция самого снаряда может выйти из строя, так что безотказность работы комплекса зависит и от этого.

г) Система управления сама по себе относится к частям комплекса, не зависимым от остальных в смысле вероятности ее безотказной работы.

Если мы предположим, что эти четыре главные части комплекса имеют одинаковую надежность, то эта надежность должна быть равна корню четвертой степени из 0,8, или 94,5%. Если же мы рассмотрим общее число элементов, из которых состоит комплекс и работа которых должна обеспечить безотказность комплекса, станет очевидным, что нужно принять все меры для обеспечения надежности каждого отдельного элемента.

**Траектория.** Из поставленных выше требований мы можем извлечь много соображений о возможной траектории снаряда. Заданная дальность достаточно велика, чтобы выбрать наиболее короткую и потому наиболее экономичную траекторию; но наиболее короткая траектория в этом случае есть большой круг, проходящий через точку старта и цель. Если мы предположим, что точка старта расположена на территории Соединенных Штатов или их владений, например в Аляске, то большой круг к возможным целям пройдет через полярные области (см. гл. 3, рис. 3.4). Длина траектории достаточно велика, так что либо управление снарядом должно осуществляться с промежуточных станций, расположенных вдоль траекторий, либо нужно воспользоваться земными или астрономическими ориентирами<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Напомним, что понятие «ориентир» в настоящей книге шире, чем принято обычно в нашей литературе — см. главу 3, а также §§ 2.15 и 2.17. (Прим. перев.)

Следует ожидать, что полет будет в основном прямым с возможными исключениями в случае отвлекающего маневрирования вблизи цели. Поэтому наиболее жесткими требованиями к динамическим характеристикам снаряда будут требования, связанные с этим маневрированием; оно ограничено перегрузкой 2. Связь между динамическими свойствами траектории снаряда и системой управления будет рассмотрена с большой подробностью в следующих главах.

**Старт.** Мы рассмотрели траекторию на большей части предполагаемого полета снаряда, но сначала снаряд должен быть запущен и выведен на желаемую траекторию, причем необходимо убедиться, что аппаратура управления работает нормально, что снаряд достигнет заданной высоты и будет выдерживать ее. Тут имеются многочисленные вопросы, интересующие конструктора системы управления: условия, которые старт предъявляет к системе управления; должна ли система управления включаться до старта или после него; требуется ли особая система управления на этапе старта.

Решения по этим вопросам могут быть приняты лишь после подробного изучения тактической стороны применения снаряда и выбора системы управления на этапе сближения. Очевидно, что снаряд, рассчитанный на заданную дальность, будет большим, и приспособления, необходимые для его обслуживания, отнюдь не могут быть особенно подвижными. Это означает, что стартовая установка будет стационарного типа. Далее, так как нужно стремиться к тому, чтобы по возможности приблизить стартовую позицию к вероятным целям и тем самым полнее удовлетворить требованию максимальной дальности, то стартовая позиция в некоторых случаях может оказаться вдали от населенных областей. Поэтому по транспортным соображениям количество необходимого оборудования должно быть минимальным. Если снаряд стартует с ускорителем, сбрасывание ускорителя не должно представлять никакой опасности для какого бы то ни было населения прилегающих территорий.

**Цель.** Первый вопрос, который возникает перед конструктором системы управления в связи с подходом снаряда к цели, есть точность. Если после исследований и испытаний окажется, что предполагаемая система управления сможет обеспечить требования, предъявленные к точности, то оперативно-необходимые для управления сведения о цели состоят лишь в знании ее положения относительно принятой системы отсчета. Если же, напротив, система управления, осуществляющая этап сближения, не может обеспечить необходимой точности, конструктор должен воспользоваться какой-либо особенностью цели для осуществления отдельной системы управления на конечном этапе полета. Например, на конечном этапе может быть применено самонаведение на излучение какой-нибудь соседней радиостанции или доменной печи. Однако нужно по возможности избегать применения более чем одной системы управления, исходя из соображений простоты, надежности и экономичности.



Характеристики снаряда и его конструкция. Конструктор системы управления должен обладать полными данными об отклике снаряда на команды системы управления. Если система управления рассматривается как следящая система, то сам снаряд является ее главным звеном; как таковой он должен быть устойчив, а его характеристики хорошо изучены.

Конструктор системы управления кровно заинтересован в предельном весе, отпущенном для бортовой управляющей аппаратуры, а также в размерах и расположении отсеков, отведенных для ее монтажа. Необходимо, чтобы существовала постоянная увязка между работой конструкторов снаряда и системы управления, поскольку конструктор снаряда будет требовать минимального веса и габарита управляющей аппаратуры. Иногда будет весьма трудно обеспечить надлежащее расположение управляющей аппаратуры на снаряде, например в случае блока гироскопов, предназначенного для определения элементов движения снаряда в пространстве методом интегрирования. Если этот блок окажется расположенным в таком месте, которое подвержено необычно сильной вибрации, его эффективность будет сильно снижена.

Внешние условия. Все снаряжение, заказываемое правительством, должно соответствовать работе в стандартных внешних условиях, принятых для данного типа снаряжения. Кроме того, поставщик обязан разработать соответствующие технические условия, методы испытаний и даже испытательные установки, основываясь на тщательном изучении внешних условий работы данной системы. Военная необходимость требует, чтобы снаряжение могло выполнять свое назначение как в тропической жаре, так и в полярном холоде. Снаряд должен быть спроектирован с расчетом на его применение в любых метеорологических условиях. Кроме того, комплекс должен соответствовать работе во внешних условиях, в которые он сам себя ставит; например, если снаряд стартует с ускорителем, его корпус должен выдерживать толчок при включении ускорителя; корпус должен быть рассчитан на прочность при перегрузках, требуемых системой управления. Нужно принимать во внимание температуру, которая будет в полете. Нужно также предусмотреть перевозку снарядов, и конструкция всех элементов системы и контейнеров для перевозки должна быть рассчитана на удары и тряску, которые будут иметь место при перевозке. При этом конструкция элементов системы управления должна быть не только рассчитана на работу в перечисленных внешних условиях, но ее способность к этому должна быть доказана испытаниями работающей аппаратуры. Дальнейшие подробности будут приведены в одном из последующих томов этой серии.

Выбор системы управления на этапе сближения. Дальность в 3000 морских миль ( $\approx 5550$  км), принятая в нашем примере, ограничивает выбор метода управления на этапе сближения



либо управлением при помощи земных или астрономических ориентиров<sup>1)</sup>, либо при помощи некоторой радионавигационной системы. Поставщиком должны быть изучены многочисленные возможные варианты реализации этих методов и на основании их сравнения между собой выбран один, к которому и должны относиться окончательные рекомендации по проведению исследований и конструктивной разработке.

Мы коснемся этой проблемы лишь слегка, хотя при действительном проектировании она требует очень глубокого изучения. Если предполагается использовать радионавигационные системы, такие, как Лоран или зональные маяки, то вдоль предполагаемой траектории необходимо расположить управляющие станции. Многие причины заставляют по возможности избегать такого выбора, именно: управляющие станции должны быть построены на выдвинутых далеко вперед местах, причем их там нужно обслуживать и защищать; некоторые из них окажутся в необитаемых и трудно осваиваемых местностях; в полярных областях имеются сильные радиопомехи, что может вообще сделать невозможным применение радиочастот для целей управления; если же управляющие станции будут расположены «в воздухе», то самое их появление может служить противнику предупреждением об атаке.

Если по этим соображениям мы откажемся от управления снарядом при помощи радионавигационных средств, нам останется выбрать или земные, или астрономические ориентиры как возможные средства для наведения снаряда.

Мы сразу можем отбросить возможность применения магнитного поля Земли в качестве ориентира, так как полет будет проходить в полярных областях; магнитные аномалии и частые магнитные бури исключают необходимость в серьезном рассмотрении этого способа. Поэтому остаются только астрономическая навигация и использование инерционной системы.

Каждый из этих двух методов обладает своими достоинствами и недостатками. Отметим сначала недостаток астрономической навигации: необходимо, чтобы звезды были видимы в течение всего полета снаряда. Но очевидно, что в тот момент, когда окажется нужным выпустить снаряд, погода может оказаться облачной. Достоинством астрономической навигации является то, что не имеется существенных причин, которые могли бы изменять точность навигации при возрастании дальности: точность астрономической навигации не зависит от дальности. Недостатком инерционной системы является тот факт, что это система счисления пути: чтобы получить место в данный момент, необходимо производить интегрирование по времени. Очевидно, что при этом ошибка будет тем больше, чем больше

---

<sup>1)</sup> См. сноску <sup>2)</sup> на стр. 77. (Прим. перев.)

продолжительность полета. Но зато инерционная система не зависит от метеорологических условий.

Таким образом, эти две системы как бы дополняют одна другую. Отсюда мы заключаем, что наиболее пригодной системой управления на этапе сближения в нашем случае будет некоторая комбинация астрономической навигации с инерционной системой. Такая система обладает точностью астрономической навигации и допускает использование снаряда при любой погоде. Если в течение некоторой части полета снаряда Солнце или звезды окажутся закрытыми, система счисления пути будет работать до тех пор, пока снова можно будет воспользоваться астрономической навигацией. Однако следует отметить, что высказанные здесь соображения являются в известной степени поверхностными; в случае действительного проектирования задача должна быть подробно изучена поставщиком; результаты этого изучения могут существенно расходиться с изложенными здесь соображениями.

**Управление на этапе старта.** При указанном выше выборе системы управления на этапе старта может работать инерционная система. Эта система может производить интегрирование при старте и определять положение снаряда до тех пор, пока система астрономического управления не захватит светила, выбранные для навигации.

**Управление на конечном этапе.** Необходимость применения отдельной системы управления на конечном этапе зависит от точности наведения при сближении. Выше было предъявлено требование, чтобы средний квадратичный промах снаряда был не более 10 морских миль ( $\approx 18,5$  км). Если точность выбранной системы управления не зависит от дальности, нетрудно накопить необходимый статистический материал при помощи испытаний на обычных самолетах, управляемых людьми. Если эти испытания покажут, что точность системы удовлетворяет поставленным условиям, на конечном этапе не будет требоваться никакой отдельной системы управления. В этом случае необходимо получить от поставщика подтверждение ожидаемой точности управления на этапе сближения и все-таки возможности подключения, в случае необходимости, особой системы управления на конечном этапе. В нашем частном случае потребная точность значительно ниже того, что уже достигнуто в навигационной практике; поэтому можно предполагать, что эта точность достижима для системы автоматической астрономической навигации, если, конечно, принять, что в процессе проектирования не возникнет каких-нибудь неразрешимых проблем.

Отвлекающее маневрирование цели может быть выполнено заданием некоторой программы, осуществляемой снарядом в районе цели. Для этого может быть использована инерционная аппаратура управления.

**Окончательное решение.** Таким образом, на основании рассмотрения тактической обстановки мы приходим к следующей

рекомендации. В качестве системы управления следует применить автоматическую астрономическую навигацию вместе с инерционной системой счисления пути, причем последняя применяется и как система управления на этапе старта и для осуществления по заданной программе отвлекающего маневрирования у цели.

#### 8.4. Управление снарядами класса поверхность — воздух

**Случай второй.** С целью рассмотреть влияние тактической обстановки на выбор системы управления снарядом класса поверхность — воздух предположим, что разработаны оперативные и технические требования на заказ комплекса, предназначенного для обороны боевого корабля или группы кораблей от бомбардировщиков. Предположим, что из этих гипотетических требований сделана приводимая ниже выписка.

**Цель.** Целью является самолет, обладающий скоростью в 300 узлов ( $\approx 560$  км/час), способный совершать маневры с перегрузкой 3. Возможная высота цели во время выполнения ею своего задания — от 10 000 до 40 000 футов [т. е. от 3000 до 12 000 м].

**Максимальная дальность.** Максимальная эффективная дальность снаряда, двигателя и системы управления должна быть не менее 40 000 ярдов ( $\approx 36 000$  м).

**Летные данные снаряда.** Снаряд должен иметь на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м) скорость, соответствующую  $M = 2,0$ , причем скорость должна нарастать. Он должен обеспечивать маневр, вытекающий из свойств цели.

**Система управления.** Система управления должна быть в состоянии обеспечить встречу с целью с таким расчетом, чтобы 80% стартовавших снарядов проходило от цели на расстоянии, не большем 200 футов ( $\approx 60$  м) при дальности в 40 000 ярдов ( $\approx 36 000$  м.)

**Надежность.** Надежность системы управления должна быть не менее 90%.

**Эффективность снаряда.** Вероятность  $K$ -поражения цели одним снарядом на максимальной дальности должна быть не менее 50%.

**Старт.** Стартовое оборудование должно допускать залп двумя снарядами. Перезарядка должна быть автоматизирована. Интервал между залпами не должен быть больше 10 сек.

**Корабль.** Корабль-носитель есть крейсер, обладающий бортовой качкой с максимальной амплитудой в  $15^\circ$  и периодом 20 сек и килевой качкой с максимальной амплитудой в  $5^\circ$  и периодом 15 сек.

**Тактическая обстановка.** Для уяснения тактической обстановки лучше всего перечислить действия, предшествующие перехвату бомбардировщиков. Предположим, что крейсер-носитель входит в группу кораблей, включающую в себя авианосцы и соответствующие эскортные суда. Тогда перехвату обычно будут предшествовать следующие действия:

а) Обнаружение. Атакующий самолет должен быть каким-нибудь способом обнаружен. Это может быть сделано с самолета или с корабля, визуально или при помощи радиолокатора.

б) Оpozнание. Необходимо установить, является ли самолет своим или чужим. Если самолет свой, нужно принять меры к охране его

от действий других кораблей группы. Если самолет чужой, нужно объявить тревогу.

в) Оценка обстановки. Необходимо получить сведения о положении, высоте, направлении движения и возможном типе атаки противника, чтобы выбрать способ перехвата, представляющий наименьший риск для состава группы.

г) Распоряжение. После того как оценка обстановки сделана, нужно поручить одному или нескольким судам группы осуществить перехват.

Мы предположим, что для перехвата назначен крейсер-носитель управляемых снарядов. Тогда командование крейсера получит и будет продолжать получать от других судов группы полную информацию о цели, но желательно, чтобы информация добывалась также непосредственно на борту самого крейсера. Пока цель находится еще на значительном расстоянии, радиолокаторы крейсера будут работать в режиме поиска. После того как цель будет обнаружена, сведения о ней должны быть переданы системе управления снарядом. Когда цель приблизится на расстояние, равное дальности действия системы управления, нужно повторить снова весь описанный выше процесс от обнаружения до распоряжения. Если корабль выполняет операцию в качестве автономной единицы, он должен быть в состоянии выполнить все эти действия без посторонней помощи.

Поскольку заданная дальность действия системы управления равна 40 000 ярдов, или 20 морских миль ( $\approx 36$  км), мы должны предположить, что для сопровождения цели в системе управления используется радиолокационная установка. Чтобы определить требуемую дальность этой установки, рассмотрим промежуток времени, который протекает между обнаружением цели и началом сопровождения. Если предположить, что радиолокатор сопровождения включен и все время находится в полной готовности, его нужно еще повернуть в направлении, указанном радиолокатором обнаружения, захватить цель и, когда цель окажется на нужном расстоянии, произвести выстрел. Полное время, требуемое на это, будет зависеть от возможной скорости поворота радиолокационной установки, от необходимого угла поворота, от времени, требуемого на подготовку выстрела и сам выстрел, от готовности и обученности команды и т. п. Предположим, что в худшем случае на все это необходимо 30 сек.

При скорости, соответствующей  $M = 2$ , снаряду потребуется около 55 сек, чтобы пройти расстояние в 40 000 ярдов ( $\approx 36 000$  м). Полное время, протекшее с момента указания цели оператором следающего радиолокатора, будет около 85 сек. Если цель летит прямо на корабль со скоростью 300 узлов [или 500 футов/сек ( $\approx 150$  м/сек)], то за этот промежуток времени она пройдет несколько больше 6000 ярдов ( $\approx 5500$  м)<sup>1)</sup>. Поэтому дальность сопровождения радио-

<sup>1)</sup> Здесь имеет место очевидная арифметическая ошибка, которая вошла во все дальнейшие рассуждения. (Прим. перев.)

локационной установки системы управления должна быть не менее 46 000 ярдов ( $\approx 41\,000$  м); при этом встреча с целью произойдет на максимальной дальности снаряда.

Существует определенная зависимость вероятности захвата цели от ее дальности. Многочисленные испытания радиолокаторов по одной и той же цели с применением одних и тех же индикаторов в сходной тактической обстановке дали распределение вероятности захвата цели в зависимости от дальности, показанное на рис. 8.3, на котором в данном случае единица дальности равна тысяче ярдов.

Если радиолокатор, имеющий вероятность захвата цели, определяемую графиком на рис. 8.3, используется как элемент интересующей нас системы управления, мы замечаем, что эффективность

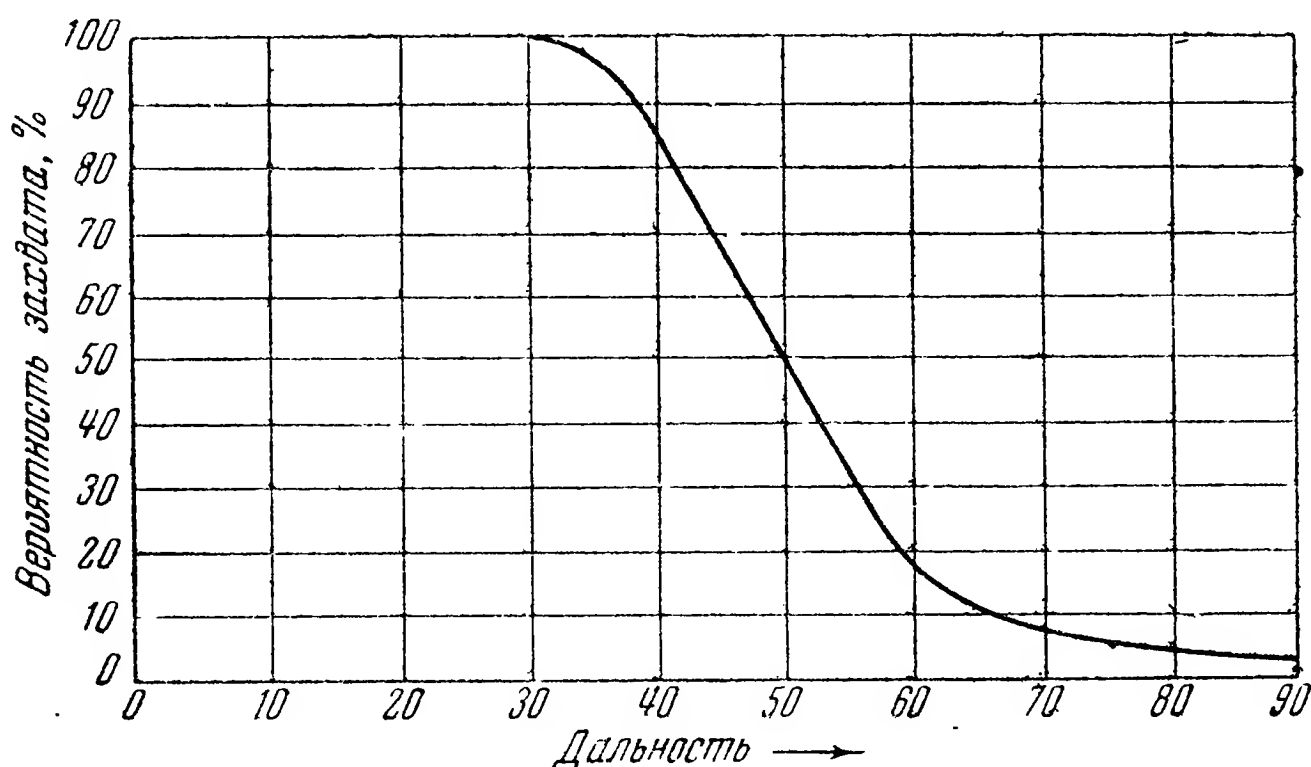


Рис. 8.3. Вероятность захвата цели в зависимости от дальности.

системы на максимальной дальности понижается, так как вероятность захвата цели на расстоянии 46 000 ярдов ( $\approx 41\,000$  м) равна только 62%. Если эффективность остальной части системы и равна 50%, то общая эффективность будет только 31%. Таким образом, заданная эффективность снаряда в 50% не может быть получена, пока вероятность захвата не станет равной 100%, что имеет место только при дальности 31 000 ярдов ( $\approx 28\,000$  м). В этом случае встреча произойдет на дальности около 25 000 ярдов ( $\approx 23\,500$  м).

Для исправления создавшегося положения существует много возможностей: можно перепроектировать радиолокатор, чтобы вероятность захвата была равна единице на дальности 46 000 ярдов ( $\approx 41\,000$  м); можно изменить требования, т. е. удовлетвориться эффективностью в 50% при дальности в 25 000 ярдов ( $\approx 23\,500$  м); можно увеличить эффективность остальной части системы, чтобы



компенсировать малую вероятность захвата. Окончательное решение зависит отчасти от той дальности, на которой бомбардировщик может использовать свое собственное оружие. Если он вооружен обычными бомбами, то точка сбрасывания лежит приблизительно на расстоянии 8000 ярдов ( $\approx 7200$  м) от атакуемого корабля; в этом случае можно изменить первоначальные требования. Однако, если максимальная дальность действия управляемого снаряда назначена с учетом возможности того, что бомбардировщик сам пользуется управляемым снарядом, необходимо перепроектировать радиолокатор, или улучшить летные данные снаряда, или и то и другое вместе. Характеристики радиолокаторов дальнего обнаружения, передающих данные о цели системе управления снарядом, должны быть проверены подобным же образом, чтобы они не ухудшали эффективность системы в целом.

Если цель летит на высоте 10 000 футов ( $\approx 3000$  м), то при ее захвате радиолокатором системы управления угол места на максимальной дальности цели будет около  $3,5^\circ$ . Радиолокатор точного сопровождения, который необходим в рассматриваемом случае, само собой разумеется, должен иметь узкий направленный луч. Необходимо, чтобы не имела места интерференция, вызванная отражениями от поверхности Земли (см. § 11.11).

Выбор метода управления. На основании изложенной только что тактической обстановки и общих соображений, приведенных в главе 1, можно указать несколько методов управления. Поскольку уже принято, что наблюдение за целью ведется при помощи сопровождающего радиолокатора, остается только выбрать наилучшее средство для измерения элементов движения снаряда.

Здесь возможны перечисленные ниже варианты.

а) Можно наблюдать снаряд при помощи того же радиолокатора, который сопровождает цель. Если траектория снаряда не выходит из луча радиолокатора, задачу можно решить путем помещения на снаряде ответчика и особого приемника на радиолокаторе. Таким путем можно определить элементы движения снаряда и передать на него команду, которая должна удерживать снаряд в луче. Это — один из типов управления при помощи радиокоманд. Но задание требует залпа двумя снарядами; наблюдение же за тремя движущимися телами при помощи одного и того же радиолокатора, хотя и возможно теоретически, на практике приводит к серьезным трудностям.

б) Можно сопровождать снаряд при помощи другого радиолокатора, передавая управляющие команды по специальной радиолинии. Это — тоже один из возможных типов управления при помощи радиокоманд. Этот метод обладает преимуществом более свободного выбора траектории снаряда; но снова ввиду требования залпа двумя снарядами оказываются необходимыми два дополнительных радиолокатора. Поскольку вес оборудования, размещаемого на марсах



корабля, должен быть минимальным, этот метод не представляется пригодным для использования на кораблях.

в) Снаряд может нести на самом себе средства для определения элементов относительного движения цели, т. е. средства для самонаведения. Максимальное расстояние до цели в конце старта может быть приблизительно 44 500 ярдов ( $\approx 40\,500$  м). Радиолокационная аппаратура самонаведения при этой дальности будет слишком громоздка и слишком дорога для такого типа снарядов. Существует вариант метода самонаведения, состоящий в том, что цель подсвечивается радиолокатором, стоящим на корабле, так что на снаряде остается только приемная часть радиолокационной аппаратуры. Этот метод обыкновенно называют *полуактивным самонаведением*. Однако и здесь решающей является заданная максимальная дальность. По-видимому, следует считать, что заданная дальность слишком велика и использование полуактивного самонаведения также невозможно.

г) Снаряд может нести на самом себе аппаратуру, осуществляющую поиск положения оси луча радиолокатора, следящего за целью. Этот метод называется *наведением по лучу*. В этом методе передатчик следящего радиолокатора доставляет снаряду достаточную информацию, по которой снаряд сам может определить величину и направление своего собственного отклонения от оси луча. Но ось луча автоматически следит за целью; очевидно, снаряд обязательно встретится с целью. В этом случае проблема залпа двумя снарядами разрешается тем, что один снаряд стартует немного раньше другого. Поскольку сами снаряды невелики, вероятность того, что второй снаряд будет затенять первый, также невелика, и в особенности потому, что явление диффракции радиоволн вокруг второго снаряда позволяет необходимой информации достигнуть первого снаряда без заметных искажений. Поэтому пропускная способность этого метода наведения оценивается как отличная.

Из рассмотренных здесь возможностей решения задачи метод наведения по лучу является, очевидно, наилучшим. Поставщик этой гипотетической системы должен изучить вопрос с большей тщательностью, чем это сделано в наших поверхностных рассуждениях, и, возможно, наличие каких-нибудь других соображений приведет его к иному решению. Прежде чем приступить к действительному проектированию, необходимо тщательно исследовать взаимодействие между отдельными частями предполагаемой системы, выводя отсюда окончательные рекомендации для проектирования.

Требования к точности. В требованиях говорится, что 80% снарядов должны проходить от цели на расстоянии не более 200 футов ( $\approx 60$  м) при дальности в 40 000 ярдов ( $\approx 36\,000$  м). Это требование вытекает из исследования операций<sup>1)</sup>, учитывающего надежность оборудования, живучесть снаряда, зависимость между

---

<sup>1)</sup> См. примечание на стр. 334 (*Прим. перев.*)

вероятностью промаха и мощностью боевой части, с одной стороны, и вероятностью  $K$ -поражения цели, — с другой. Это исследование приводит нас также к выводу, что в качестве проектного задания следует принять вероятность  $K$ -поражения цели одним снарядом в 50%.

В требованиях указано также, что надежность системы должна быть не менее 90%. Неизвестно, можно ли в действительности построить систему с такой надежностью, однако эта цифра должна быть принята как цель, к достижению которой нужно стремиться, если мы хотим, чтобы планирование операций имело реальную ценность. Если такая надежность не может быть достигнута, другие частные требования, например требование к точности системы, должны стать более жесткими.

Следует считать несуществующей опасность того, что бомбардировщик противника окажется в состоянии вывести из строя управляемый снаряд, подобный проектируемому. Скорость снаряда, малый размер его и вытекающая отсюда трудность его обнаружения и наблюдения за ним, а также и то обстоятельство, что снаряды выстреливаются залпами по два, приводят нас к заключению, что бомбардировщик не сможет ни уничтожить снаряд при помощи своего вооружения, ни осуществить эффективной помехи. Вероятность того, что снаряд устоит против оборонительных действий противника, нужно считать равной 100%.

Таким образом, 90% из стартовавших снарядов попадут в район цели. Требования говорят о том, что 80% стартовавших снарядов должны удовлетворять заданной точности. Ясно, что здесь идет речь о круге вероятности 90% (так как  $0,9 \cdot 0,9 = 0,81 \approx 80\%$ ).

Заданная величина промаха может быть приведена к среднему квадратичному отклонению. Для этого нужно воспользоваться приведенным в таблице 8.3 соотношением между радиусами кругов вероятности для значений 39,3% и 90%. Мы получаем, что среднее квадратичное отклонение снаряда будет  $200 \cdot 1,00 : 2,146 = 94$  футов ( $\approx 29$  м). Эта величина и должна быть использована как требование к точности системы управления. По мере продвижения проектных работ возможен пересмотр этого и других требований, но лишь с тем условием, чтобы эффективность комплекса оставалась на заданном уровне.

В случае наведения по лучу нужно учитывать две различные ошибки: а) ошибку сопровождения цели, б) ошибку снаряда в его следовании за осью луча. Вместо конкретного изучения каждой из этих ошибок можно предположить, что общая ошибка наведения разделяется между этими двумя ошибками на две равные части. Поскольку имеется лишь слабая связь между ошибкой сопровождения цели и ошибкой в движении снаряда относительно оси луча, можно принять, что распределения вероятностей для этих двух ошибок независимы и что каждая из них равна квадратному корню

из суммы квадратов этих независимых ошибок. Таким образом, каждая из средних квадратичных ошибок равна  $\sqrt{\frac{(94)^2}{2}} = 67$  футов ( $\approx 20$  м).

Ошибка сопровождения радиолокатора обычно оценивается в угловых единицах, поскольку сами измерения производятся в полярных координатах. Средняя квадратичная ошибка сопровождения большей частью выражается в *тысячных*. Этот термин происходит от одной тысячной радиана. В Военно-морском флоте тысячную определяют как угол, стянутый дугой, длина которой равна одной тысячной радиуса, т. е. тысячная равна одной тысячной радиана, или  $3'26''$ . В Армии тысячную определяют как  $\frac{1}{6400}$  окружности. В обоих случаях для упрощения вычислений при малых углах под тысячной понимают угол, под которым отрезок в 1 ярд, расположенный перпендикулярно к линии визирования, виден с расстояния в 1000 ярдов. На заданной максимальной дальности в 40 000 ярдов средняя квадратичная ошибка сопровождения должна быть  $67 : (3 \times 40\,000) = 0,55$  тысячных. Эту точность можно считать выполнимой.

**Радиолокатор сопровождения цели.** Радиолокатор, используемый в системе управления, может или принадлежать к типу, уже применяемому на кораблях, или быть спроектированным заново. В случае, если предполагается использовать уже существующий радиолокатор, нужно подробно изучить его, чтобы установить, не может ли он каким-либо способом ухудшить характеристики системы управления. Если существующий радиолокатор удовлетворяет требованиям системы управления в смысле дальности и точности сопровождения, то нужно установить, какие изменения придется в него внести, чтобы стало возможным передавать на снаряд информацию, необходимую для наведения по лучу.

Если проектируется новый радиолокатор, то, кроме уже указанных выше требований, необходимо исследовать его динамические характеристики с учетом как движения цели, так и качки корабля. Необходимо, чтобы ось луча радиолокатора была стабилизирована в пространстве и не зависела от качки корабля. Аппаратура для выполнения этой задачи уже существует и обладает достаточной точностью, как это доказано на опыте при управлении огнем корабельной артиллерии.

**Надежность.** Согласно приведенным выше требованиям надежность системы управления должна быть не менее 90%. Если мы разделим всю систему на три более или менее независимые части: а) снаряд с его органами управления и стартовыми приспособлениями, б) канал наведения по лучу и в) радиолокатор, сопровождающий цель, то надежность каждой из них должна быть не менее  $\sqrt[3]{0,90}$ , или приблизительно 97%. Таким образом, очевидна необходимость очень осторожного проектирования.

**Траектория.** В случае наведения по лучу сам способ управления определяет траекторию, поскольку снаряд всегда старается

остаться на оси луча. Динамические характеристики снаряда должны обеспечивать: а) полет по этой траектории в условиях, определяемых тактической обстановкой и возможным маневрированием цели, б) вход снаряда в луч после старта. Изучение этих обстоятельств необходимо для выработки проектного задания на эффективную полосу системы управления.

**Старт.** В проблеме старта имеются три вопроса, требующие от поставщика подробного исследования: а) проектирование собственно стартовой установки и эксплуатационного оборудования, позволяющих стрелять залпами по два снаряда и осуществлять перезарядку с тем, чтобы залпы могли следовать через 10 сек; б) рассеивание снарядов после старта, до захвата их управляющим лучом; в) необходимость применения ускорителя и, если он нужен, его влияние на управление снарядом при старте.

**Цель.** Для оценки мощности радиолокационной установки необходимо знать эффективную площадь цели. Для проектирования следящих систем радиолокатора необходимо знать динамические свойства цели, чтобы локатор мог следить за целью во время ее маневрирования без значительного отставания.

**Характеристики снаряда и его конструкция.** Конструктор системы управления должен иметь частотные характеристики снаряда, поскольку последний является важным звеном в контуре управления<sup>1)</sup>. Конструктор системы управления кровно заинтересован в требованиях к габаритам и весу аппаратуры и должен принять самое серьезное участие в проектировании корпуса снаряда с точки зрения хорошего размещения управляющей аппаратуры.

**Внешние условия.** Поставщик должен проверить как теоретически, так и путем испытаний влияние ударов, вибрации и других физических факторов, действию которых снаряд будет подвергаться при эксплуатации, погрузке и хранении. Как результат такого изучения должны появиться требования и правила испытаний на внешние условия, и, если необходимо, испытательные установки; все это вместе должно подтвердить, что система в состоянии выдержать те внешние условия, которые будут иметь место в действительности. Испытания должны быть научно обоснованы, чтобы можно было установить вероятность безотказной работы в действительных условиях. Число образцов, подвергнутых испытанию на условия отказа в работе, должно быть достаточным для того, чтобы результаты испытаний обладали статистической ценностью.

**Управление на конечном этапе.** Необходимость особой системы управления на конечном этапе полета снаряда зависит от точности управления на этапе сближения — в данном случае от

---

<sup>1)</sup> Строго говоря, снаряд не является линейным звеном, а линеаризованные уравнения движения снаряда имеют коэффициенты, зависящие от времени. (Прим. перев.)



точности системы наведения по лучу. В изложенном выше кратком обзоре ошибок было отмечено, что средняя квадратичная ошибка сопровождения в 0,55 тысячных может считаться достижимой. Возможность выполнения снарядом требования, чтобы среднее квадратичное отклонение его от оси луча не превышало 67 футов ( $\approx 20$  м), должна быть доказана опытом. Можно предполагать, что поставщик найдет ненужной отдельную систему управления на конечном этапе.

**Управление при старте.** Необходимость отдельной системы управления при старте определяется способностью снаряда быть выстреленным в луч и быть захваченным этим лучом, одновременно и управляющим и следящим за целью. Чтобы точно знать баллистические свойства снаряда при старте, необходимо их теоретическое и экспериментальное изучение. Поставщик обязан очень подробно изучить этот этап полета и выработать требования к точности старта. В результате этих исследований должна быть установлена потребность в отдельной системе управления при старте.

**Окончательное решение.** На основании изложенных соображений следует рекомендовать наведение по лучу без особой системы управления на конечном этапе. Что же касается потребности отдельной системы управления при старте, то она должна быть подвергнута изучению в процессе проектирования.

### 8.5. Управление снарядами класса воздух — поверхность

**Случай третий.** Предполагается, что существует потребность в управляемом снаряде, стартующем с самолета и предназначенном для действия по таким целям, как мосты, скопления войск, фортификационные сооружения и т. п. Приводим выписку из гипотетических технических требований.

**Цель.** Шосейные и железнодорожные мосты, скопления войск, транспортные колонны, орудийные установки и т. п.

**Максимальная дальность.** Максимальная дальность снаряда должна быть не менее 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м).

**Летные данные снаряда.** Снаряд должен иметь максимальную скорость, соответствующую  $M = 0,9$ , а на максимальной дальности его скорость должна соответствовать не менее чем  $M = 0,6$ . Снаряд должен быть устойчив и управляем независимо от изменения его скорости.

**Система управления.** Точность системы управления должна быть такова, чтобы среднее квадратичное отклонение снаряда от центра цели было не более 50 футов ( $\approx 15$  м). Самолету-носителю в процессе наведения должна быть обеспечена возможность оборонительного маневрирования.

**Надежность.** Надежность системы управления должна быть не ниже 90%.

**Различные требования.** Снаряд должен быть приспособлен к пуску с одноместного самолета, оборудованного радиолокатором. Снаряды должны быть смонтированы на крыльях самолета, по два на каждый самолет. Выстрелы производятся одиночным порядком. Скорость самолета при выстреле и во время управления снарядом будет около 300 узлов ( $\approx 560$  км/час). Высота в момент выстрела должна быть до 5000 футов ( $\approx 1500$  м) над уровнем моря.

Цель. Требования показывают, что целью могут быть совершенно различные объекты. Поэтому не существует простого признака, общего всем целям, который допускал бы применение какого-либо приема обнаружения и наблюдения цели, кроме визуального. Отсюда мы сразу заключаем, что сопровождение цели во время управления снарядом должен взять на себя летчик, который поэтому становится одним из звеньев системы управления. Применение этой системы возможно только при достаточной видимости.

Тактическая обстановка. Предполагается, что летчик самолета-носителя перед выполнением задания проинструктирован и ему известны: положение цели, так что он может ее найти и опознать; характер окружающей местности; предпочтительное направление захода на цель; типы и дислокация зенитной артиллерии, обороняющей объект; вероятность достаточной видимости в районе цели. Если выполнение задания прерывается вследствие недостаточной видимости в районе цели, возможно, что найдутся другие подходящие цели. Видимость должна быть равна заданной максимальной дальности снаряда, т. е. 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м).

Выбор метода управления. Как уже указано, благодаря разнообразному характеру целей возможно только визуальное наблюдение. Однако еще остается установить способ, при помощи которого определяется положение снаряда, что необходимо для наведения его на цель. Рассмотрим перечисленные ниже варианты.

а) Снаряд можно было бы наблюдать визуально и все время удерживать его на линии визирования цели. Такой метод применили немцы для управления снарядом Hs-293 и др. Однако мы здесь рассматриваем одноместный самолет, на котором внимание летчика полностью загружено сопровождением цели и управлением самолетом, так что летчику нельзя давать дополнительную нагрузку в виде управления снарядом.

б) Снаряд мог бы нести на себе аппаратуру, чувствующую цель, т. е. можно было бы применить самонаведение. Однако, как уже указывалось, вследствие разнообразия целей не существует отличительного признака, общего всем целям. Многие из возможных целей отличимы от своих окрестностей только оптическими средствами, так что применение самонаведения какого-нибудь одного определенного типа здесь не решает задачи.

в) Снаряд мог бы иметь на себе аппаратуру, следящую за осью радиолокационного луча, которая проходит через цель. Характер возможных целей не позволяет применить здесь радиолокатор с автоматическим сопровождением. Однако возможно связать антенну радиолокатора, а следовательно, и ось луча с оптическим прицелом, которым пользуется летчик при сопровождении цели. Такой метод можно назвать *оптическим наведением луча*.

г) Снаряд мог бы иметь на себе ответчик, который автоматически сопровождается радиолокатором самолета-носителя. В этом



случае становится известным относительное расположение снаряда и цели, и можно передавать на снаряд команды, обеспечивающие попадание в цель.

Из приведенных здесь методов, по предварительным соображениям, наилучшими представляются метод оптического наведения луча и метод автоматического сопровождения снаряда радиолокатором самолета-носителя. Выбор между этими двумя методами можно сделать, используя требование о том, что самолет-носитель должен иметь возможность выполнять оборонительные маневры в течение времени управления. Если применяется система оптического наведения луча, маневрирование самолета во время наведения снаряда сильно стеснено тем, что ось луча должна проходить через цель и должна перемещаться лишь с такой скоростью, чтобы снаряд мог успеть следовать за нею. Динамика снаряда накладывает на маневрирование самолета-носителя строгие ограничения. Если же используется система автоматического сопровождения снаряда, маневрирование самолета ограничено лишь движением антенны. В этом случае либо летчик сопровождает цель во время маневрирования, либо само маневрирование программируется заданием некоторого движения линии визирования цели. Здесь необходим счетно-решающий прибор, сравнивающий направление линий визирования снаряда и цели и вычисляющий команды, которые должны быть переданы на снаряд.

Предполагается, что поставщик этой гипотетической системы изучит вопрос более подробно, чем это только что сделано; вполне возможно, что на основании более подробного изучения он придет к другим выводам.

**Требования к точности.** Требуется, чтобы среднее квадратичное отклонение снаряда от центра цели было не более 50 футов ( $\approx 15$  м). Поскольку здесь требование поставлено в такой форме, что его можно сразу использовать при проектировании, мы не будем повторять, при помощи каких приемов выводятся подобные требования.

Выбранная система управления в нашем случае включает в себя две следящие системы, работающие независимо. Кроме того, команды передаются на снаряд по отдельной радиолинии, которая сама получает их от счетно-решающего прибора. Поэтому мы можем распределить ошибку между тремя независимыми подсистемами: а) системой оптического сопровождения цели летчиком; б) системой автоматического сопровождения снаряда радиолокатором; в) счетно-решающим прибором, линией передачи и аппаратурой, осуществляющей выполнение команд снарядом. Если вместо действительных данных, получаемых из опыта, мы примем, что ошибка распределяется поровну между этими тремя частями, то получим проектные требования первого приближения. Тогда средняя квадратичная ошибка всей системы равна корню квадратному из суммы ошибок этих трех независимых подсистем. Поэтому средняя квадратичная ошибка, приписанная каж-

дой из подсистем для предварительного проектирования, равна  $\sqrt{\frac{1}{3} \cdot 50^2} \approx 29$  футов ( $\approx 9$  м).

Предположим, что выстрел произведен на максимальной дальности в 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м). Скорость снаряда растёт, начиная от значения, равного скорости самолета, до  $M = 0,9$  в конце активного участка и падает до  $M = 0,6$  на максимальной дальности. Мы примем, что средняя скорость соответствует  $M = 0,75$  или 825 фут/сек ( $\approx 250$  м/сек). Время полета снаряда на расстояние в 10 000 ярдов равно приблизительно 36 сек. В течение этого времени, если не считать оборонительного маневрирования, самолет продолжает сближаться с целью. Скорость самолета равна 300 узлам  $\approx 500$  фут/сек ( $\approx 150$  м/сек), так что за это время самолет пролетит 6000 ярдов ( $\approx 5500$  м). Если мы предположим, что вследствие маневрирования самолет пролетел только 5000 ярдов ( $\approx 4500$  м), то расстояние от самолета до цели в момент попадания снаряда будет около 5000 ярдов ( $\approx 4500$  м). Ошибки сопровождения обычно измеряются в тысячных. Поэтому средняя квадратичная ошибка каждой из двух систем сопровождения равна  $29 : (3 \cdot 5000)$ , или приблизительно 2 тысячных.

Осуществимость заданных допусков может быть отчасти определена уже на основании прошлых опытов. Задание подобных допусков дает возможность проверить их выполнимость путем эксперимента, требующего сравнительно небольших пространств; может оказаться, что осуществить заданную точность при выбранной системе управления будет затруднительно. Предположим, например, что обе системы сопровождения обеспечивают заданную точность, но точность системы, состоящей из счетно-решающего прибора, линии передачи и снаряда, требует дополнительных исследований и испытаний. Поставщик обязан изучить все звенья этих систем, чтобы определить их долю участия в образовании ошибки. Может оказаться, что в результате такого исследования он придет к выводу, что система в целом осуществима с заданной точностью (средняя квадратичная ошибка 50 футов ( $\approx 15$  м)), но для этого требуется перераспределение требований к точности различных подсистем.

Траектория. Система управления такого типа с двумя независимыми сопровождающими установками позволяет выбирать траекторию в широких пределах. Если какой-нибудь тип траектории дает преимущества в смысле расхода топлива, увеличения живучести снаряда или его эффективности, принятая нами система управления выбора не стесняет.

Управление на конечном этапе. Характер и разнообразие возможных целей исключают необходимость в рассмотрении этого вопроса.

Управление при пуске. Для обеспечения возможности сопровождения снаряда радиолокатором последний должен быть

установлен на самолете таким образом, чтобы снаряд мог войти в луч, а луч мог захватить снаряд. Эта задача значительно проще, чем в случае втором, при наведении по лучу, поскольку радиолокатор не должен сопровождать цель и его движение может быть выбрано из условия наибольшей вероятности захвата снаряда. Кроме того, наличие на снаряде ответчика исключает возможность какой бы то ни было ошибки при захвате. Мы видим, что из этого поверхностного рассмотрения проблемы старта не следует, что при старте окажется необходимой отдельная система управления, но необходимо поставить требования на баллистическую точность неуправляемого снаряда, определяемые путем дополнительного исследования из условий входа в луч.

**Окончательное решение.** На основании предыдущих рассуждений мы приходим к выводу, что следует рекомендовать систему управления при помощи команд, что команды на снаряд следует передавать при помощи особой радиолинии, что для определения команд следует использовать счетно-решающий прибор и что сопровождение цели должно осуществляться визуально, а сопровождение снаряда — при помощи радиолокатора, установленного на самолете.

#### 8.6. Управление снарядами класса воздух — воздух

**Случай четвертый.** Мы предположим, что исследование операций показало необходимость использования снаряда класса воздух — воздух против бомбардировщиков. Из гипотетических требований на эту систему сделана приведенная ниже выписка, необходимая для поставщика системы управления.

**Цель.** Целью является бомбардировщик, обладающий скоростью в 300 узлов ( $\approx 560$  км/час), атакующий континентальную часть Соединенных Штатов. Атака может происходить как со стороны моря, так и со стороны суши. Бомбардировщик может лететь на высотах от 10 000 до 40 000 футов (т. е. приблизительно от 3000 до 12 000 м). Бомбардировщик может длительно маневрировать с перегрузкой 2. Оборонительное оружие бомбардировщика состоит из 20-мм пушек.

**Максимальная дальность.** Полезная максимальная дальность снаряда должна быть 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м).

**Летные данные снаряда.** Снаряд должен иметь среднюю скорость, соответствующую  $M = 3,0$ .

**Система управления.** Система управления должна обладать точностью, при которой среднее квадратичное отклонение снаряда от центра цели было бы не более 50 футов ( $\approx 15$  м) независимо от маневрирования цели и времени суток (день или ночь).

**Перехватчик.** Снаряды должны быть рассчитаны на пуск с самолета-перехватчика, летящего со скоростью 360 узлов ( $\approx 670$  км/час). Установка снарядов на самолете — крыльевая, на шесть снарядов. Должна быть обеспечена возможность как одиночной стрельбы, так и залпами по два снаряда.

**Надежность.** Надежность комплекса должна быть не ниже 85%.

**Эффективность.** Эффективность системы управления должна быть такова, чтобы вероятность  $K$ -поражения цели одним снарядом была не менее 50%.

**Тактическая обстановка.** Опишем предполагаемую тактическую обстановку на основании как самих требований, так и соображений, приведенных в главе 1 для этого класса управляемых снарядов. Наиболее ясная картина зависимости окончательного выбора системы управления от тактической обстановки получится, если представить себе последовательность действий, необходимую для осуществления перехвата. Обычно эта последовательность будет следующей:

а) Дальнее обнаружение и опознание. Цель или цели сначала должны быть обнаружены и опознаны какой-нибудь системой дальнего обнаружения, способной подать перехватчикам сигнал тревоги заблаговременно, чтобы они успели найти цели. Перехватчики могут или патрулировать в воздухе, или оставаться на земле в состоянии боевой готовности. Необходимость системы дальнего обнаружения существует всегда, независимо от типа оружия, применяемого перехватчиками.

б) Наведение перехватчиков. Система дальнего обнаружения определяет траекторию цели и дает перехватчикам указания или команды относительно курса, которому нужно следовать для сближения с целью. Поскольку в требованиях указано, что система управления должна быть пригодной и днем и ночью, мы приходим к заключению, что как система дальнего обнаружения, так и перехватчики должны пользоваться радиолокационными установками для обнаружения цели. Перехватчики должны быть выведены в такое положение, когда они смогут обнаружить цель при помощи собственного радиолокатора.

в) Поиск цели перехватчиком. Чтобы предупредить проникновение противника в охраняемое пространство, очевидно, нужно, чтобы радиус действия системы дальнего обнаружения был как можно больше. Из тактической обстановки следует, что перехватчик должен обладать возможностью вести поиск бомбардировщика в некотором ограниченном секторе пространства с целью захвата его своим радиолокатором. Сектор, в котором перехватчик должен быть готов вести поиск, определяется точностью наведения перехватчика на цель.

г) Сопровождение цели самолетным радиолокатором. Осуществляя поиск в некотором секторе, захватив и опознав цель, перехватчик должен иметь возможность наблюдать за целью и определять элементы ее движения, чтобы быть в состоянии применить свое оружие. Можно предполагать, что во время ночной операции летчик не сможет наблюдать за целью визуально, а прибегнет к радиолокатору, работающему в режиме автоматического сопровождения.

д) Применение оружия. После обнаружения, захвата и начала автосопровождения цели летчик должен занять наиболее удобную для атаки позицию с таким расчетом, чтобы поразить цель при условии наибольшей возможной безопасности для себя.



**Выбор метода управления.** Выше уже было принято решение наблюдать за целью при помощи радиолокатора, установленного на перехватчике. Остается установить, каким образом положение снаряда будет связано с целью. Ниже рассматриваются возможные решения этого вопроса.

а) Положение снаряда можно определять при помощи самолетного радиолокатора, установленного на перехватчике, а затем вычислять и передавать на снаряд управляющие команды. Однако при залпе требуется управление двумя снарядами одновременно. Любой тип управления снарядами при помощи команд становится в этом случае слишком сложным; поэтому мы больше не будем рассматривать такую систему.

б) Можно заставить снаряд следовать за осью луча самолетного радиолокатора, т. е. применить наведение по лучу. Этот метод позволяет управлять многими снарядами сразу, но, как уже выяснено в предыдущем случае, он стесняет маневренную способность самолета-носителя.

в) Снаряд может иметь на себе аппаратуру для самонаведения на цель. Можно рассмотреть три типа самонаведения: 1) снаряд может сам излучать энергию и самонаводиться при помощи ее отражения от цели; 2) снаряд может самонаводиться при помощи отражения от цели энергии, излученной самолетным радиолокатором; 3) снаряд может самонаводиться и при помощи энергии, испускаемой самой целью, например, при помощи теплового излучения двигателей, излучения радиолокатора бомбардировщика и т. п. Первый метод (называемый *активным самонаведением*) требует, чтобы излучение снаряда было достаточно мощным, имея в виду заданную максимальную дальность. После пуска снаряда эта часть системы управления всякий раз погибает. Этот метод требует также, чтобы внутри снаряда было достаточно места для источников питания и прочего оборудования. Поскольку любое неоправданное увеличение веса или габарита является нежелательным, от активного самонаведения следует отказаться. Второй способ предполагает, что самолетный радиолокатор продолжает подсвечивать цель в течение всего полета снаряда; это — так называемое *полуактивное самонаведение*. Поскольку самонаведение полуактивного типа не требует установки на снаряде передатчика, снаряд получится меньшего размера и веса, чем при активном самонаведении. Третий тип самонаведения называется *пассивным*; предполагается, что цель излучает энергию как раз нужного типа, и это излучение настолько мощно, что радиус действия снаряда оказывается достаточным для выполнения заданных требований. Это обстоятельство требует, чтобы мы располагали такими сведениями о цели, которые не всегда можно получить; кроме того, характеристики различных целей могут отличаться друг от друга, что существенно ограничивает область применения этой системы.

Мы приходим к заключению, что, поскольку самонаведение допускает стрельбу залпами по два и не слишком ограничивает маневрирование перехватчика, этот метод управления и следует применить в данном случае. Из трех типов самонаведения следует остановиться на полуактивном. Следует снова отметить, что после детального изучения вопроса с учетом многих дополнительных соображений поставщик может прийти к решению, существенно отличающемуся от предложенного выше.

**Требования к точности.** В рассматриваемом случае требуется, чтобы снаряд самонаводился на цель со средней квадратичной ошибкой в 50 футов ( $\approx 15$  м). Мы можем предположить, что на больших расстояниях бортовой радиолокационный приемник снаряда «видит» цель так, как если бы это был точечный источник энергии. Тогда ошибка возникает а) вследствие шумов, присущих радиолокационному сопровождению цели, б) вследствие систематической ошибки, вызываемой динамическими свойствами снаряда и движением цели. Когда снаряд приближается к цели, ее уже нельзя рассматривать как точечный источник отраженной энергии. Энергия может показаться излученной из различных точек цели в зависимости от ее ориентации в пространстве. Это обстоятельство можно рассматривать как добавочную причину ошибок, скорее связанную с самой целью, чем с радиолокатором. Необходимо произвести исследование радиолокационного приемника и собрать данные, определяющие его вероятную точность при работе с определенным типом целей. Кроме того, необходимо исследование динамики самонаведения; обычно такого рода исследования выполняются при помощи моделирования. Результаты таких исследований позволят определить ожидаемую точность системы самонаведения.

**Радиолокатор перехватчика.** В принятом методе управления точность самолетного радиолокатора не влияет на точность системы после выстрела. Перед пуском снаряда радиолокатор перехватчика должен наблюдать цель и направить аппаратуру самонаведения снаряда на цель таким образом, чтобы радиолокационный приемник, установленный на снаряде, смог захватить именно ту цель, которую нужно. Этого можно достигнуть различными методами; например, приемная антенна на снаряде может следить за самолетным радиолокатором, так что она оказывается всегда повернутой в направлении, обеспечивающем захват цели. После выстрела потребная точность сопровождения цели радиолокатором перехватчика определяется лишь тем, чтобы снаряд получал от цели достаточное количество отраженных сигналов.

В начальной стадии операции самолетный радиолокатор работает в режиме поиска. Эффективность работы радиолокатора в режиме поиска влияет на эффективность всей системы, потому что если вероятность захвата цели на необходимом расстоянии невелика, то снижается и эффективность всей системы. Вероятность того, что



перехватчик обнаружит и захватит цель, зависит от многих факторов, таких, как точность наведения перехватчика на цель, эффективная площадь цели при данном ракурсе, относительная скорость цели и т. п. Для простоты предположим, что и в нашем случае рис. 8.3, на котором дальность считается указанной в тысячах футов, определяет вероятность захвата цели. Чтобы пояснить влияние тактической обстановки, исследуем требования к дальности действия радиолокатора в двух частных случаях: а) атака с хвоста, б) атака на встречных курсах.

а) Атака с хвоста. Максимальная дальность снаряда указана в 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м) при скорости снаряда, соответствующей  $M = 3,0$  или приблизительно 3300 фут/сек. ( $\approx 1000$  м/сек). Чтобы пройти заданные 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м), снаряду нужно около 9 сек. В течение этого времени бомбардировщик, двигаясь со скоростью 300 узлов  $\approx 150$  фут/сек ( $\approx 150$  м/сек), пройдет около 1500 ярдов ( $\approx 1350$  м). Поэтому наибольшее допустимое расстояние между обоими самолетами в момент выстрела должно быть  $10\,000 - 1500 = 8500$  ярдов ( $\approx 7700$  м). Предположим, что все подготовительные операции к выстрелу занимают 50 сек после обнаружения цели. В течение этого времени перехватчик, идущий со скоростью 360 узлов ( $\approx 670$  км/час), будет догонять цель со скоростью около 100 фут/сек ( $\approx 30$  м/сек). Простой арифметический расчет показывает, что дальность обнаружения должна быть 10 200 ярдов ( $\approx 9200$  м). Если мы обратимся к рис. 8.3, помня, что дальность указана в тысячах футов, получим вероятность захвата равной 100%.

б) Атака на встречных курсах. Поскольку теперь снаряд и цель движутся навстречу друг другу, то, чтобы использовать полную дальность снаряда, нужно произвести выстрел на расстоянии  $10\,000 + 1500 = 11\,500$  ярдов ( $\approx 10\,500$  м). В течение 50 секунд, необходимых для предшествующих выстрелу операций, цель и перехватчик сближаются с относительной скоростью 1100 фут/сек ( $\approx 330$  м/сек) и за 50 секунд сблизятся приблизительно на 18 000 ярдов ( $\approx 16\,400$  м). Поэтому дальность обнаружения цели радиолокатором составляет 29 500 ярдов ( $\approx 27\,000$  м). Обращаясь к рис. 8.3, мы видим, что в этом случае вероятность захвата цели равна 2%. Очевидно, что с этим гипотетическим радиолокатором при атаке на встречных курсах заданная эффективность системы не может быть обеспечена.

Главный урок, который можно извлечь из рассмотренного примера, состоит в том, что от летных данных перехватчика и свойств самолетного радиолокатора существенным образом зависит эффективность всего комплекса. Несмотря на это, снаряд и система управления сами по себе часто рассматриваются как нечто независимое. Мы видим, что при выработке рекомендаций для проектирования подобных систем необходимо полностью учитывать тактику их применения. Так, в нашем частном случае решение использовать само-

летный радиолокатор как часть системы управления должно было сопровождаться изучением влияния способа вывода перехватчика на цель.

**Траектория.** Поскольку система управления после выстрела не зависит от самолета-носителя, траектория снаряда может быть выбрана на основании любых соображений, таких, как простота вычислений, минимальные требования к маневренности снаряда, экономия топлива и т. п.

**Пуск снаряда.** Одно из требований к системам с самонаведением состоит в том, что цель должна быть захвачена бортовой аппаратурой снаряда. Это может быть сделано до пуска, или, наоборот, от системы можно потребовать поиска и захвата цели после пуска. Что именно будет окончательно выбрано, зависит частично от способности летчика выполнить дополнительные операции, связанные с подготовкой радиолокатора на снаряде перед пуском, отчасти от возможности обеспечить достаточную эффективность автоматического захвата цели радиолокатором снаряда и отчасти от выбора типа радиолокатора. Во всех случаях окончательное решение может быть получено лишь в результате исследования конкретной системы, которую поставщик собирается строить, включая и исследование процесса пуска без специальной пусковой системы управления.

**Окончательное решение.** Из рассмотрения тактической обстановки видно, что следует рекомендовать полуактивное самонаведение с использованием самолетного радиолокатора для подсвечивания. Для выбора параметров этого радиолокатора необходимо провести дополнительные исследования.

---

## ГЛАВА 9

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

Задачей настоящей главы является описание способов измерения элементов движения снаряда, а также приборов, которые могут быть использованы для этой цели в системах управления. Твердое тело, каким является снаряд, свободно движущееся в пространстве, имеет, как принято говорить, шесть степеней свободы: три поступательные и три вращательные. Для того чтобы определить полностью его положение, необходимо шесть чисел или координат. При рассмотрении проблем, связанных с управлением снарядами, особый интерес представляют следующие элементы движения: 1) перемещение вдоль продольной оси (скорость)<sup>1)</sup>, 2) вращение вокруг продольной оси (движение крена), 3) вращение вокруг горизонтальной поперечной оси (движение тангажа), 4) вращение вокруг вертикальной оси (движение рысканья).

Устройства, измеряющие элементы движения снаряда, естественным образом разделяются на две группы: на приборы, определяющие опорные системы отсчета внутри снаряда, относительно которых может быть определено его положение, и на приборы, измеряющие скорости и ускорения. Устройства первой группы, как правило, не участвуют в динамике системы управления. При проектировании этих устройств главное внимание должно быть уделено их точности и поддержанию точности в течение полета снаряда. Что же касается приборов, измеряющих скорости и ускорения, то они обычно являются существенными элементами контура управления; их характеристики должны быть изучены и использованы при проектировании системы управления.

#### 9.1. Установление опорных систем отсчета

Используемые при управлении опорные системы отсчета могут быть как неподвижными, так и связанными с Землей, снарядом или каким-нибудь из элементов системы управления. В каждом частном

---

<sup>1)</sup> Это определение неточно. Скорость, вообще, не направлена по продольной оси снаряда. См., например, Ведров В. С., Динамическая устойчивость самолета, Оборонгиз, М., 1938. (Прим. перев.)

случае система отсчета выбирается в зависимости от способа тактического применения снаряда и потребностей системы управления.

Обычно в качестве опорной линии или плоскости для летающих объектов используется магнитный меридиан, определяемый при помощи гиромагнитных и гиростабилизированных компасов. В качестве вертикали на этих объектах обычно используют маятники или гировертикали. Неизменно ориентированная в пространстве система отсчета может быть реализована при помощи свободного гироскопа. Высота полета снаряда может поддерживаться постоянной при помощи барометрического или радиовысотомера.

Точность установления опорных систем отсчета и чувствительность измерений могут входить прямо в точность системы управления. Например, в случае астрономической системы управления, использующей искусственную вертикаль для измерения высоты звезд, как уже указывалось, ошибка вертикали в одну минуту вызывает погрешность в положении снаряда в одну морскую милю. Когда для определения фиксированных направлений в пространстве применяется свободный гироскоп, точность определения направления на снаряде прямо зависит от способности гироскопа удерживать эти опорные направления. Выходы подобных устройств, выраженные в соответствующей форме, представляют собой входы системы управления. Динамические характеристики устройств, определяющих опорные системы отсчета, представляют мало интереса для проектирования систем управления, за исключением случаев, когда а) движение снаряда порождает ошибку этих устройств<sup>1)</sup>, б) в спектре их выхода имеются нежелательные частоты, лежащие внутри полосы пропускания системы (резонансные частоты и пр.), в) время, необходимое для установления опорных систем отсчета, не соответствует требованиям системы управления.

## 9.2. Гироскоп

Гироскоп в различных формах есть, пожалуй, наиболее обычный прибор, применяемый в полете для указания и измерения элементов движения. Широкое распространение гироскопа вызвано следующими двумя его свойствами: ось свободного гироскопа остается неподвижной в пространстве, если на нее не действуют внешние силы; гироскоп может выдавать момент (или сигнал), пропорциональный угловой скорости поворота, направление которого перпендикулярно к его оси. Оба эти свойства вытекают из закона сохранения момента количества движения, который может быть сформулирован следующим образом: *главный момент количества движения любой системы относительно неподвижного полюса остается постоянным, если на систему не действуют внешние моменты.*

---

<sup>1)</sup> Этот случай часто и имеет место. (Прим. перев.)

О гироскопах часто говорят, что они имеют *одну* или *две* степени свободы или что они являются *свободными*. Такая терминология вносит некоторую путаницу, потому что она не соответствует действительному числу степеней свободы гироскопа как механической системы. Так на рис. 9.1, а показан прибор, обычно называемый *гироскопом с одной степенью свободы*<sup>1)</sup> или «прецессионным» гироскопом. Однако очевидно, что он имеет две независимые оси вращения и поэтому является системой с двумя степенями свободы. На рис. 9.1, б показана установка гироскопа на кардановом подвесе, обычно называемая *гироскопом с двумя степенями сво-*

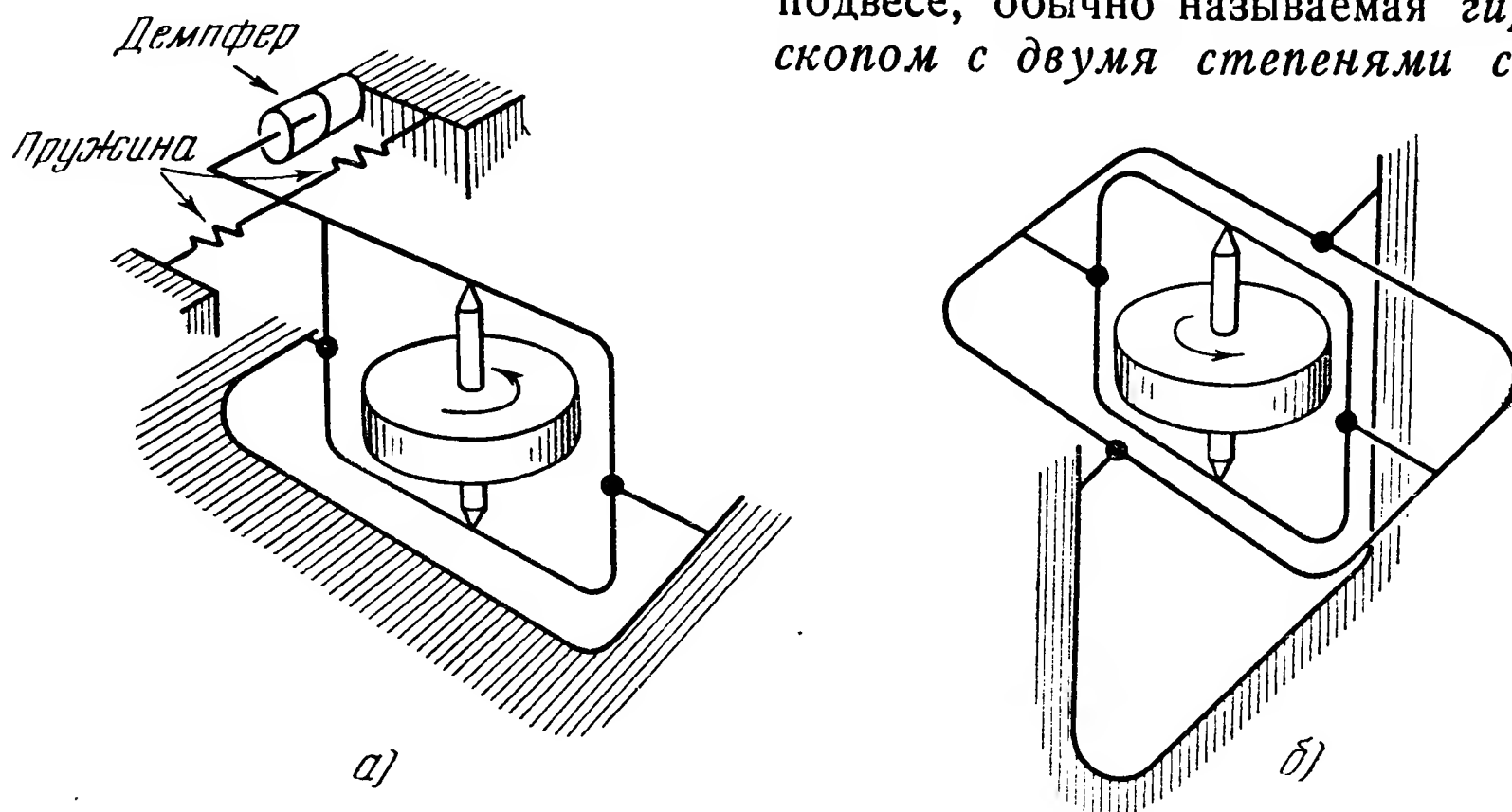


Рис. 9.1. Система подвески гироскопов.

боды<sup>2)</sup>. Однако нетрудно видеть, что гироскоп, смонтированный подобным образом, является системой с тремя степенями свободы, за исключением случая, когда все три оси оказываются в одной плоскости (складывание колец). Свободным гироскоп называется в том случае, если он имеет три вращательные степени свободы и если его вращение ничем не стеснено. Гироскоп, изображенный на рис. 9.1, б, подходит под эти определения, за исключением указанного выше случая складывания колец<sup>3)</sup>.

**Прецессия.** Явление прецессии гироскопа является следствием из второго закона Ньютона для вращательного движения, который формулируется следующим образом: *производная по времени от момента количества движения равна моменту внешних сил*. Когда момент внешних сил приложен ко входной оси гироскопа

1) В нашей литературе этот прибор называется гироскопом с двумя степенями свободы. (Прим. перев.)

2) В нашей литературе этот прибор называется гироскопом с тремя степенями свободы. (Прим. перев.)

3) В дальнейшем мы будем пользоваться терминами, принятыми в нашей литературе по гироскопам. (Прим. перев.)



(рис. 9.2), а угловая скорость ротора относительно оси фигуры поддерживается постоянной, момент количества движения может измениться только за счет вращения оси фигуры относительно выходной оси. Это может быть выражено при помощи уравнения

$$T = I\omega_r\Omega, \quad (9.1)$$

где  $T$  — момент внешних сил,  $I$  — момент инерции ротора относительно оси фигуры (оси собственного вращения),  $\omega_r$  — постоянная угловая скорость собственного вращения ротора,  $\Omega$  — угловая скорость относительно выходной оси.

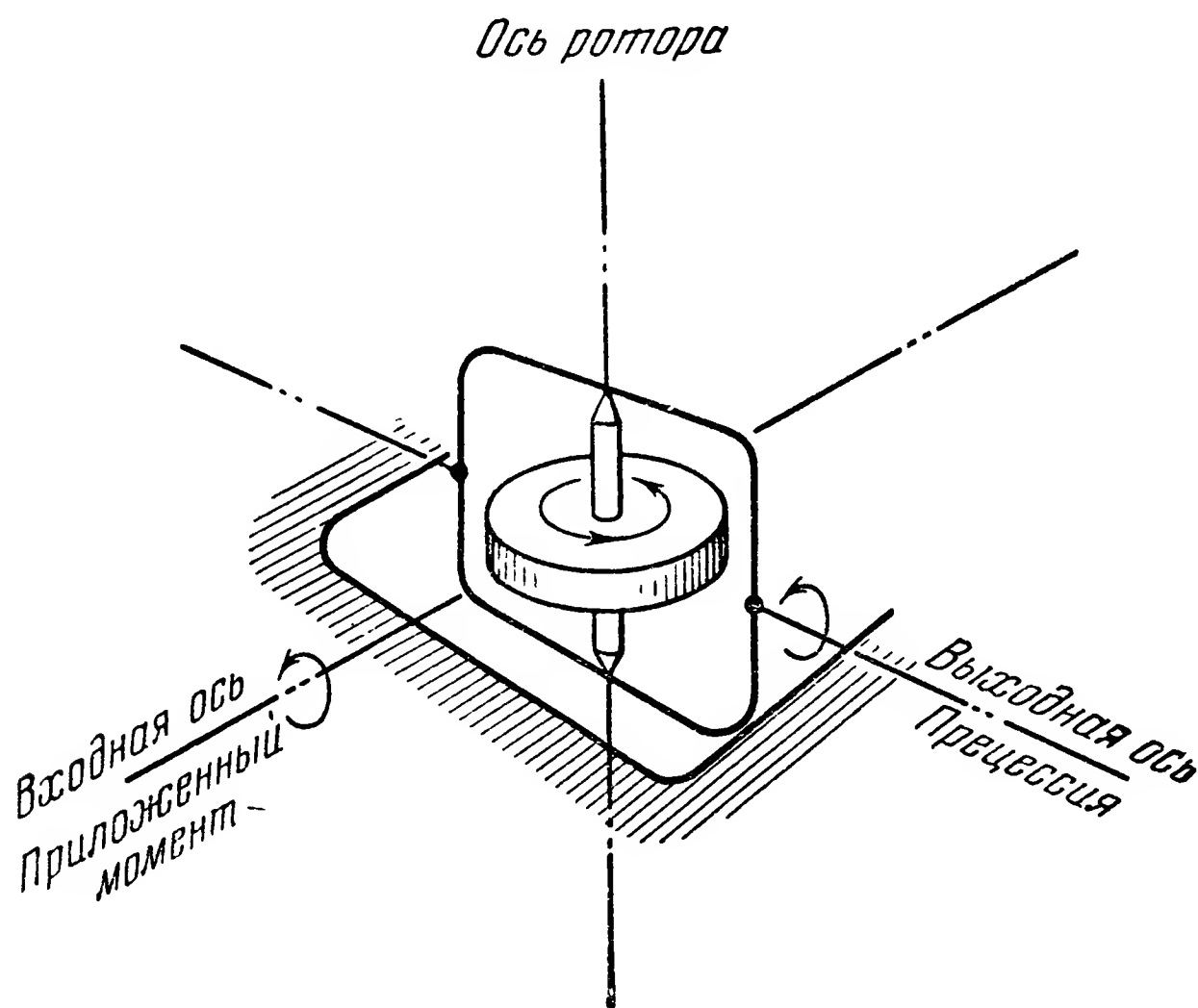


Рис. 9.2. Прецессия гироскопа.

Для определения направления прецессии существует следующее правило: *прецессия всегда совершается в таком направлении, что вектор угловой скорости ротора стремится совпасть с вектором момента внешних сил.* Это пояснено стрелками на рис. 9.2. Выходная ось (или ось прецессии) всегда образует со входной осью прямой угол.

Между прецессией и угловым ускорением относительно неподвижной оси существует различие, состоящее в том, что угловое ускорение теоретически может существовать бесконечно долго, в то время как прецессия кончается, как только ось собственного вращения совпадает с осью момента внешних сил. В этом случае прецессия невозможна, так как момент количества движения направлен по входной оси.

**Свободный гироскоп.** Назначение свободного гироскопа в системе управления снарядами состоит в том, чтобы создавать на



снаряде опорную систему отсчета, относительно которой можно было бы измерять элементы его движения. Если ось фигуры свободного гироскопа, идеально отбалансированного и не имеющего трения в подшипниках, направить в какую-нибудь точку пространства, то гироскоп будет выдерживать это направление неизменным, несмотря на любое движение снаряда и вращение Земли. Если мы предположим, что ось вращения свободного гироскопа была направлена на какую-нибудь звезду, то изменение направления этой оси относительно местной вертикали или горизонта будет определять положение снаряда точно таким же образом, как при обычном астрономическом определении места по той же самой звезде. Ясно, что для необходимых здесь вычислений может быть применен любой подходящий метод.

На практике, очевидно, невозможно выполнить свободный гироскоп с такой точной балансировкой и таким малым трением, чтобы его ось в течение времени полета межконтинентального снаряда сохраняла неизменным свое направление. Действительно, когда снаряд движется, положение оси фигуры относительно подвеса изменяется, и трение в подшипниках порождает моменты, заставляющие гироскоп прецессировать; кроме того, ускорения снаряда в случае неидеальной балансировки гироскопа могут вызвать дополнительные возмущающие моменты. Следовательно, необходимо, чтобы положение оси ротора непрерывно измерялось; для этого требуются датчики или измеряющие устройства для определения углов между кольцами (или каких-нибудь других удобных величин). Датчики могут быть самых разнообразных типов — емкостные, индуктивные, на сопротивлениях; можно использовать даже лучи света. Качество датчика определяется тем, что он должен быть легким, как можно меньше нарушать балансировку прибора и не вводить моментов, вредных для работы прибора.

Свободный гироскоп часто используется в качестве опорной системы отсчета для углов крена и тангажа снарядов с небольшой продолжительностью полета. Эта система отсчета может быть установлена перед стартом; нужно наблюдать за тем, чтобы удары и ускорения при старте не вызвали прецессии гироскопа. Допуск на ошибку, вызываемую прецессией, определяет допустимую неточность балансировки гироскопа, а также допустимую величину моментов в подшипниках гироскопа и в его измерительной системе. Очевидно, что чем больше продолжительность полета, тем выше должно быть качество гироскопа.

### 9.3. Гировертикаль

Гировертикаль есть гироскоп, корректируемый при помощи некоторого приспособления, чувствительного к направлению силы тяжести, например маятника или уровня. Сам гироскоп предназначается для интегрирования небольших колебаний этого чувствительного эле-

мента. Известно много остроумных приспособлений, предназначенных для того, чтобы удерживать гироскоп в вертикали. Принцип действия всех этих приспособлений состоит в применении элемента, чувствительного к направлению кажущейся силы тяжести. Если направления кажущейся вертикали и вертикали, указываемой гироскопом, не совпадают, на ротор действует корректирующий момент, стремящийся уничтожить это рассогласование. Вследствие свойств прецессии корректирующий момент должен действовать относительно оси, перпендикулярной к той, вращение вокруг которой должно уничтожить рассогласование.

На рис. 9.3 изображен принцип действия коррекции; конструкция корректирующего устройства выбрана исключительно из условия наглядности изображения. На рис. 9.3, *а* показан гироскоп с вертикальной осью, имеющий рассогласование, лежащее в плоскости входной оси. Кажущаяся вертикаль обозначена стрелкой; угол между ней и осью фигуры гироскопа обозначен через  $\theta$ . На внутреннем кольце гироскопа подвешен цилиндр, в котором имеются электрические контакты и проводящая жидкость; конечно, требуется введение соответствующего противовеса. На рис. 9.3, *б* показан разрез этого устройства; из него видно, что вследствие отклонения оси ротора проводящая жидкость замыкает цепь между контактами *А* и *С*. Это замыкание включает сервомотор, изображенный на рис. 9.3, *а*, вследствие чего появляется момент, показанный стрелкой, заставляющий гироскоп прецессировать относительно выходной оси в направлении, также указанном стрелкой. Когда ось ротора вертикальна, цепь прервана, как показано на рис. 9.3, и прецессия отсутствует. Если бы ось ротора была отклонена в другую сторону, цепь была бы замкнута через контакт *В* и направление корректирующего момента изменилось бы на противоположное. Подобное же устройство применяется и в случае рассогласования в плоскости, проходящей через выходную ось.

Осуществление точной гировертикали связано с некоторыми трудностями. Независимо от того, какого именно типа выбрано корректирующее устройство, единственное явление, которое дает нам возможность знать направление вертикали, есть маятниковый эффект, т. е. в конце концов сила тяжести. Если существует рассогласование, например угол  $\theta$  на рис. 9.3, *а*, то составляющая силы тяжести, вызывающая отклонение маятника, зависит от  $\sin \theta$ ; это означает, что сила стремится к нулю вместе с рассогласованием. Поэтому чувствительность корректирующего устройства становится малой вместе с рассогласованием. Поскольку гироскоп служит для интегрирования колебаний около вертикали, а чувствительность при этом мала, то в случае, когда рассогласование долгое время имеет постоянный знак, получается запаздывание коррекции в этом направлении и останется некоторая средняя ошибка. Кроме того, некоторые корректирующие устройства вблизи вертикали имеют

мертвый ход. Например, система, представленная на рис. 9.3, не дает никакого корректирующего действия, когда оба контакта *A* и *B* вместе находятся вне проводящей жидкости. Угловая величина, характеризующая эти дефекты, является мерой точности гировертикали.

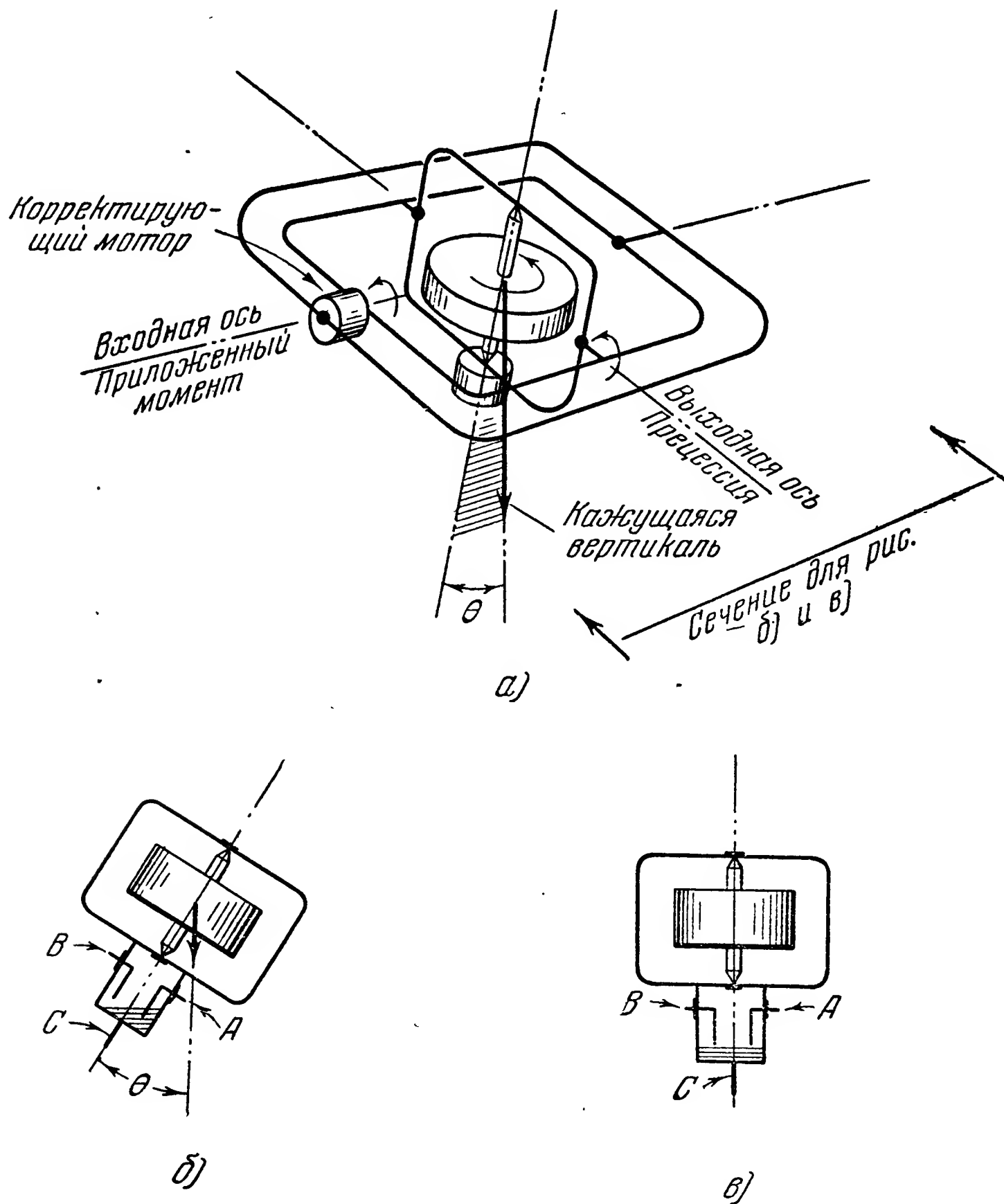


Рис. 9.3. Принцип действия гировертикали.

Влияние вращения Земли. Если мы представим себе идеальный свободный гироскоп, установленный на экваторе так, чтобы ось фигуры ротора была вертикальна, то верхний конец оси вследствие вращения Земли будет уходить к западу; ротор совершает кажущийся поворот вокруг меридиана. При этом ось ротора, конечно, сохраняет в пространстве неизменное направление независимо от вращения Земли. На рис. 9.4, а показан идеальный гироскоп.

скоп, установленный в точке  $A$  на широте  $\varphi$  так, чтобы ось ротора была вертикальна. При вращении Земли точка  $A$  переходит сначала в  $A'$ , затем в  $A''$ ; вследствие этого относительно Земли гироскоп совершает кажущуюся прецессию, как показано на рис. 9.4, б.

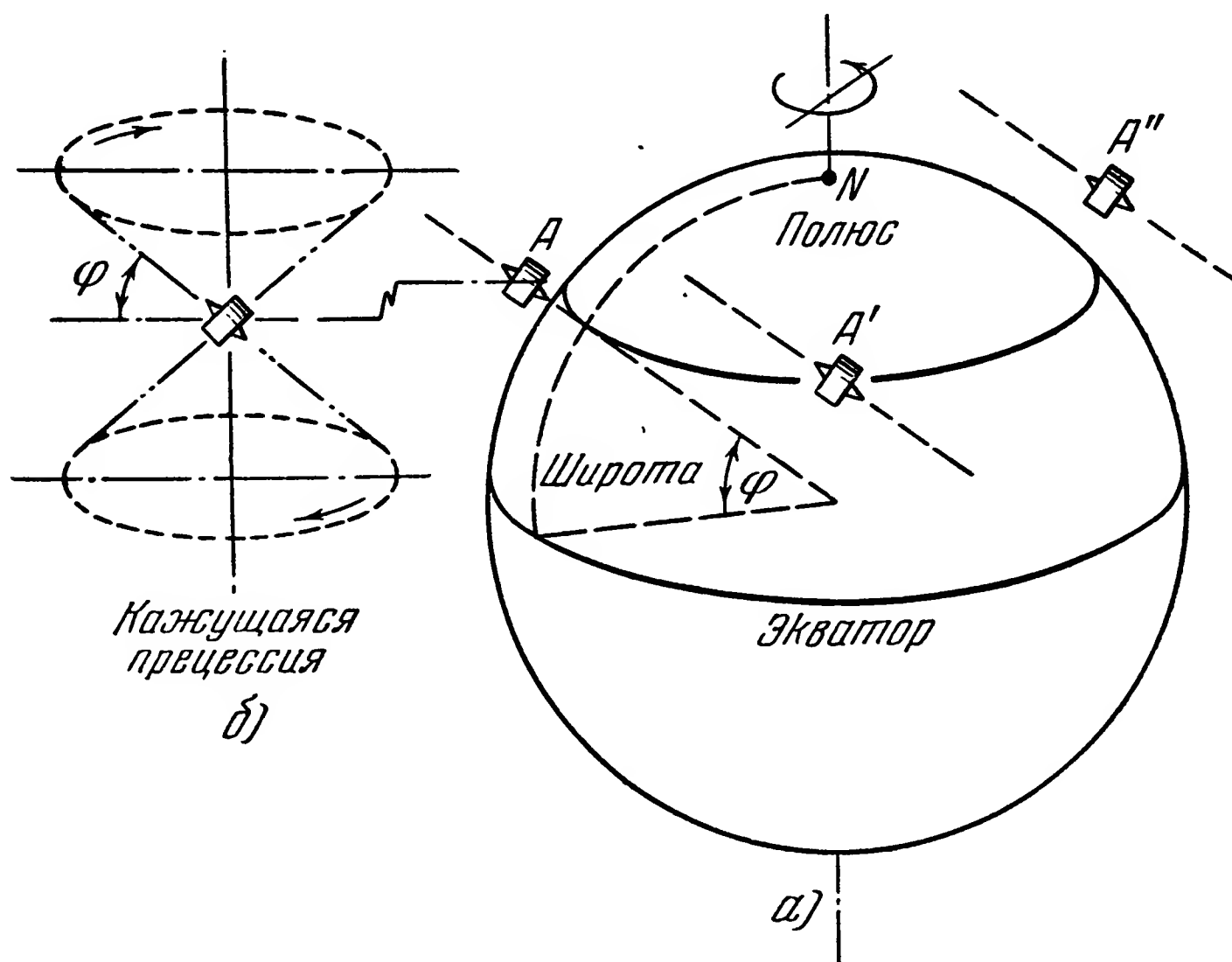


Рис. 9.4. Влияние вращения Земли — кажущаяся прецессия гироскопа.

Кажущаяся прецессия может быть компенсирована моментом, производящим обратную прецессию с угловой скоростью

$$\Omega = \omega_e \cos \varphi, \quad (9.2)$$

где  $\Omega$  — скорость прецессии,  $\omega_e$  — угловая скорость Земли,  $\varphi$  — широта<sup>1)</sup>.

Влияние движения снаряда. Рассмотрим снова идеальный свободный гироскоп, установленный в снаряде. Пусть снаряд летит с постоянной скоростью вдоль экватора на запад и пусть ось фигуры гироскопа лежит в плоскости экватора. Предположим, что скорость снаряда точно равна линейной скорости точек экватора; тогда кажущаяся прецессия будет отсутствовать. Если снаряд летит с той же скоростью, но к востоку, скорость кажущейся прецессии удвоится по сравнению со случаем гироскопа, неподвижного относительно Земли. Таким образом, составляющая скорости снаряда в направлении восток — запад вместе с вращением Земли вызывает кажущуюся

<sup>1)</sup> Davidson Martin, The Gyroscope and Its Applications, p. 68, Hutchinson's Scientific and Technical Publications.

прецессию относительно меридиана. Эта прецессия может быть компенсирована моментом, вызывающим прецессию противоположного знака, по величине равную<sup>1)</sup>

$$\Omega = \omega_e \cos \varphi + \omega_m \sin \lambda, \quad (9.3)$$

где  $\Omega$ —скорость прецессии,  $\omega_e$ —угловая скорость Земли,  $\omega_m$ —угловая скорость снаряда, вызванная его собственным движением,  $\varphi$ —широта,  $\lambda$ —курс снаряда.

Знак прецессии, необходимой для поправки на собственное движение снаряда, положителен на курсах от 0 до 180° и отрицателен при курсах от 180 до 360°.

Если движение снаряда направлено на север, то верхний конец оси фигуры гироскопа отклоняется к югу. Эта кажущаяся прецессия совершается относительно перпендикуляра к плоскости меридиана. Она также может быть компенсирована приложением соответствующего момента, вызывающего прецессию с угловой скоростью<sup>2)</sup>

$$\Omega = \omega_m \cos \lambda. \quad (9.4)$$

Только что описанное влияние полета снаряда на свободный гироскоп относится к установившемуся полету, т. е. при отсутствии ускорений. На самом деле снаряд в полете подвержен различным ускорениям, вызванным управлением, кривизной траектории, порывами ветра. Когда существуют ускорения, от них зависит направление кажущейся вертикали. Маятниковый эффект, используемый для удержания гироскопа в вертикали, в этом случае вызывает ошибку. Ошибка возникает как от ускорения поступательного движения снаряда, так и от его угловых ускорений при вращении вокруг центра инерции.

Когда, кроме ускорения силы тяжести, в течение длительного времени существуют и другие ускорения, ось фигуры гироскопа принимает неправильное положение, если не принято никаких мер для коррекции влияния ускорений. Коррекцию возможно выполнить различными путями. Например, существование ускорения может быть отмечено акселерометром, который может снять момент, вызываемый корректирующим приспособлением, пока ускорения не исчезнут. Тогда в течение времени, пока существуют ускорения, гироскоп остается свободным и удерживает направление своей оси неизменным в пространстве.

Влияние ускорения Кориолиса. В § 3.12 было показано, что если снаряд летит горизонтально по дуге большого круга, то всякий маятник, находящийся на снаряде, испытывает влияние кориолисова ускорения. На маятник в горизонтальной плоскости действует ускорение

$$y = 2\omega_e v \sin \varphi,$$

<sup>1)</sup> Davidson, loc. cit.

<sup>2)</sup> Davidson, loc. cit.



где  $v$  — горизонтальная скорость снаряда, а остальные обозначения — такие же, как и выше. Это ускорение направлено всегда вправо в северном полушарии и всегда влево — в южном.

Кориолисово ускорение изменяет направление кажущейся вертикали; поскольку корректирующее устройство получает добавочную ошибку, выход гиригоризонта будет содержать в себе такую же ошибку. Коррекция кориолисовой ошибки делается путем компенсации ее на выходе гироскопа.

Переходный процесс. Мы можем установить требования, которые система управления предъявляет к переходному процессу корректирующего устройства гировертикали при единичном скачке на его входе. Малое время переходного процесса несовместимо с требованиями точности, потому что чем больше интервал интегрирования, тем больше и точность. На снаряде дальнего действия время переходного процесса может быть значительно больше, чем на снаряде с малой дальностью полета, потому что в этом последнем случае общее время, в течение которого необходима коррекция, может составлять заметную часть времени полета снаряда. Соответственно этому требования к точности гировертикали для снаряда с небольшой дальностью будут менее строгими. Во многих гировертикалях коррекция делается нелинейной; если ошибка превосходит некоторое заданное значение, к гироскопу прикладывается большой постоянный момент, который приводит гироскоп близко к вертикали, после чего скорость прецессии становится зависящей от переходного процесса в корректирующем устройстве. Наибольшее возмущение корректирующего устройства появляется в виде единичного скачка при старте. Во время старта подвес гировертикали может быть или заперт, или освобожден. В обоих случаях, в момент начала выполнения гироскопом своего назначения в качестве гировертикали, может иметь место значительная ошибка.

#### 9.4. Магнитные компасы

Вследствие характера земного магнитного поля и особенностей движения, совершаемого снарядом в полете, оказывается необходимым предусмотреть некоторую систему стабилизации магнитного компаса. Напомним (см. гл. 3), что в высоких широтах вертикальная составляющая магнитной силы больше горизонтальной, которая используется для измерения направлений. Обычные самолеты при изменении курса выполняют так называемый координированный разворот, т. е. поворот обязательно сопровождается креном. Если картушка магнитного компаса не остается горизонтальной при повороте, то курс, указываемый компасом, зависит как от горизонтальной, так и от вертикальной составляющей магнитной силы в соответствии с углом крена. Во многих случаях магнитный компас показывает неправильно даже направление поворота.



Существуют два широко распространенных типа авиационных магнитных компасов: гиромагнитный компас и гиростабилизированный компас. Гиромагнитный компас состоит из гироскопа, корректируемого магнитным компасом. Гиростабилизированный магнитный компас состоит из магнитного компаса, стабилизированного при помощи гировертикали.

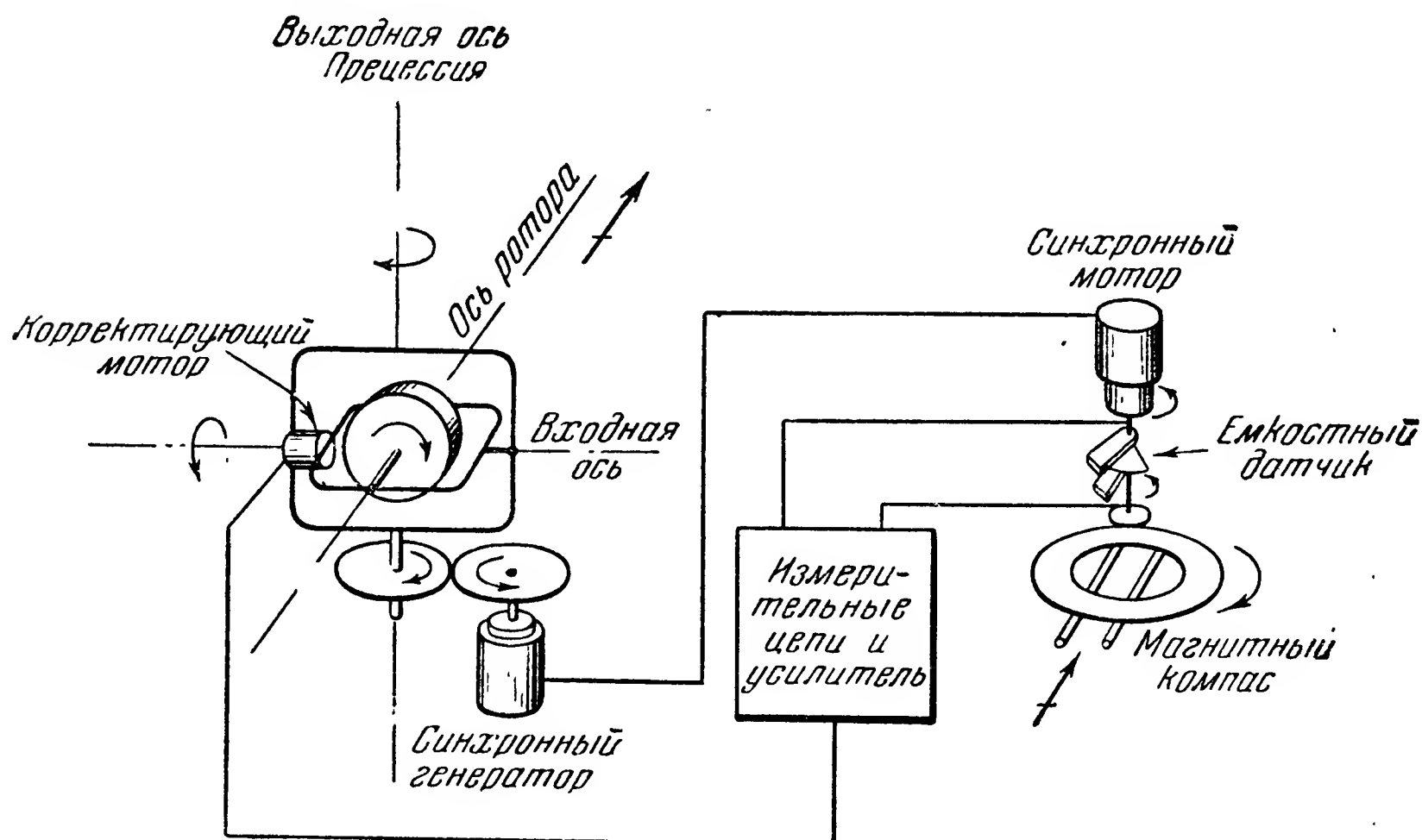


Рис. 9.5. Принцип действия гиромагнитного компаса.

На рис. 9.5 показан принцип действия гиромагнитного компаса. На практике применяется много конструкций этого прибора; показанная на рис. 9.5 выбрана исключительно из соображений наглядности. Назначение гироскопа в гиромагнитном компасе состоит в интегрировании колебаний катушки магнитного компаса, чтобы таким образом поддерживать устойчивое показание курса. Приведенная на рисунке система состоит из магнитного компаса с подходящим датчиком в качестве элемента, чувствительного к направлению, но подверженного возмущениям, гироскопа и следящей системы, замыкающей контур и измеряющей рассогласование между гироскопом и магнитным компасом.

Предположим, что компас в целом поворачивается в направлении, указанном стрелкой. Тогда нижняя часть емкостного датчика, связанная с катушкой магнитного компаса, поворачивается относительно верхних частей датчика, которые смонтированы на валу синхронного мотора следящей системы. Емкостный датчик изображен здесь в виде пластинчатого переменного конденсатора. Величина и направление рассогласования измеряются, в результате чего корректирующий мотор гироскопа развивает соответствующий момент. Этот момент заставляет гироскоп прецессировать вокруг его выход-

ной оси и при этом поворачивать ротор синхронного генератора. Синхронный мотор повторяет движение генератора и возвращает верхнюю часть конденсатора в нейтральное положение, т. е. отрабатывает первоначальное значение рассогласования.

Гиростабилизированный магнитный компас имеет чувствительный магнитный элемент, стабилизированный гировертикалью. В индукционном компасе, который относится к типу гиростабилизированного, отсчет направления вырабатывается земным индуктором. Чувствительный элемент состоит из установленных по треугольнику сердечников с двумя обмотками. Первичная обмотка возбуждается переменным током, насыщающим сердечник. Между первичной и вторичной обмоткой возникает индукция; вторичные обмотки соединены звездой и сбалансированы так, что напряжение на выходе этих обмоток может быть вызвано только земным магнитным полем. Выходное напряжение каждой из вторичных обмоток определяется углом, который ее сердечник образует с магнитным меридианом. Благодаря расположению сердечников по треугольнику для каждого курса существует только одна комбинация этих напряжений.

### 9.5. Механические системы с одной степенью свободы

Если положение системы в каждый момент времени может быть вполне определено одним числом, говорят, что система имеет одну степень свободы. Классический пример системы с одной степенью свободы есть груз, подвешенный на пружине таким образом, что он может перемещаться только вдоль оси пружины. На рис. 9.6 показана система с одной степенью свободы, состоящая из массы  $m$ , подвешенной на пружине с жесткостью  $k$ . Между массой и неподвижным основанием, к которому она подвешена, помещен демпфер. Демпфер, символизирующий наличие в системе вязкого трения, не нагружает массу никакой силой, пока она находится в покое, но при движении на массу начинает действовать демпфирующая сила, пропорциональная скорости и направленная против движения. Выра-

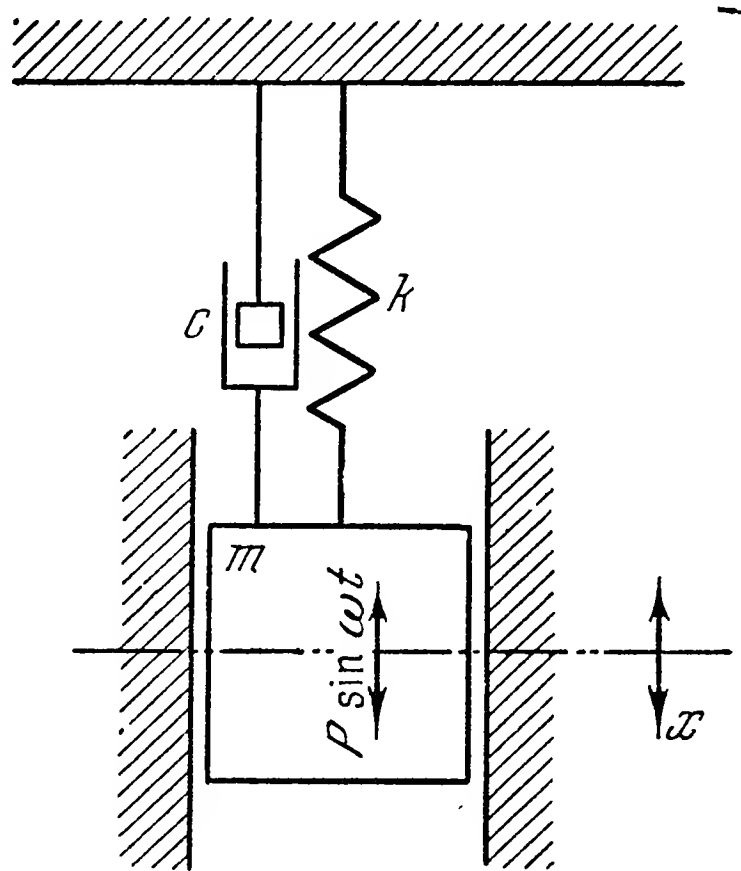


Рис. 9.6. Поступательно движущаяся система с одной степенью свободы.

жение для демпфирующей силы может быть написано в виде  $c \frac{dx}{dt}$ , где  $c$  — постоянная затухания или коэффициент вязкого трения.

Пусть на массу действует сила  $P \sin \omega t$ . Тогда из второго закона Ньютона мы можем получить дифференциальное уравнение движения системы с одной степенью свободы, соответствующей изменению координаты  $x$ , означающей расстояние между мгновенным положением движущейся массы и ее положением равновесия. Это дифференциальное уравнение имеет вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = P \sin \omega t. \quad (9.5)$$

Пусть у системы, изображенной на рис. 9.6, отключен демпфер. Если теперь оттянуть массу книзу, а затем отпустить, то система начнет колебаться относительно положения равновесия. Частота этого колебания  $f_n$  называется собственной частотой системы; она определяется соотношениями

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\omega_n}{2\pi}, \quad (9.6)$$

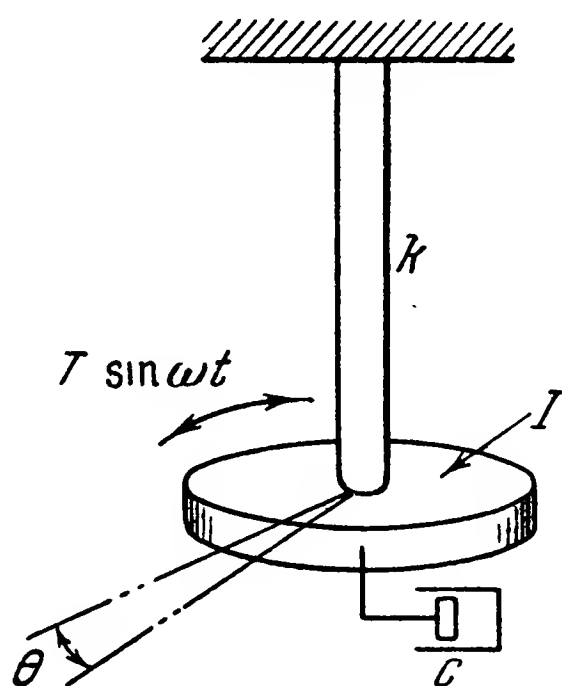


Рис. 9.7. Вращательно движущаяся система с одной степенью свободы.

где  $T$  — период колебания, а  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  — собственная угловая частота.

Поставим демпфер снова на место и посмотрим, что произойдет, если менять значение постоянной затухания. Если постоянная затухания очень велика, то после отклонения масса будет приближаться к своему положению равновесия крайне медленно. Если, напротив, затухание очень мало, масса будет колебаться относительно положения равновесия, причем амплитуда колебания будет уменьшаться. Затухание, которое дает наиболее быстрое асимптотическое приближение массы к положению равновесия, называется критическим; ему соответствует критическое значение  $c_c$  постоянной затухания. Критическая постоянная затухания может быть выражена так:

$$c_c = 2\sqrt{mk} = 2m\omega_n. \quad (9.7)$$

На рис. 9.7 изображена система с одной степенью свободы, совершающая вращательное колебание. В этой системе  $k$  есть жесткость подвеса на кручение,  $c$  — постоянная затухания и  $I$  — момент инерции диска, к которому приложен момент  $T \sin \omega t$ . Дифференциальное уравнение движения системы будет:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = T \sin \omega t. \quad (9.8)$$

Нетрудно показать, что собственная частота колебаний этой системы

будет

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I}}. \quad (9.9)$$

и что критическое значение постоянной затухания равно

$$c_c = 2\sqrt{Ik} = 2I\omega_n. \quad (9.10)$$

### 9.6. Акселерометр для линейных ускорений

Акселерометры широко применяются для изучения переходных процессов в движении снаряда и вообще его колебательных движений. Они применяются и как элементы системы управления и как приборы для измерения ударов и вибраций, действующих на управляющую аппаратуру. Значительный интерес представляет вопрос о том, с какой точностью акселерометр воспроизводит вход во время переходных процессов, сопровождающих движение снаряда, или при его колебательном движении.

Линейный акселерометр изображен на рис. 9.8. Корпус прибора укреплен на снаряде, а движение массы  $m$  относительно корпуса используется для определения движения снаряда в направлении оси прибора. Линейный акселерометр представляет собой механическую систему с одной степенью свободы. Движение снаряда, а вместе с ним корпуса прибора есть его вход относительно неподвижной системы отсчета, определяемый координатой  $x_i$ ; пусть положение массы акселерометра относительно неподвижной системы определяется координатой  $z$ ; движение массы относительно корпуса есть выход акселерометра; обозначим поэтому координату массы относительно корпуса через  $x_0$ ; итак,  $x_0 = z - x_i$ .

Из рис. 9.8 видно, что дифференциальное уравнение движения массы  $m$  есть

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + c \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dx_i}{dt} \right) + k(z - x_i) = 0. \quad (9.11)$$

Заменяя  $z$  на  $x_0$ , получим:

$$\frac{d^2 x_0}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dx_0}{dt} + \frac{k}{m} x_0 = - \frac{d^2 x_i}{dt^2}, \quad (9.12)$$

где  $c$  — постоянная затухания системы.

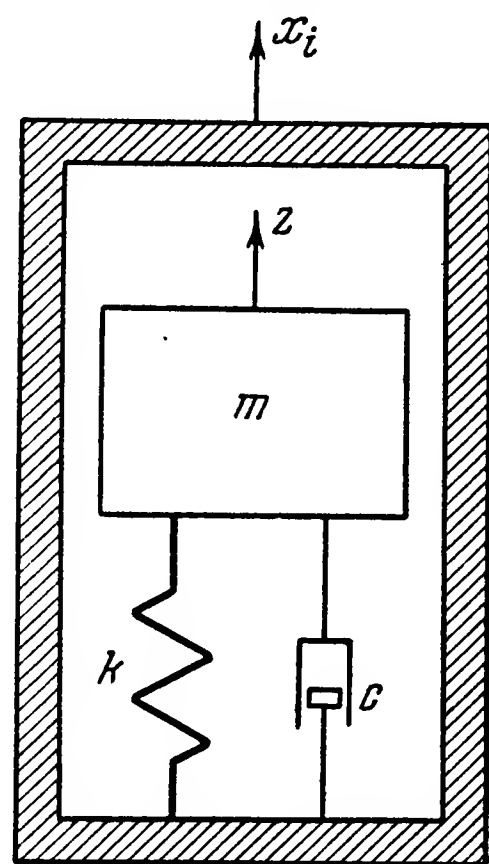


Рис. 9.8. Акселерометр для линейных ускорений, как система с одной степенью свободы.

Отношение постоянной затухания  $c$  к ее критическому значению  $c_c$  называется коэффициентом затухания и обозначается через  $\zeta$ . Для  $\zeta$  имеем выражение

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}. \quad (9.13)$$

Так как собственная частота системы по (9.6) имеет выражение

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (9.14)$$

то после подстановки вместо (9.12) получим:

$$\frac{d^2x_0}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dx_0}{dt} + \omega_n^2 x_0 = -\frac{d^2x_i}{dt^2}. \quad (9.15)$$

Движение снаряда  $x_i = x_i(t)$  есть вход акселерометра, а движение его груза относительно корпуса  $x_0 = x_0(t)$  есть выход акселерометра. Написав уравнение (9.15) в операторной форме, получаем передаточную функцию акселерометра

$$\frac{\text{Выход}}{\text{Вход}} = \frac{x_0}{x_i}(s) = -\frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (9.16)$$

Для установившегося режима  $s = j\omega$ , где  $\omega$  — постоянная частота входа.

Пусть в частном случае жесткость пружины и коэффициент затухания — постоянные величины. Для этого случая на рис. 9.9 приведены логарифмические частотные характеристики при различных значениях коэффициента затухания. Из рис. 9.9, а мы видим, что если частота на входе ниже собственной частоты акселерометра, то отклик линейного акселерометра уменьшается при уменьшении частоты; соответствующий асимптотический отрезок имеет наклон  $-2$ . Если частота на входе выше собственной частоты акселерометра, наклон асимптотического отрезка есть 0. Сдвиг фазы выхода относительно входа приведен на рис. 9.9, б.

Важно напомнить, что датчики, применяемые в акселерометрах, снимают разность координат корпуса и измерительного груза. Вследствие этого, как ясно из рис. 9.9, а, акселерометр не выгоден для воспроизведения установившихся колебаний, если их частота ниже его собственной частоты. В этом случае измерительная масса последнего следует за корпусом прибора, и выходной сигнал может оказаться ниже уровня шумов системы.

Передаточная функция при ускорении в качестве входа будет:

$$\frac{x_0}{\ddot{x}_i}(s) = -\frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (9.16a)$$

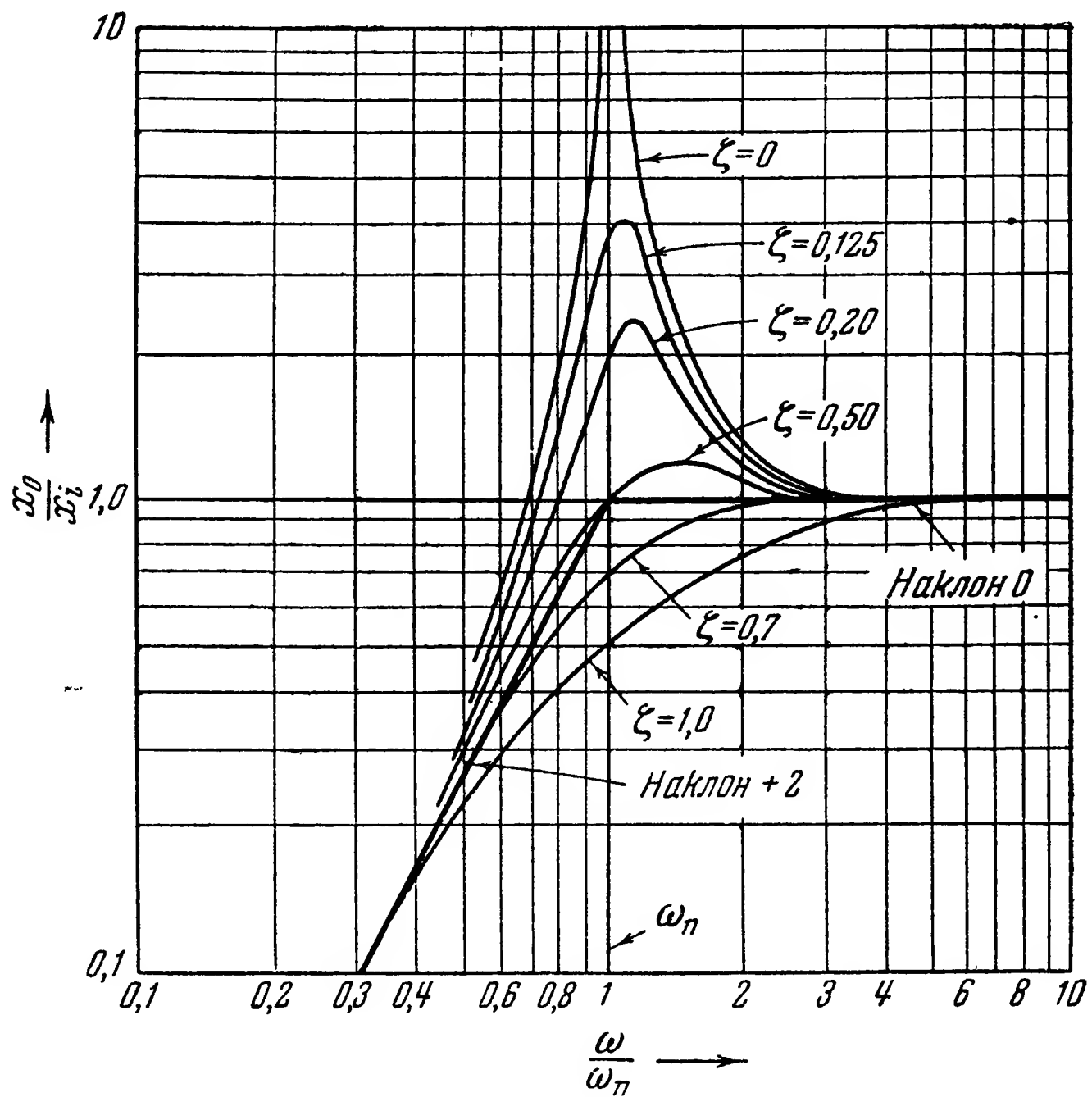


Рис. 9.9, а. Амплитудная характеристика акселерометра относительно смещения.

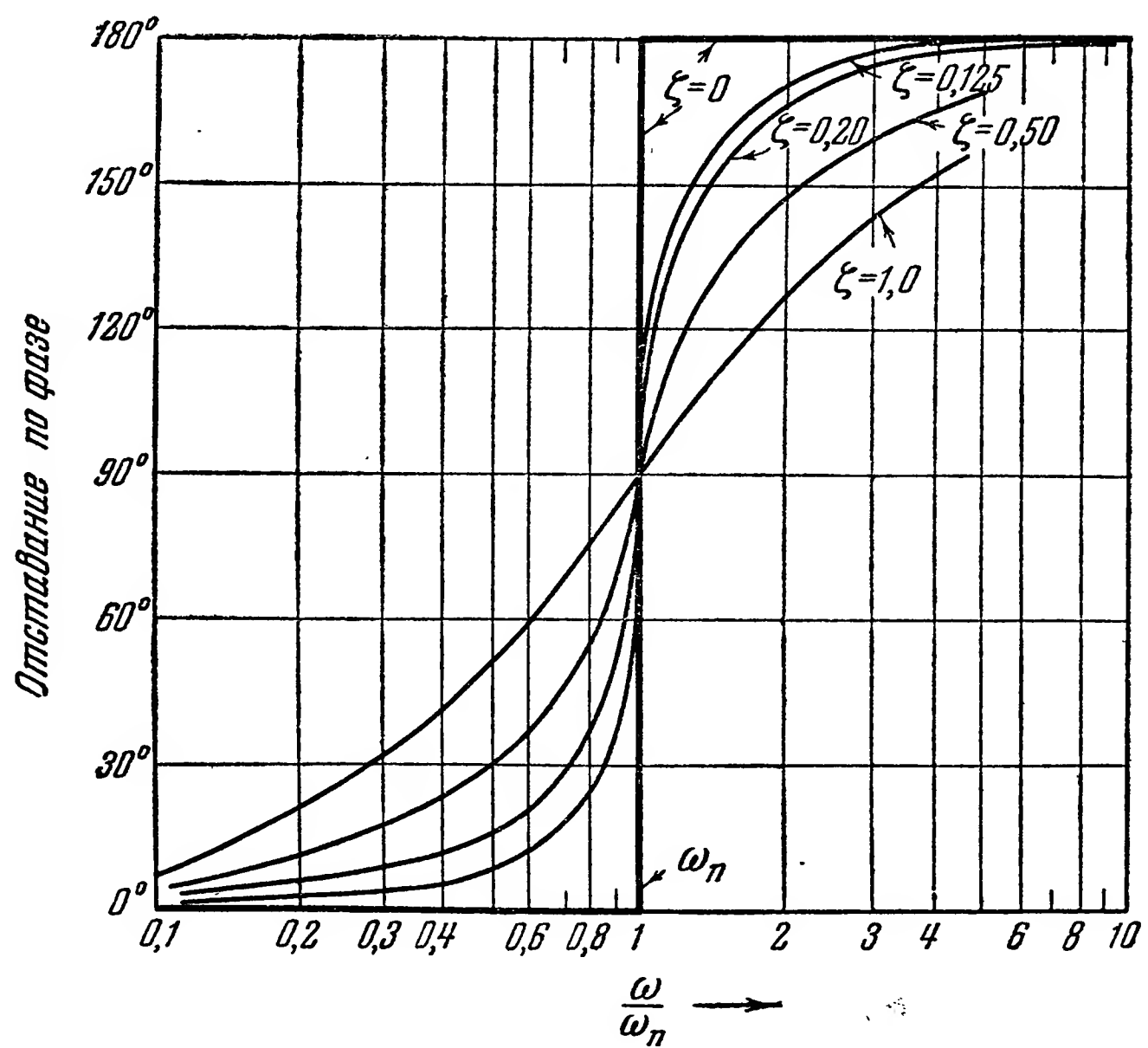


Рис. 9.9, б. Фазовая характеристика акселерометра относительно смещения.



Соответствующие амплитудно-частотные характеристики для различных значений коэффициента затухания приведены на рис. 9.9, в.

Леви и Кроль <sup>1)</sup> вычислили отклик акселерометра для трех следующих типов входа: а) импульс в виде половины синусоидальной волны,

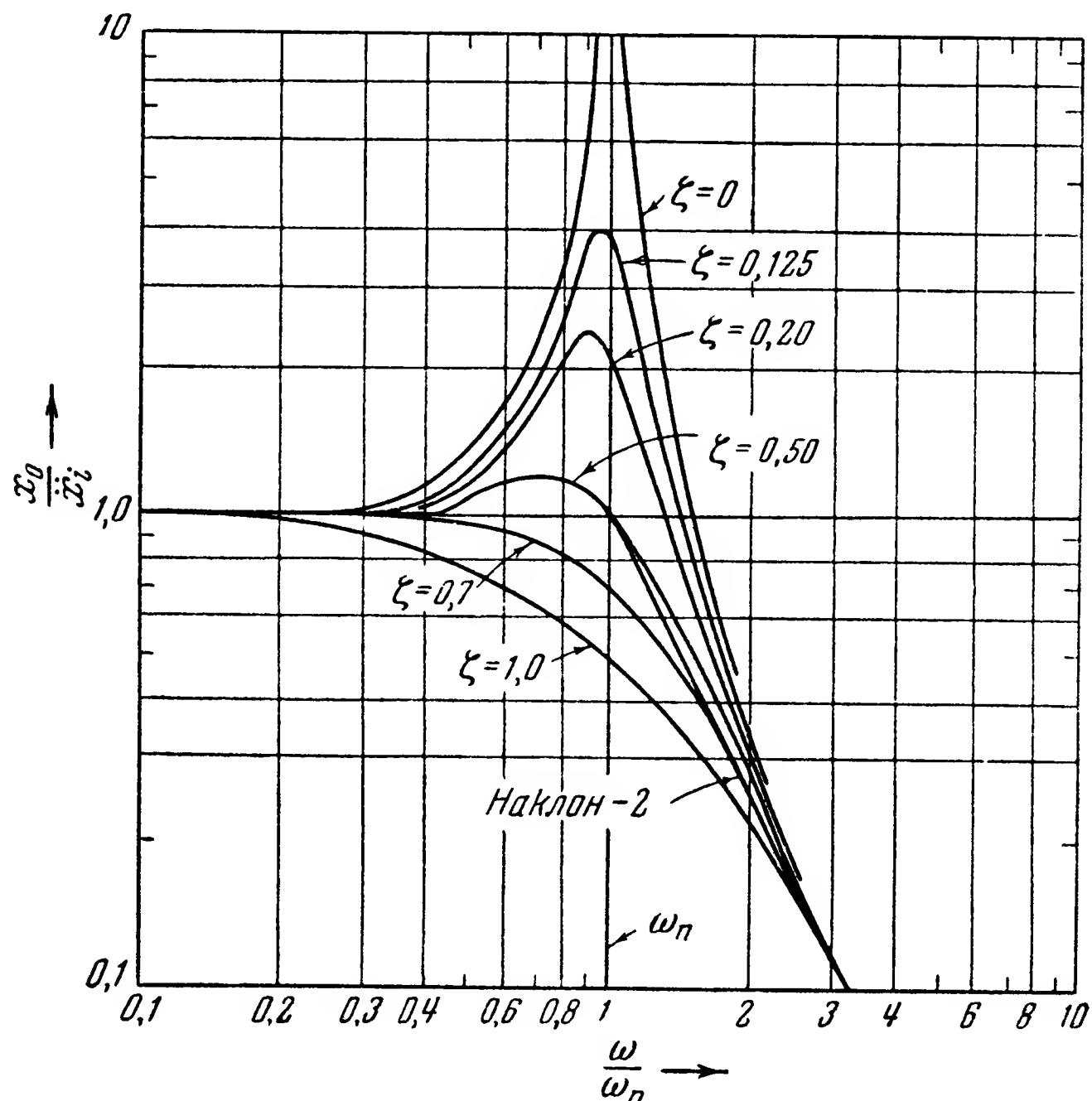


Рис. 9.9, в. Амплитудная характеристика акселерометра относительно ускорения.

б) треугольный импульс, в) квадратный импульс. На рис. 9.10, 9.11, 9.12 показаны результаты численного интегрирования. Для каждого типа входа рассматривались три различных акселерометра, имевших следующие соотношения между периодом собственного колебания и длительностью импульса: 1) собственный период почти равен длительности импульса, 2) собственный период равен одной трети длительности импульса, 3) собственный период равен одной пятой длительности импульса. В каждом из этих случаев коэффициент затухания имел четыре значения:  $\zeta = 0; 0,4; 0,7$  и  $1,0$ .

<sup>1)</sup> L e v y Samuel and K r o l l Wilhelmina D., Response of Accelerometers to Transient Accelerations, Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol. 45, № 4, October 1950, Research Paper 2138. Рисунки 9.10, 9.11 и 9.12 взяты из этой работы.

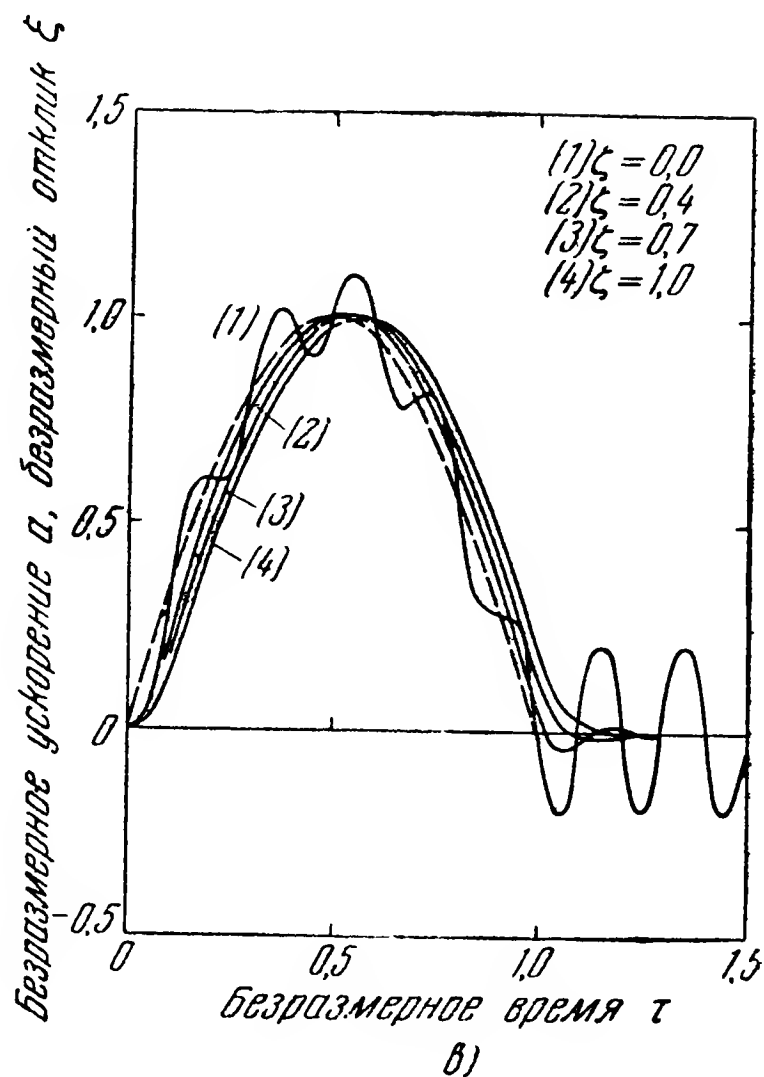
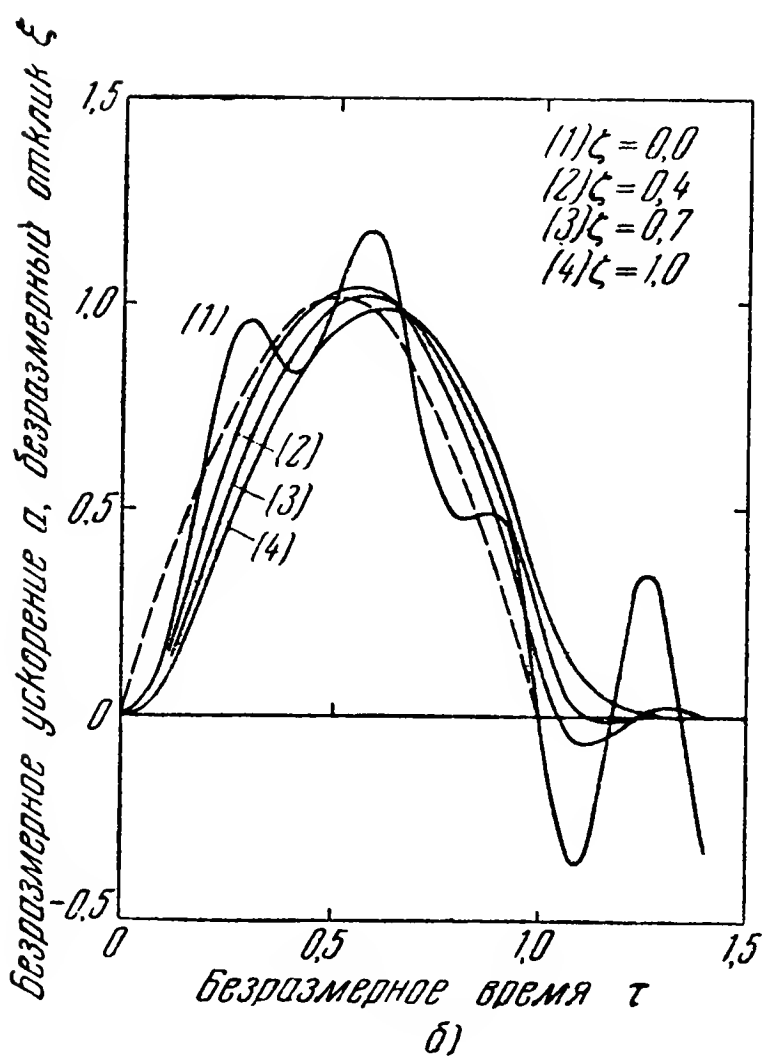
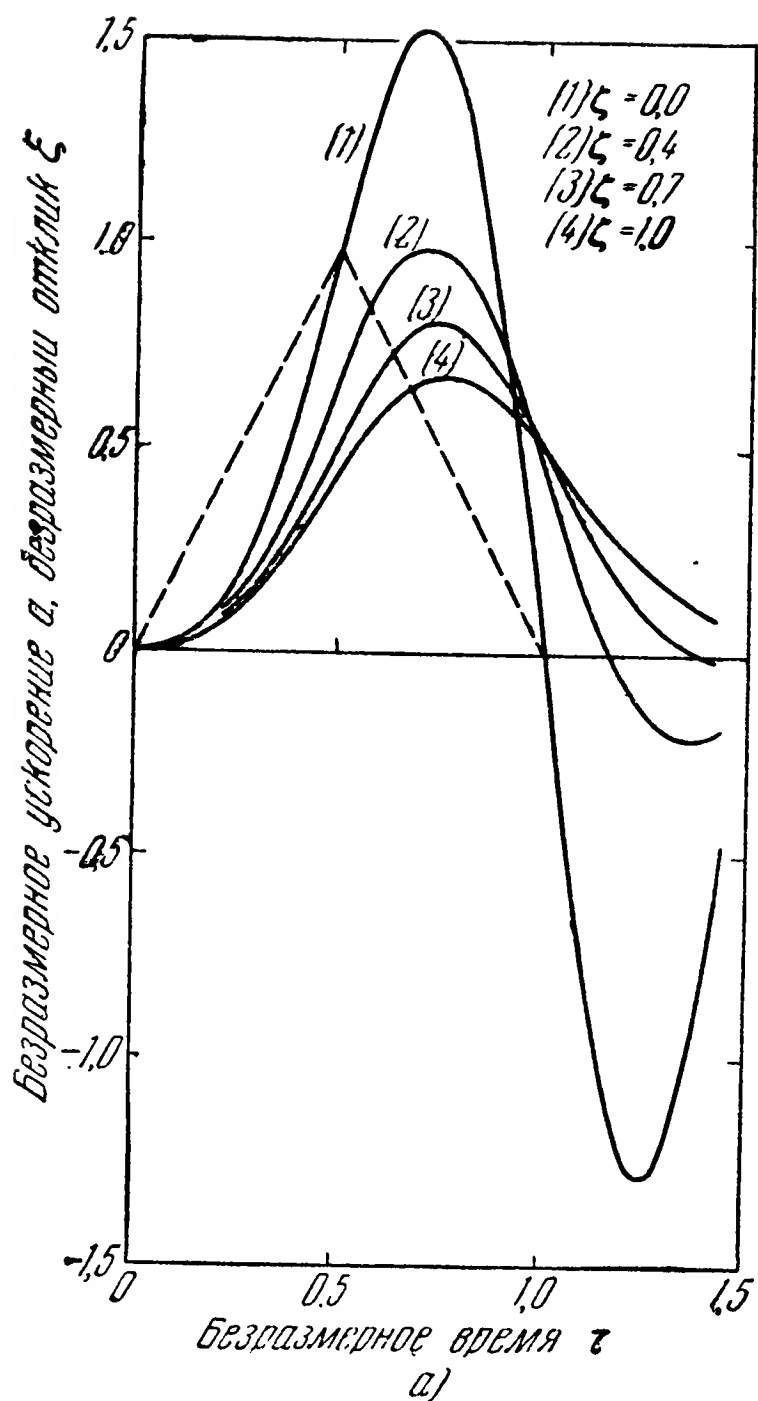


Рис. 9.10. Отклик акселерометра на импульс в форме половины синусоидальной волны. Собственный период акселерометра равен а) 1,014; б) 0,338; в) 0,203 длительности импульса.

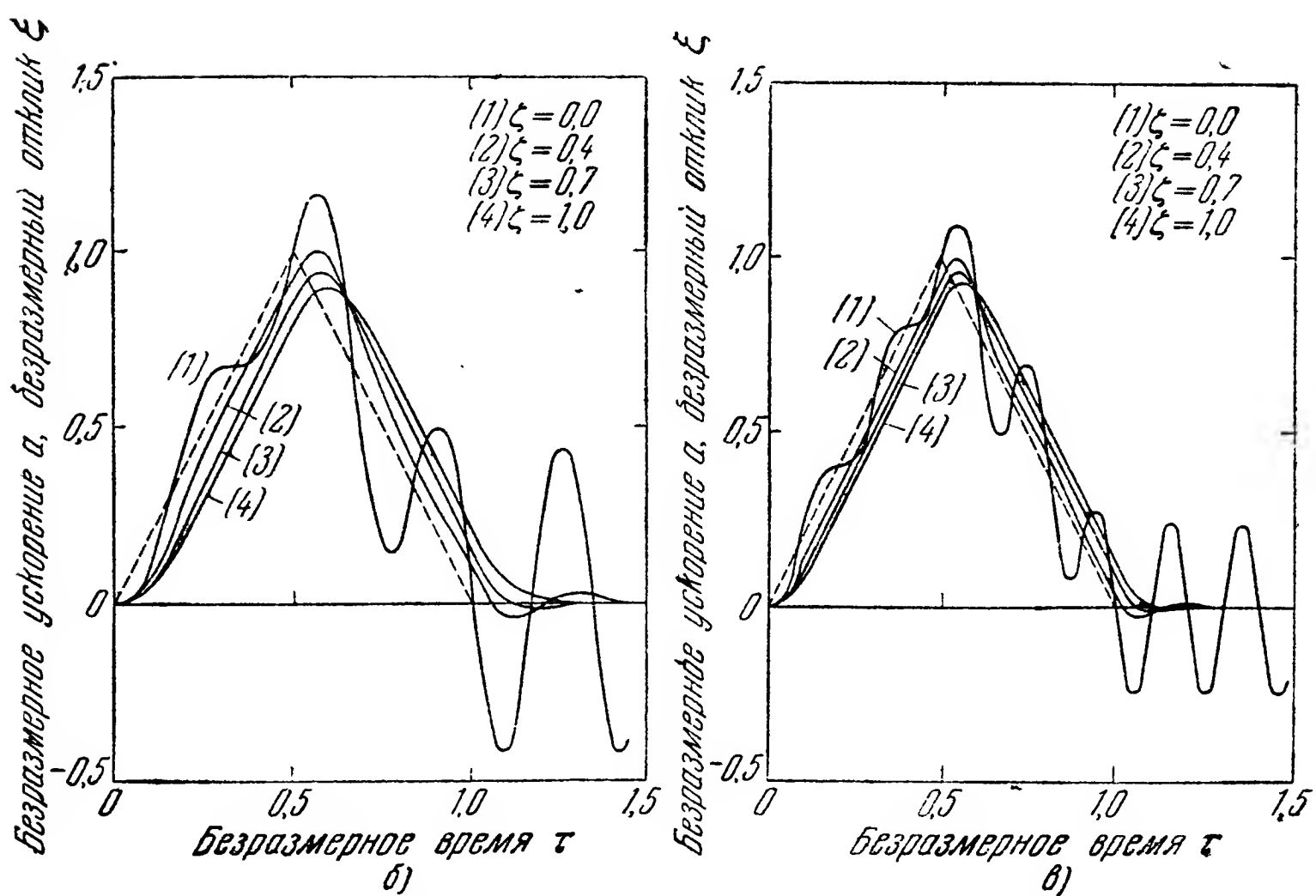
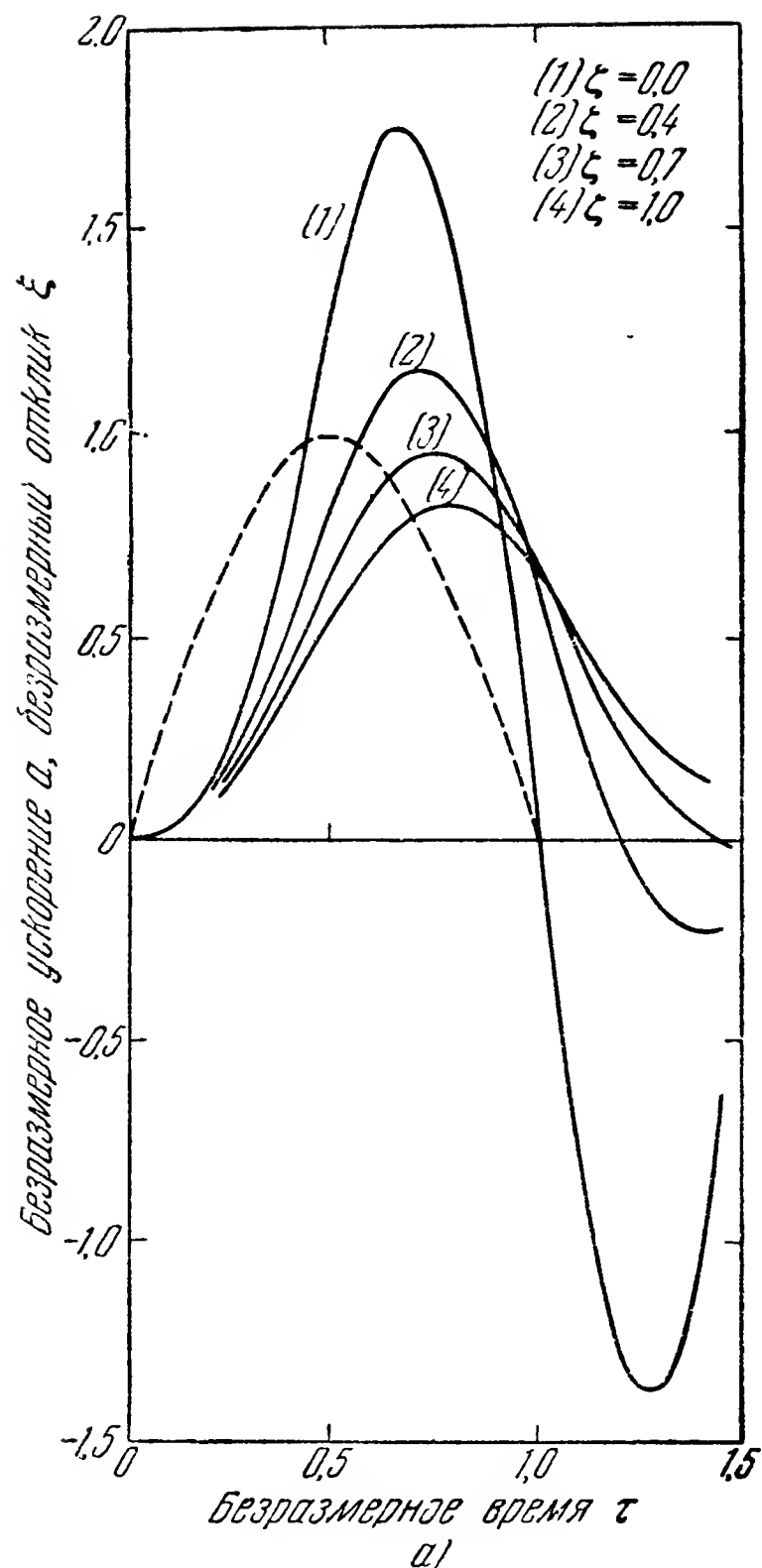


Рис. 9.11. Отклик акселерометра на треугольный импульс. Собственный период акселерометра равен а) 1,014; б) 0,338; в) 0,203 длительности импульса.

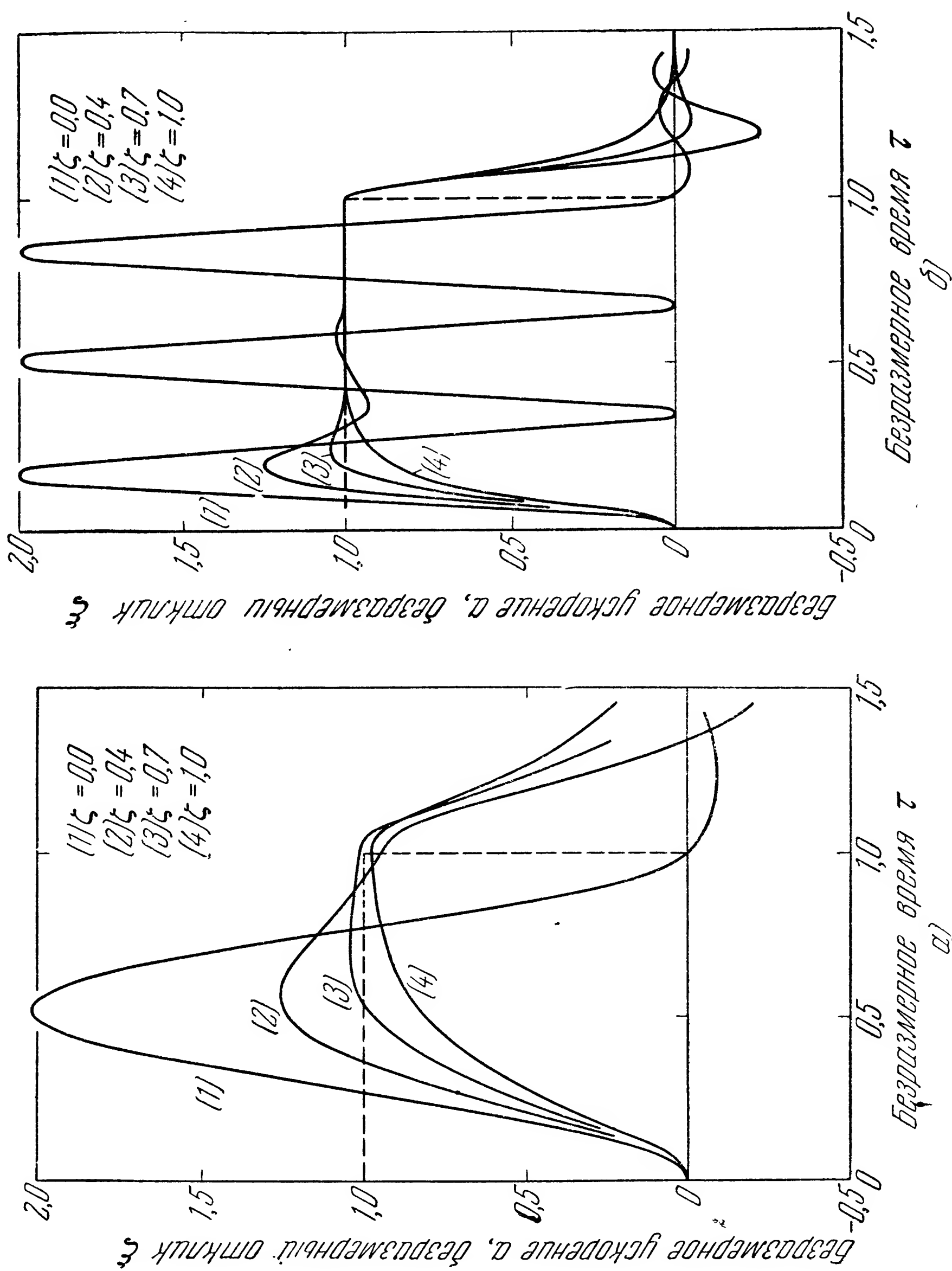


Рис. 9.12. Отклик акселерометра на квадратный импульс. Собственный период акселерометра равен а) 1,014, б) 0,338 длительности импульса.

Для построения графиков использованы следующие безразмерные величины:

$$\left. \begin{aligned} a &= \left( \frac{d^2 x_i}{dt^2} \right) : \left( \frac{d^2 x_i}{dt^2} \right)_{\max}, \\ \xi &= \left( -\frac{kx}{m} \right) : \left( \frac{d^2 x_i}{dt^2} \right)_{\max}, \\ \tau &= \frac{t}{T_p}, \end{aligned} \right\} \quad (9.17)$$

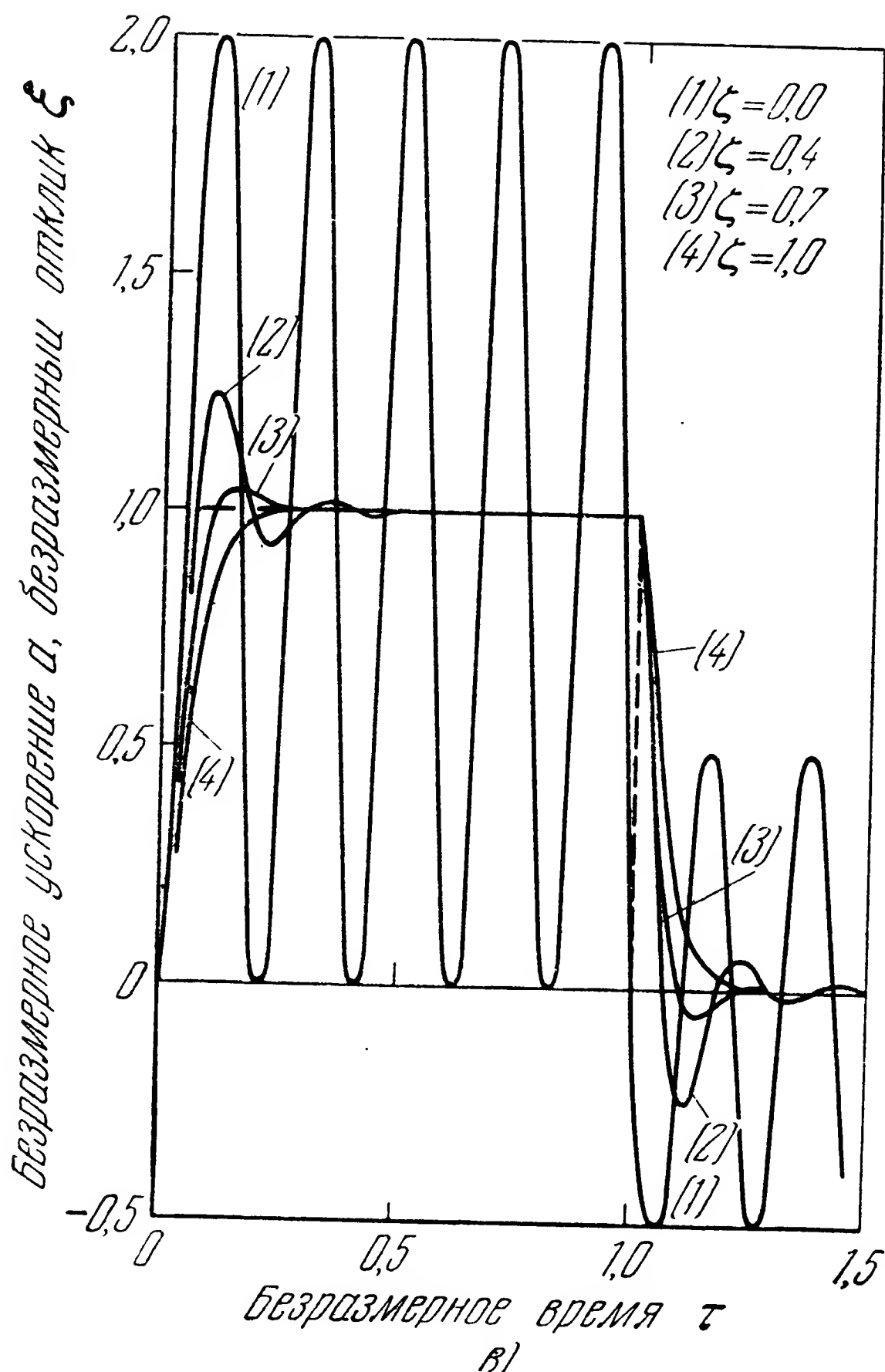


Рис. 9.12, в. Отклик акселерометра на квадратный импульс. Собственный период акселерометра равен 0,203 длительности импульса.

где  $T_p$  — длительность импульса ускорения, подлежащего измерению,  $\tau$  — отношение времени к длительности импульса (безразмерное)

время),  $a$  — безразмерное ускорение,  $\xi$  — безразмерный отклик, а все остальные обозначения оставлены прежними.

Из рассмотрения этих графиков становится очевидным, что ни один из рассмотренных акселерометров не дает совпадения кривой безразмерного отклика  $\xi$  с кривой безразмерного ускорения  $a$ . Во многих случаях совпадение могло бы заметно улучшиться, если бы кривые отклика были немного смещены влево. Из этих немногочисленных примеров можно прийти к выводу, что наилучшая величина коэффициента затухания лежит в пределах от 0,4 до 0,7. Можно также отметить, что для получения точности выше чем 5% при импульсах синусоидальной и треугольной формы собственный период акселерометра должен быть меньше одной трети длительности импульса.

### 9.7. Акселерометр для угловых ускорений

Акселерометр для угловых ускорений есть вращательно движущаяся система с одной степенью свободы такого типа, как показано на рис. 9.7. Он употребляется для измерения вращательных колебаний и переходных процессов, происходящих относительно его входной оси. Как и в случае акселерометра для линейных ускорений, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + \frac{c}{I} \frac{d\theta_0}{dt} + \frac{k}{I} \theta_0 = -\frac{d^2\theta_i}{dt^2}, \quad (9.18)$$

где  $\theta_i$  — угловой вход,  $\theta_0$  — угловой выход.

В этом случае коэффициент затухания есть

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{Ik}}. \quad (9.19)$$

Воспользовавшись (9.9) и (9.19), из (9.18) получаем.

$$\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2 \theta = -\frac{d^2\theta_i}{dt^2}. \quad (9.20)$$

Написав (9.20) в операторной форме, получаем передаточную функцию в виде

$$\frac{\text{Выход}}{\text{Вход}} = \frac{\theta_0}{\theta_i}(s) = -\frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (9.21)$$

что совершенно совпадает со случаем акселерометра для линейных ускорений.

### 9.8. Прецессионные гироскопы

Прецессионные гироскопы благодаря своему малому размеру и удобству применения при решении разнообразных задач, вероятно, являются наиболее распространенными приборами для измерения элементов движения, а также для выполнения вычислений, в которые



входят производные, как это бывает при управлении огнем и снарядами. Поэтому необходимо знать их частотные характеристики и полосу частот, внутри которой их отклик можно считать пропорциональным входному сигналу. Частотная характеристика и чувствительность являются главными характеристиками, на которых основывается выбор прецессионного гироскопа для решения какой-нибудь определенной задачи.

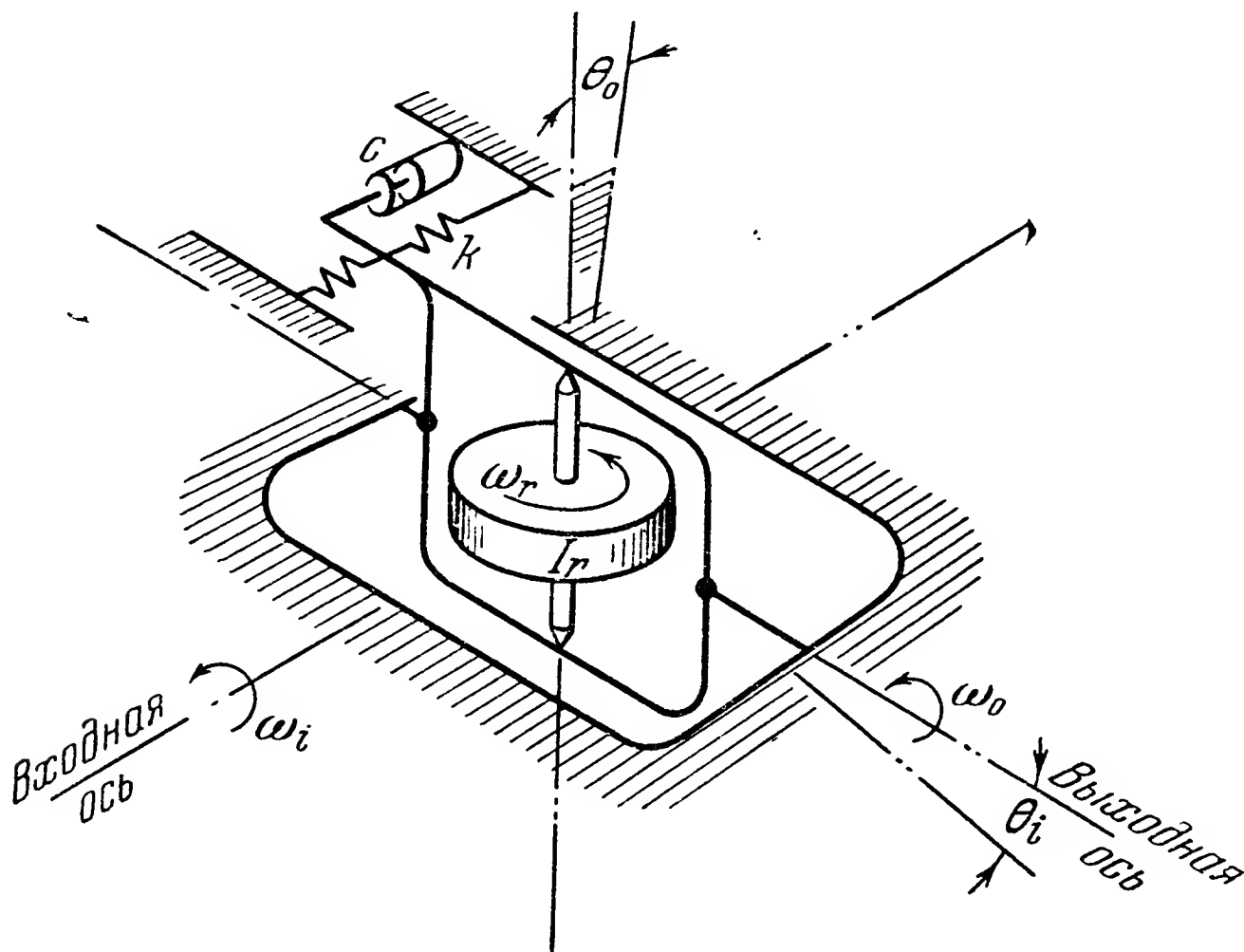


Рис. 9.13. Принцип действия прецессионного гироскопа.

Назначением прецессионного гироскопа является выдача выходного сигнала, пропорционального угловой скорости вращения прибора относительно его входной оси. На рис. 9.13 приведена схема прецессионного гироскопа.

Прецессионный гироскоп как механическая система обладает двумя степенями свободы. Однако если рассматривать собственное вращение ротора как заданное и совершающееся с постоянной угловой скоростью, то движение прибора относительно оси выхода определяется одним дифференциальным уравнением. Так как поворот гироскопа относительно оси выхода ограничен конструкцией прибора, угол поворота можно считать малым; тогда уравнение, описывающее движение гироскопа относительно оси выхода, будет:

$$I_g \frac{d^2\theta_0}{dt^2} + c \frac{d\theta_0}{dt} + k\theta_0 = H\omega_i \cos \theta_0 - I_g \frac{d\omega_0}{dt} + M_c + M_i + M_u, \quad (9.22)$$

где

$\theta_0$  — угол поворота подвеса вокруг оси выхода относительно корпуса прибора;

$\theta_i$  — угол поворота корпуса прибора относительно входной оси;

- $I_g$  — момент инерции ротора вместе с кольцом относительно оси выхода;  
 $c$  — постоянная затухания;  
 $k$  — жесткость пружины;  
 $\omega_i$  — входная угловая скорость;  
 $\omega_{0A}$  — угловая скорость относительно выходной оси;  
 $H$  — кинетический момент ротора;  
 $M_c$  — корректирующий момент, действующий относительно оси выхода (такой, как от несбалансированного груза);  
 $M_i$  — момент относительно оси выхода, вносимый измерительными устройствами;  
 $M_u$  — момент относительно оси выхода, вносимый различными причинами (такими, как сухое трение, и т. п.).

Мы сделаем перечисленные ниже упрощающие предположения:

а) Максимальный угол отклонения относительно выходной оси конструктивно ограничен углом  $2^\circ$ , чтобы не наблюдалось дополнительной ошибки, вызываемой этим отклонением. В этом случае  $\cos \theta_0 = 0,9994$ . Поэтому полагаем  $\cos \theta_0 = 1$ .

б) В хорошо спроектированных гироскопах моменты  $M_c$ ,  $M_i$ ,  $M_u$  — малы. Поэтому ими можно пренебречь, по крайней мере, для приближенного исследования, выполняемого в этой главе.

в) Величиной  $\omega_{0A}$  можно пренебречь.

При этих предположениях уравнение (9.22) принимает вид

$$\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + \frac{c}{I_g} \frac{d\theta_0}{dt} + \frac{k}{I_g} \theta_0 = \frac{H}{I_g} \omega_i. \quad (9.23)$$

Собственная частота прибора, очевидно, есть

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I_g}}; \quad (9.24)$$

коэффициент затухания определяется так:

$$\zeta = \frac{c}{2 \sqrt{k I_g}}. \quad (9.25)$$

Поэтому вместо (9.23) можем написать:

$$\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta_0}{dt} + \omega_n^2 \theta_0 = \frac{H}{I_g} \frac{d\theta_i}{dt}. \quad (9.26)$$

Передаточная функция прецессионного гироскопа при введенных выше предположениях имеет вид

$$\frac{\theta_0}{\theta_i}(s) = \frac{s \frac{H}{I_g}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (9.27)$$

На рис. 9.14, а показана зависимость между  $\frac{\theta_0}{\theta_i}$  и частотой, нормированной на собственную частоту гироскопа, в случае установившихся колебаний. Мы видим, что асимптотические отрезки семейства

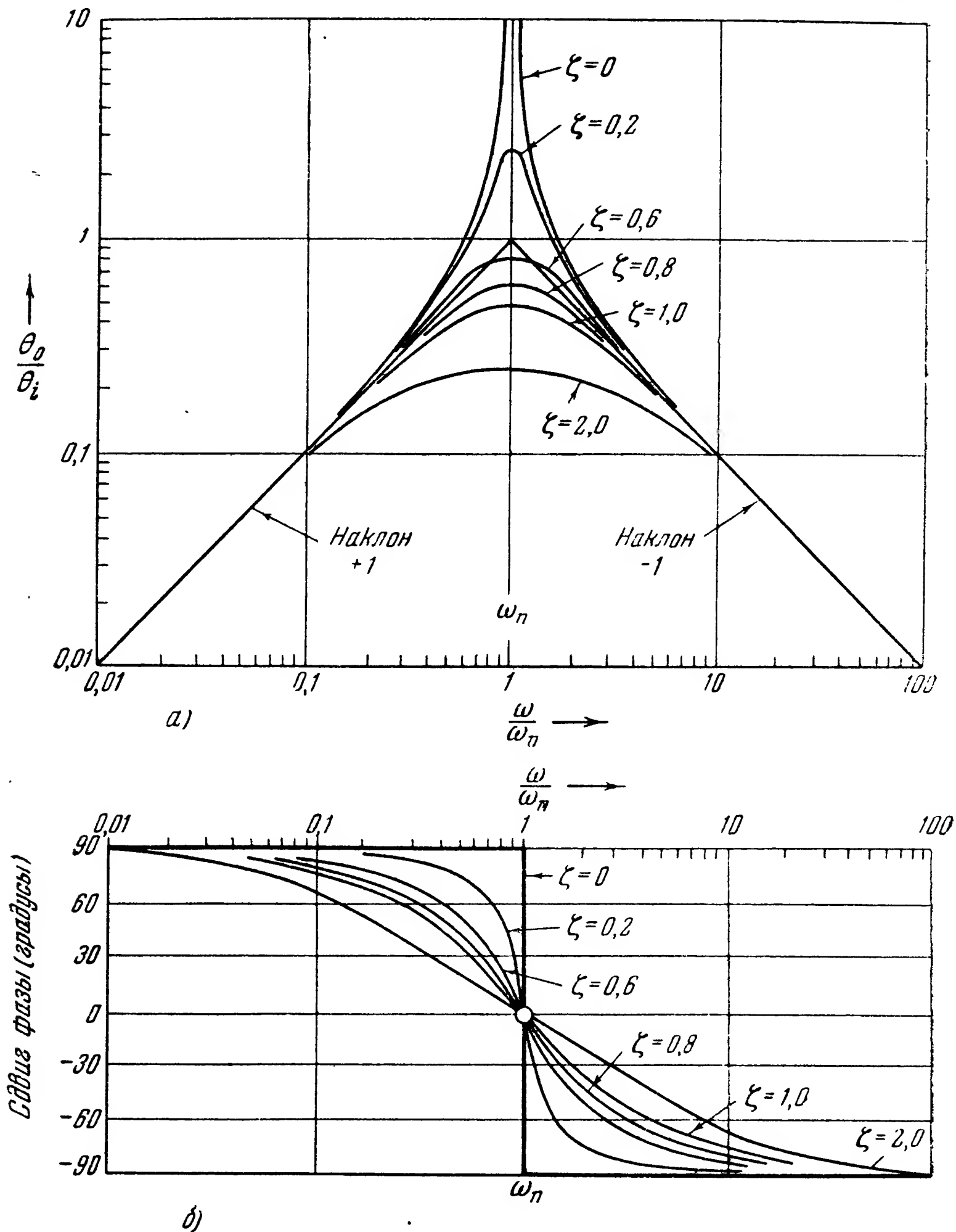


Рис. 9.14. Зависимость а)  $\frac{\theta_0}{\theta_i}$  и б) фазы от частоты для прецессионного гироскопа.

частотных характеристик имеют наклон  $+1$  при частоте, меньшей чем собственная, и  $-1$  при частоте, большей чем собственная. Соответствующий сдвиг фазы выхода относительно входа приведен на рис. 9.14, б.

### 9.9. Применение устройств, измеряющих элементы движения

Приборы, измеряющие элементы движения, имеют две главные области применения: 1) в автопилотах, стабилизирующих полет снаряда; 2) для получения сведений о движении снаряда, а также об ударах и вибрациях его корпуса в различные моменты полета.

Назначение автопилота на управляемом снаряде состоит в том, чтобы преобразовать управляющую команду в движение снаряда при помощи отклонения органов управления. На рис. 9.15 показана упрощенная блок-схема системы управления снарядом, включая

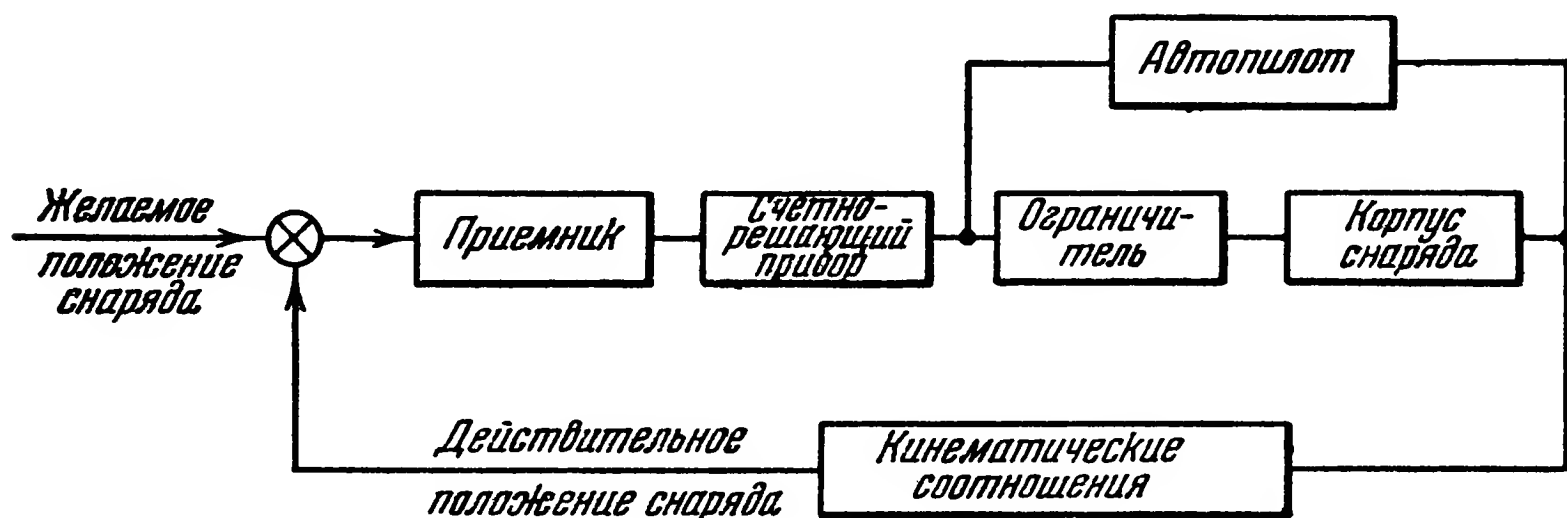


Рис. 9.15. Упрощенная блок-схема системы управления.

и автопилот. Если существует рассогласование между действительным и потребным положением снаряда, задаваемым системой управления, приемник на снаряде получает входную команду, которая требует создания корректирующего ускорения («команда» как некоторый сигнал в приемнике может быть получена в результате ошибки наведения по лучу, самонаведения и т. п.). Выход приемника попадает в счетно-решающий прибор, который переводит командный сигнал в сигнал управления снарядом. Этот последний передается ограничителю, который имеет двойное назначение: 1) устранить возможность появления таких ускорений, которые могли бы вызвать разрушение корпуса снаряда; 2) предупредить выход снаряда на такие углы атаки (угол атаки есть угол между продольной осью снаряда и направлением движения<sup>1)</sup>), которые могли бы нарушить устойчивость снаряда.

Поясним вкратце необходимость ограничителя. На малых высотах определенной команде соответствует определенное ускорение. Величина ускорения, которую снаряд может выдержать, определяется его прочностью, т. е. способностью противостоять аэродинамическим нагрузкам. Входной сигнал ошибки может быть очень велик, особенно при переходном процессе после старта. Если для

<sup>1)</sup> Если хорда крыла параллельна оси снаряда. (Прим. перев.)

управления будет использована вся управляющая команда, ускорение, соответствующее ей на малых высотах, может разрушить снаряд. С увеличением высоты отклик снаряда на команду сильно уменьшается благодаря уменьшению плотности воздуха. Если ускорение снаряда будет значительным на больших высотах, снаряд может выйти на углы атаки, на которых он становится неустойчивым, а управление — неэффективным. Таким образом, отклик снаряда на больших высотах следует ограничить, исходя из условий устойчивости снаряда.

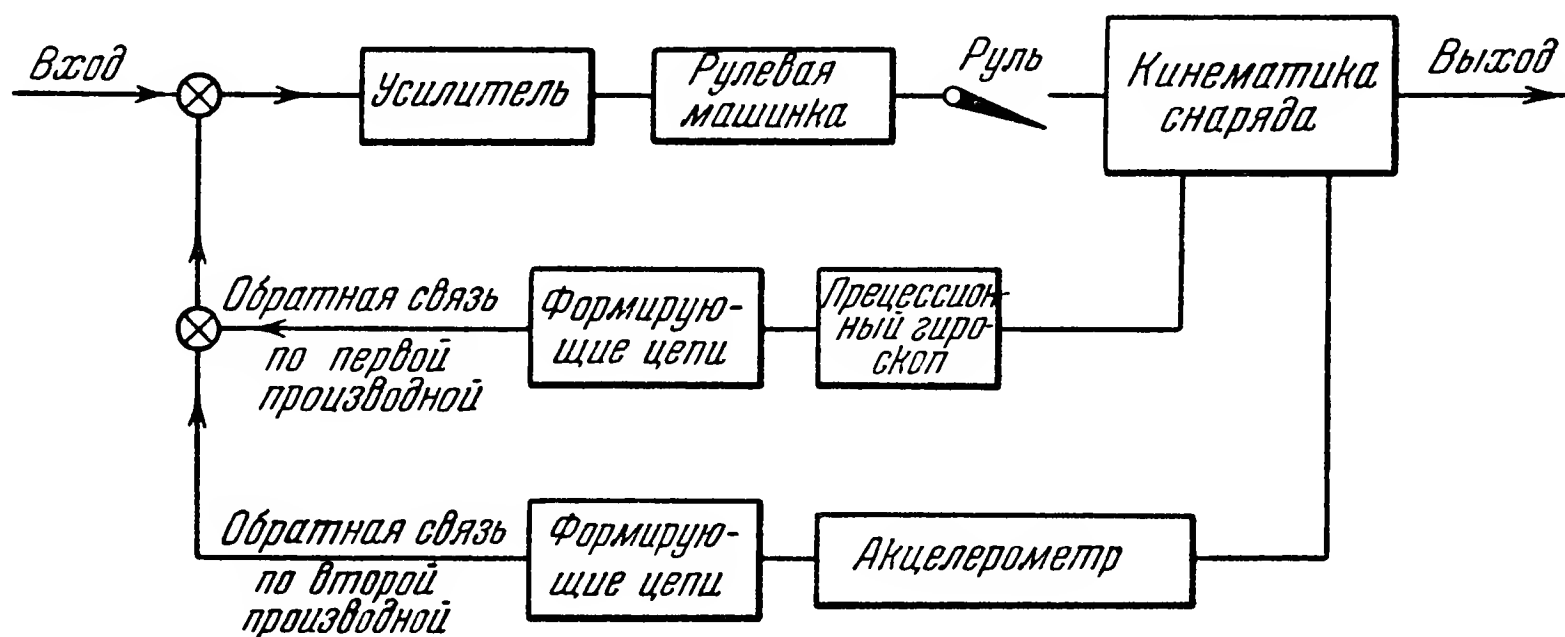


Рис. 9.16. Упрощенная блок-схема автопилота.

Эта задача может быть решена многими способами. Можно измерять угол атаки при помощи специальных насадков, флюгарок и т. п. и при их помощи ограничивать команды, поступающие на автопилот. Можно измерять плотность окружающего воздуха и скорость снаряда и результат измерения использовать для ослабления входного сигнала автопилота. Приборы для этих последних измерений также относятся к устройствам, измеряющим элементы движения, но крайнее разнообразие их типов делает невозможным рассмотрение их в настоящей книге.

На рис. 9.16 приведена упрощенная блок-схема автопилота для снаряда; на ней показано применение прецессионных гироскопов и акцелерометров в обратной связи автопилота. Способ применения этих приборов зависит от передаточной функции самого снаряда.

Акцелерометры используются при летных испытаниях снарядов для измерения ускорений, вибраций и тому подобных колебательных явлений. Результаты этих измерений используются для выработки методов контрольных испытаний бортовой управляющей аппаратуры. Вибрационные характеристики снаряда очень важны с точки зрения правильной установки гироскопов на снаряде. Всегда следует произвести тщательное исследование деформаций корпуса снаряда в полете, чтобы убедиться в отсутствии влияния этих деформаций на работу системы управления. Например, если при

самонаведении существуют деформации корпуса между головкой самонаведения и гироскопами автопилота, то может появиться неустойчивость всей системы управления.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Den Hartog J. P., Mechanical Vibrations, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947.  
[Есть русский перевод: Ден Гартог Дж. П., Теория колебаний, М., 1942. (Прим. перев.)]
2. Ferry E. S., Applied Gyrodynamics, John Wiley & Sons, New York, 1932.
3. Davidson M., Ed., The Gyroscope and Its Applications, Hutchinson's Scientific and Technical Publications, London.
4. Levy S. and Kroll W. D., Response of Accelerometers to Transient Accelerations, Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol. 45, № 4, October 1950, Research Paper 2138.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

1. Булгаков Б. В., Колебания, Гостехиздат, 1954.
2. Булгаков Б. В., Прикладная теория гироскопов, Гостехиздат, 1955.
3. Граммель Р., Гироскоп, его теория и применения, т. I и II, ИЛ, 1952.
4. Крылов А. Н. и Крутков Ю. А., Общая теория гироскопов и некоторых технических их применений, Изд. АН СССР, Л., 1932.
5. Стрелков С. П., Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1951.
6. Тимошенко С. П., Теория колебаний в инженерном деле, ОНТИ, 1931.



## ГЛАВА 10

### ПОЛУЧЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a$ — амплитуда сигнала	$S$ — мощность, ватт
$A$ — площадь	$t$ — время
$B$ — полоса частот, герц	$\Delta t$ — интервал времени
$c$ — скорость распространения электромагнитных волн	$T$ — абсолютная температура
$C$ — емкость, фарада	$T_p$ — период повторения импульсов
$d$ — расстояние по прямой	$v$ — линейная скорость
$f$ — частота, герц	$V$ — электрическая разность потенциалов
$\Delta f$ — вариация	$\omega$ — мощность шумов на единицу частоты
$f(t)$ — функция времени	$X$ — расстояние по прямой
$F$ — коэффициент шумов	$y$ — вероятная ошибка
$g$ — модуляционный коэффициент усиления	$Y$ — частное значение $\omega$
$g_m$ — крутизна анодно-сеточной характеристики	$Z$ — импеданс
$G$ — выигрыш	$\alpha$ — комплексный коэффициент передачи
$G(t)$ — функция времени	$\beta$ — передаточная функция обратной связи
$h$ — высота	$\Gamma$ — коэффициент распространения
$i$ — ток	$\delta$ — задержка времени (в системе Лоран)
$j = \sqrt{-1}$	$\Delta$ — ширина (длительность) импульса
$K$ — постоянная	$e = 2,71828$
$L$ — индуктивность, генри	$\theta$ — угол
$m$ — индекс модуляции	$\lambda$ — длина волны
$n$ — порядок гармоники	$\mu$ — передаточная функция
$N$ — мощность шумов, ватт	$\xi$ — напряженность электрического поля
$p$ — поправочный коэффициент (в системе Лоран)	$\Sigma$ — вероятная ошибка
$P$ — вероятное расстояние (в системе Лоран)	
$\mathcal{L}$ — позиционная линия (в системе Лоран)	

$\tau$  — время распространения

$\varphi$  — фаза

$\psi$  — угол

$\omega$  — угловая частота,  
рад/сек.

В переводе применяются следующие сокращения:

АРУ — автоматическая регулировка усиления

ПЧ — промежуточная частота

ПУПЧ — предварительный усилитель промежуточной частоты

УПЧ — усилитель промежуточной частоты

МГ — местный гетеродин

АПЧ — автоматическая подстройка частоты

АМ — амплитудная модуляция

ЧМ — частотная модуляция

ФМ — фазовая модуляция

Поскольку снаряд всегда должен пролететь некоторое пространство, чтобы подойти к цели на расстояние, обеспечивающее ее поражение, через это пространство необходимо передавать на снаряд различные сообщения. Поэтому существенная часть системы управления предназначена для передачи сообщений о цели на стартовую или управляющую станцию и снаряд.

Правда, для выполнения своего назначения снаряд может воспользоваться некоторым полем, существующим в пространстве независимо от нас, например магнитным полем; об этом способе уже много говорилось. В настоящей главе мы будем заниматься только такими системами, которые для целей управления излучают и используют радиоволны.

Об отдельных деталях этой части системы управления написано много хороших книг, например сотни работ о мультивибраторах. Эти электронные устройства часто применяются в системах управления. В настоящей главе мы не будем повторять подробности, которые можно найти в общеизвестной специальной литературе. Наша задача состоит только в напоминании читателю хорошо известных фактов, но в такой связи, чтобы он мог лучше уяснить их роль в системах управления снарядами.

### 10.1. Типовая система связи

Мы передаем информацию или сообщения по радио при помощи модуляции того, что радиоинженеры называют «переносчиком»<sup>1)</sup>, или «несущей частотой», или просто «несущей». Поэтому нас интересует способность переносчика передавать сообщения. В некоторых системах управления, таких, как самонаведение радиолокационными средствами, существование переносчика само по себе достаточно для того, чтобы довести снаряд до цели. Однако и в таких системах может существовать «скрытая» модуляция

<sup>1)</sup> О терминологии см. Харкевич А. А., Очерки общей теории связи, М., 1955. (Прим. перев.)

несущей частоты, необходимая для того, чтобы обойти некоторые физические недостатки приемных устройств, например невозможность с достаточной точностью определить направление на источник излучения. Для увеличения этой точности можно, например, применять коническое сканирование или переключение лепестков.

Несущая волна в зависимости от ее типа и частоты может быть модулирована или по амплитуде, или по частоте при помощи множества способов. Как результат процесса модуляции, безразлично, амплитудной или частотной, появляются полосы боковых частот, которые и содержат в себе необходимое сообщение. Целью проектировщика системы управления является такой способ использования несущей и боковых частот, который бы позволял удерживать только необходимые сообщения и насколько возможно избавлял бы от всяких помех и шумов.

## 10.2. Способы передачи сообщений

Все обычные способы передачи сообщений, использующие переносчик и боковые частоты, в основном могут быть представлены как способы изменений или амплитуды, или частоты переносчика<sup>1)</sup>. Не претендуя на полноту, мы скажем, что обычно применяются три основные системы амплитудной модуляции (АМ) и две — частотной модуляции (ЧМ); кроме того, применяется комбинация этих систем; каждая из них может быть использована независимо от другой для передачи или приема двух или более различных сообщений; но их можно также использовать вместе и притом таким образом, что результат первой модуляции сам становится переносчиком и модулируется еще раз. Системы последнего типа обычно называются системами с «поднесущей» частотой.

## 10.3. Амплитудная модуляция — несущая частота и две полосы боковых частот

Классическим примером модуляции является случай, когда несущая в виде синусоидальной волны модулируется по амплитуде при помощи сигнала, которой является также синусоидальной волной. На входе детектора приемника, обладающего достаточной полосой пропускания, в этом случае возникнут три синусоидальных колебания: на несущей частоте и на двух боковых частотах, отличающихся от несущей на частоту модулирующего сигнала. Именно боковые полосы содержат в себе всю ту информацию, которая заключалась в модулирующем сигнале.

---

<sup>1)</sup> Модуляцию по частоте повторения и модуляцию по ширине импульсов, например, можно представить себе как формы частотной модуляции.

Несущая частота в этом смысле бесполезна; она нужна лишь потому, что в обычном детекторе для демодуляции необходимо присутствие несущей частоты и, по крайней мере, одной боковой полосы. В обычном амплитудном детекторе несущая частота после использования отфильтровывается, и остаются лишь передаваемые сообщения, содержащиеся в боковых полосах. Поскольку несущая частота нужна лишь в самом конце линии связи, ее часто подавляют в самом передатчике. Это приводит к совершенно иному способу передачи.

#### 10.4. Амплитудная модуляция — подавленная несущая частота, две полосы боковых частот

В предыдущем параграфе показано, что конструктор при разработке системы управления может выбрать метод подавления несущей частоты; тогда потребная мощность снижается. Однако необходимо восстановить несущую частоту у детектора, чтобы обеспечить возможность самого процесса детектирования и выделить сообщение, содержащееся в боковых полосах. Поэтому конструктор должен подать к детектору местную несущую частоту, выработанную на месте приема и представляющую собой точную копию исходной подавленной несущей частоты по форме волны, частоте и фазе. Если этого не сделать, то демодулированное сообщение будет искажено. Хорошим пояснением сказанного может служить синхронная передача на сельсинах, состоящая из генератора (датчика) и мотора (приемника). Если ротор датчика совершает колебательное движение вокруг своей оси, на статор приемника в виде сигнала будут посланы две полосы боковых частот с подавлением несущей частоты. Для того чтобы эти входные колебания были точно воспроизведены ротором приемного сельсина, необходимо подать на него точную копию несущей частоты по форме волны, частоте и фазе. Обычно это выполняют, питая датчик и приемник от одного и того же источника переменного тока.

#### 10.5. Амплитудная модуляция — одна полоса боковых частот, подавленная несущая частота

Каждая из двух боковых полос в описанных только что системах содержит в себе полностью все сообщения, которые вообще можно передать. Поэтому целесообразно рассмотреть возможность дальнейшего уменьшения мощности и сужения полосы частот путем передачи только одной боковой полосы. Если это сделано, полоса частот, необходимая для передачи всего спектра сообщения, сужается несколько больше, чем в два раза.

Этот важный факт пояснен на рис. 10.1 и 10.2. Пусть ширина сигнала будет  $\Delta f$ , пусть его центр лежит на частоте  $f_1$  и пусть

модулируется несущая частота  $f_2$ . На рис. 10.1 показан спектр сигнала, а на рис. 10.2 — спектр модулированной несущей. Из рисунков ясно, что ширина полосы, необходимой для хорошей передачи одной из боковых полос, несколько меньше половины полосы,

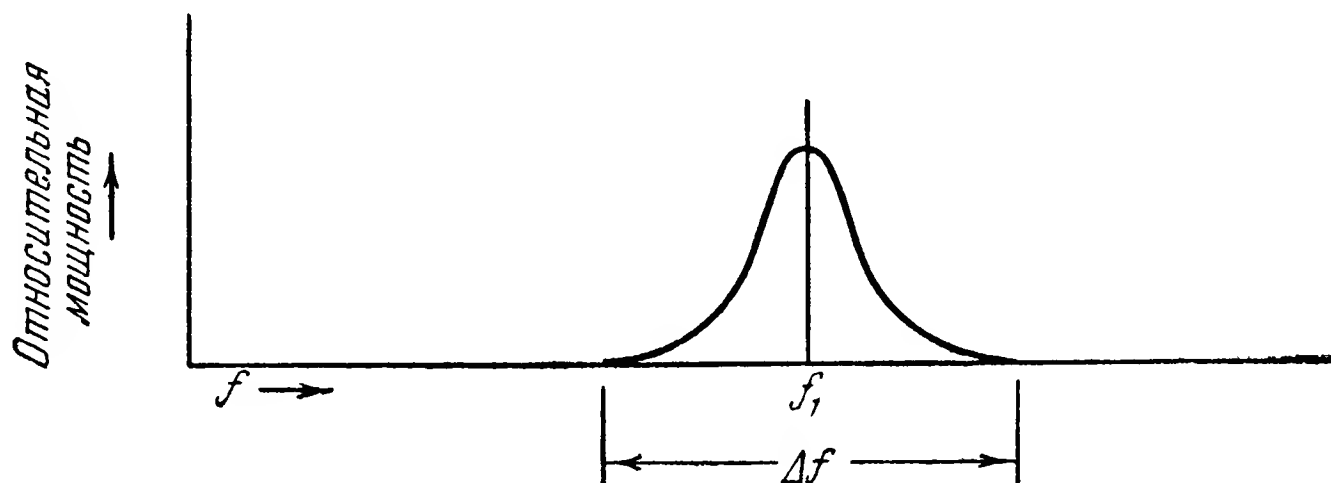


Рис. 10.1. Спектр сигнала, модулирующего несущую.

необходимой для передачи двух боковых полос с несущей или без нее. Здесь конструктор системы управления имеет удобный случай освободить сообщение от шумов. Как будет показано ниже, каждому сообщению сопутствуют шумы, порождаемые различными ис-

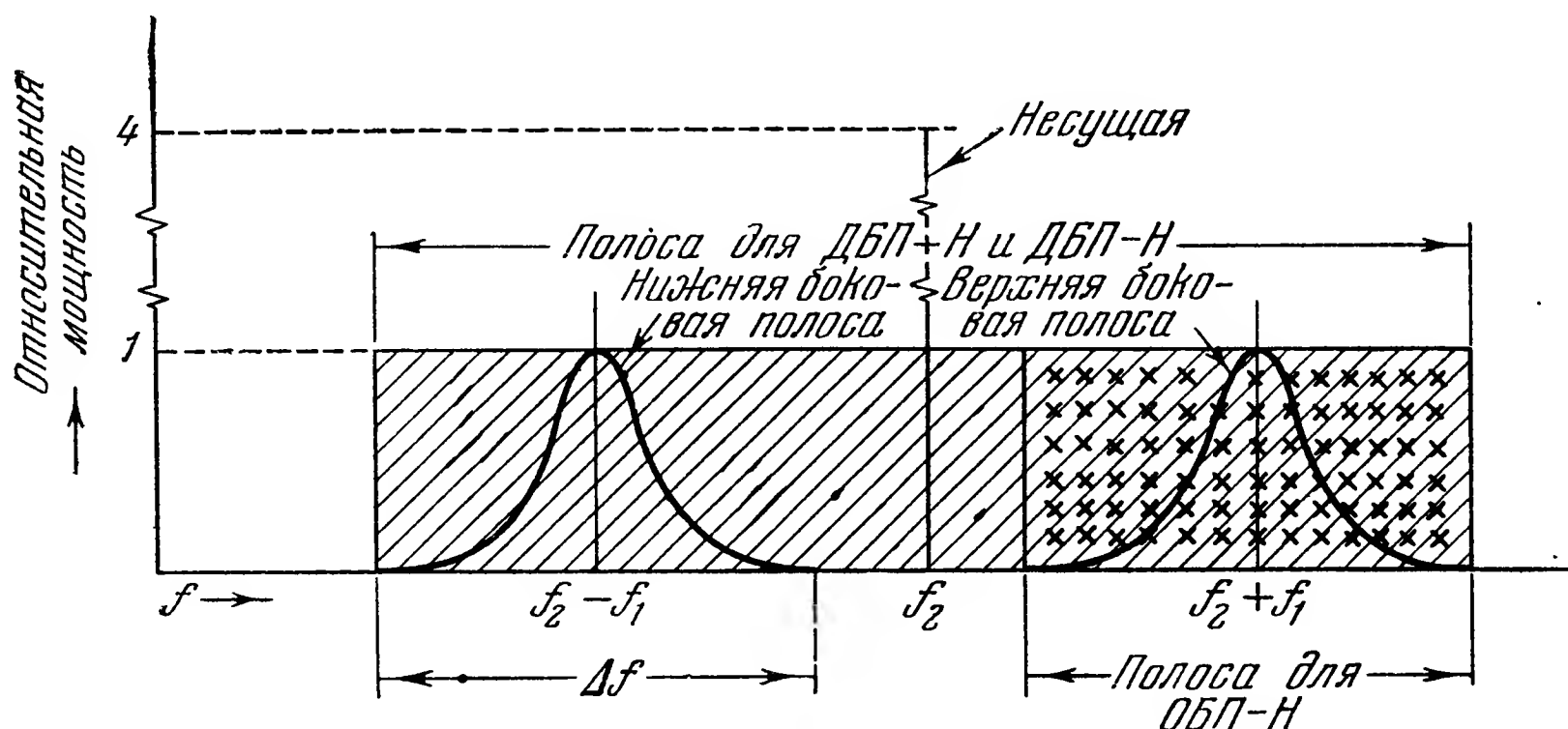


Рис. 10.2. Спектр модулированной несущей (ДБП + Н = две боковые полосы и несущая, ДБП — Н = две боковые полосы без несущей, ОБП — Н = одна боковая полоса без несущей).

точниками. Мощность этих шумов может быть выражена как произведение мощности  $w$ , приходящейся на 1 герц, на ширину полосы  $B$  герц:

$$N = wB. \quad (10.1)$$

Мощность шумов возрастает пропорционально ширине полосы. В случае передачи с одной или двумя боковыми полосами и подавленной несущей вся располагаемая мощность системы может быть использована для генерирования или передачи боковых полос. Если

при одной боковой полосе и подавленной несущей мощность сигнала есть  $S$ , то при двух боковых полосах и подавленной несущей мощность сигнала в каждой из полос становится  $\frac{1}{2} S$ .

В системе со 100%-ной модуляцией, двумя боковыми полосами и несущей мощность сигнала в каждой из полос будет  $\frac{1}{6} S$ , а мощность в несущей частоте  $\frac{2}{3} S$ . В таблице 10.1 приведена сводка передаваемой полосы частот и отношения сигнал — шум для этих трех систем.

Таблица 10.1

Сравнение различных систем связи с амплитудной модуляцией

Тип системы	Мощность в боковых полосах	Мощность в несущей частоте	Передаваемая полоса частот	$\frac{S}{N}$
Две боковые полосы и несущая (ДБП + Н) . . .	$\frac{1}{3} S$	$\frac{2}{3} S$	$\geq 2B$	$\leq \frac{1}{6}$
Две боковые полосы, несущая подавлена (ДБП—Н)	$S$	0	$\geq 2B$	$\leq 1$
Одна боковая полоса, несущая подавлена (ОБП—Н) . . . . .	$S$	0	$B$	1

Очевидно, что система с одной боковой полосой и подавленной несущей имеет преимущества по мощности и по использованию полосы частот. Однако на практике состояние технических возможностей иногда накладывает известные ограничения на характер проекта.

### 10.6. Частотная модуляция

Применимость амплитудной модуляции в системах управления снарядами, в частности в радиолокаторах и радионавигационных системах, более или менее ясна; несколько иначе обстоит дело с частотной модуляцией. Некоторые применения частотной модуляции относятся к обнаружению целей с помощью принципа Доплера, а также к телеметрическим системам, используемым для определения характеристик снаряда при испытаниях. Литература по частотной модуляции носит большей частью теоретический характер; поэтому мы выскажем здесь лишь некоторые основные соображения.



Частотная модуляция — термин, принятый для обозначения модуляции частоты несущей волны. Обычно частотную модуляцию и фазовую модуляцию рассматривают вместе, но они сильно отличаются друг от друга, хотя и связаны между собой. Эти типы модуляции разные авторы называют частотной модуляцией (ЧМ), фазовой модуляцией (ФМ), угловой модуляцией, временной модуляцией и т. п.<sup>1)</sup>

В случае амплитудной модуляции мы видели, что спектр модулированной волны зависит только от частоты модулирующего сигнала. В случае частотной или фазовой модуляции это уже не так. Можно показать, что в этом случае ширина модулированного спектра зависит и от спектра частот *и от амплитуды* модулирующего сигнала. Последние две величины в дальнейшем используются в виде так называемого индекса модуляции:

$$\text{Индекс модуляции} = \frac{\text{девиация несущей частоты}}{\text{модулирующая частота}}. \quad (10.2)$$

Частота несущей волны меняется с частотой, равной частоте модулирующего сигнала, причем девиация, т. е. максимальное отклонение несущей частоты, пропорциональна амплитуде модулирующего сигнала.

Полезная ширина спектра  $B_u$  модулированной волны есть<sup>2)</sup>

$$B_u = k_0 \Delta f_0 + k_1 f_1, \quad (10.3)$$

где  $\Delta f_0$  — девиация несущей частоты,  $f_1$  — частота модулирующего сигнала,  $k_0$  и  $k_1$  — постоянные.

Воспользовавшись равенством (10.2), получим:

$$B_u = k_0 m f_1 + k_1 f_1 = f_1 (k_0 m + k_1), \quad (10.4)$$

где  $m$  — индекс модуляции.

Величины  $k_0$  и  $k_1$  зависят от того, сколько членов ряда необходимо удержать в разложении модулированной волны при определении полезной ширины спектра, чтобы искажение не превышало допустимого. Например, в ширококовещании, использующем высококачественную ЧМ, где допустимое искажение не превышает, скажем, одного процента, необходимая полоса пропускания по формуле (10.3) будет:

$$B_u = 2 \Delta f_0 + 8 f_1. \quad (10.5)$$

Стар (Starr) показал, что отношение сигнал — шум  $\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{ЧМ}}$  некоторой частотно-модулированной системы связано с таким же отноше-

<sup>1)</sup> См., например, Г о л ь д м а н С., Гармонический анализ, модуляция и шумы, ИЛ, 1951, стр. 147 и след. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> Starr, Radio and Radar Technique, Pitman Press, 1953.

нием для системы с одной боковой полосой следующей зависимостью:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{ЧМ}} = \frac{3}{8} \left(\frac{B_{\text{ЧМ}}}{B}\right)^2 \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{ОБП}}, \quad (10.6)$$

где  $B_{\text{ЧМ}}$  — полоса ЧМ-сигнала,  $B$  — полоса сигнала при одной боковой полосе (ОБП).

Из этой формулы мы видим, что при  $\frac{B_{\text{ЧМ}}}{B} \geq \frac{8}{3}$  широкополосная ЧМ-система имеет большие возможности защиты от шумов, чем лучшая АМ-система, именно система с одной боковой частотой.

Стар вывел подобное же соотношение для фазовой модуляции (ФМ):

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{ФМ}} = \frac{1}{8} \left(\frac{B_{\text{ФМ}}}{B}\right)^2 \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{ОБП}}. \quad (10.7)$$

Таким образом, в смысле наивыгоднейшего отношения сигнал — шум ФМ дает не столь многообещающие результаты, как ЧМ.

Применение ЧМ в системах управления снарядами возможно во многих формах, большинство которых может быть сведено к двум главным: а) системы, которые умышленно модулируют по частоте, б) системы, в которых частотная модуляция получается естественным путем. Примером типа а) может служить стандартный радиовысотомер (о котором см. § 10.18), который, очевидно, может быть использован для управления высотой снаряда. Примером типа б) может служить принцип Допплера, иногда применяемый в радиолокационных системах для обнаружения только подвижных целей. Другие примеры ЧМ-систем будут приведены ниже.

### 10.7. Поднесущие

Рассмотрим использование модулирующего сигнала в качестве «переносчика» для другого сигнала. Примером может служить радиолокатор управления огнем. Пусть несущая частота 3000 мгц модулируется по амплитуде при помощи серии коротких импульсов. Этот модулированный переносчик излучается антенной и отражается от цели. Однако фаза<sup>1)</sup> отраженных импульсов после их детектирования в радиолокаторе окажется пропорциональной дальности цели. Иначе говоря, импульсы стали как бы вторичным переносчиком — поднесущей — для модулированного по фазе сигнала дальности.

Ось луча сканирующего радиолокатора, применяемого для управления огнем, вследствие вращения излучателя с некоторой угловой скоростью  $\omega$  описывает в пространстве конус (рис. 10.3). Если цель расположена в точке  $O$  точно на оси вращения луча, то

<sup>1)</sup> Фаза определяется как сдвиг во времени относительно некоторого начала отсчета.

сигнал, принятый радиолокатором, будет состоять только из несущей частоты, модулированной импульсами по амплитуде.

Если же цель переместилась в положение  $X$ , не находящееся на оси вращения луча, то принятый сигнал будет состоять из несущей

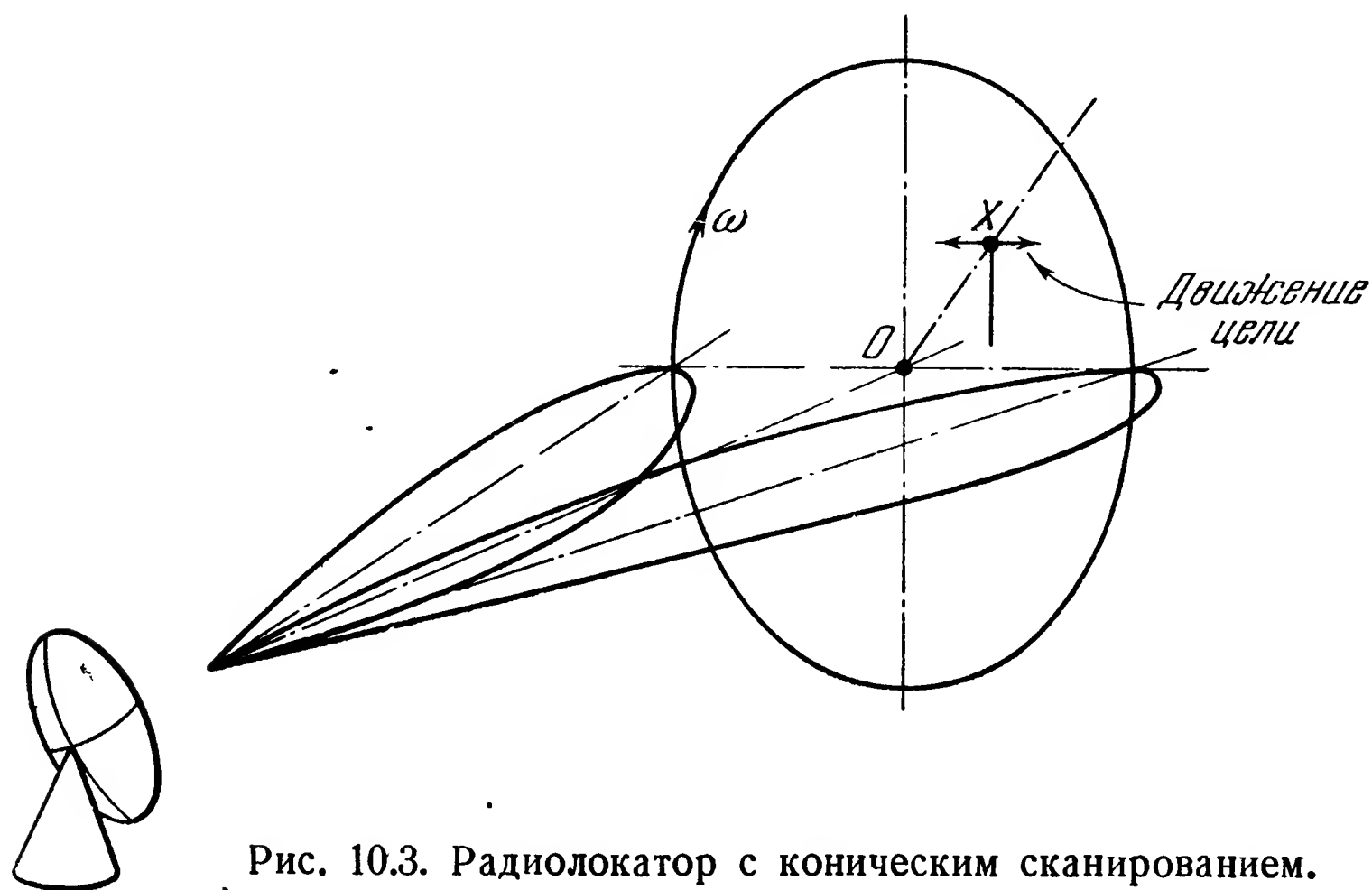


Рис. 10.3. Радиолокатор с коническим сканированием.

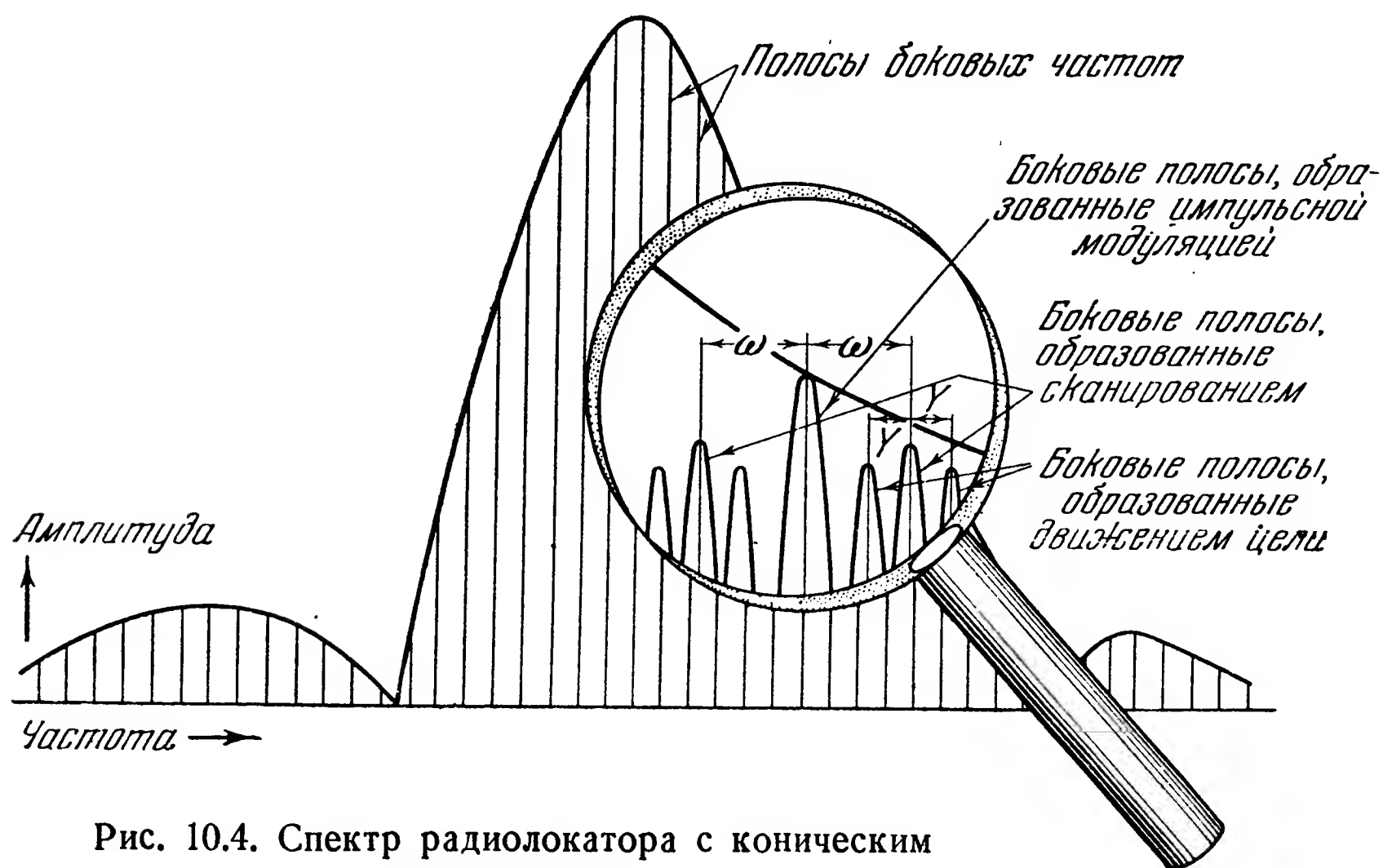


Рис. 10.4. Спектр радиолокатора с коническим сканированием.

частоты, модулированной по амплитуде отраженными импульсами, которые в свою очередь модулированы по амплитуде частотой сканирования  $\omega$ . Полная амплитудная модуляция пропорциональна расстоянию  $OX$  цели от оси вращения луча, а фаза пропорциональна уг-

лу между  $OX$  и некоторой линией, принятой за начало отсчета. Если цель может совершать синусоидальное движение относительно точки  $X$  с угловой частотой  $Y$ , то волна с частотой сканирования  $\omega$  становится несущей для модулирующего сигнала, пропорционального амплитуде колебаний цели относительно точки  $X$ . Фазовая модуляция несущей частоты  $\omega$  определяет направление перемещения цели.

Спектр сигнала, принятого радиолокатором при этих условиях, показан на рис. 10.4. Таким образом, радиолокационная станция есть система, использующая несколько поднесущих частот. Способ обработки информации о движении цели относится к конструктивным элементам станции. Необходимо, чтобы конструктор радиолокатора обеспечил прохождение различных поднесущих частот с таким расчетом, чтобы при этом была сохранена вся важная информация о движении цели.

### 10.8. О сущности управляющей информации

Само существование цели обеспечивает наличие прямой или косвенной информации о ее положении, получаемой, например, при помощи электромагнитного или звукового излучения. Снаряд должен получить эту информацию или прямо, или при помощи некоторого посредника, например через стартовую позицию. Конструктор системы управления, чтобы получить работоспособную систему, должен знать количественные зависимости, определяющие доступную для использования информацию о цели и тактическую обстановку. Конструктору должны быть ясно указаны назначение и границы оперативного применения комплекса управления.

Имея заданным назначение комплекса, конструктор может исследовать способы обработки информации, получаемой от цели, а также информацию, необходимую снаряду при различных способах управления. При заданном назначении комплекса некоторые типы систем управления отпадут сами собой. Например, если требуется атаковать цель вблизи гористых островов, не следует применять инерционную систему управления вследствие ошибок определения направления на центр Земли. Более подробные описания выбора метода управления были приведены в главе 8. Если тип системы управления уже выбран, можно изучить основные факты, которые важны при обработке информации с точки зрения получения окончательного результата. В частности, на этом этапе проектирования определяется полоса частот передаваемой информации.

### 10.9. Спектр первоначального переносчика

Спектр интересующих нас радиочастот состоит из средних частот (от 300 до 3000  $кГц$ ), высоких частот (от 3 до 30  $мГц$ ), очень высоких частот (от 30 до 300  $мГц$ ), ультравысоких частот

(от 300 до 3000 *мггц*) и супервысоких частот (от 3000 до 30 000 *мггц*). Характеристики распространения волн этой части спектра были рассмотрены в главе 4. Применение для управления снарядами средних, высоких и очень высоких частот в принципе ограничено такими системами, как Лоран и другие типы систем гиперболической навигации. В радиолокационных системах управления используются главным образом ультра- и супервысокие частоты. Выбор частоты зависит от таких факторов, как размер, вес и техническая возможность изготовления отдельных элементов системы. Кроме того, нужно стараться обойти полосы поглощения энергии парами воды и молекулярным кислородом (см. гл. 4). По-видимому, во многих случаях выбор частоты может целиком зависеть от степени ее применимости для всех остальных частей системы.

#### 10.10. Лоран <sup>1)</sup>

Лоран есть радионавигационная система, использующая импульсную технику. Эта система является средством для определения места, а также для выдерживания курса на заданную точку или вдоль заданной траектории. Место определяется как точка пересечения двух воображаемых линий, проведенных на земной поверхности. Каждую из этих линий находят по измерению разности расстояний до двух передающих станций. Если точка движется на плоскости таким образом, что разность расстояний от нее до двух определенных точек остается постоянной, то геометрическое место ее мгновенных положений есть гипербола. Поэтому Лоран называют гиперболической навигационной системой. Так как Земля есть сплюснутый сфероид, а не плоскость, эти линии — не точно гиперболы; поэтому при изготовлении сеток для системы Лоран, охватывающих большие площади, вносятся соответствующие поправки.

#### 10.11. Принцип устройства системы Лоран

Радиоволны распространяются за одну микросекунду на 0,162 морской мили, или на 1 морскую милю за 6 микросекунд. С такой скоростью распространяется во все стороны импульс электромагнитной энергии, излученный передатчиком. Если импульс принят одновременно в двух точках, то эти две точки должны лежать на круге, центр которого совпадает с передатчиком. Если две станции одновременно излучают импульсы и последние приняты в некоторой точке в один и тот же момент времени, то эта точка находится на равном расстоянии от обеих станций. Если имеется разница во времени между приемом обоих сигналов, то приемник находится ближе

---

<sup>1)</sup> Pierce, McKenzie and Woodward, Loran, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1950.



к одной из станций на расстояние, равное произведению 0,162 морской мили на число микросекунд в наблюдаемой разности моментов приема. На рис. 10.5 показано, что разность времени является мерой разности расстояний и что линии равных разностей представляют собой семейство гипербол.

В системе Лоран измеряется именно разность моментов приема сигналов от двух пар станций; пересечение соответствующих позиционных линий и дает место. Однако в действительности пары передатчиков системы Лоран включаются не одновременно, а последовательно.

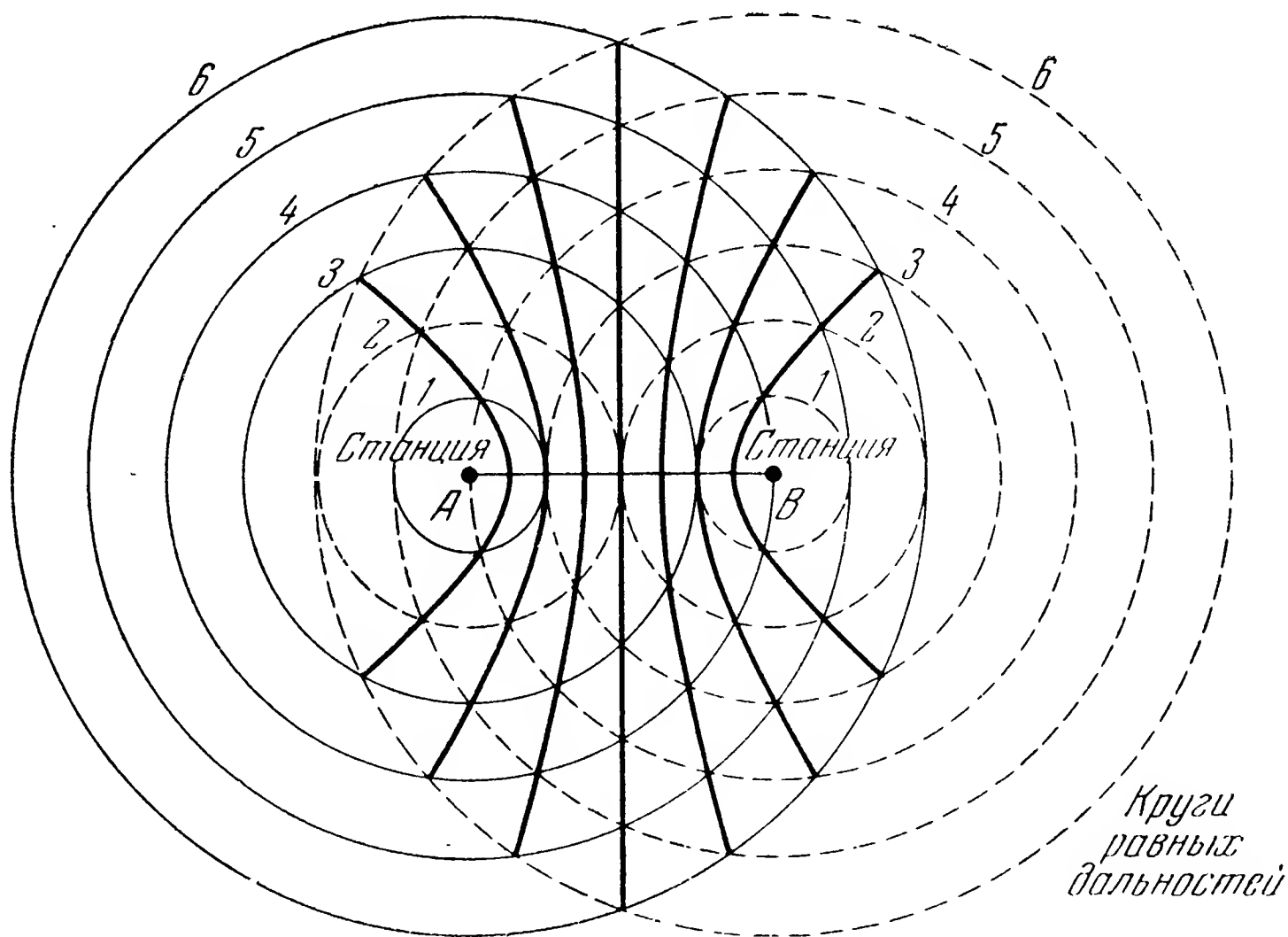


Рис. 10.5. Образование гипербол.

Одна из станций, называемая ведущей, передает первый импульс, который принимается второй станцией, называемой ведомой<sup>1)</sup>, и используется ею как опорный синхронизирующий импульс. Так как хронизирующие схемы управляются генератором с кварцевой стабилизацией, то для начальной установки и дальнейшего поддержания точной синхронизации необходим оператор или автоматические устройства.

На рис. 10.6 расстояние от места до ведущей и ведомой станций равно  $d_m$  и  $d_s$  соответственно; пусть расстояние между станциями, или длина базы, будет таково, что время распространения сигналов между ними равно  $\tau$ . Если ведомая станция излучает свой импульс

<sup>1)</sup> В подлиннике эти станции именуются «господином» («master») и «рабом» («slave»). (Прим. перев.)



через  $\delta$  после приема импульса от ведущей, то наблюдаемый интервал между моментами приема обоих импульсов будет:

$$\Delta t = \tau + \delta + \frac{1}{c} d_s - \frac{1}{c} d_m, \quad (10.8)$$

где  $c$  есть скорость распространения. Если наблюдатель находится на ведущей станции, то

$$\Delta t = \tau + \delta + \tau - 0, \quad (10.9)$$

а если на ведомой, то

$$\Delta t = \tau + \delta + 0 - \tau. \quad (10.10)$$

Таким образом, пределы изменения  $\Delta t$  равны  $+\tau$  и  $-\tau$ , а абсолютные значения  $\Delta t$  лежат в пределах  $\tau + \delta \pm \tau$ . Для того чтобы первый принятый в любой точке сигнал был наверняка сигналом ведущей станции, достаточно, чтобы  $\delta$  было больше нуля.

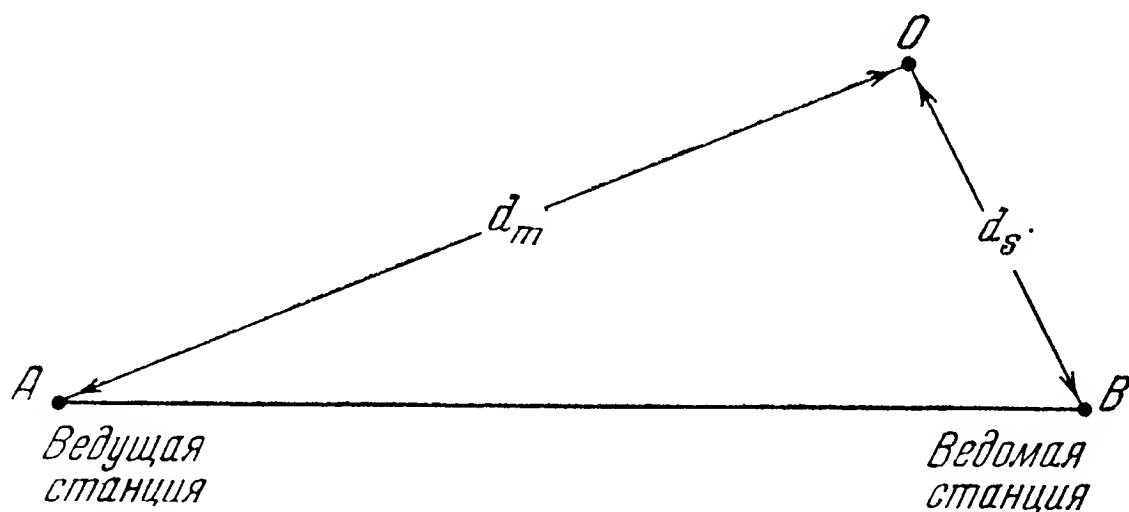


Рис. 10.6. Расстояния в системе Лоран.

Метод измерения времени, применяемый в системе Лоран, требует, чтобы выдержка времени между приемом сигнала ведущей станции и излучением импульса ведомой станцией была больше  $\delta$  на величину  $\frac{1}{2} T_p$ , где  $T_p$  есть период повторения импульсов. Поскольку в системе Лоран применяются периоды повторения приблизительно в 25 или  $33\frac{1}{3}$  импульсов в секунду,  $\frac{1}{2} T_p$  будет приблизительно 20 000 и 15 000 микросекунд. Вследствие этой дополнительной задержки прием импульсов ведомой станции отстает от приема импульсов ведущей станции более чем на половину периода повторения. На выходе величина  $\frac{1}{2} T_p$  уничтожается. Полученная величина — так называемый «индикаторный» интервал — отличается от истинного. Сетки позиционных линий в системе Лоран построены для индикаторного интервала; истинный интервал на практике не при-

меняется. Поскольку величина  $\frac{1}{2} T_p$  уничтожается, выражения (10.8), (10.9) и (10.10), а также выводимые из них можно использовать, если считать  $\Delta t$  индикаторным, а не истинным интервалом.

### 10.12. Оpozнaвание станций в системе Лоран

С целью экономии места в спектре радиочастот и обеспечения более быстрой работы измерительной аппаратуры каждой цепочке пар станций системы Лоран приписана одна и та же радиочастота. Но у каждой пары частота повторения импульсов слегка отличается от соседних. Типовые станции на 2 мггц работают на четырех частотах: 1,75; 1,85; 1,90; 1,95 мггц. При этом используются две основные частоты повторения: 25 и  $33\frac{1}{3}$  импульсов в секунду. Каждой основной частоте повторения приписано семь дополнительных частот, отличающихся друг от друга на  $\frac{1}{16}$  или  $\frac{1}{9}$  импульса в секунду. В таблице 10.2 приведены частоты повторений и их обозначения.

Т а б л и ц а 10.2  
Частоты повторения импульсов

Обозначение	Число импульсов в секунду	Период повторения, микросекунды
L0	25	40 000
L1	$25\frac{1}{16}$	39 900
L2	$25\frac{2}{16}$	39 800
L3	$25\frac{3}{16}$	39 700
L4	$25\frac{4}{16}$	39 600
L5	$25\frac{5}{16}$	39 500
L6	$25\frac{6}{16}$	39 400
L7	$27\frac{7}{16}$	39 300
H0	$33\frac{3}{9}$	30 000
H1	$33\frac{4}{9}$	29 900
H2	$33\frac{5}{9}$	29 800
H3	$33\frac{6}{9}$	29 700
H4	$33\frac{7}{9}$	29 600
H5	$33\frac{8}{9}$	29 500
H6	34	29 400
H7	$34\frac{1}{9}$	29 300

Каждая станция имеет свой код, который указывает номер канала, основную и дополнительную частоты повторения. Например, пара станций, обозначаемая 413, работает на 4-м канале (1,95 мггц) при основной частоте повторений 25 импульсов в секунду и на допол-

нительной частоте  $25^2/16$  импульсов в секунду. Если приемное оборудование находится в сфере действия нескольких пар станций, оно может принимать импульсы многих из них, но только одна пара станций будет точно синхронизирована с приемным устройством.

### 10.13. Рабочие области системы Лоран

Поскольку для определения позиционной линии необходимы сигналы обеих станций пары, приемное оборудование должно нахо-

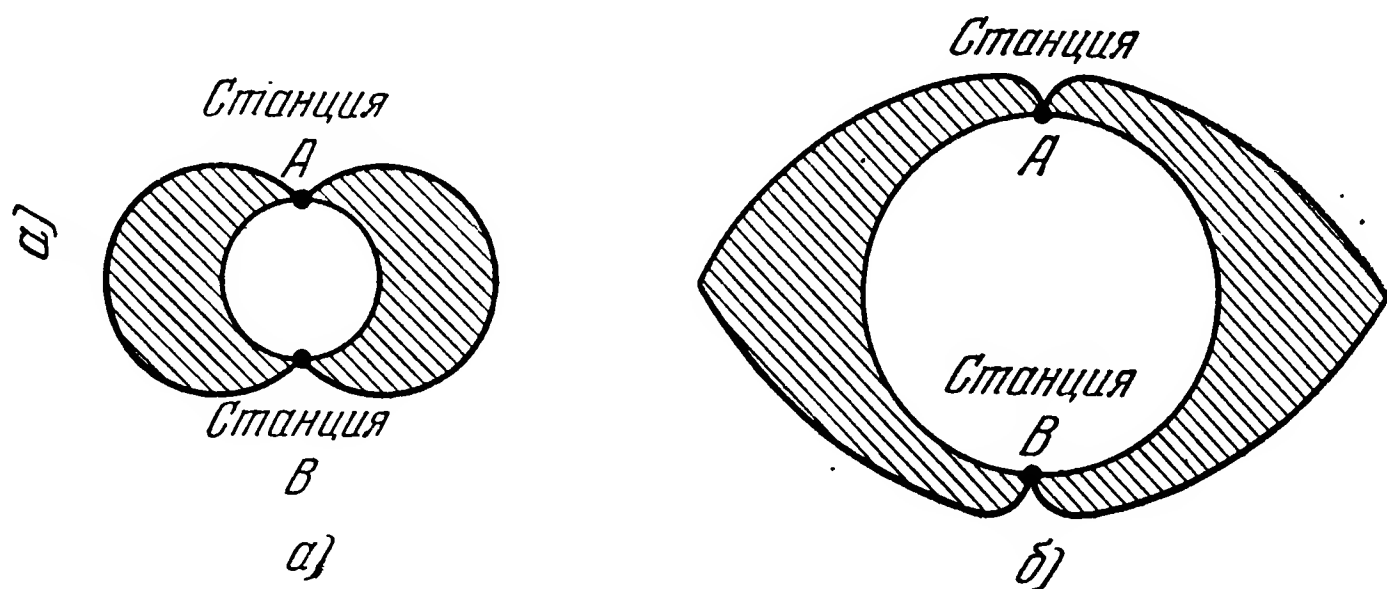


Рис. 10.7. Рабочие области системы Лоран: а) короткая база, б) длинная база.

диться в области действия каждого из двух передатчиков. Если предположить, что рабочие области обеих станций — одинаковые круги, то место приемника должно находиться внутри их общей

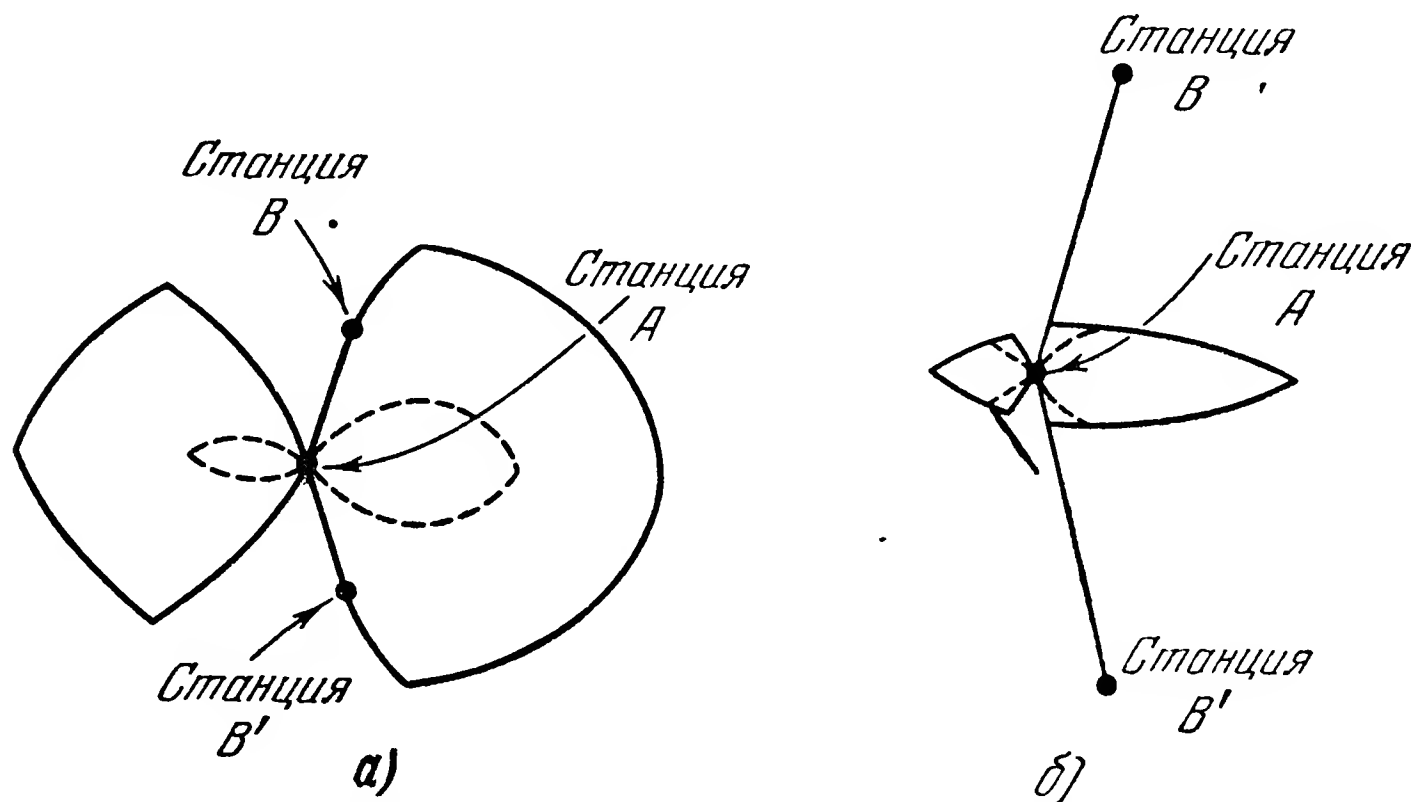


Рис. 10.8. Рабочая область тройки станций: а) короткая база, б) длинная база.

части. Если база короткая, то общая часть почти круговая, если же длина базы близка к радиусу действия передатчика, то общая часть заметно вытягивается, как показано на рис. 10.7.

Точность, с которой можно определить позиционную линию, для длинных баз выше, чем для коротких. Чтобы найти место, нужно определить две позиционные линии, а это возможно только в области, общей двум парам передающих станций. На практике приходится брать базу значительно более короткую, чем можно бы взять, если исходить только из условий распространения радиоволн. На рис. 10.8 показано влияние длины базы на рабочую область триплета (две пары, имеющие одну общую станцию). Если обе базы не лежат на одной прямой, рабочая область больше, а точность выше с той

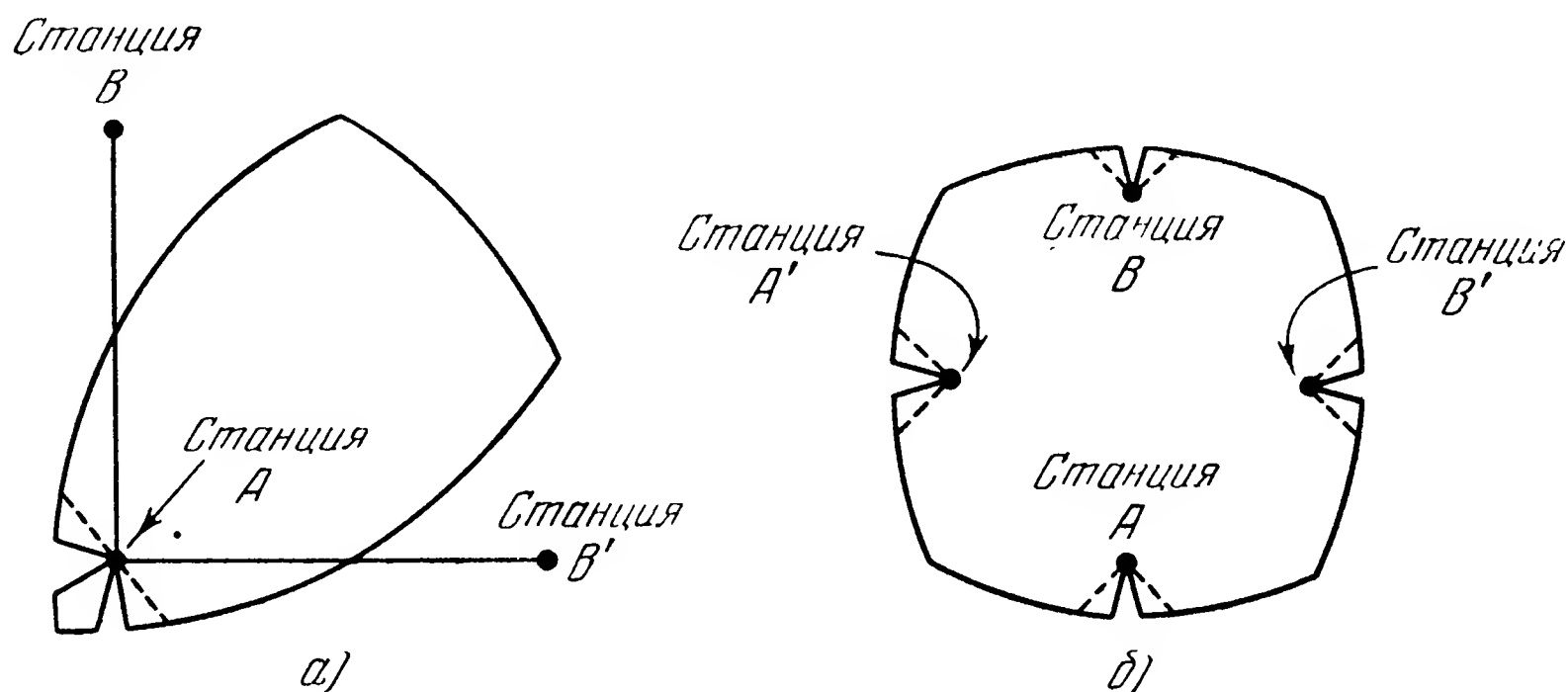


Рис. 10.9. Идеальное расположение тройки и четверки станций:  
а) рабочая область тройки станций, б) рабочая область четверки станций.

стороны, где угол между базами меньше  $180^\circ$ . Особенно благоприятно такое расположение станций, когда угол между базами находится в пределах от  $60^\circ$  до  $90^\circ$  (как показано на рис. 10.9, а), а длина базы — того же порядка, что и диаметр области, которую необходимо обслужить. В некоторых случаях оказывается возможным разместить четыре станции так, чтобы получить хорошее покрытие и высокую точность на большой площади, окружающей четырехугольник, образованный станциями. Подобное размещение изображено на рис. 10.9, б.

#### 10.14. Влияние условий распространения

Как было указано в главе 4, ионизированные газы в нашей атмосфере влияют на распространение электромагнитных волн путем поглощения, отражения, преломления и диффракции. Часть газообразной оболочки нашей Земли, особенно сильно влияющая на распространение радиоволн, называется ионосферой, а ее более или менее хорошо различимые слои с заметной ионизацией — слоями  $D$ ,  $E$ ,  $F1$  и  $F2$  в порядке возрастания их высоты. В течение дня сигналы стандартных станций системы Лоран распространяются главным

образом при помощи прямой волны (по крайней мере; в случае правильного выбора дальности передачи). При этих условиях сравнение двух сигналов может быть сделано очень точно, с ошибкой до 1 микросекунды, если отношение сигнал — шум достаточно велико. В темное время суток слои  $D$  и  $F1$  исчезают, остаются только слои  $E$  и  $F2$ . Влияние этих слоев состоит в том, что приемник устройства системы Лоран может принять один или несколько сигналов на различных отраженных волнах. При очень неблагоприятных условиях, когда существует многократная передача, от одного и того же передатчика могут оказаться принятыми шесть и даже больше сигналов.

Если вообще имеется прямая волна, она дойдет первая, и если прямые волны от обеих станций окажутся принятыми, то именно они и будут использованы. Сигнал на прямой волне обычно не подвержен замираниям и расщеплению, но его форма и амплитуда быстро меняются, за исключением случаев, когда сигнал значительно мощнее шумов. В пределах дальности порядка 500 миль обычно используется прямая волна, а на волну  $E1$  (одно отражение от слоя  $E$ ) не обращают внимания. При дальностях, заключенных между пределом распространения прямой волны и приблизительно 1500 миль, сигнал на волне  $E1$  приходит первым и сопровождается или сигналом  $E2$  (два отражения от слоя  $E$ ), или  $F1$ . Хотя временами сигнал  $E1$  очень устойчив, принятый импульс есть вообще результат суммирования сигналов, пришедших по слегка различным путям. Вследствие изменения фазовых соотношений амплитуда результирующего импульса изменяется со временем, а изменения формы настолько велики, что возможно даже расщепление импульса. Сигналы, принимаемые на волнах  $E2$  и  $F$ , настолько изменчивы по амплитуде и форме, что их вообще нельзя использовать. В областях, где сигналы принимаются одновременно на прямой волне и на волне  $E1$ , они разделены промежутком времени около 75—100 микросекунд. Ближе к границе области приема отраженной волны первым сигналом может быть сигнал на волнах  $E1$  или  $E2$ . Если имеются сразу оба сигнала, разделение сигналов составляет также 75—100 микросекунд. Ночной слой  $E$  довольно устойчив; он лишь слегка изменяется со временем суток и широтой и умеренно — по сезонам. Поскольку путь, проходимый отраженной волной, несколько длиннее, чем у прямой волны, и поскольку волна несколько задерживается в ионизированных слоях,  $E$ -сигналы запаздывают по сравнению с сигналами на прямой волне. Это запаздывание для пунктов, отстоящих друг от друга на 200 миль, составляет около 160 микросекунд и падает приблизительно по экспоненте до 65 микросекунд при расстояниях около 1000 миль. Поэтому если используются сигналы на отраженной волне, необходимо введение соответствующей поправки, за исключением случая, когда наблюдатель находится приблизительно на равном или очень большом расстоянии от обеих

станций. Эти поправки печатаются на картах. Но если наблюдатель находится от каждой из станций ближе чем 250 миль, запаздывание отраженной волны настолько переменно, что ее использование невозможно.

### 10.15. Точность системы Лоран

Вычисленные разности времени. Предполагается, что скорость распространения радиоволн постоянна и равна скорости света. Все наблюдения в системе Лоран, по-видимому, подтверждают, что это так, по крайней мере, над морем. В нашем распоряжении нет опыта, который позволил бы подтвердить или опровергнуть это предположение для случая распространения радиоволн над сушей. Лоран не предназначен для использования в подобных условиях; если это станет необходимым, немедленно окажется необходимым и увеличение наших знаний о поведении скорости распространения. Предполагается также, что кодирующая задержка на ведомой станции в точности равна заданному значению. В действительности величина задержки может быть подвержена некоторому искажению при ослаблении сигнала местного передатчика для сравнения с сигналом ведущей станции. Координаты станций часто находят из астрономических наблюдений, поскольку не всегда удастся оптически связать станцию с опорной геодезической сетью. Ошибки в определении места астрономическими методами были рассмотрены в главе 3. К счастью, сама система Лоран может быть использована для более точного определения мест станций при помощи серий статистически подготовленных измерений разницы времени в нескольких опорных геодезических пунктах.

Измеренные разности времени. Невозможность точного сравнения импульсов вместе с неизвестными отклонениями времени их распространения приводит к ошибкам в измерении разности времени. Если мы обозначим вероятную ошибку этого измерения через  $\Sigma$ , то наблюдатель установит факт, что ему дана область сетки, ограниченная линиями  $\mathcal{L} + \Sigma$  и  $\mathcal{L} - \Sigma$ , причем он с одинаковой вероятностью может считать себя находящимся как внутри, так и вне ее. Ширина этой полосы зависит не только от ошибки  $\Sigma$ , как показывает рассмотрение рис. 10.10. Асимптотами гипербол являются радиусы, проведенные из середины базы. Если расстояние от наблюдателя до середины базы велико, разность времени может быть заменена углом между радиусом-вектором наблюдателя, проведенным из середины базы, и самой базой. Если наблюдатель находится значительно ближе к одной станции, чем к другой, то нетрудно убедиться, что этот угол быстро изменяется в зависимости от измеренной разности времени. Поэтому, чтобы определить, какова в действительности ширина полосы между линиями  $\mathcal{L} + \Sigma$  и  $\mathcal{L} - \Sigma$ , нужно величину  $2\Sigma$  умножить на поправочный коэффициент  $p$ , опре-



деляемый следующим образом:

$$p = \frac{d_1}{d_2} \frac{1}{\sin \theta}, \quad (10.11)$$

где  $d_1$  и  $d_2$  — расстояния от середины базы и длина базы соответственно, а  $\theta$  есть угол между базой и направлением на наблюдателя

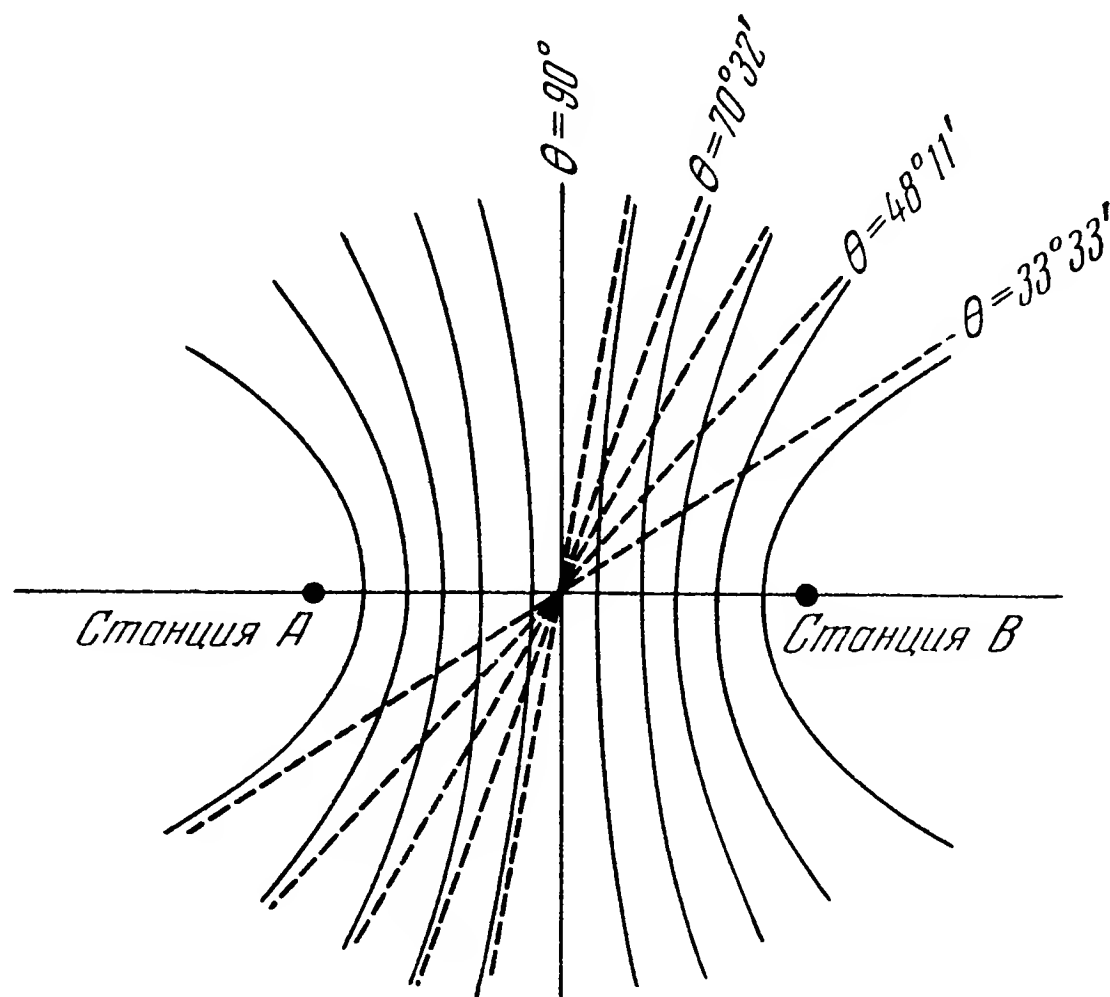


Рис. 10.10. Семейство гипербол на плоскости.

из середины базы. Это выражение обладает достаточной точностью только в том случае, если  $\frac{d_1}{d_2} \gg 1$ . Точное выражение для  $p$  таково:

$$p = \frac{1}{2} \frac{1}{\sin \frac{1}{2} \psi}, \quad (10.12)$$

где  $\psi$  есть угол, под которым наблюдатель видит базу. Вероятная ошибка в позиционной линии будет определена по вероятной ошибке разности времени следующим образом:

$$y = Kp \Sigma. \quad (10.13)$$

Если  $K$  выбрано так, чтобы единицей для величины  $y$  служила одна морская миля на микросекунду, то будет:

$$Kp = 0,081 \frac{1}{\sin \frac{1}{2} \psi}. \quad (10.14)$$

Минимальное возможное значение  $p$  есть единица; это будет в том случае, когда наблюдатель находится на базе, причем  $\psi = 180^\circ$ .

Аппаратура должна была бы определять место как пересечение позиционных линий, на самом же деле получается пересечение двух полос. Делая очень незначительную ошибку, можно предположить, что область пересечения этих двух полос есть параллелограмм (рис. 10.11, а). Площадь этой области есть  $\frac{4X_1X_2}{\sin \theta_c}$ , где  $2X_1$  и  $2X_2$  — ширина полос, а  $\theta_c$  — угол, под которым пересекаются позиционные линии. Минимальная площадь получается, когда  $\theta_c = 90^\circ$  (рис. 10.11, б). Вероятность того, что наблюдатель находится внутри этого параллелограмма, равна только  $1/4$ , поскольку вероятность нахождения наблюдателя в каждой из полос равна  $1/2$ .

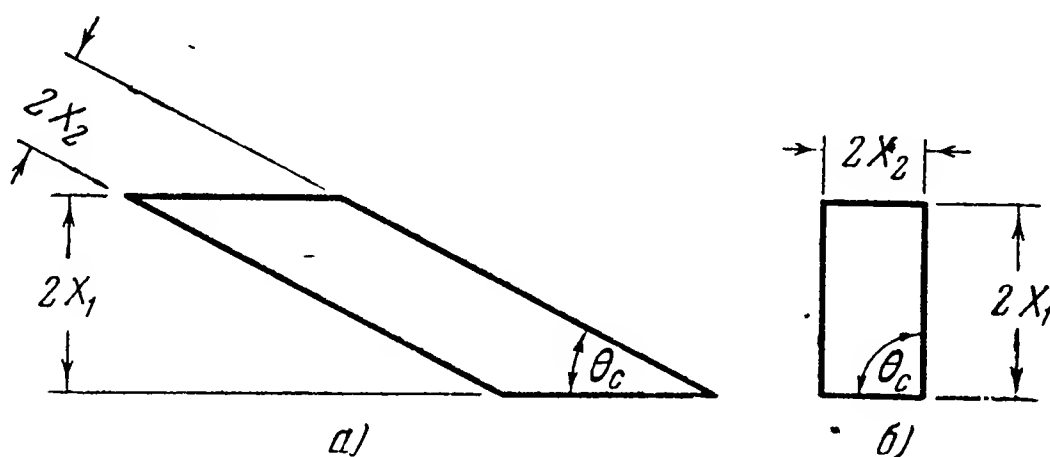


Рис. 10.11. Влияние угла пересечения.

Вероятное расстояние между действительным местом и пересечением позиционных линий, если ошибки в измерении времени на обеих станциях одинаковы, приближенно будет <sup>1)</sup>:

$$P = \frac{1,15K(p_1^2 + p_2^2)^{\frac{1}{2}} \Sigma}{\sin \theta_c}. \quad (10.15)$$

Если используются прямые сигналы, можно ожидать ошибку измерения интервала между ними порядка 1 микросекунды. В этом случае из (10.15) получаем:

$$P = \frac{0,186(p_1^2 + p_2^2)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_c} \text{ морских миль.} \quad (10.16)$$

Использование отраженных сигналов дает увеличение ошибки: она может быть в пределах от 2 микросекунд на наибольшей дальности до 6 микросекунд при расстоянии до станций в 300 миль. Место, определенное при помощи отраженной волны, будет иметь вероятную ошибку приблизительно

$$P_s = \frac{1,15(p_{s1}^2 + p_{s2}^2)}{\sin \theta_c} \text{ морских миль,} \quad (10.17)$$

где

$$p_{s1} = \frac{400}{d_1} \sin \theta_1, \quad p_{s2} = \frac{400}{d_2} \sin \theta_2,$$

причем  $d$  и  $\theta$  были определены выше.

<sup>1)</sup> Pierce, McKenzie and Woodward, цит. на стр. 396.

### 10.16. Возможность применения системы Лоран для управления снарядами

Очевидно, по крайней мере теоретически, что система Лоран может быть использована для управления снарядами дальнего действия. В этом случае к системе нужно предъявить два требования. Во-первых, необходимо иметь возможность так разместить станции системы, чтобы пункт назначения снаряда оказался внутри рабочей области. Последнее означает, что сигнал должен быть достаточно выше уровня шумов, поправочный коэффициент  $p$  — невелик, а позиционные линии должны пересекаться под большими углами. Даже при соблюдении этих условий существующее оборудование системы Лоран дает столь малую точность, что с ее помощью можно попасть только в довольно значительную площадь. В этом случае в конце полета необходима какая-нибудь система управления с небольшой дальностью, которая могла бы найти цель и довести снаряд до нее, например самонаведение при помощи радиолокатора или инфракрасной аппаратуры.

Второе главное требование состоит в том, что измерительную аппаратуру системы Лоран необходимо сделать автоматически вырабатывающей информацию, которую можно было бы использовать для управления. Это, по-видимому, лежит в пределах современных технических возможностей. Необходимо будет выполнить цепи задержки в виде следящих систем, которые совмещали бы импульсы ведомой и ведущей станций, вырабатывая при этом какой-нибудь механический или электрический аналог разности времени. После получения этого аналога его нужно использовать в качестве входа некоторого счетно-решающего устройства или передать его на некоторую управляющую станцию для выработки управляющей информации, которую затем передать на снаряд и использовать для управления им.

Независимо от того, где будут происходить необходимые вычисления, мыслимы два основных способа использования системы Лоран. Ее можно использовать саму по себе, независимо от какой бы то ни было другой системы, или, наоборот, вместе с дополнительной аппаратурой. В последнем случае системе Лоран можно поручить выполнять только одну функцию: непрерывно или периодически определять место снаряда, которое затем используется для вычисления необходимого курса; выдерживание вычисленного курса осуществляется при помощи компаса. Если система Лоран используется сама по себе, то самый простой вариант состоит в том, чтобы заставить снаряд лететь по одной из гипербол до пересечения с другой гиперболой. Это вообще ведет к неэкономному расходу топлива, так как снаряд летит и не по дуге большого круга и не по локсодромии. Однако такую систему управления сравнительно просто осуществить, так как легко получить напря-

жение, пропорциональное отклонению снаряда от заданной гиперболы, и использовать это напряжение и его производную для управления.

Чтобы получить более короткую траекторию, нужно, чтобы снаряд пересекал оба семейства гипербол по некоторому закону, обеспечивающему в конце концов попадание в цель. Пусть, например, для одной пары станций разности времени у цели и в начале пути будут соответственно 3500 и 2600 микросекунд, а для другой—1900 и 1600. Тогда снарядом можно управлять так, чтобы он последовательно проходил точки с координатами (3500, 1900), (3400, 1867), ..., (2700, 1633), и (2600, 1600). Отношения скоростей, с которыми снаряд пересекает оба семейства гипербол, в нашем примере равны 3:1.

Управление снарядом можно вести следующим образом. Первая пара станций автоматически сопровождает снаряд; выходное напряжение соответствующей следящей системы пропорционально разности между начальной и наблюдаемой разностью времени. Вторая пара станций также осуществляет автоматическое сопровождение, и ее выходное напряжение сравнивается с  $1/3$  выходного напряжения первой пары. Рассогласование между сравниваемыми напряжениями является сигналом ошибки для снаряда. Всякое рассогласование заставляет снаряд изменить курс таким образом, чтобы приблизить его к правильной траектории.

### 10.17. Радиолокатор

Под радиолокатором обычно понимают устройство, которое излучает сигналы и принимает эхо. В системах управления снарядами такое определение становится не вполне точным. Управляющие радиолокаторы могут использовать как излученный сигнал и принятое эхо вместе, так и только излученные импульсы или только принятое эхо порознь.

Современная импульсная радиолокационная установка, как было показано выше в одном из примеров, использует сложный набор несущих и поднесущих частот, имеющих амплитудную и частотную модуляции. Поэтому более ясно можно представить себе некоторые соотношения в радиолокационной системе управления огнем или снарядом, если рассмотреть ее как систему с импульсной модуляцией<sup>1)</sup>. Непрерывный сигнал, порождаемый, например, положением цели, должен быть передан в виде коротких импульсов, которые затем используются для определения положения цели с точностью, достаточной для управления. Рассмотрим рис. 10.12. Непрерывный симметричный сигнал  $f(t)$  должен быть передан при помощи прерывистого сигнала  $G(t)$ , который используется как переносчик.

<sup>1)</sup> Stagg, цитир. на стр. 392.

Воспользовавшись разложением в ряд Фурье, мы можем написать:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{n=\infty} a_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad (10.18)$$

и

$$G(t) = \frac{\Delta}{T_p} + \frac{2\Delta}{T_p} \sum_{K=1}^{K=\infty} \frac{\sin K\pi \frac{\Delta}{T_p}}{K\pi \frac{\Delta}{T_p}} \cdot \cos 2K\pi \frac{\Delta}{T_p}, \quad (10.19)$$

где  $a_n$  — амплитуда  $n$ -й гармоники в разложении сигнала,  $n$  — номер гармоники,  $\omega_n$  — частота в рад/сек,  $\varphi_n$  — фаза  $n$ -й гармоники,

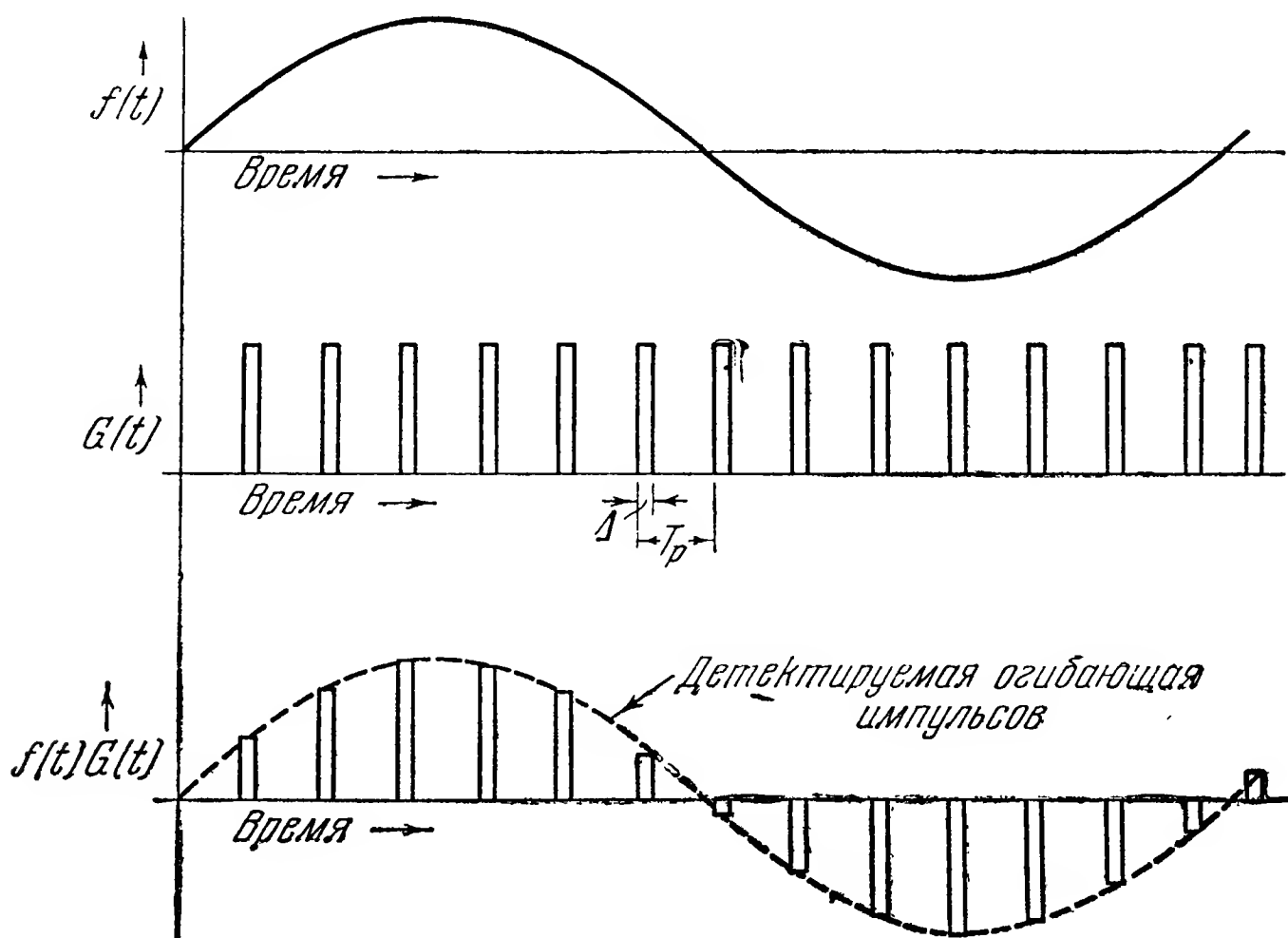


Рис. 10.12. Радиолокатор как пример импульсной модуляции.

$\Delta$  — ширина (длительность) импульса,  $T_p$  — период повторения импульсов,  $t$  — время.

Результат модуляции этих сигналов будет:

$$f(t)G(t) = \frac{\Delta}{T_p} \sum_{n=0}^{n=\infty} a_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) + \frac{2\Delta}{T_p} \sum_{n=0}^{n=\infty} \sum_{K=1}^{K=\infty} a_n \frac{\sin K\pi \frac{\Delta}{T_p}}{K\pi \frac{\Delta}{T_p}} \cos K\pi \frac{\Delta}{T_p} \cdot \cos(\omega_n t + \varphi_n). \quad (10.20)$$

Используя тригонометрические тождества, равенство (10.20) можно привести к виду

$$f(t) G(t) = \frac{\Delta}{T_p} \sum_{n=0}^{n=\infty} a_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) + \\ + \frac{2\Delta}{T_p} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{K=1}^{\infty} a_n \frac{\sin K\pi \frac{\Delta}{T_p}}{K\pi \frac{\Delta}{T_p}} \{ \cos[(K\omega_r + \omega_n)t + \varphi_n] + \\ + \cos[(K\omega_r - \omega_n)t - \varphi_n] \}, \quad (10.21)$$

где  $\omega_r$  — частота повторений в рад/сек.

Второй член в (10.21) может быть устранен при помощи фильтра нижних частот, который отфильтрует все частоты выше максимальной частоты сигнала, если соблюдается ограничение

$$\omega_r \geq 2\omega_n.$$

Это ограничение определяется характером последней части второго члена, который вызовет в полосе пропускания фильтра появление составляющих с частотой  $\omega_r - \omega_n$ , если ограничение не выполняется. После фильтра останется:

$$f(t) \cdot G(t) = \frac{\Delta}{T_p} \sum_{n=0}^{n \leq \frac{\omega_r}{2\omega}} a_n \cos(\omega_n t + \varphi_n), \quad (10.22)$$

что приблизительно равно исходному непрерывному сигналу, умноженному на  $\frac{\Delta}{T_p}$ <sup>1)</sup>. Обычно  $\frac{\Delta}{T_p}$  значительно меньше единицы. Его можно приблизить к единице, если сделать  $\Delta \approx T_p$  применением 100%-ного расширения импульса. Такой расширитель будет подробно рассмотрен в § 10.23. Таким образом, сигнал может быть восстановлен без заметных искажений на дальнем конце цепей радиолокатора.

### 10.18. Радиолокатор с частотной модуляцией

Этот класс радиолокационных систем использует частотную модуляцию как средство для измерения. Модуляция может быть внесена в передатчик через его электронные цепи или самой целью при помощи эффекта Допплера. Мы рассмотрим следующие четыре типа систем:

- 1) доплеровская система с непрерывным излучением;
- 2) доплеровская система для измерения дальности;

<sup>1)</sup> Неточность и верхний предел в (10.22) появляются вследствие ограничения  $\omega_r \geq 2\omega_n$ .



- 3) доплеровская система с импульсной модуляцией;
- 4) высотомер с частотной модуляцией.

Допплеровская система с непрерывным излучением. Простейшая радиолокационная система с непрерывным излучением показана на рис. 10.13. Если цель неподвижна, ее присутствие может быть обнаружено путем выпрямления энергии, возвратившейся от цели, и последующего измерения при помощи гальванометра постоянного тока. Ничего другого о цели, кроме ее присутствия и, может быть, направления на нее, мы отсюда узнать не можем.

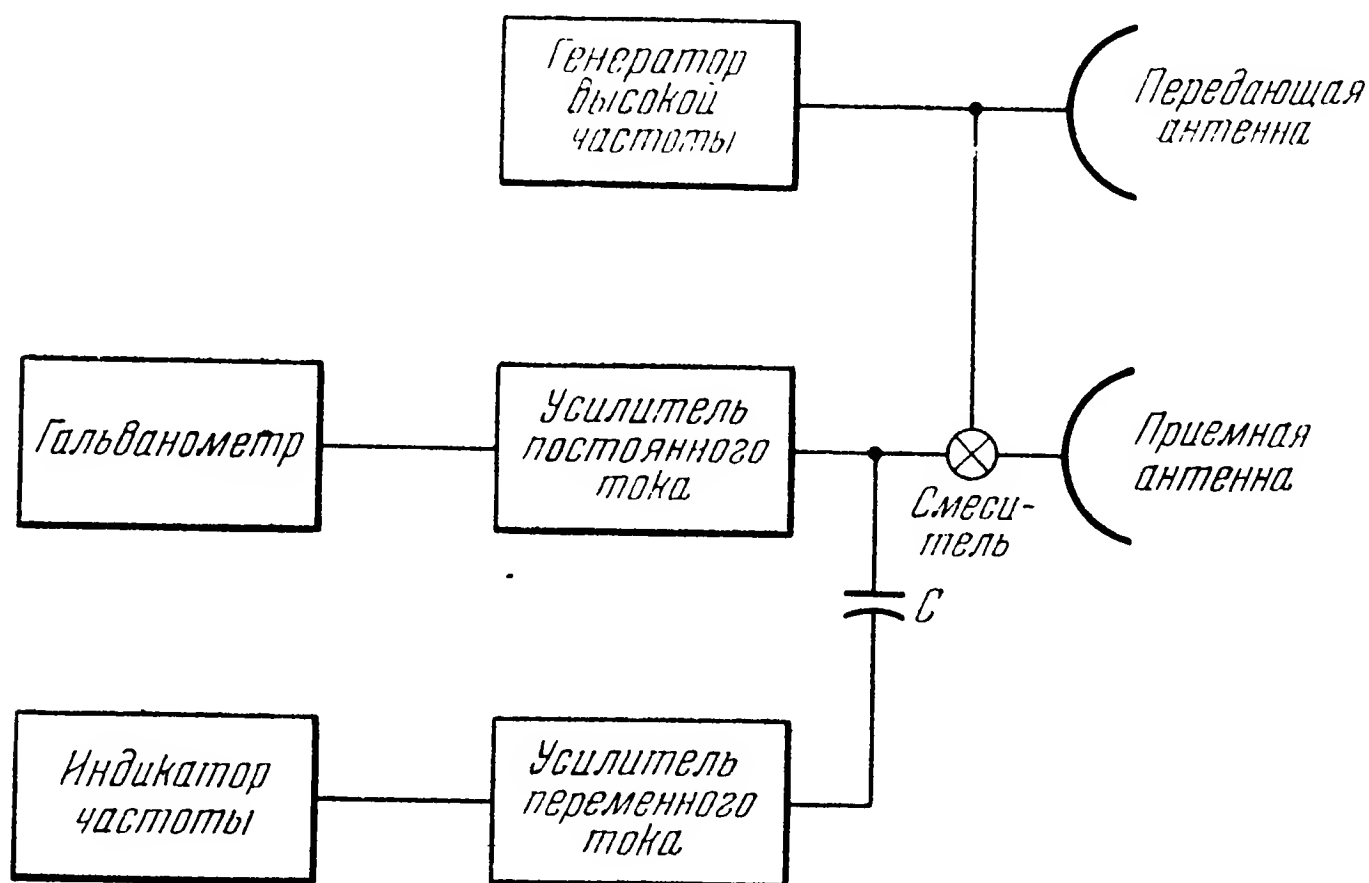


Рис. 10.13. Допплеровская система с непрерывным излучением.

Если, однако, цель движется, то может быть обнаружена радиальная составляющая ее скорости. Для этого нужно сравнить частоту отраженного сигнала с частотой передатчика. Частота отраженного сигнала будет отличаться от частоты переданного вследствие эффекта Доплера, который в данном случае совершенно аналогичен появлению при распространении звука. Сравнение излученной и принятой частоты дает биения, частота которых иногда называется доплеровской частотой  $f_D$ :

$$f_D = 89,4 \frac{v}{\lambda}, \quad (10.23)$$

где  $v$  — скорость цели в милях в час,  $\lambda$  — длина излучаемой волны в сантиметрах<sup>1)</sup>.

Чтобы использовать этот принцип, мы удаляем постоянную составляющую отраженного сигнала и оставляем только переменную

<sup>1)</sup> Rideour L., Radar System Engineering, McGraw-Hill Book Co., 1947. [Русский перевод: Радиолокационная техника, т. I и II, Советское радио, 1949. (Прим. перев.)]

составляющую, пропорциональную радиальной скорости цели. Так как это можно сделать просто при помощи блокирующего конденсатора, то мы получим способ обнаружения исключительно движущихся целей; все неподвижные цели (или местные предметы) будут исключены конденсатором. На первый взгляд, отсюда можно путем интегрирования получить дальность. Однако это неверно, потому что в описанной системе не существует никакого устройства для определения постоянной интеграции. Таким образом, эта система не может измерять дальности. Вообще она хороша лишь теоретически, а на самом деле удовлетворительность ее работы зависит от того, насколько передатчик свободен от шумов. Максимальный допустимый шум в передатчике зависит от ожидаемой полосы доплеровских частот и от того, как сконструирована система. Требуемая точность стабилизации частоты передатчика имеет порядок  $10^{-10}$ . Полоса приемника может быть сделана весьма узкой по сравнению со случаем импульсного радиолокатора. Это, конечно, ограничивает скорость передачи информации. Однако в системах управления необходимая скорость передачи информации зависит от того, насколько система может ее использовать, т. е. от того, какую ширину полосы требует система. Эти требования ограничиваются всего несколькими герцами или даже меньше, как будет показано в последующих главах. Поэтому полоса приемника может быть самое большее в несколько сот герц. Для заданной максимальной дальности действия отношение потребной пиковой мощности импульсного радиолокатора к мощности доплеровской установки с непрерывным излучением есть линейная функция от отношения ширины их полос.

Если при сравнимых дальностях действия импульсная мощность будет, например, иметь порядок сотен киловатт, то мощность доплеровской установки с непрерывным излучением будет порядка десятков ватт. Однако средняя мощность этих двух систем будет одинакова, если они спроектированы на одну и ту же максимальную дальность. Доплеровская система при отсутствии селекции может обеспечить однозначное сопровождение лишь при том условии, что внутри луча антенны находится только одна цель. Это условие таково же, как и для импульсного радиолокатора, в котором из всех величин, связанных с целью, используется какая-либо одна (обычно ее дальность), чтобы при помощи этой величины осуществить селекцию цели для автосопровождения. В доплеровской системе для такой селекции пригодны только две величины: частота и амплитуда доплеровского сигнала. Обычно пользуются доплеровской частотой, применяя высокоселективный подстраиваемый фильтр такого типа, как в промышленных анализаторах формы сигналов. Чем уже полоса пропускания фильтра, тем выше разрешающая способность, совершенно так же, как в импульсном радиолокаторе уменьшение продолжительности стробирующих импульсов улучшает разрешающую способность.

Для правильного функционирования системы необходимо регулировать перетекание энергии из передатчика в приемник таким образом, чтобы в смеситель попадала как раз та амплитуда, которая необходима для наиболее выгодной его работы. Это требование затрудняет применение одной и той же антенны для передачи и приема. В экспериментальных установках, применяя для приема и передачи две различные антенны и специальную защитную цепь, состоящую из аттенюатора и фазовращателя, возможно получить чувствительность приемника, ограниченную только его собственными шумами.

Допплеровская система для измерения дальности. Чтобы измерять дальность цели, необходимо иметь какую-то отметку, относительно которой производится измерение. Эту отметку должен дать передатчик в виде частотной или импульсной модуляции. В импульсных радиолокаторах такой отметкой является сам импульс, относительно которого и измеряется дальность (время). Дальность цели вызывает сдвиг фазы различных боковых полос импульса, а сдвиг фазы (в идеальном случае) создает в приемнике отклик на излученный импульс, смещение которого по времени пропорционально дальности цели. В нашем случае нужно обратить процесс, т. е. определить дальность по относительному сдвигу фазы боковых полос. Интуиция подсказывает, что для этого достаточно двух боковых полос. Это можно осуществить многими способами. Можно построить обыкновенный радиолокатор, работающий на двух частотах (рис. 10.14). Дальность цели модулирует эти две частоты таким образом, что относительный сдвиг фаз пропорционален дальности. Для однозначного определения дальности такая система должна работать на частотах, настолько далеких друг от друга, чтобы на максимальной дальности разность хода составляла один период выбранной радиочастоты. Такой радиолокатор одинаково пригоден как для неподвижных, так и для движущихся целей. Однако, если необходимо измерять дальность только таких целей, которые обладают радиальной скоростью, необходимо использовать доплеровскую частоту как средство для исключения неподвижных целей.

Использование двух боковых частот эквивалентно излучению двух различных частот. Радиальное движение цели порождает доплеровскую боковую частоту на каждой из излучаемых частот. Каждая доплеровская частота смещена относительно своей несущей на величину, определяемую уравнением (10.23). Можно показать<sup>1)</sup>, что относительный сдвиг фаз доплеровской частоты есть линейная функция дальности цели. Описанный радиолокатор может измерять как дальность, так и скорость ее изменения.

Допплеровская система с импульсной модуляцией. Только что рассмотренная доплеровская система есть, в сущ-

---

<sup>1)</sup> Ridenour L., цит. на стр. 410; см. стр. 140 цитируемой книги [или стр. 127 русского перевода. (Прим. перев.)]

ности, грубая установка с импульсной модуляцией, боковые частоты которой образуют очень длинные импульсы; в промежутках между импульсами амплитуда остается отличной от нуля. Если даже скорость изменения дальности будет измерена очень точно, сама дальность будет определена с большой ошибкой, так как точное измерение разности фаз при условии, что максимальная дальность соответствует одному периоду, весьма затруднительно.

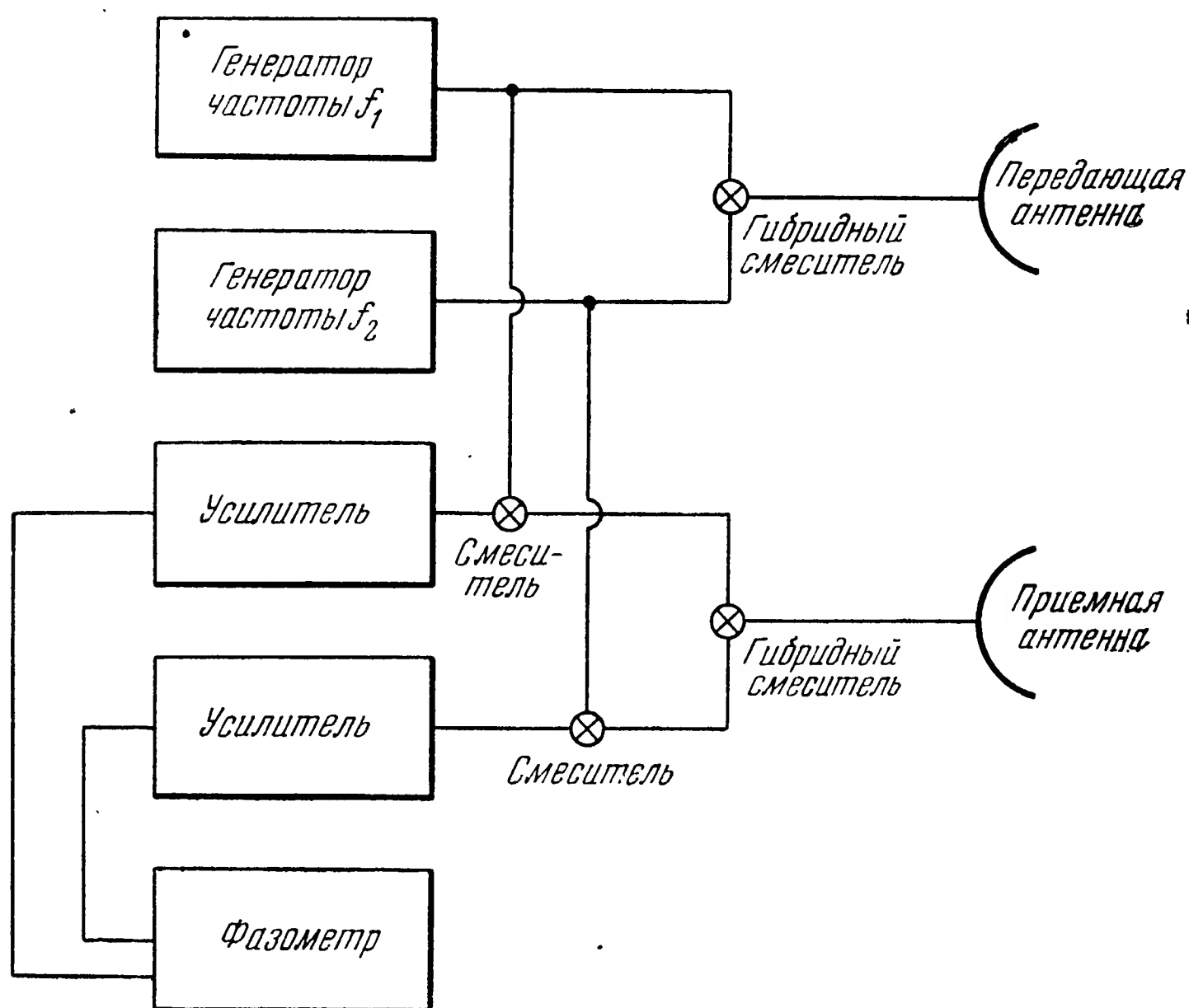


Рис. 10.14. Допплеровская система для измерения дальности.

Пусть, например, мы умеем измерять фазу с точностью  $1^\circ$  и пусть максимальная дальность действия радиолокатора есть 10 морских миль; тогда радиолокатор сможет различить разность расстояний в  $10/360$  морской мили, или 56 ярдов ( $\approx 50$  м). Используя тот же самый способ, мы получим, что теоретически импульсная установка сможет различать расстояния порядка 3 ярдов. (Конечно, в действительности, такие разности дальностей не могут быть измерены, но степень трудности получения указанных результатов одинакова в обоих типах.) Один из способов получить установку, обладающую одновременно точностью импульсной установки в измерении расстояний и способностью доплеровской установки исключать помехи от местных предметов, состоит в том, чтобы построить некоторое комбинированное устройство. Подобное устройство называется *доплеровской системой с импульсной модуляцией*. Эта система

показана на рис. 10.15. В таком радиолокаторе мерой дальности цели является задержка импульса, а время появления импульса используется для селекции (стробирования) цели, как и в обычном импульсном радиолокаторе. Однако только эхо-сигналы, обладающие доплеровским сдвигом фазы, используются в индикаторах и следящих цепях. Отделение импульсов, обладающих доплеровским сдвигом, от не имеющих этого сдвига, выполняется очень сложными фильтрующими цепями. Вообще эти фильтрующие цепи могут быть выполнены несколькими способами, одинаковыми с теоретической точки зрения, но различными на практике.

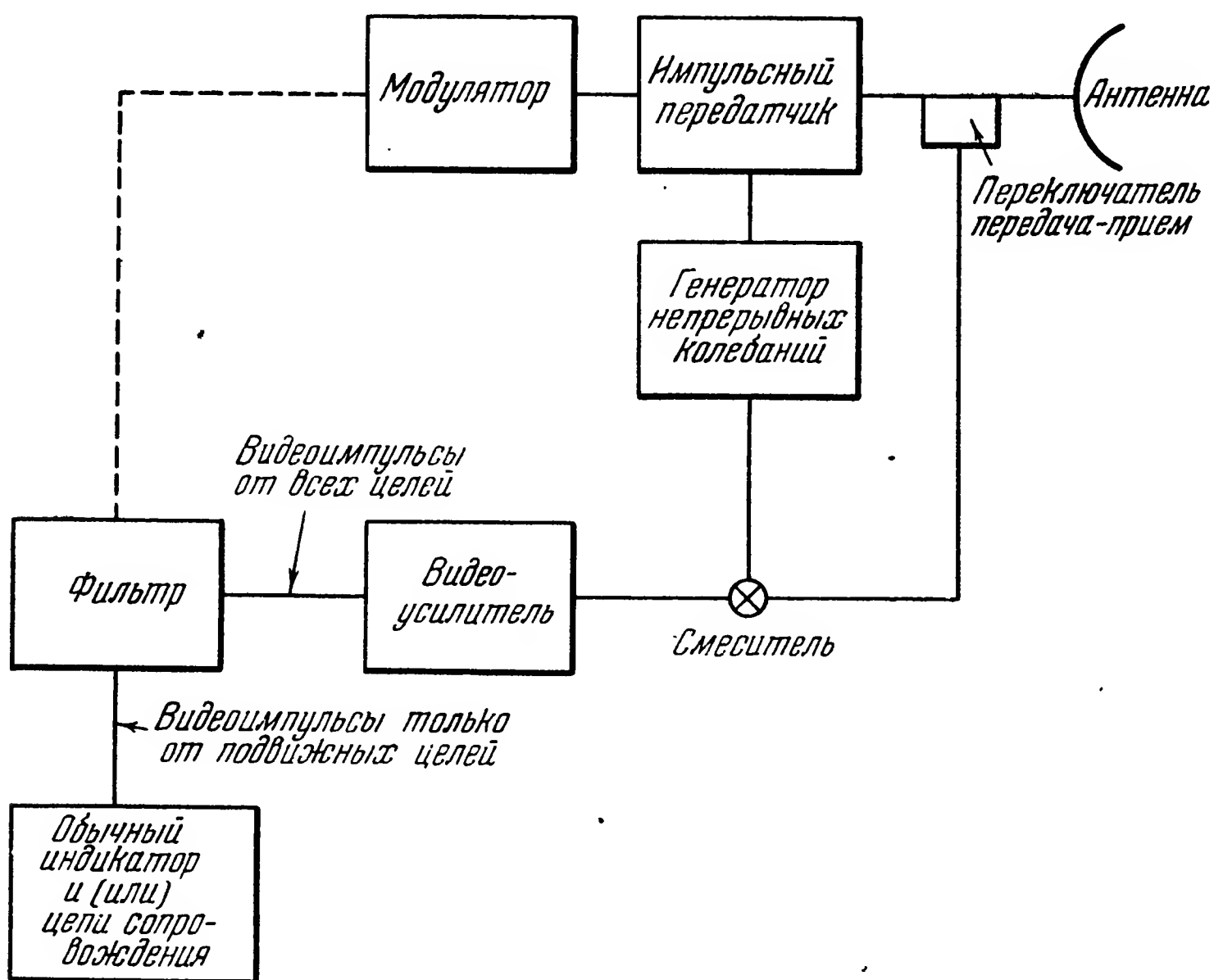


Рис. 10.15. Допплеровская система с импульсной модуляцией.

Один из способов использует изменение частот боковых полос, вызываемое доплеровским сдвигом. Другой способ действует во временной области и использует тот факт, что разность фаз между последовательными импульсами передатчика неодинакова. Последний способ фильтрации наиболее часто применяется для индикации подвижных целей. Анализ и синтез этих фильтрующих цепей очень сложен и не входит в задачу настоящей книги.

Высотомер с частотной модуляцией (радиовысотомер). Как уже было указано выше, для измерения дальности необходимо, чтобы излучаемые сигналы имели опорную отметку, например, в виде какой-либо модуляции. С этой целью может быть использована частотная модуляция. Если излучаемая частота изме-



няется, можно измерять дальность, сравнивая излучаемую и отражаемую частоты. На рис. 10.16 показана блок-схема такого устройства. При этом необходимо ограничиться целями, не имеющими радиальной скорости. Тогда из сравнения частот вырабатывается частота, пропорциональная дальности цели. Если же имеется и радиальная скорость, то принятая частота отличается от излучаемой

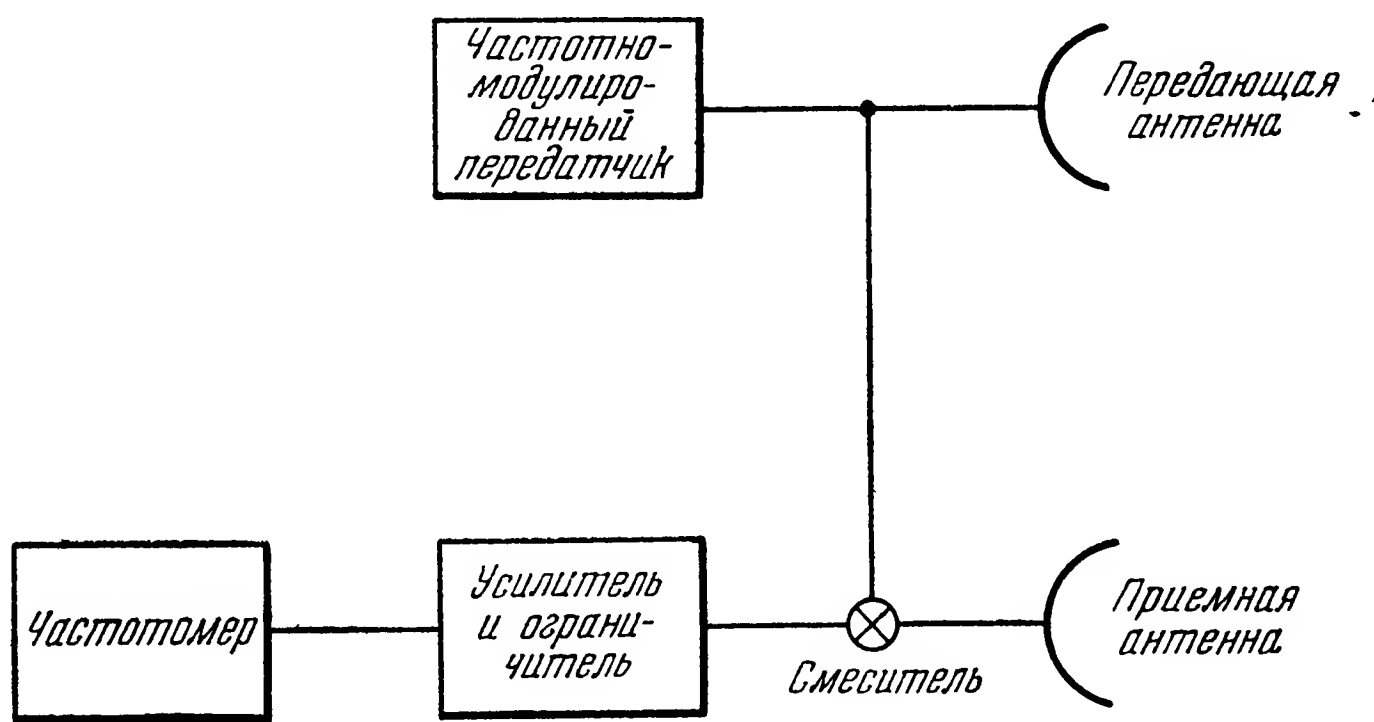


Рис. 10.16. Радиовысотомер.

на величину, пропорциональную сумме дальности и ее производной по времени. Подобные системы применяются для измерения высоты самолетов, у которых вертикальная скорость близка к нулю.

### 10.19. Параметры импульсных радиолокаторов

Задача последующих параграфов состоит в том, чтобы показать, как влияет сама подлежащая передаче информация на выбор параметров радиолокационной системы. Чтобы рассмотреть подробности проектирования всех элементов радиолокационной системы, необходимо было бы привлечение большого справочного материала. Здесь нам нет необходимости заниматься этим. Мы будем рассматривать методику проектирования с точки зрения требований теории связи. Наше главное внимание будет сосредоточено на антеннах, линиях передачи, передатчиках, импульсных модуляторах, приемниках, блоках дальности, угловых блоках (азимута и угла места) и источниках питания. Следящие системы, применяемые в радиолокационных установках, рассмотрены в других главах.

Сначала мы будем рассматривать вопросы, касающиеся как поисковых, так и сопровождающих радиолокаторов. Затем мы займемся динамическими условиями, играющими главную роль в радиолокаторах сопровождения.



### 10.20. Антенны радиолокаторов

Проектирование антенн радиолокаторов есть сложное искусство, опирающееся на науку. Литература по этому вопросу чрезвычайно обширна. Нам необходимо изложить здесь лишь некоторые избранные вопросы.

Антенны, применяемые в системах управления снарядами при помощи радиолокаторов, большей частью относятся к категории так называемых квазиоптических, а не решетчатых антенн. Такая квазиоптическая антенна состоит обычно из источника излучения или облучателя, который возбуждает параболоид или линзу. Параболоид или линзу считают (иногда ошибочно) главным средством формирования диаграммы направленности луча; эту диаграмму называют «вторичной». Облучатель или первичный излучатель сам по себе посылает по направлению ко вторичному излучателю луч, диаграмма направленности которого называется «первичной».

В настоящее время состояние искусства разработки больших антенн (больших по сравнению с длиной излучаемой волны) таково, что можно более или менее твердо сформулировать несколько важных для конструктора фактов.

а) *Выигрыш и вторичная диаграмма направленности большой антенны известным образом зависят от ее площади, квадрата длины волны и степени освещенности вторичного излучателя первичным.*

Если бы передающая антенна<sup>1)</sup> излучала энергию изотропно, т. е. одинаково во всех направлениях, то мощность, проходящую через единицу площади на расстоянии  $d$  от антенны, можно было бы найти, разделив полную излученную мощность  $S$  на  $4\pi d^2$ . Однако направленная антенна концентрирует энергию в определенных направлениях. Поэтому мощность, проходящая через единицу площади в некоторой удаленной точке пространства, будет отличаться некоторым коэффициентом  $G$  от мощности, которая появилась бы в этой точке в результате изотропного излучения той же самой общей мощности. Этот коэффициент называется *выигрышем* (или *коэффициентом усиления*) антенны в данном направлении. По нашему определению выигрыш гипотетического изотропного излучателя равен единице в любом направлении. Для всякой другой антенны  $G$  будет больше единицы в одних направлениях и меньше единицы — в других. Ясно, что  $G$  не может быть больше единицы во всех направлениях и что средняя величина  $G$ , взятая по всей сфере, должна быть в точности равна единице.

Обычно нас интересуют антенны, имеющие резко выраженный максимум  $G$  в одном направлении, т. е. антенны, излучающие энер-

---

<sup>1)</sup> Взято из Ridenour L., цит. на стр. 410; см. стр. 19 цит. книги [или стр. 18 русского перевода. (Прим перев.)]

гию в виде луча. Это максимальное значение мы будем обозначать через  $G_0$ . Узкие лучи, характерные для радиолокаторов, использующих микроволны (сантиметровые), требуют антенн, размеры которых велики по сравнению с длиной волны. Почти во всех случаях излучающие системы обладают отверстием (апертурой) большой площади, в котором возбуждается в основном плоская волна. Для таких систем основное соотношение между максимальным выигрышем  $G_0$ , площадью отверстия  $A$  и длиной волны  $\lambda$  будет иметь следующий вид:

$$G_0 = \frac{4\pi AK_0}{\lambda^2}. \quad (10.24)$$

Безразмерный коэффициент  $K_0$  равен единице, если возбуждение одинаково по фазе и интенсивности на всем отверстии; в реальных антеннах коэффициент  $K_0$  обычно бывает порядка от 0,6 до 0,7 и редко меньше, чем 0,5. Согласно уравнению (10.24) при  $K_0 = 1$  параболическая антенна диаметром 100 см имела бы на волне 10 см выигрыш, равный 986, а в реальных условиях, при  $K_0 = 0,65$ , выигрыш будет около 640.

Можно легко усмотреть связь между выигрышем и шириной луча<sup>1)</sup>. Применяя излучающее отверстие размером  $d$  в обоих направлениях, можно сформировать луч шириной в  $\frac{\lambda}{d}$  радиан. При этом излучаемая мощность будет сосредоточена главным образом в пределах телесного угла  $\frac{\lambda^2}{d^2}$ . Изотропный излучатель распространял бы ту же самую энергию в пределах телесного угла  $4\pi$ . Таким образом, можно ожидать, что выигрыш антенны будет приблизительно равен  $\frac{4\pi d^2}{\lambda^2}$ , что достаточно хорошо согласуется с уравнением (10.24), поскольку площадь излучающего отверстия имеет порядок  $d^2$ .

Следующим свойством антенны, столь же важным, как и выигрыш, является ее эффективная приемная площадь, или сечение. Эта величина имеет размерность площади и, будучи умноженной на плотность энергии (мощность на единицу площади) падающей плоской волны, дает полную мощность сигнала, принятого антенной. Эффективная приемная площадь  $A_r$  связана с выигрышем следующим соотношением:

$$A_r = \frac{G\lambda^2}{4\pi}. \quad (10.25)$$

Заметим, что в уравнении (10.25) написано  $G$ , а не  $G_0$ , так как его применимость не ограничивается направлением максимального

---

<sup>1)</sup> Под шириной луча мы будем понимать угол между двумя направлениями, для которых  $G = \frac{1}{2} G_0$ .

выигрыша или какой-либо особой формой луча. Если известен выигрыш антенны в каком-нибудь направлении, то ее эффективная приемная площадь для плоской волны, распространяющейся вдоль этого направления, вполне определена. Уравнение (10.25) можно обосновать вполне строго при помощи теоремы взаимности. Сравнивая уравнения (10.24) и (10.25), мы видим, что если коэффициент  $K_0$  равен единице, то эффективная приемная площадь антенны в главном направлении точно равна площади излучающего отверстия;

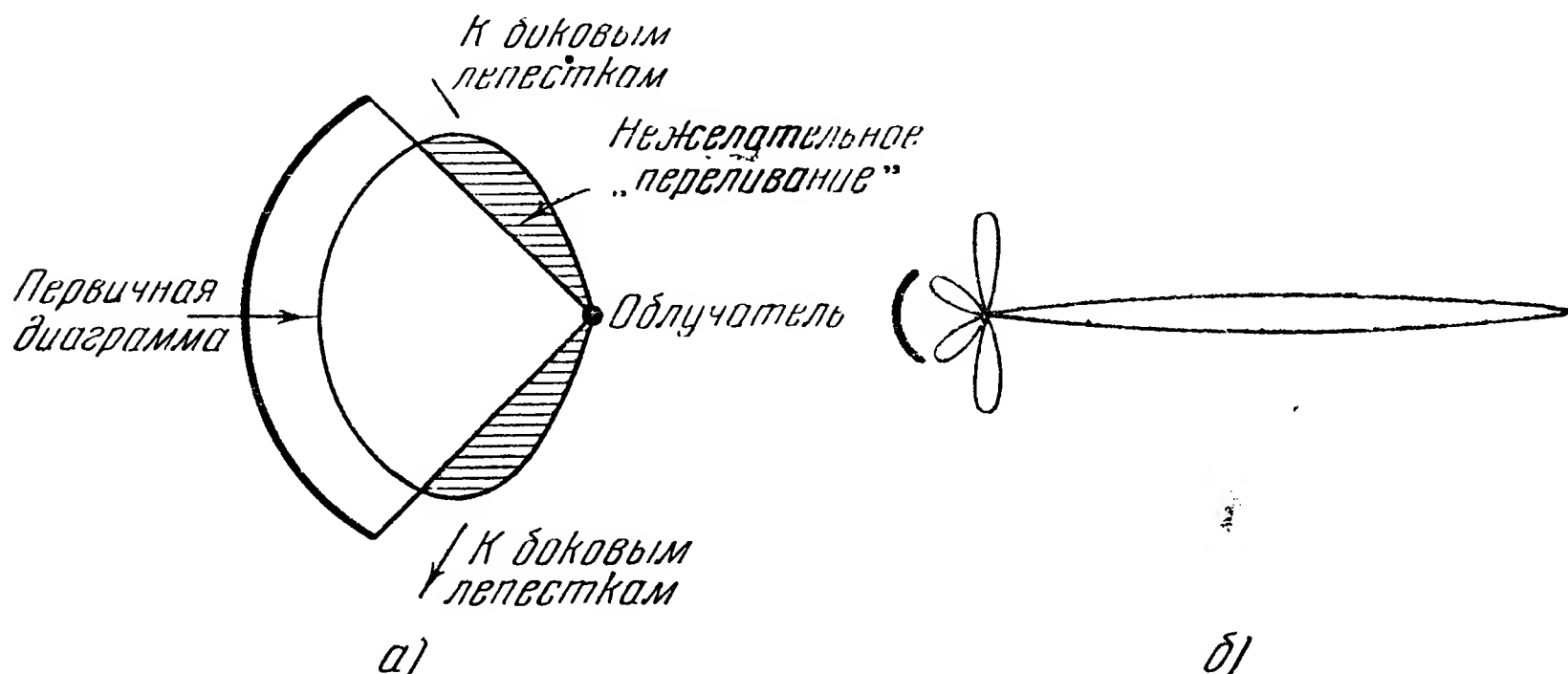


Рис. 10.17. Изотропное облучение: а) изотропное облучение отражателя и источник образования боковых лепестков; б) результирующая диаграмма направленности: высокий уровень боковых лепестков, но узкий главный луч.

иными словами, вся энергия, падающая на излучающее отверстие, поглощается антенной. Почти всегда величина  $A_r$  зависит от площади  $A$  излучающего отверстия, но не от  $\lambda$ , в то время как  $G_0$  зависит от  $\frac{A}{\lambda^2}$ .

б) Вообще изотропное облучение дает максимальный выигрыш, максимальное значение коэффициента  $K_0$ , минимальную ширину луча и большое количество боковых лепестков высокого уровня.

На рис. 10.17 видно, что на практике осуществление изотропного облучения ведет к переливанию части энергии через границу отражателя. Эта энергия проявляется в виде боковых лепестков.

в) Неравномерное облучение вообще дает выигрыш меньше максимального, ширину луча больше минимальной и боковые лепестки более низкого уровня, чем при изотропном облучении.

Рис. 10.18 иллюстрирует указанные явления. Заметим, что поверхность у края отражателя получает меньше энергии, вследствие чего площадь отражателя используется менее эффективно и получается меньший выигрыш. Это соответствует уменьшению коэффициента  $K_0$  в формуле (10.24). Отметим, что боковые лепестки не исчезают полностью, так как, кроме указанной выше причины их образования, существуют еще и другие: невыгодная форма границы отража-

теля, рассеяние энергии непосредственно от облучателя, затенение облучателя и интерференция.

Антенны, большие по сравнению с длиной волны (площадь  $> 10^4 \cdot \lambda^2$ ), применяются для сопровождения целей на станциях управления снарядами, где пространство не так ограничено, как внутри самого снаряда. Станции управления (как самолетные, так и наземные) могут быть расположены недалеко от поверхности Земли. Желательно направлять к поверхности Земли как можно меньше энергии, чтобы

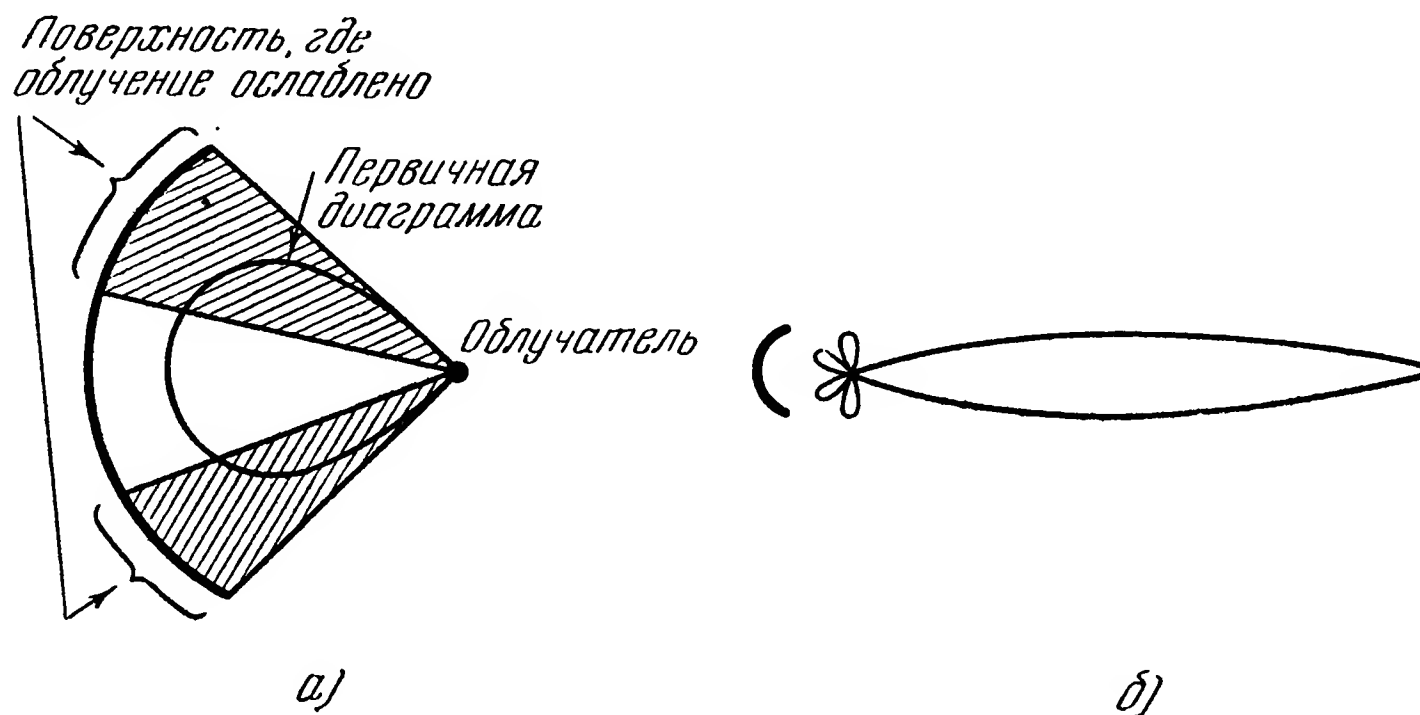


Рис. 10.18. Неравномерное облучение: а) неравномерное облучение отражателя; б) результирующая вторичная диаграмма: низкий уровень боковых лепестков, но более широкий главный луч.

интерференция между антенной и ее отражением была минимальной (рис. 10.19). Если цель облучается прямо главным лепестком (т. е. лучом) и, кроме того, на цель попадает еще отраженная энергия, то источниками энергии являются как антенна, так и ее отражение. В этом случае энергия распространяется вдоль прямого и отраженного путей, и у цели появляется результат векторного сложения полей, как было пояснено в главе 4.

Если предположить, что цель перемещается вдоль прямого пути, то мы увидим, что энергия у цели окажется амплитудно модулированной, поскольку изменение длины пути приводит к усилениям и ослаблениям сигналов. Поэтому, если относительная скорость антенны и цели такова, что чередование усилений и ослаблений совершается с частотой, близкой к одной из частот, используемых для передачи информации, в системе могут появиться шумы, достаточные для того, чтобы система оказалась непригодной.

Интерференционные эффекты могут появиться как вследствие наличия боковых лепестков, так и вследствие отражений внутри самого луча. Отсюда ясно, что важно сколько возможно уменьшать всякое излучение по направлению к отражающей поверхности. Внутри этих ограничений иногда удается так подобрать параметры установки,

чтобы получить лучшее из возможного. Некоторые из возможных решений таковы:

а) Может оказаться выгодным уменьшать боковые лепестки, направленные к Земле, за счет увеличения лепестков, направленных кверху. Этот способ называют «формированием луча»; опытным путем такое формирование почти всегда может быть сделано.

б) В некоторых случаях может оказаться возможным путем уменьшения облучения у границ вторичного излучателя подобрать соотношение между шириной луча и боковыми лепестками, наиболее выгодное с точки зрения интерференционных явлений. При этом, конечно,

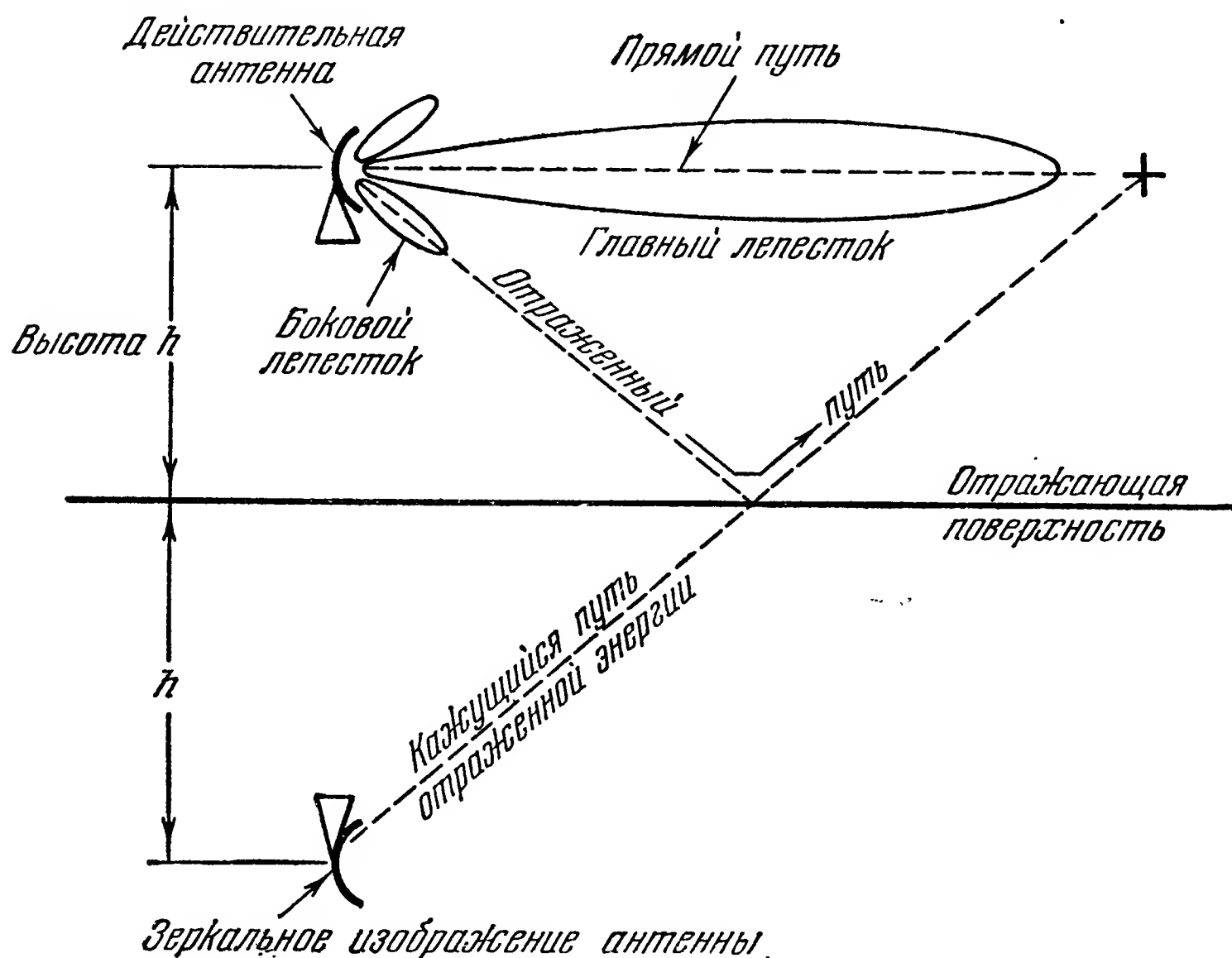


Рис. 10.19. Проблема малого угла.

нужно учитывать, какая предельная ширина главного лепестка и какой уровень боковых лепестков допустим для системы с других точек зрения. Ниже в этой главе мы еще вернемся к интерференционному эффекту.

Разработка антенн, малых по сравнению с длиной волны (площадь  $< 10^4 \lambda^2$ ), пока еще есть настоящее искусство. К несчастью, именно такие антенны мы должны использовать в снарядах. По-видимому, некоторую помощь в этом деле может оказать гидродинамическая аналогия. Одна из аналогий, оказавшихся удачными, есть распространение волн на воде в мелких сосудах <sup>1)</sup>. Оказалось воз-

<sup>1)</sup> См. гл. 19, а также Walbridge, Smith and Woodward, Water Ripple Analogue of Electromagnetic Propagation, 1952 University of Vermont Technical Report to Office of Naval Research.



можным моделировать с высокой степенью точности целый ряд простых антенн. Обычно проектирование малых антенн производится при помощи теорий, построенных для больших антенн. На основании испытания моделей к этим теориям делаются эмпирические поправки.

Рассуждения, примененные выше к интерференционным явлениям у больших антенн, применимы также и к малым антеннам, за исключением того, что обычно установление созразмерности главных и боковых лепестков менее удается. Компенсирующие меры должны быть приняты в других элементах системы.

### 10.21. Элементы высокочастотного тракта

В проектировании элементов тракта высокой частоты с точки зрения задач управления снарядами имеется мало особенностей. Вообще хорошо спроектированный тракт высокой частоты обыкновенного радиолокатора вполне пригоден и для управления снарядами. Однако необходимы почти очевидные предосторожности, на которые следует обратить внимание. Эти предосторожности частично относятся и к другим областям применения радиолокации; они охватывают разработку фидерных устройств, смесителей и автоматической подстройки частоты местного гетеродина.

а) Когда радиолокационная установка используется для управления снарядами, у нее существует целый ряд параметров, таких, как частота повторения импульсов, несущая частота, частота сканирования и т. п., которые могут быть использованы в качестве переносчика для управляющей информации. Радиолокационная установка должна быть так спроектирована, чтобы управляющая информация, наложенная на переносчик, не была искажена. Например, если управляющая информация наложена на несущую частоту при помощи частотной модуляции, фидерное устройство должно быть достаточно широкополосным; в противном случае помимо частотной модуляции появится еще и амплитудная. Вопросы подобного типа в технике управления довольно многочисленны, но обычно они требуют лишь некоторого усовершенствования современного радиолокатора.

б) Много делалось в области схем, уменьшающих шум в смесителе от местного гетеродина. Если подобные схемы имеют некоторый смысл для увеличения дальности поиска, то значительно меньше оправдано их применение в установках для управления огнем, поскольку там далеко не всегда используется максимальная дальность. Для бортовых радиолокаторов с точки зрения габарита, веса и трудностей настройки ценность существующих сейчас смесителей с малыми шумами сомнительна. Основания такого суждения состоят в следующем. Шум в приемнике, для которого шум в местном гетеродине является только одной из составляющих, становится главной частью в общем шуме только в том случае, когда цель приближается



к максимальной дальности сопровождения данной системы. Многие системы управления снарядами спроектированы таким образом, что радиолокационная установка используется только на средних для нее дальностях, вследствие чего сигнал велик по сравнению с шумом. В таких системах (конечно, бывают и исключения) балансный смеситель или любой другой смеситель с малым шумом применять не требуется. Например, некоторая наземная лабораторная радиолокационная установка, использующая  $X$ -диапазон волн <sup>1)</sup> путем подбора отдельных элементов и применения сложной регулировки, была рассчитана на то, чтобы ее коэффициент шумов оказался равным приблизительно 12 дб. Однако ежедневно в течение месяца оказывалось, что коэффициент шумов достигает 20 дб. Сравнение балансного смесителя, применявшегося в этой установке, с хорошо разработанным небалансным смесителем, не требовавшим столь сложной настройки, показало разницу в коэффициенте шумов лишь примерно в 3 дб, причем в течение 50% времени измерения эта разница была благоприятна для небалансного смесителя.

в) Стандартный тип автоматической подстройки частоты (АПЧ) местного гетеродина использует объемный резонатор в качестве эталона или частотного дискриминатора. Для упрощения следящей системы, которая управляет частотой, обычно применяют частотную модуляцию местного гетеродина, чтобы получить несущую, модуляция которой в свою очередь образует низкочастотные стабилизирующие поправки. Следящая система АПЧ не может влиять на намеренную частотную модуляцию, а лишь изменяет свою низкочастотную корректирующую функцию; если бы это влияние имело место, были бы сдвинуты несущая управляющей информации АПЧ и ее боковые полосы. Очень важно, чтобы намеренная частотная модуляция производилась таким образом, чтобы исключить возможность появления биений, которые могли бы попасть в остальные части системы управления.

Устройство АПЧ может повлиять на способность системы преодолевать изменения в нагрузке передатчика, вызываемые обтекателем антенны. Поэтому АПЧ должна быть разработана с учетом скорости изменения частоты, определяемой скоростью поворотов антенны и скоростью изменения коэффициента отражения обтекателя в зависимости от положения антенны.

## 10.22. Радиолокационные передатчики

Радиолокационные передатчики в системах управления только некоторыми частностями отличаются от радиолокационных передатчиков других назначений. Выбор частоты основан на многих соображениях, из которых два относятся к преодолению трудностей,

---

<sup>1)</sup> От 2,75 до 5,27 см. (Прим. перев.)

связанных с распространением радиоволн (см. гл. 4), и к пригодности прочих частей системы. Например, выбор для передатчика магнетрона, или клистрона, или триода и т. п. основывается главным образом на желаемом методе передачи управляющей информации. Если выбран метод частотной модуляции, использование магнетрона не желательно, так как по своим свойствам он трудно поддается частотной модуляции; в этом случае более подходящим будет клистрон. Если выбрана система, требующая предельно коротких импульсов, не следует применять триод с объемным резонатором. Для того чтобы триод давал удовлетворительные колебания, его необходимо связать с объемным резонатором, который не поддается возбуждению импульсами с резко выраженной границей. В этом случае лучше применить магнетрон или клистрон.

Вторая проблема, с которой встречаются исключительно в авиационных и бортовых радиолокаторах снаряда, есть изменение импеданса нагрузки передатчика, вызываемое переменами в коэффициенте отражения обтекателя. В литературе имеется очень подробное изложение теории вопроса <sup>1)</sup>. Однако одна теория еще не дает возможности спроектировать удовлетворительный обтекатель. Только эксперимент совместно с теорией дает возможность разработать обтекатель, у которого изменения импеданса сведены к допустимому минимуму. Техника проектирования включает в себя вычисление и измерение коэффициента отражения и его фазы для проектируемого обтекателя. Эти данные наносят на построенную для передатчика круговую диаграмму Rieke <sup>2)</sup>; таким путем можно свести к минимуму влияние изменения импеданса на работу передатчика. Однако точность определения или расчета коэффициента отражения невелика благодаря сложной физической природе явления и сложной форме обтекателя, необходимой по аэродинамическим или механическим соображениям. Единственный выход состоит в эксперименте и проверке.

### 10.23. Импульсные модуляторы

Импульсный модулятор есть переключатель, который сообщает сравнительно короткий импульс некоторому элементу передатчика и заставляет последний излучать короткую вспышку энергии высокой частоты; продолжительность этой вспышки должна удовлетворять условиям разрешаемой задачи. В этом случае передатчик излучает так называемую *пиковую мощность*. Средняя мощность, излучаемая за большой промежуток времени, зависит от пиковой мощности, длительности импульса и промежутка времени между импульсами.

<sup>1)</sup> Silver, Microwave Antenna Theory and Design, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York; Cody et al., Radar Scanners and Radomes, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.

<sup>2)</sup> Reich, Ordung, Krauss and Skalnik, Microwave Theory and Techniques, p. 554, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1953.

Отношение средней и пиковой мощности называется *коэффициентом заполнения*. В главе 16 будет показано, что максимальная дальность зависит от средней мощности. Средняя мощность в значительной степени определяет также габарит и вес импульсного модулятора.

В старых поисковых радиолокаторах применялась сеточная модуляция на триодах, при которой требовались переключатели на небольшую мощность. В настоящее время даже самые простые радиолокаторы используют анодную модуляцию как более эффективную и гибкую. При этом необходимо, чтобы переключатель был рассчитан на десятки ампер и десятки тысяч вольт. Эти требования можно удовлетворить как при помощи механических, так и при помощи электронных средств. Так, в очень простом радиолокаторе, использованном в свое время для приема эха от луны, переключатель был механического типа с ручным переключением. Одной из форм механического переключателя является вращающийся искровой разрядник, в котором диск с некоторым числом электродов вращается вблизи неподвижных электродов. К диску и неподвижному электроду подведено напряжение, достаточное для ионизации находящегося между ними воздуха. Поэтому, когда вращающийся электрод находится в пределах некоторого малого угла около неподвижных электродов, вспыхивает дуга, которая и включает линию высокого напряжения передатчика. Продолжительность горения дуги обычно регулируется специальным устройством, так что все импульсы имеют одинаковую длительность.

В модуляторах электронного типа используется или тиратрон (вместо вращающегося искрового разрядника), или вакуумные лампы, усиливающие маломощный импульс до необходимого уровня.

Если радиолокационная управляющая аппаратура использует импульсную модуляцию в качестве поднесущей для передачи управляющей информации, то желательно сконструировать модулятор так, чтобы он удовлетворял специальным требованиям, некоторые из которых мы здесь поясним.

Если хотят использовать частоту повторения импульсов в качестве поднесущей, то обыкновенный импульсный модулятор не сможет работать удовлетворительно. Например, вращающийся искровой разрядник в качестве переключателя имеет большую инерцию. Инерция мешает модулировать частоту повторения импульсов со скоростью, необходимой для управления. Но тиратрон или вакуумная лампа могут быть с успехом использованы для этой цели.

Модулятор на вакуумных лампах даже в лучшем варианте является малоэффективным устройством, потому что на лампах падает большое напряжение. Эффективность тиратронного модулятора заметно выше, потому что тиратрон работает подобно механическому переключателю, в котором проходят большие токи при низком напряжении. На рис. 10.20 представлена схема простейшего тиратронного модулятора. В течение времени между моментами, когда высоковольт-

ные импульсы поданы на нагрузку, резонансный контур  $L_1$ ,  $L_2$  и  $C_2$  заряжается в соответствии с законом, определяемым резонансной частотой  $t = \frac{1}{2} \pi \sqrt{L_1 C_2}$ . Индуктивность  $L_2$  обычно мала по сравнению с  $L_1$ ; поэтому мы ею пренебрегли. Когда напряжение на аноде тиратрона близко к своему пиковому значению, импульс на управляющем электроде, синхронизированный с частотой заряжания, отпирает тиратрон. Это заставляет искусственную линию разрядиться, причем импульс тока в нагрузке имеет почти прямоугольную форму.

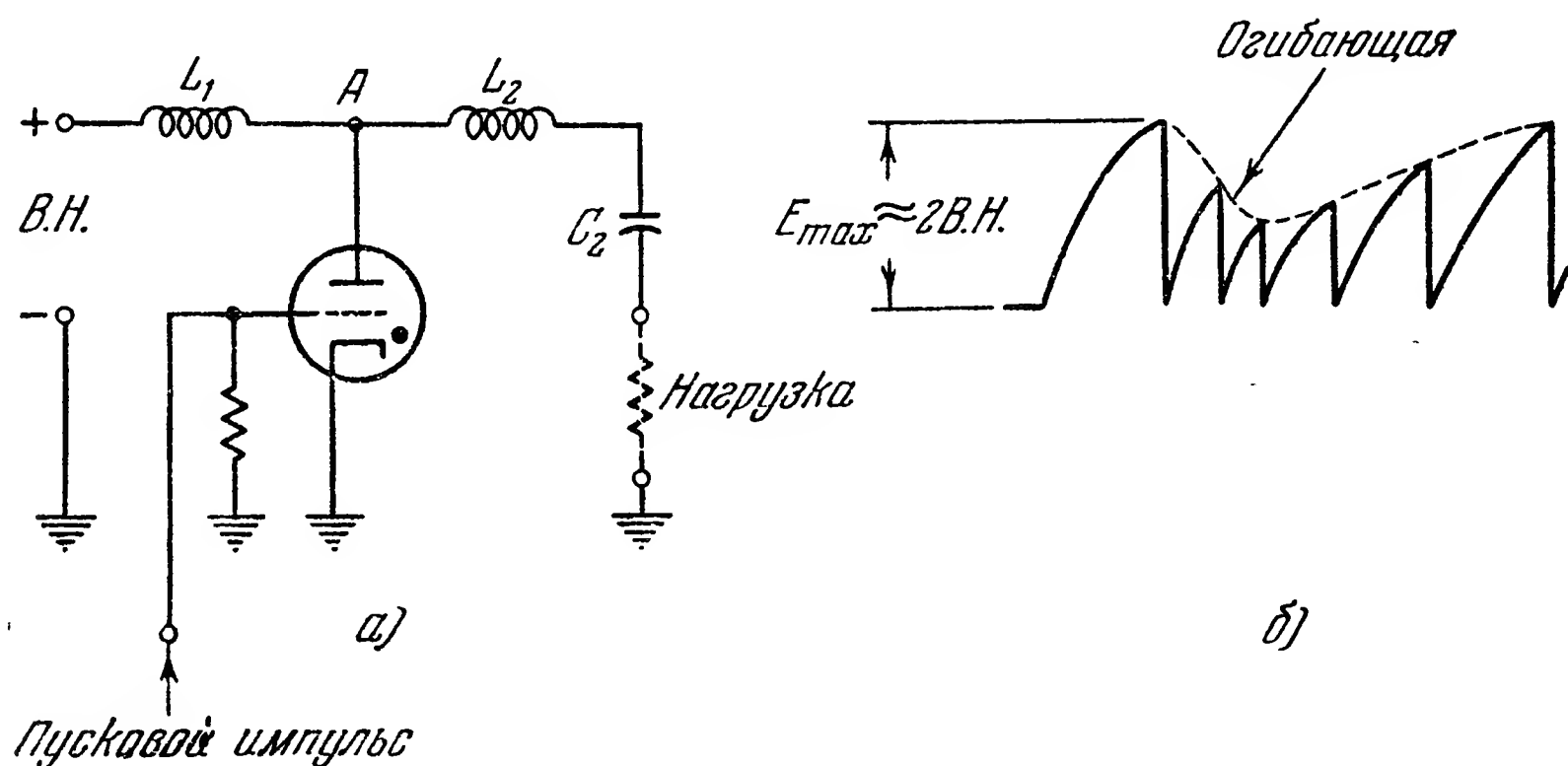


Рис. 10.20. Тиратронный модулятор: а) схема простейшего тиратронного модулятора, б) форма импульсов в точке А. Видна амплитудная модуляция, появляющаяся вследствие вариации частоты повторения импульсов.

Искусственная линия, которую иногда называют импульсной линией, обычно состоит более чем из одной секции, показанной на рисунке, но и одной секции достаточно, если не требуется большой точности в форме импульса. Частота повторения импульсов радиолокатора и, конечно, частота пусковых импульсов должна быть примерно в четыре раза больше резонансной частоты  $L_1$ ,  $L_2$  и  $C_2$ . Если это условие выполняется, модулятор не может быть использован в системе, где частота повторения импульсов используется в качестве несущей для управляющей информации, потому что частота повторения уже не может быть модулирована без возникновения амплитудной модуляции выходных импульсов. На рис. 10.21 показана та же самая схема, но с добавлением «задерживающего» диода. Назначение диода состоит в том, чтобы задержать на некоторое время пиковое напряжение, достигаемое при заряде, чтобы пусковой импульс мог «зажечь» модулятор в любой подходящий момент после пика. Подобная схема чаще всего применяется в системах, использующих модуляцию частоты повторения в качестве средства управления.

Для других систем управления проектировщик должен выбрать такой модулятор, который лучше всего удовлетворяет его требованиям (см., например, § 10.41, маячные модуляторы). Управляющая информация может быть передана при использовании в качестве переносчика, например, ширины, наклона или других характеристик формы радиолокационных импульсов, в частности, таких, как последовательность импульсов (импульсное кодирование). В этих случаях,

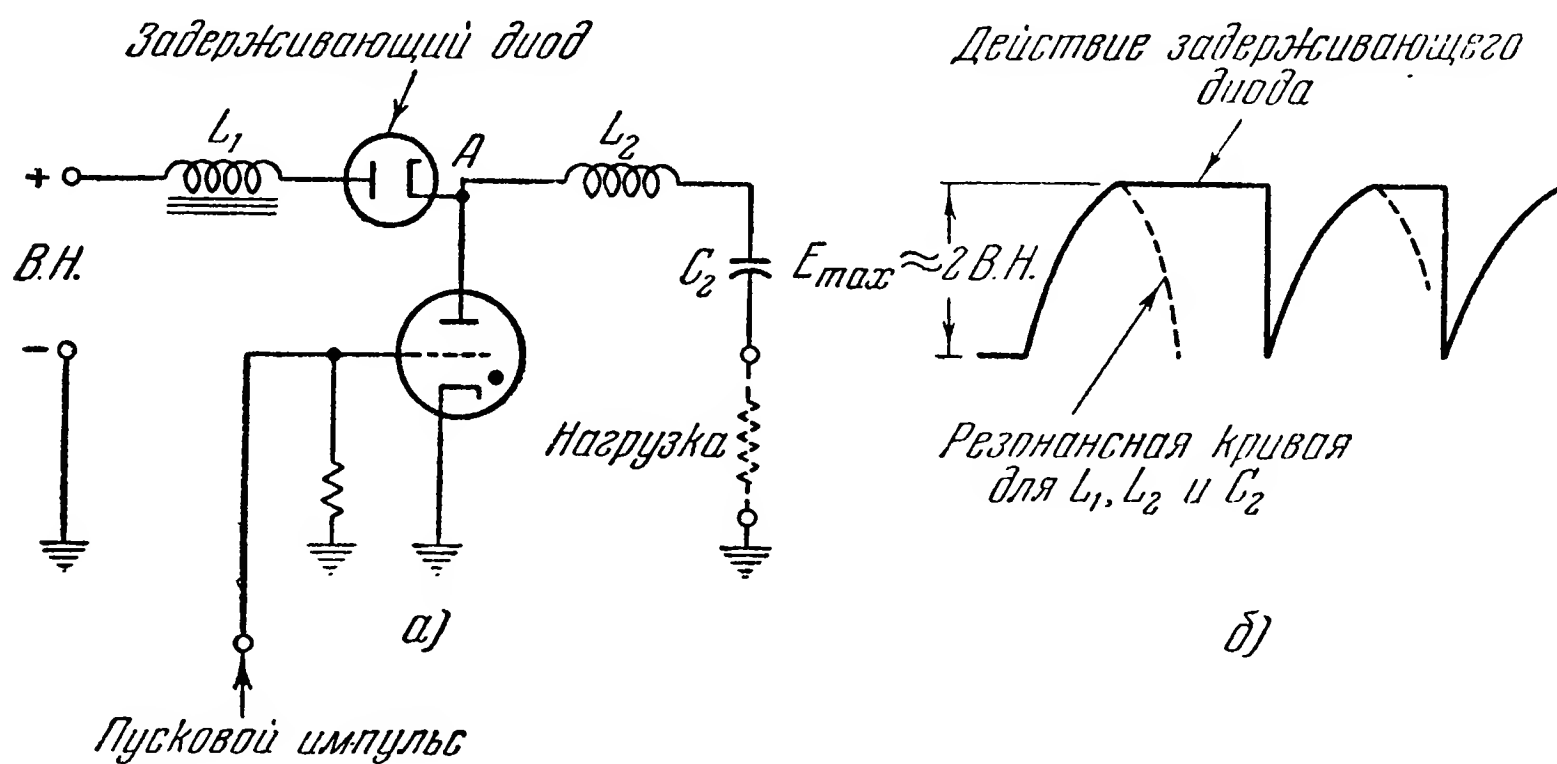


Рис. 10.21. Тиратронный модулятор с задерживающим диодом: а) тиратронный модулятор, использующий задерживающий диод, для того чтобы была возможна вариация частоты повторения без амплитудной модуляции; б) форма импульсов в точке А.

по-видимому, наиболее подходит модулятор с жесткой лампой, т. е. усилитель мощности импульсов. При этом типе модуляторов управляющая информация легко может быть наложена на форму импульса еще на уровне малой мощности, а затем усилена до уровня, требуемого передатчиком.

#### 10.24. Сопровождающий радиолокатор

Предыдущие параграфы относились к радиолокатору вообще независимо от того, в каком режиме (поиска или сопровождения) он работает. Теперь мы займемся главным образом радиолокатором, работающим в режиме автосопровождения. Принципиальная разница между поисковым и сопровождающим радиолокатором состоит в следующем.

В поисковом радиолокаторе требуется незначительная точность сопровождения, поэтому для сопровождения обыкновенно используется наводчик. В сопровождающем радиолокаторе требуемая точность сопровождения велика, и запаздывание наводчика становится недопустимым, вследствие чего все динамические операции выполняются автоматически. Поэтому следует ожидать, что сопровождаю-



щий радиолокатор потребует более сложной и точной аппаратуры в тех цепях, где так или иначе используются сигналы, зависящие от движения сопровождаемой цели.

Особый интерес для нас представляют приемник, автоматическая регулировка усиления, блок дальности, угловой блок, следящие системы и связанные с ними блоки питания. Теория собственно следящих систем рассматривается в главе 7 и в других местах этой книги.

### 10.25. Радиолокационные приемники

Радиолокационные приемники можно классифицировать самым различным образом, однако их главным назначением остается, во всяком случае, прием отраженной от цели энергии после излучения ее передатчиком и выработка удобного выходного сигнала для средств визуального наблюдения или для автосопровождения цели. В последующем изложении мы ограничимся приемниками импульсного радиолокатора с коническим сканированием, которые применяются в системах управления огнем или снарядами. Мы обратим особое внимание на характеристики, важные с точки зрения точного сопровождения по углам и дальности. Мы не будем рассматривать приемники для других типов излучения или имеющих другое назначение, если даже они построены на тех же самых принципах.

Приемники, которыми мы будем заниматься, почти всегда относятся к типу супергетеродинных, т. е. использующих местный гетеродин и смеситель для того, чтобы преобразовать входной сигнал к значительно более низкой частоте, с которой проще иметь дело. Преобразованный сигнал подвергается очень большому усилению в усилителе промежуточной частоты и выпрямляется в диодном детекторе промежуточной частоты. Выход этого детектора состоит из видеоимпульсов, представляющих собой огибающую принятых эхоимпульсов высокой частоты. Эти импульсы обычно усиливаются соответствующим видеоусилителем, за которым следует специальный видеодетектор, называемый *расширителем импульсов*. Это устройство преобразует последовательность видеоимпульсов в напряжение постоянного тока, на которое наложен сигнал переменного тока, пропорциональный огибающей последовательности импульсов. Составляющая переменного тока содержит в себе информацию об углах. Составляющая постоянного тока зависит от средней амплитуды импульса и служит для регулировки усиления приемника. Либо в усилителе промежуточной частоты, либо в видеоусилителе предусматривается селектирование по дальности, чтобы возможно было сопровождение только одной цели. Селекция достигается резким уменьшением чувствительности приемника в течение всего времени, за исключением короткого интервала, в течение которого ожидается присутствие желаемого сигнала.



### 10.26. Смесители и местные гетеродины

В смесителе напряжение сигнала, принятого антенной системы, взаимодействует с напряжением значительно большей амплитуды, выработанным местным гетеродином. Частота местного гетеродина отличается от частоты сигнала на промежуточную частоту. При частотах порядка 3000 мГц кристаллические смесители могут быть коаксиального или волноводного типов. При более высоких частотах используются смесители только волноводного типа. На рис. 10.22, а показан разрез широкополосного коаксиального смесителя на частоту 3000 мГц, а на рис. 10.22, б — простейший волноводный смеситель.

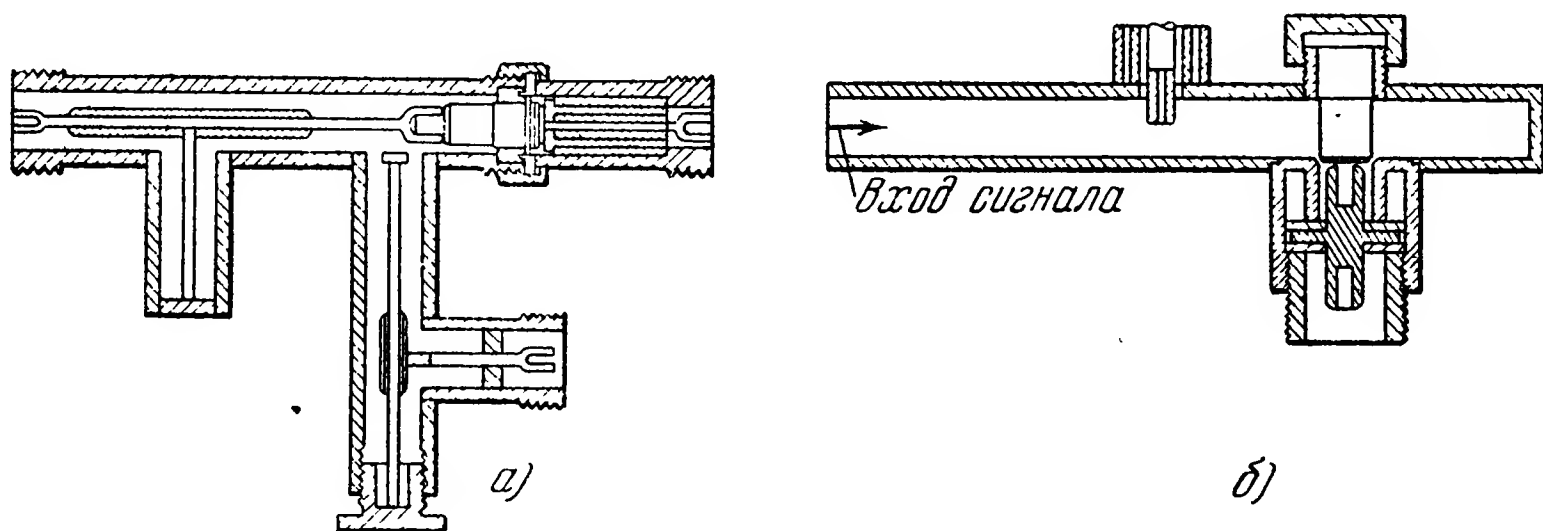


Рис. 10.22. Смесители: а) широкополосный коаксиальный смеситель на частоту 3000 мГц, б) волноводный смеситель на частоту 10 000 мГц.

Местный гетеродин для высокочастотных радиолокационных приемников может быть обычного низкочастотного типа с отрицательным напряжением на сетке, с подстраиваемыми контурами, состоящими из коаксиальных элементов; однако более часто применяют лампы с модуляцией по скорости. Последний тип практически является единственным, пригодным для частот выше 4000 мГц. Наиболее известной лампой с модуляцией по скорости является отражательный клистрон, существующий в двух видах. В первом резонатор находится частично вне вакуума, во втором он находится целиком в вакууме. Если резонатор находится вне вакуума, то настройка на нужную частоту осуществляется погружением в резонатор на различную глубину металлических винтов. Клистроны, у которых резонатор составляет одно целое с корпусом лампы, настраиваются путем деформирования резонатора, причем изменяется расстояние между сетками.

Существует несколько узких областей изменения управляющего напряжения, в которых клистрон будет давать колебания; между этими областями колебаний не возникает. В каждой области частота увеличивается с увеличением отрицательного напряжения на отражателе, причем выходная мощность увеличивается от нуля до максимума, а затем снова падает до нуля. Отличный способ управления частотой отражательного клистрона состоит в небольшом

изменении напряжения на отражателе около точки максимальной мощности. На практике обычно пределы этого измерения устанавливаются так, что на их границах падение мощности равно половине максимальной. Когда применяется автоматическая подстройка частоты (АПЧ), управляющее напряжение обычно подают на отражатель. Поэтому наклон кривой частоты по напряжению на отражателе и положение ее точек, соответствующих нулевой мощности, представляют собой параметры, существенные при проектировании АПЧ. Рабочие напряжения, вообще говоря, желательно стабилизировать. Лампы, в которых используется наружный резонатор, и стабилизированные напряжения на всех ее элементах могут быть защищены от влияния на частоту перемен температуры и давления путем применения очень массивных резонаторов, сделанных из металла с малым коэффициентом расширения. Типы ламп с внутренним резонатором весьма подвержены таким влияниям; поэтому, если требуется работать без автоматической подстройки частоты, их нужно помещать в контейнер, где тщательно поддерживаются постоянная температура и давление.

### 10.27. О коэффициенте шумов

При температуре выше абсолютного нуля всякое сопротивление является генератором шумов, мощность которых пропорциональна абсолютной температуре и полосе пропускания. Эти шумы называются *шумами Джонсона* (Johnson), их мощность можно вычислить по формуле

$$N = KTB, \quad (10.26)$$

где  $N$  — мощность шумов в ваттах,  $K$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура в градусах Кельвина,  $B$  — полоса пропускания в герцах.

Шумы Джонсона порождаются не только омическим сопротивлением, но и активной составляющей внутреннего импеданса любого генератора, включая антенны. Поэтому приемник, если даже он не имеет источников шума внутри самого себя, будет иметь шум на выходе, если он связан с антенной. Такой приемник будет иметь то же самое отношение сигнал — шум на выходе, какое существует на входе, и величина, известная как *коэффициент шумов*, будет равна единице.

Всякий приемник добавляет ко входному сигналу свой шум, и поэтому отношение сигнал — шум на выходе меньше, чем на входе. Это уменьшение измеряется при помощи коэффициента шумов<sup>1)</sup>, который имеет следующее выражение:

$$F = \frac{S}{S_0} \cdot \frac{N_0}{KTB}, \quad (10.27)$$

<sup>1)</sup> См. Гольдман С., Гармонический анализ, модуляция и шумы, ИЛ, 1951, стр. 251. (Прим. перев.)

где  $F$  — коэффициент шумов,  $S$  — мощность сигнала у источника излучения,  $S_0$  — мощность сигнала на выходе,  $N_0$  — мощность шумов на выходе,  $K$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура источника сигналов,  $B$  — полоса шумов рассматриваемого устройства<sup>1)</sup>.

Отношение  $\frac{S}{S_0} = \frac{1}{G}$  есть обратная величина усиления по мощности. Полоса шумов  $B$  очень близка к ширине полосы по половинной мощности, если определяющие частоту цепи имеют три или больше  $LC$ -контуров, настроенных на одну частоту.

В радиолокационном приемнике шумы всего приемника определяются двумя главными элементами, именно смесителем и усилителем промежуточной частоты (УПЧ). Обозначив коэффициент шумов смесителя и усилителя промежуточной частоты через  $F_m$  и  $F_{if}$  соответственно, а усиление смесителя через  $G$ , для полного коэффициента шумов получим:

$$F = F_m + \frac{1}{G} (F_{if} - 1). \quad (10.28)$$

Величина  $F_{if}$  есть коэффициент шумов, который получится, если на вход усилителя подать напряжение от источника с импедансом, равным выходному импедансу смесителя и связанных с ним цепей.

Выходной шум  $N_0$  в уравнении (10.27) эквивалентен шуму Джонсона от сопротивления при некоторой температуре  $T_1$ ; поэтому

$$N_0 = KT_1B. \quad (10.29)$$

Уравнение (10.27) можно переписать так:

$$F = \frac{1}{G} \cdot \frac{T_1}{T}. \quad (10.30)$$

Отношение  $\frac{T_1}{T}$  можно назвать *эквивалентной температурой шумов*. Теперь уравнение (10.28) можно переписать в форме, особенно удобной для изучения кристаллических смесителей:

$$F = \frac{1}{G} \left( \frac{T_1}{T} + F_{if} - 1 \right). \quad (10.31)$$

Оставим пока в стороне величину  $F_{if}$ ; нам важно выяснить, каким образом можно улучшить работу смесителя и тем самым сделать отношение  $\frac{T_1}{T}$  малым. Коэффициент преобразования кристаллического смесителя (всегда меньше единицы) зависит от мощности, поглощенной им от местного гетеродина, особенно при малой поглощаемой мощности. Эквивалентная температура шумов кристалла

<sup>1)</sup> См. § 7.7. (Прим. перев.)

возрастает вместе с поглощенной мощностью местного гетеродина. Существует некоторое наивыгоднейшее соотношение между коэффициентом преобразования и эквивалентной температурой. Общий коэффициент шумов быстро возрастает, если мощность возбуждения кристалла становится ниже наивыгоднейшего значения; это возрастание протекает значительно медленнее, если мощность местного гетеродина становится выше наивыгоднейшего значения. Местный гетеродин должен обладать мощностью в несколько раз выше мощности, потребляемой кристаллом, чтобы между местным гетеродином и смесительным элементом можно было иметь достаточную

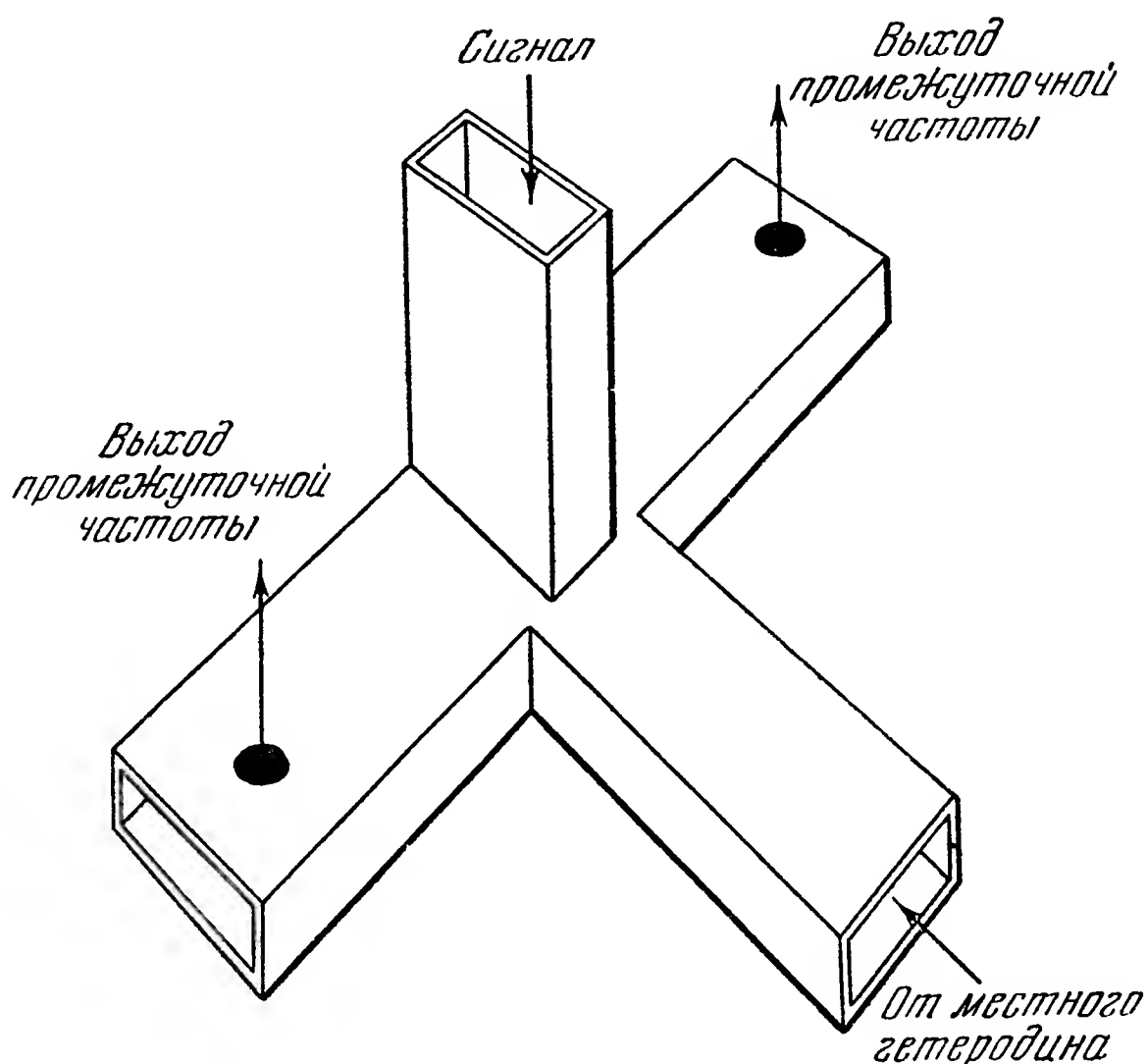


Рис. 10.23. Балансный смеситель.

изоляцию. Такая изоляция позволяет выбрать для местного гетеродина нагрузку, обеспечивающую наибольшую стабильность, и, кроме того, предотвращает утечку сигнала по направлению к гетеродину. На практике мощность местного гетеродина должна быть больше поглощаемой в кристалле, по крайней мере, на 20 дБ.

Эквивалентная температура шумов кристалла возрастает, если сигнал местного гетеродина содержит модуляционные боковые полосы, соответствующие частотам, отличающимся от несущей на величину промежуточной частоты приемника. Такой шум появляется благодаря дробовому эффекту<sup>1)</sup> и сопровождающим его явлениям в скоростной модуляции местных гетеродинов. Этот шум детектируется смесителем и появляется на его выходе по промежуточной частоте. Вообще же в радиолокационных приемниках применяется

<sup>1)</sup> Brown, Electronics, p. 510, John Wiley & Sons, New York, 1954.

весьма высокая промежуточная частота, а контуры местного гетеродина имеют сравнительно узкую полосу. Оба эти фактора благоприятны, и на частотах  $S$ -диапазона и ниже шум местного гетеродина обычно не играет существенной роли. В  $X$ -диапазоне этот шум становится значительным. Практически здесь задача решается применением смесителя, в котором мощность местного гетеродина подводится в одной и той же фазе к двум смешивающим кристаллам, в то время как сигнал подводится к ним в противоположной фазе. Выход промежуточной частоты обоих кристаллов подводится к сбалансированной входной цепи усилителя промежуточной частоты. Вследствие этого детектированный шум местного гетеродина гасится без искажения сигнала. На рис. 10.23 показан двойной волноводный тройник («магическое  $T$ »)<sup>1)</sup>, который может быть использован и в качестве балансного смесителя. Для хорошей работы такого устройства необходимо тщательное согласование кристаллов. Старение кристаллов обычно проявляется в рассогласовании характеристик, так что даже в  $X$ -диапазоне для военных целей не всегда удобно применять оборудование с балансными смесителями.

#### 10.28. Тракт промежуточной частоты

Тракт промежуточной частоты радиолокатора можно рассматривать как состоящий из предварительного усилителя (ПУПЧ), основного усилителя (УПЧ) и детектора промежуточной частоты. Предварительный усилитель обычно бывает расположен очень близко к фидерному устройству передатчика, чтобы неизбежные емкости, шунтирующие выход смесителя по промежуточной частоте, были малы. Предварительный усилитель соединяется с основным усилителем при помощи коаксиального кабеля, который может иметь значительную длину, что позволяет отделить передатчик от прочей аппаратуры.

Как показывает уравнение (10.28), даже при малом значении коэффициента шумов в кристаллическом смесителе тот факт, что его коэффициент преобразования меньше единицы, порождает значительную величину коэффициента шумов усилителя промежуточной частоты. Подобным же образом УПЧ можно рассматривать как состоящий из двух частей: первого каскада и всех остальных. Если усиление первого каскада велико, то остальная часть усилителя не может заметно повлиять на коэффициент шумов. В радиолокационных приемниках дело обстоит несколько иначе, и влияние второго каскада, хотя и небольшое, должно быть учтено.

Если при разработке уже найден входной каскад, обладающий низким коэффициентом шумов и достаточным усилением, дальнейшее проектирование основывается на получении необходимого усиления

<sup>1)</sup> Reich, Ordung, Krauss and Skalnik, Microwave Theory and Techniques, p. 348, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1953.



и наивыгоднейшей полосы путем выбора подходящей рабочей частоты и наилучшего метода соединения каскадов между собой. Вообще УПЧ имеет усиление, по крайней мере, достаточное для того, чтобы напряжение шума попадало на линейный участок характеристики детектора. Если же усиление настолько велико, что шум вызывает срабатывание автоматической регулировки усиления (АРУ), то усиление приемника будет стабилизировано и старение ламп не будет серьезно отражаться на общем коэффициенте усиления. Величина входных шумов обычных радиолокационных приемников такова, что в УПЧ требуется усиление от 100 до 120 дБ при полосе от 1 до 4 мГц.

Если на вход некоторой цепи подан прямоугольный импульс, то крутизна переднего края выходного импульса будет тем больше, чем больше ширина полосы цепи. В соответствии с этим усилитель промежуточной частоты должен иметь достаточную ширину полосы, чтобы прямоугольный радиолокационный импульс мог достигнуть на выходе своего пикового значения. Когда это пиковое значение достигнуто, то при дальнейшем увеличении полосы амплитуда сигнала остается постоянной, однако эффективное значение шума продолжает возрастать пропорционально корню квадратному из ширины полосы. Наилучшее отношение пикового значения сигнала к эффективному значению шума получается, когда полоса усилителя промежуточной частоты равна обратному значению длительности импульса. Это соотношение дает полосу в 1,0 мГц для импульса в 1 микросекунду, 2,0 мГц для импульса в 0,5 микросекунды и т. д. На практике полоса усилителя промежуточной частоты достигает удвоенного наивыгоднейшего значения. Вследствие этого точность воспроизведения сигнала повышается, а необходимая точность настройки местного гетеродина сильно уменьшается.

Многие факторы связывают среднюю частоту усилителя промежуточной частоты с его общими характеристиками. Низкие промежуточные частоты при заданной полосе дают по сравнению с высокими некоторое улучшение в коэффициенте шумов, большую независимость от входной нагрузки, а также меньшую критичность настройки на заданную полосу пропускания. Среди преимуществ высоких промежуточных частот следует отметить лучшее подавление зеркального канала, меньшие габариты и большую свободу от всяких неприятностей, связанных с автоматической подстройкой частоты. Эти соображения заставляют для наиболее современных радиолокаторов управления огнем выбирать промежуточную частоту между 30 и 60 мГц. Существуют прекрасные книги, посвященные вопросам проектирования усилителей промежуточной частоты<sup>1)</sup>; к ним мы и отсылаем читателя за подробностями.

<sup>1)</sup> Van Voorhis S. N., Microwave Receivers, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1948.



Существуют некоторые преимущества стробирования по дальности на промежуточной частоте. Оказывается возможным разработать стробирующие каскады, в которых очень просто разрешается задача об остаточном стробе, потому что связывающие контуры УПЧ могут быть так подобраны, чтобы исключить прохождение стробирующих видеоимпульсов. Это преимущество покупается ценой необходимости иметь дополнительный нестробированный усилитель для визуальной индикации.

Наиболее распространенными детекторами промежуточной частоты, используемыми в импульсных радиолокаторах, являются диоды, работающие как полупериодные выпрямители. Вообще, чтобы работать с достаточной линейностью, вакуумные диоды требуют минимального входного сигнала несколько выше одного вольта. Это означает, что эффективная величина сигнала промежуточной частоты должна быть около 7 вольт, если требуется линейность при глубине модуляции до 0,9. В системах управления снарядами требуется хорошая линейность детектора, чтобы предотвратить появление гармоник в несущем информацию сигнале. Такими сигналами могут быть сигналы конического сканирования, гармоники которого не имеют отношения к положению цели. Детектор должен воспроизводить огибающие импульсов промежуточной частоты с достаточной точностью, чтобы получить хорошую разрешающую способность по дальности. Время нарастания видеоимпульса зависит главным образом от шунтирующих емкостей и внутреннего сопротивления диода; зависимость от сопротивления нагрузки незначительна. Сопротивление нагрузки определяется на основании допустимого расширения импульсов. Желательными параметрами диода для детектирования импульсов промежуточной частоты являются малое сопротивление по сравнению с сопротивлением нагрузки и с импедансом возбуждающего источника, а также малая собственная емкость по сравнению со входной емкостью следующего каскада.

### 10.29. Видеоусилители и детекторы

Видеоусилитель подает импульсы большой амплитуды и нужной полярности к видеодетектору, а также к любому следящему или индикаторному устройству, которому необходим видеосигнал. Если стробирование по дальности не было сделано в тракте промежуточной частоты, оно вводится в видеоусилитель. Этот усилитель при подаче на его вход прямоугольного импульса наибольшей используемой длительности должен мало искажать форму импульса, т. е. вводить лишь малые времена нарастания и спада, небольшую величину выброса и пренебрежимо малую величину спада на вершине. Часто в анодную цепь вводят для коррекции подходящие индуктивности, что может увеличить частоту среза без появления выброса на сигнале. Необходимая низкочастотная характеристика

выхода видеоусилителя зависит от того, какой спад плоской части допустим у самого длинного из принимаемых импульсов. Наличие спада, появляющегося благодаря неудовлетворительной низкочастотной характеристике, заставляет снижать на величину спада уровень сравнения, который вводится после видеоусилителя. Низкочастотная характеристика определяется постоянными времени входной цепи связи, цепей запитывания анода и экранирующей сетки, а также цепи катодного смещения. Выбросы, независимо от причины их возникновения всегда наносят ущерб точности сопровождения по дальности.

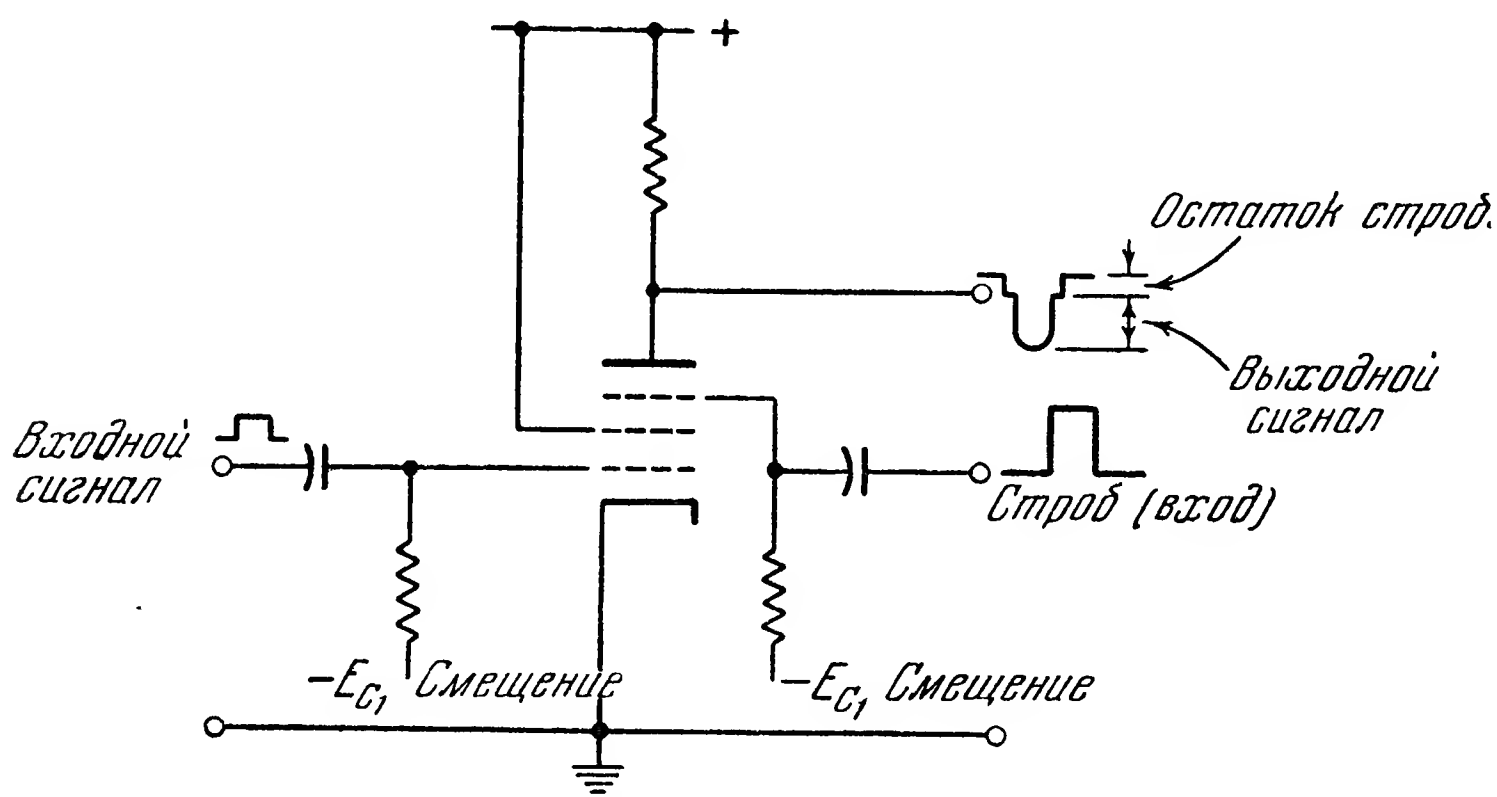


Рис. 10.24. Стробирование в видеоусилителе.

Стробирование в видеоусилителе может быть сделано различными способами. Очень простой и допускающий простую регулировку метод, пригодный для малых положительных сигналов, показан в общих чертах на рис. 10.24. Он наиболее удобен при использовании ламп вроде 6AS6 и 6CS6, имеющих две сетки приблизительно с одинаковой крутизной по обеим сеткам. Анодный ток, вызванный только самим стробирующим импульсом, образует на аноде как бы пьедестал постоянной амплитуды, на котором появляется видеоимпульс. Если пьедестал не желателен, можно его убрать, смешивая с сигналом на выходе стробирующего усилителя небольшой процент исходного стробирующего импульса. Динамический диапазон такого стробирующего усилителя невелик; поэтому следует ограничить амплитуду входного сигнала величиной, несколько большей амплитуды, эквивалентной 100%-ной модуляции регулирующего сигнала АРУ. Для этого вполне достаточен простой последовательно включенный диод.

Амплитудная модуляция серии импульсов, получающаяся в результате процесса переключения лепестков, содержит в себе информацию о величине и направлении ошибки визирования антенны.

Видеодетектор выявляет эту амплитудную модуляцию, вырабатывая сигнал переменного тока, который содержит в себе желаемые сведения. Средняя энергия за один период повторения импульсов обычно очень мала, так как промежуток между импульсами велик по сравнению с продолжительностью импульса. Поэтому видеодетекторы расширяют каждый импульс, вследствие чего средняя энергия на импульс сильно возрастает. Наиболее удовлетворительные детекторы — это 100%-ные расширители импульсов. Одним из типов такого детектора является так называемый расширитель с бесконечным импеданцем, показанный на рис. 10.25. Положительный им-

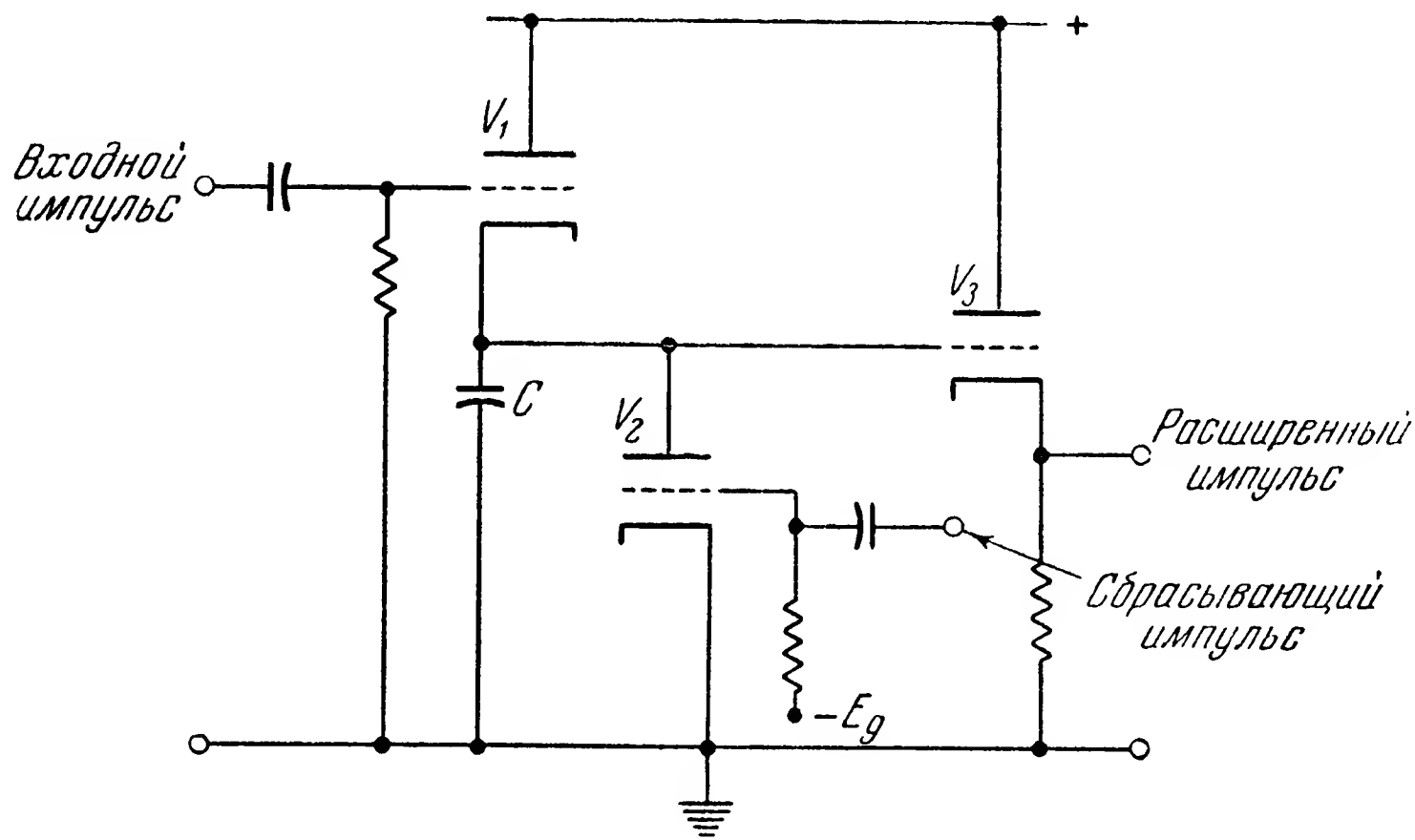


Рис. 10.25. 100%-ный расширитель импульсов.

пульс, подведенный к сетке лампы  $V_1$ , заряжает накопительный конденсатор  $C$ . Непосредственно перед появлением следующего сигнального импульса на  $V_2$  подается фиксирующий импульс, вследствие чего конденсатор существенно разряжается. Третья лампа  $V_3$  есть катодный повторитель, который представляет для  $C$  очень малую нагрузку и в то же время имеет малый выходной импеданс. Фиксирующий импульс может быть получен путем дифференцирования положительного стробирующего импульса. Если появление сбрасывающих импульсов на выходе не желательно, их можно исключить при помощи простого фильтра нижних частот. Теоретическая передаточная характеристика этого типа видеодетектора есть <sup>1)</sup>

$$\alpha = \frac{\sin \frac{\omega T_p}{2}}{\frac{\omega T_p}{2}} e^{-j \frac{\omega T_p}{2}}. \quad (10.32)$$

<sup>1)</sup> Oliver, Automatic Volume Control as a Feedback Problem, Proc. IRE, April 1948.

Здесь  $\alpha$  — комплексный коэффициент передачи,  $\omega$  — частота в рад/сек,  $T_p$  — период повторения в секундах.

Например, если частота повторения составляет 500 импульсов в секунду,  $\alpha$  будет иметь значение  $0,999 / \underline{-18^\circ}$  при модулирующей частоте в 50 гц. На практике  $\alpha$  будет иметь меньший модуль и больший фазовый угол. Эти величины необходимы для проектирования контура АРУ.

### 10.30. Автоматическая регулировка усиления<sup>1)</sup>

Радиолокационный приемник есть только один из элементов, хотя и очень важный, целой следящей системы, которая непрерывно выдает сведения о дальности и углах, определяющих положение цели. В главе 7 мы уже рассматривали системы сопровождения по дальности и углам. Чтобы угловая система сопровождения могла нормально функционировать, приемник должен выдавать сигналы, в которых изменение амплитуды служило бы точной мерой угловой ошибки визирования. Поэтому средний уровень импульсов, поступающих в видеодетектор, должен быть выдержан на заданном уровне независимо от дальности цели. Если это условие не выполнено, усиление контура обратной связи системы сопровождения по углам будет зависеть от амплитуды принимаемых сигналов. Чтобы избежать этого, применяется автоматическая регулировка усиления (АРУ).

На рис. 10.26 приведена блок-схема АРУ радиолокационного приемника системы управления огнем или снарядом. Импульсы промежуточной частоты на выходе из смесителя имеют амплитуду напряжения  $e_1$ , которая изменяется обратно пропорционально квадрату дальности цели, если приемник и передатчик расположены в одном месте. На нее будет наложена переменная составляющая  $m_1 e_1$ , происходящая от переключения лепестков в луче антенны. Выход видеодетектора есть сигнал постоянного тока с напряжением  $e_2$ , которое выдерживается внутри заданных пределов, так что напряжение  $m_2 e_2$ , вызванное модуляцией вследствие переключения лепестков, не будет зависеть от дальности цели или ее размера. Фильтры пропускают 100% при нулевой частоте и спроектированы так, чтобы обеспечить стабильную работу контура АРУ. Сигнал постоянного тока от видеодетектора сравнивается с опорным напряжением  $E$ , и если сигнал достигает величины опорного напряжения, усилитель постоянного тока начинает вырабатывать управляющее напряжение, которое влияет на УПЧ в сторону уменьшения усиления и, таким образом, противодействует эффекту возрастания  $e_1$ . Входной сигнал  $e_1$  содержит не только ту составляющую переменного тока, которая зависит от положения цели относительно оси луча, но и другие,

---

<sup>1)</sup> Oliver, цит. на стр. 436.

происходящие от дальности цели и ее ориентации в пространстве (вследствие чего отражательная способность цели становится функцией времени), от интерференции, вызываемой явлением многократной передачи, и от шумов, вызываемых целью, если ее размеры таковы, что от антенны она видима под значительным углом. Из них только составляющая  $m_1 e_1$  зависит от положения цели относительно оси луча. Все остальные составляющие нужно рассматривать как шумы, так как, достигая следящего привода антенны, они будут ухудшать

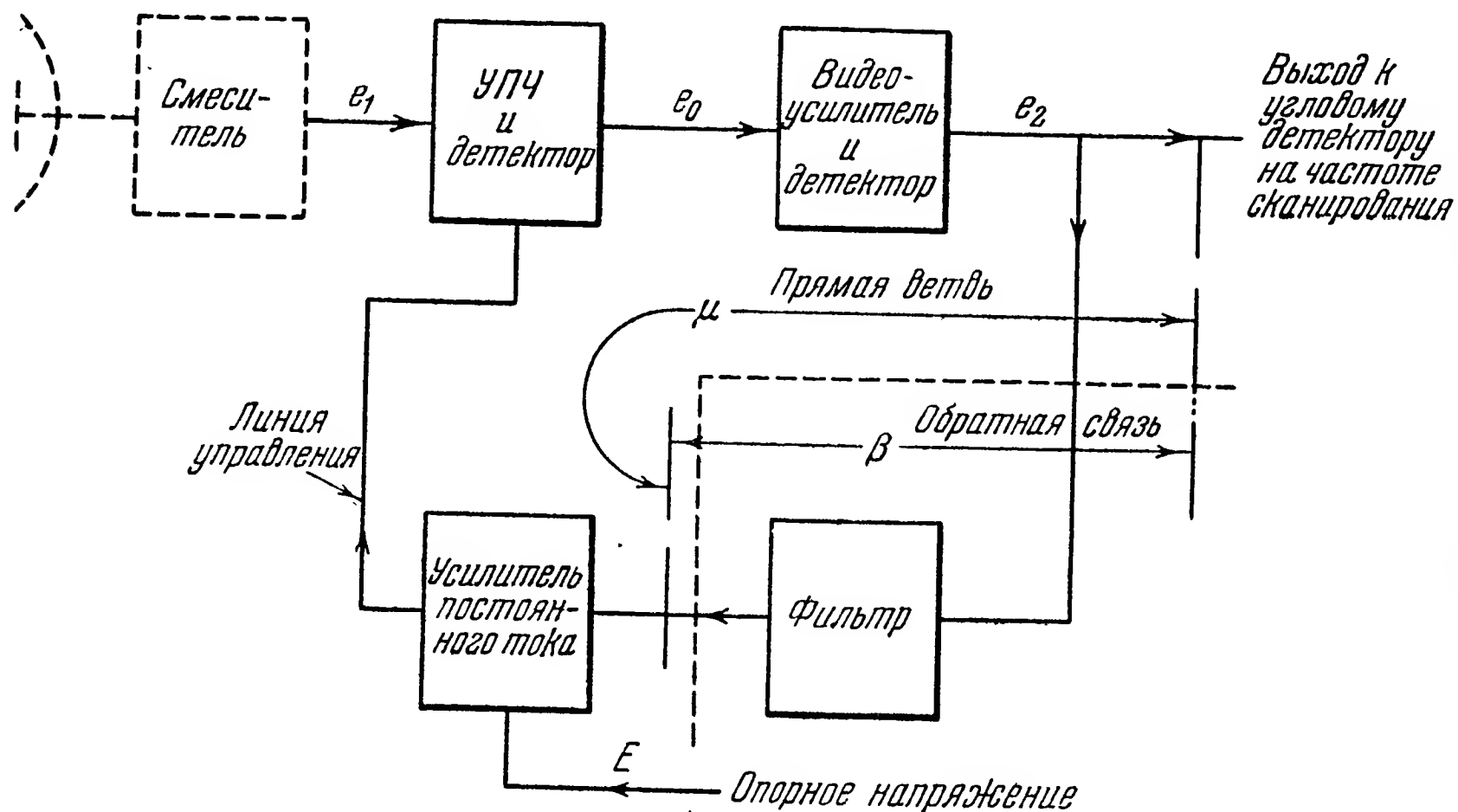


Рис. 10.26. Автоматическая регулировка усиления.

качество сопровождения. Хорошо спроектированная система АРУ имеет следующие характеристики:

а) она удерживает вариации выходного сигнала постоянного тока внутри допустимых пределов;

б) она, насколько возможно, исключает шумы, подводя их в качестве сигнала обратной связи к какому-нибудь элементу  $\mu$ -ветви (прямой ветви) контура;

в) она не искажает необходимую модуляцию ни по амплитуде, ни по фазе.

Можно показать, что если  $\mu\beta$  велико по сравнению с единицей, то

$$e_2 \approx \frac{1}{\beta} E \quad (10.33)$$

и

$$\frac{de_2}{e_2} = \frac{1}{1 - \mu\beta} \frac{d\mu}{\mu}. \quad (10.34)$$

Уравнение (10.33) показывает, что если  $\beta = -1$ , выходное напряжение будет близко к опорному по амплитуде и противоположно по полярности. Оно показывает также, что система АРУ



без задержки ( $E = 0$ ) должна иметь почти нулевой выход. Однако на практике это не наблюдается, так как, если  $e_1$  очень мало,  $\mu\beta$  вообще также не очень велико, и равенство (10.33) становится неприменимым. Уравнение (10.34) показывает, что если рассматривается выходное напряжение, то всякие возмущения в  $\mu$ -ветви уменьшаются в  $\frac{1}{1-\mu\beta}$  раз. Это можно показать, рассмотрев изменения  $e_1$ ; тогда уравнение (10.34) можно преобразовать так:

$$\frac{de_2}{e_2} = \frac{1}{1-\mu\beta} \frac{de_1}{e_1}. \quad (10.35)$$

*Усиление контура*, т. е. произведение  $\mu\beta$ , есть отношение напряжения на выходе усилителя постоянного тока на рис. 10.26 к очень малому входному сигналу при контуре, разомкнутом на выходе усилителя. Если модуляции не существует, видеоусилитель и детектор вместе имеют постоянное усиление, которое, поскольку фаза равна нулю, есть просто произведение усиления усилителя и детектора. Фильтры в  $\beta$ -ветви, т. е. в обратной связи, обычно имеют усиление постоянного тока, равное единице, а усилитель постоянного тока хотя и имеет непостоянное усиление, но при проектировании его можно считать постоянным. Оливер<sup>1)</sup> показал, что модуляционный коэффициент усиления в УПЧ выражается так:

$$g = 0,11514 \frac{dG}{dV} e_0, \quad (10.36)$$

где  $\frac{dG}{dV}$  есть наклон графика зависимости усиления (в децибелах) от управляющего напряжения, а  $e_0$  есть уровень импульсов на выходе детектора. Типичная кривая зависимости  $G$  от  $V$  для усилителя промежуточной частоты, использующего сеточное управление, показана на рис. 10.27. На практике наиболее верное представление об изменении модуляционного коэффициента усиления в зависимости от управляющего напряжения можно получить, если усилители постоянного тока и промежуточной частоты исследовать совместно. Это особенно верно, если усилитель постоянного тока остается запертым, когда уровень сигнала оказывается ниже определенного порога, так как здесь усиление начинается с нуля и далее изменяется вместе со входным сигналом.

Рис. 10.28 показывает преимущество применения автоматической регулировки усиления с задержкой независимо от того, имеется усилитель постоянного тока в цепи управляющего напряжения или нет. Сплошная кривая сверху соответствует регулированию, получаемому с усилителем промежуточной частоты, характеристика которого показана на рис. 10.27, если видеоусилитель и усилитель постоянного тока имеют усиление, равное единице. Увеличение этого

<sup>1)</sup> Oliver, цит. на стр. 436,



усиления в 10 раз не дает никакого эффекта ниже порога, но выше этой точки уменьшает изменение усиления в 10 раз. Средняя характеристика относится к случаю, когда задержки нет, а усиление

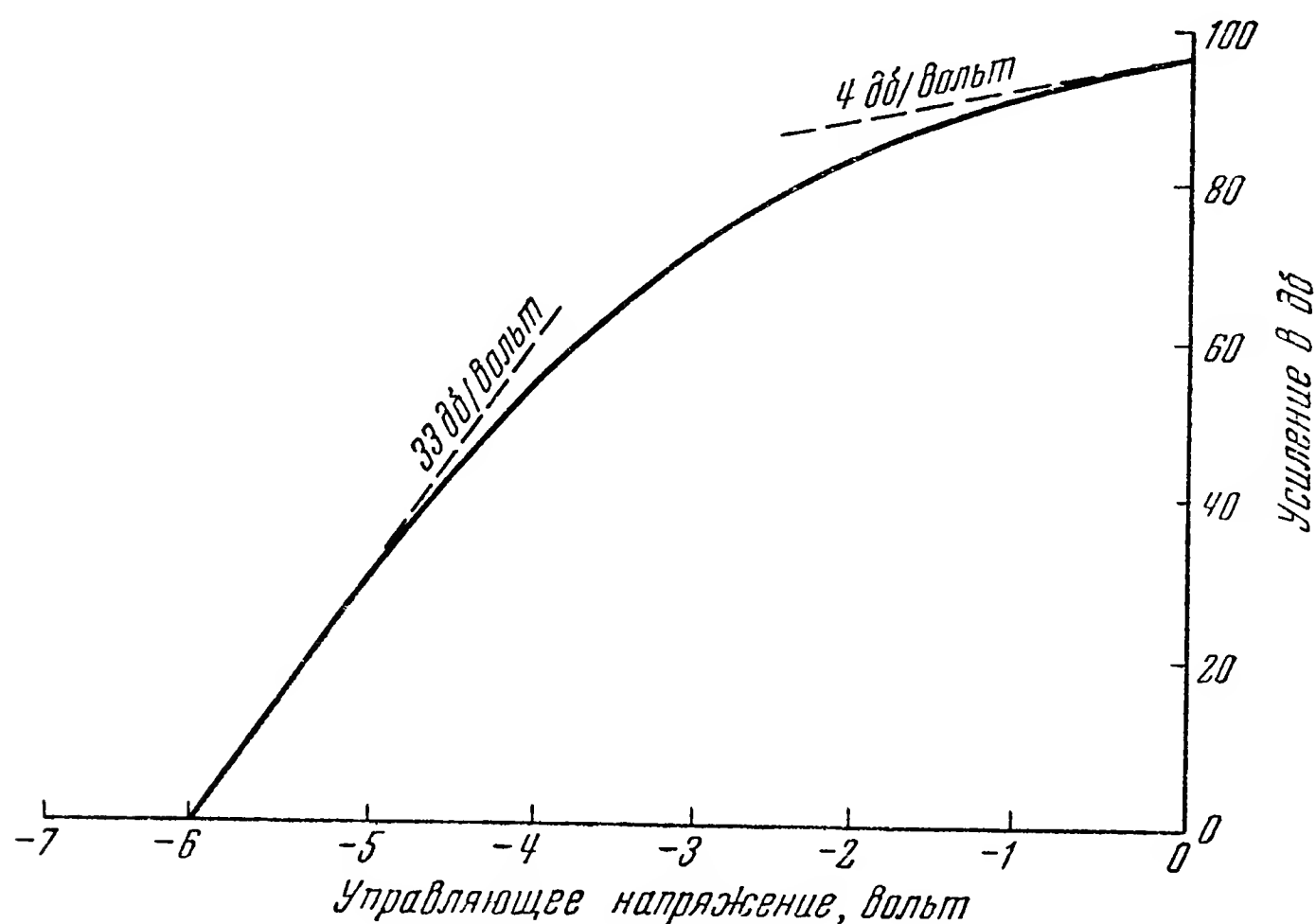


Рис. 10.27. Характеристика усилителя.

равно единице; наконец, нижняя кривая показывает влияние увеличения усиления по постоянному току в 10 раз; оно проявляется

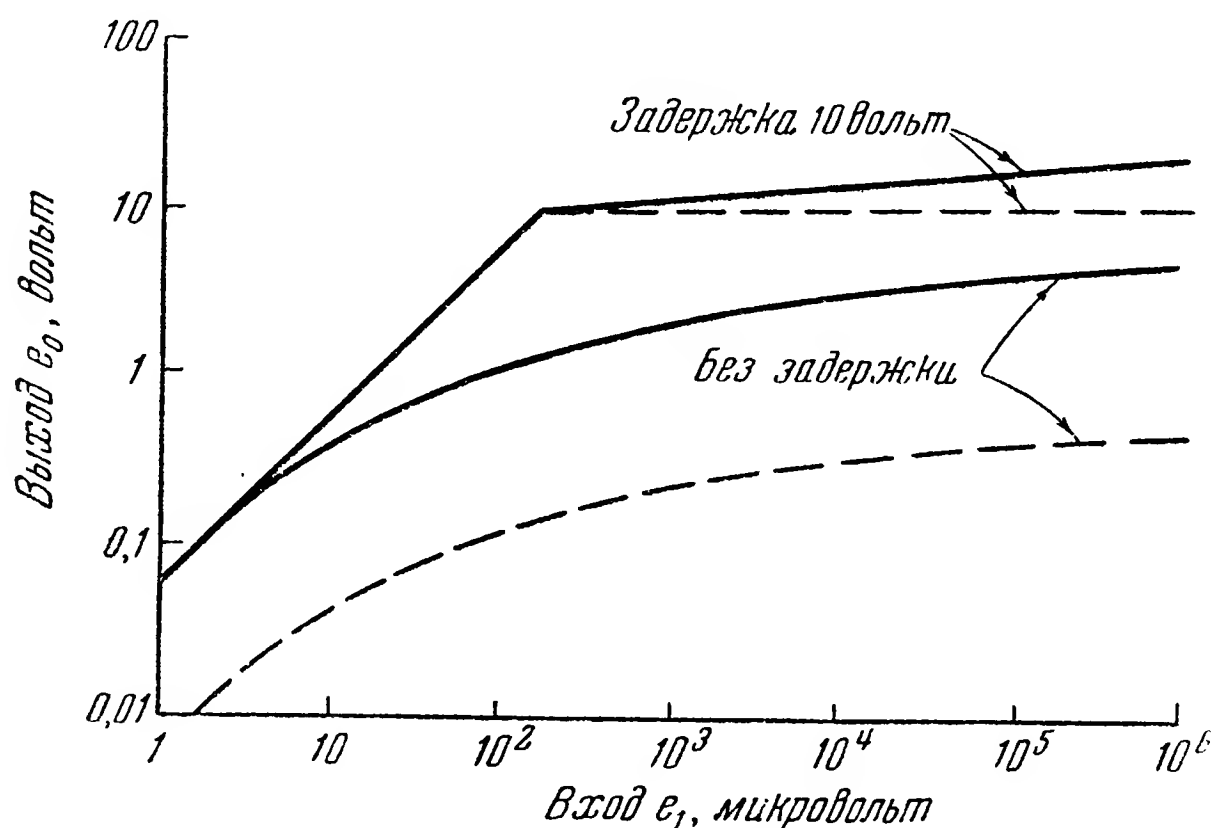


Рис. 10.28. Характеристики автоматической регулировки усиления.

только в уменьшении выхода в 10 раз без улучшения характера самой кривой. Это показывает, что теоретически, при отсутствии задержки, автоматическая регулировка усиления зависит исключи-

тельно от модуляционных характеристик усилителя промежуточной частоты и от величины управляющего напряжения.

В обычных случаях АРУ не работает при очень слабых сигналах, так как сигнал выхода оказывается ниже необходимого уровня. В этом случае УПЧ имеет максимальное усиление, которое получается при нулевом управляющем напряжении. Когда сигнал на входе, а вместе с ним и на выходе возрастает, то при некотором определенном уровне сигнала контур АРУ замыкается и поддерживает выход в заданных пределах напряжения. Если работа происходит так, как описано, максимальное потребное усиление контура будет:

$$\mu\beta_{(0) \max} = \frac{V_m g}{1 - \frac{e_{\min}}{e_{\max}}}, \quad (10.37)$$

где  $\mu\beta_{(0) \max}$  — потребное максимальное усиление контура при нулевой частоте;  $V_m$  — управляющее напряжение, необходимое для уменьшения коэффициента усиления до желаемого значения;  $g$  — модуляционный коэффициент усиления УПЧ, соответствующий  $V_m$ ;  $e_{\min}$  — тот уровень выхода детектора промежуточной частоты, при котором начинается регулирование;  $e_{\max}$  — наибольшая допустимая величина выхода детектора промежуточной частоты.

Пусть, например, усилитель, к которому относится рис. 10.27, должен работать при вариациях входного сигнала до 96 дБ и выдерживать выход в пределах от 10,0 до 11,0 вольт. Управляющее напряжение начинается с нуля и должно быть равно — 6,1, чтобы дать требуемое уменьшение усиления. Максимальный модуляционный коэффициент усиления есть  $0,1154 \cdot 33 = 3,8$ . Подставляя эти значения в (10.37), получаем:

$$\mu\beta_{(0) \max} = \frac{6,1 \cdot 3,8}{1 - \frac{10}{11}} = 255 = 48,1 \text{ дБ}.$$

Потребное усиление контура значительно ниже необходимого уменьшения усиления. В нашем примере вариации выхода немного меньше 1 дБ при вариациях входа в 96 дБ получаются при усилении контура, равном всего 48 дБ.

Фильтр на рис. 10.26 определяет амплитудно-частотную характеристику  $\mu$ -ветви, и поскольку  $\mu$  относительно велико, на частотную характеристику замкнутого контура системы АРУ весьма сильно влияет фильтр. Желательно, чтобы фильтр выполнял следующие функции:

- а) пропускал частоты, начиная с нуля до частоты модуляции;
- б) уменьшал усиление замкнутого контура на частоте модуляции лишь настолько, чтобы это не уничтожало самой модуляции;
- в) обеспечивал такие запасы устойчивости по амплитуде и фазе, чтобы замкнутый контур был устойчив.

В радиолокационных приемниках ширина полосы промежуточной частоты настолько велика по сравнению со средней частотой, что опасности помех работе АРУ со стороны боковых полос не существует. При этих условиях влияние АРУ на сигнал при небольшом проценте модуляции будет:

$$m_0(\omega) = \frac{m_1(\omega)}{1 - \mu\beta(\omega)}, \quad (10.38)$$

где  $m_0$  и  $m_1$  — входной и выходной коэффициенты модуляции соответственно. Таким образом, на всех частотах, когда  $\mu\beta$  велико, модуляция, имеющаяся на входе, в выходном сигнале будет ослаблена. Очевидно, что если нужно воспроизвести все 100% входной модуляции, усиление контура на этой частоте сигнала должно быть

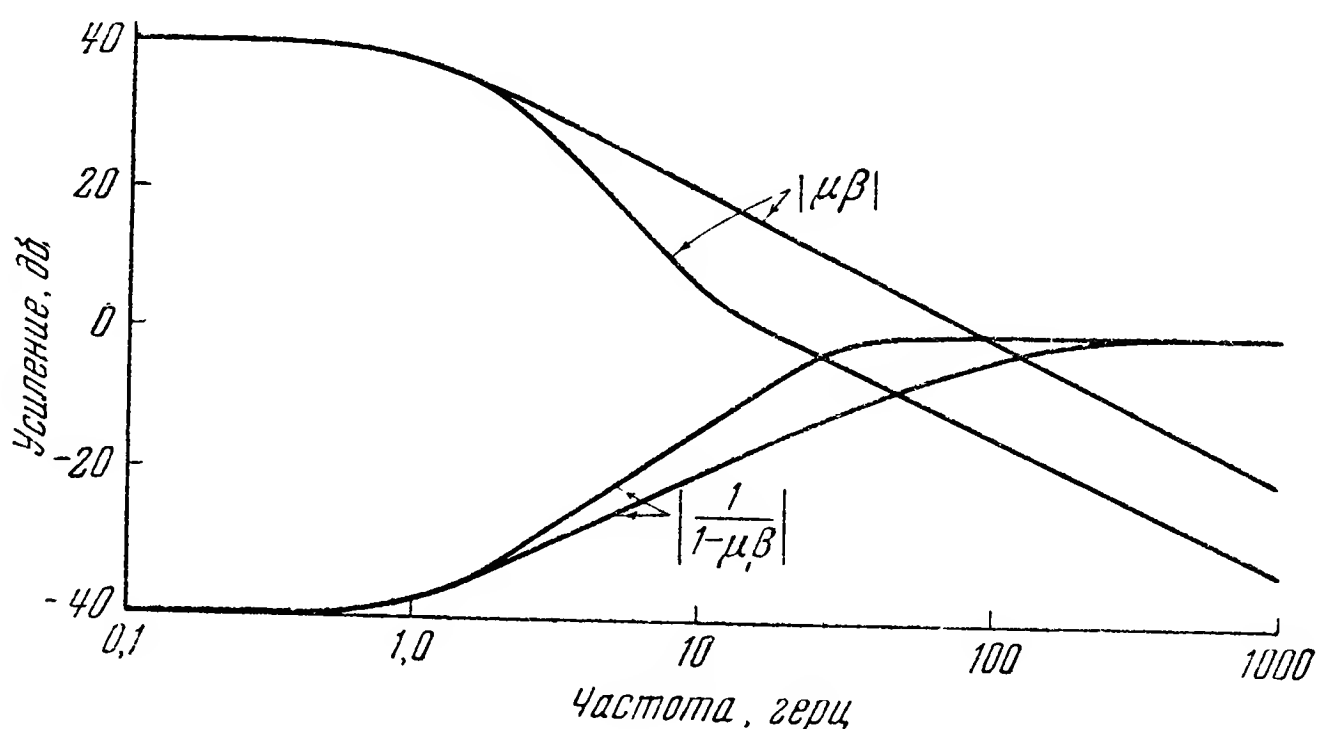


Рис. 10.29. Характеристики разомкнутого и замкнутого контуров.

равно нулю. Из опыта известно, что при проектировании АРУ не следует использовать входную модуляцию выше 90%. В качестве фильтра обычно применяют одинарный или двойной фильтр нижних частот. На рис. 10.29 показано влияние двух типов фильтров; здесь усиление взято произвольно равным 40 дБ при нулевой частоте, а сопрягающая частота взята равной 1 гц; для двухсекционного фильтра сопрягающая частота каждой из секций будет равна приблизительно 1,6 гц.

Контур АРУ должен удовлетворять обычным условиям устойчивости. Для их выполнения частотная характеристика должна проходить через точку, соответствующую усилению 1, с наклоном не более 9 дБ на октаву, чтобы таким образом обеспечить запас устойчивости по фазе 45° или больше. Так как необходимо, чтобы процент модуляции от сканирования был высок, усиление контура должно быть очень мало на этой частоте. Поскольку в радиолокаторах частота сканирования обычно составляет 10% или меньше

от частоты повторения, предыдущие требования гарантируют большой запас устойчивости только в случае простого фильтра нижних частот. Это следует из того, что расширитель импульсов вводит сдвиг фазы в  $-90^\circ$  на частоте, равной половине частоты повторения, вследствие чего общий сдвиг фазы на этой частоте становится приблизительно равным нулю.

Следует отметить (см. рис. 10.27), что модуляционные характеристики УПЧ зависят от управляющего напряжения. Величина  $\frac{dG}{dV}$

изменяется от 33 до 4 дб на вольт. Соответственно этому усиление контура изменяется на 18 дб при изменении входного сигнала на 96 дб.

Усилитель промежуточной частоты есть единственный элемент в контуре, усиление которого зависит от амплитуды сигнала. В то время как от уровня сигнала зависит только амплитуда  $\mu\beta$ , от него зависят и амплитуда и фаза  $1 - \mu\beta$ . Это означает, что согласно уравнению (10.38) сдвиг фазы выделенной модуляции сканирования является функцией силы сигнала. В радиолокаторе с автоматическим сопровождением это чрезвычайно нежелательно. При правильной настройке фаза опорного сигнала углового детектора должна быть такова, чтобы ошибка, имеющаяся в одной из координат, никак не влияла на другую координату. Другими словами, должна быть исключена связь между координатами. Если сигнал, содержащий в себе угловую информацию, имеет переменную фазу, связь между координатами будет отсутствовать только при том уровне сигнала, который имел место при настройке. Можно допустить только незначительное изменение фазы, в противном случае шумы при сопровождении возрастают и движение антенны становится похожим на нутацию гироскопа.

Нетрудно видеть, что если график зависимости усиления в децибелах от управляющего напряжения может быть сделан прямолинейным, то модуляционный коэффициент усиления будет постоянным. Это может быть достигнуто при помощи разработки специальных ламп. Разница между максимальным и минимальным наклоном может быть значительно уменьшена путем применения регулировки усиления в стольких каскадах, сколько окажется возможным. По этой причине, а также вследствие громадного диапазона амплитуд радиолокационные приемники систем управления снарядами или огнем должны обладать регулировкой усиления всех каскадов за исключением последнего, соединенного с детектором. Сдвигая сопрягающую частоту фильтра в сторону нуля, можно сделать ослабление столь большим, что  $\mu\beta(\omega)$  на частоте модуляции оказывается достаточно малым, так что изменение фазы  $1 - \mu\beta(\omega)$  укладывается в допустимые пределы. Возможно также сделать фазу  $1 - \mu\beta(\omega)$  на частоте сканирования неизменной, спроектировав контур АРУ так, чтобы частота, на которой сдвиг фазы становится равным  $180^\circ$  (сумма фазы фильтра и фазы дополнительной цепи равна  $180^\circ$ ), была бы

равной частоте сканирования. Тогда фаза  $1 - \mu\beta$  будет равна нулю независимо от модуля  $\mu\beta$ , т. е. и от величины сигнала.

При попытках сделать  $\mu\beta(\omega)$  на частоте сканирования очень малым применялись  $RC$ -цепи в мостовом или  $T$ -образном включении. Этот метод следует применять с осторожностью, поскольку быстрое изменение фазы с частотой и положительный наклон амплитудной характеристики на частотах, больших нуля, легко ведут к возникновению колебаний контура на частоте, равной половине частоты повторения. Другое неудобство состоит в том, что может появиться повышение усиления. Если на какой-нибудь частоте  $1 - \mu\beta(\omega)$  становится меньше единицы, возникает повышение модуляции. Этого можно ожидать в случае радиолокационного приемника, в котором используются мостовые  $T$ -образные цепи в  $\beta$ -ветви. Здесь может появиться заметное повышение усиления вблизи частоты сканирования.

### 10.31. Автоматическое сопровождение по дальности

Большинство систем управления оружием времен второй мировой войны использовало радиолокационные системы с ручным сопровождением, выполнявшимся наводчиком, обязанность которого состояла в том, чтобы все время подстраивать совпадение отметки

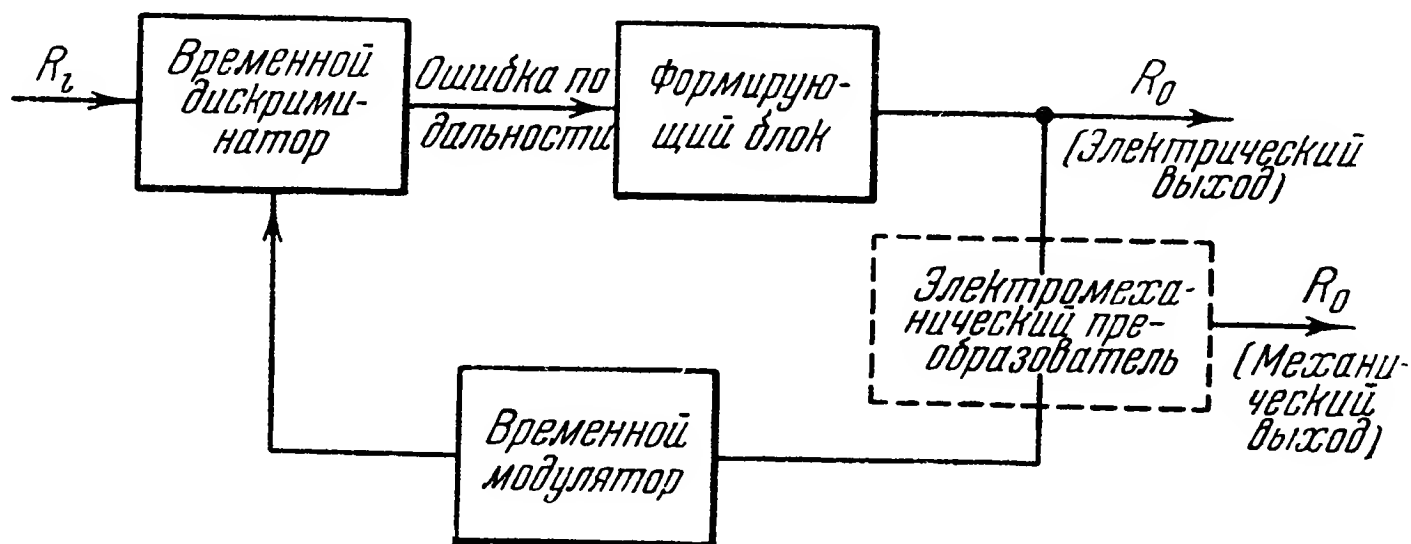


Рис. 10.30. Схема сопровождения по дальности.

времени (дальности) с отражением от желаемой цели. Положение отметки, соответствующей дальности, вырабатывалось радиолокатором; данные о ее положении можно было использовать в других частях системы управления.

С появлением современных самолетов и управляемых снарядов выяснилась неспособность наводчика-человека, снабженного простейшим оборудованием, точно и в течение длительного времени сопровождать цель по дальности. Необходимость замены человека вызвала разработку автоматических устройств для сопровождения целей по дальности.

Блок-схема типичной системы автосопровождения по дальности приведена на рис. 10.30. Очевидно, что это — следящая система.



Временной дискриминатор соответствует прибору, измеряющему ошибку; формирующий блок соответствует корректирующей цепи и усилителю; временной модулятор соответствует сервомотору.

Если блок сопровождения по дальности — электромеханический, то, кроме электронной части, он включает в себя еще электромеханический преобразователь, состоящий из двигателя и привода, который вращает входной вал механического временного модулятора.

Последующие параграфы описывают устройство и функционирование временного модулятора и временного дискриминатора и их влияние на характеристики системы.

Первоначально устройство временных дискриминаторов основывалось на нескольких различных физических принципах, как это известно из литературы<sup>1)</sup>. В современных установках, однако, принят единственный, считающийся наилучшим, физический принцип. Этот принцип состоит в том, что видеосигнал, по которому осуществляется сопровождение, разделяется на две части: переднюю и заднюю. Линия деления видеосигнала проходит через середину местного опорного импульса или строба. Энергии обеих частей видеосигнала сравниваются между собой; из разности этих энергий получается напряжение, пропорциональное ошибке в определении дальности цели.

Чаще всего используются две основные модификации этого метода. Рис. 10.31 поясняет различие между ними. На рис. 10.31, а показана форма входного сигнала временного дискриминатора, работающего по принципу «удвоения импульса». Видеоимпульс подается на схему задержки, которая задерживает импульс приблизительно на время, равное его длительности. У задержанного импульса изменяют знак и присоединяют его к исходному видеоимпульсу, как показано на рис. 10.31, а (3). Исходный импульс [рис. 10.31, а, (1)] может быть как необработанным, так и стробированным по дальности. Таким образом, может быть использован и необработанный импульс; однако предварительное стробирование обычно полезно для исключения паразитных импульсов большой амплитуды. Упрощенная схема, применяемая для удвоения импульсов, приведена на рис. 10.32. Ненагруженная линия задержки, время задержки в которой равно приблизительно половине длительности импульса  $\Delta$ , шунтирует анодную нагрузку видеоусилителя. Положительный выходной импульс видеоусилителя отражается от закороченного конца линии и появляется на аноде усилителя в виде перевернутого первоначального импульса. Недостаток этой схемы состоит в том, что линия задержки, которая в действительности является многосекционным

---

<sup>1)</sup> Chance, Hulsizer, MacNichol and Williams, *Electronic Time Measurements*, McGraw-Hill Book Co. [Русский перевод: Ламповые схемы для измерения времени, ч. I и II, Советское радио, М., 1951. (Прим. перев.)] Starr, цит. на стр. 392.



фильтром нижних частот, ограничивает ширину спектра задней половины «удвоенного импульса». Это не играло бы особой роли, если бы видеоимпульс имел всегда постоянную амплитуду и был свободен от шумов. В действительности же вследствие ограничения полосы частот линией задержки получается, что энергии двух половин удвоенного импульса неодинаковы; величина их разности зависит от амплитуды импульса и уровня шумов. Если линия задержки недостаточно хорошо подобрана, временной дискриминатор может

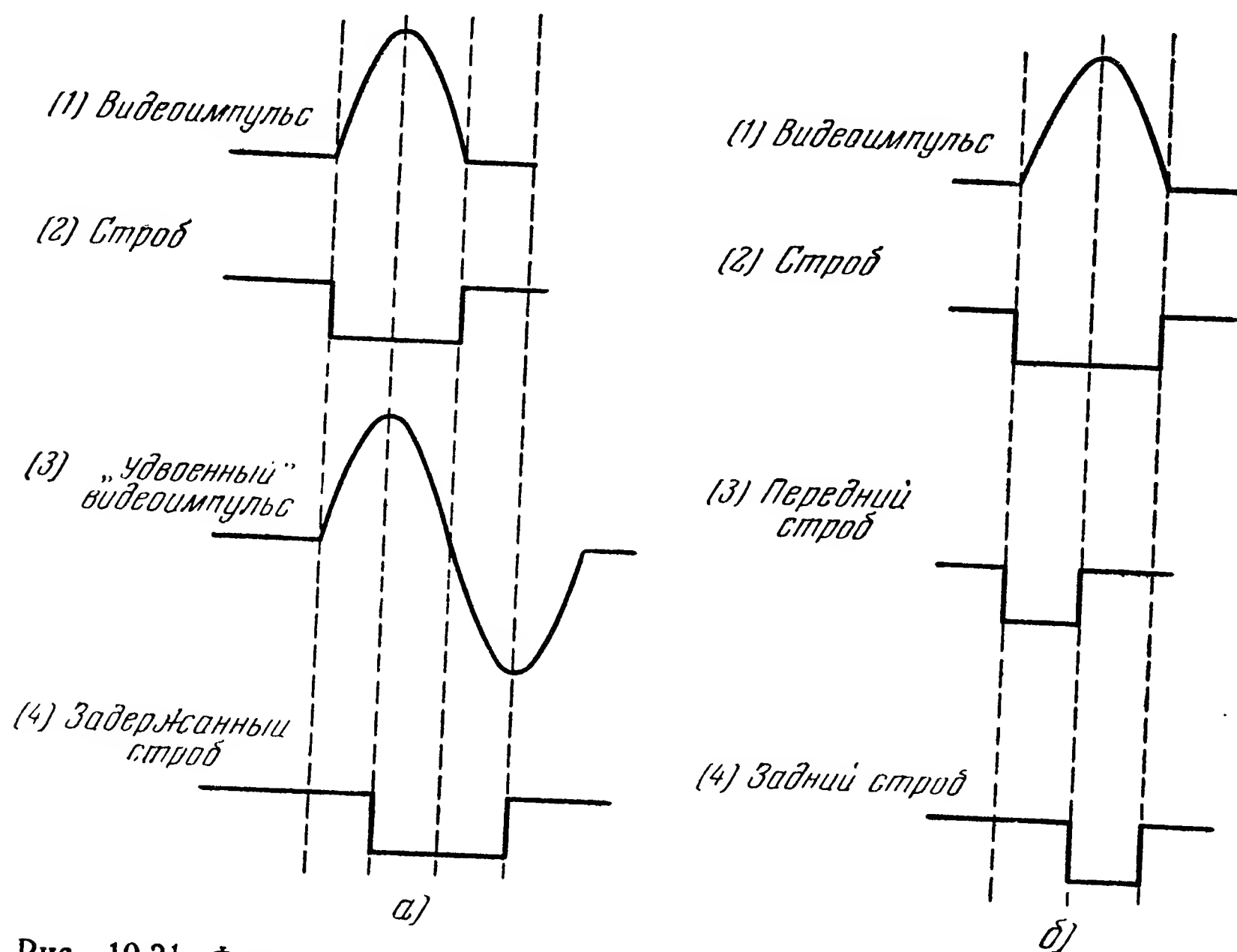


Рис. 10.31. Формы импульсов во временном дискриминаторе: а) схема «удвоения» сигнала, б) схема «расщепления» импульса.

работать правильно только при одной определенной амплитуде, но может также выдавать отличный от нуля выход, который представляет собой главным образом шум приемника. Если линия задержки может иметь полосу пропускания значительно более широкую, чем спектр входных импульсов, этот эффект сводится к минимуму. Опорные импульсы, вырабатываемые блоком дальности, задерживаются таким образом, чтобы их ось (в случае отсутствия ошибки по дальности) совпадала (по времени) с осью «удвоенного импульса», как показано на рис. 10.31, а, (3) и (4).

Если импульсы являются входом для интегрирующего временного дискриминатора, его выход как функция от относительного положения строга и оси эхо-импульса имеет форму, изображенную

на рис. 10.33. Типичный временной дискриминатор, работающий по этому принципу, показан на рис. 10.34.

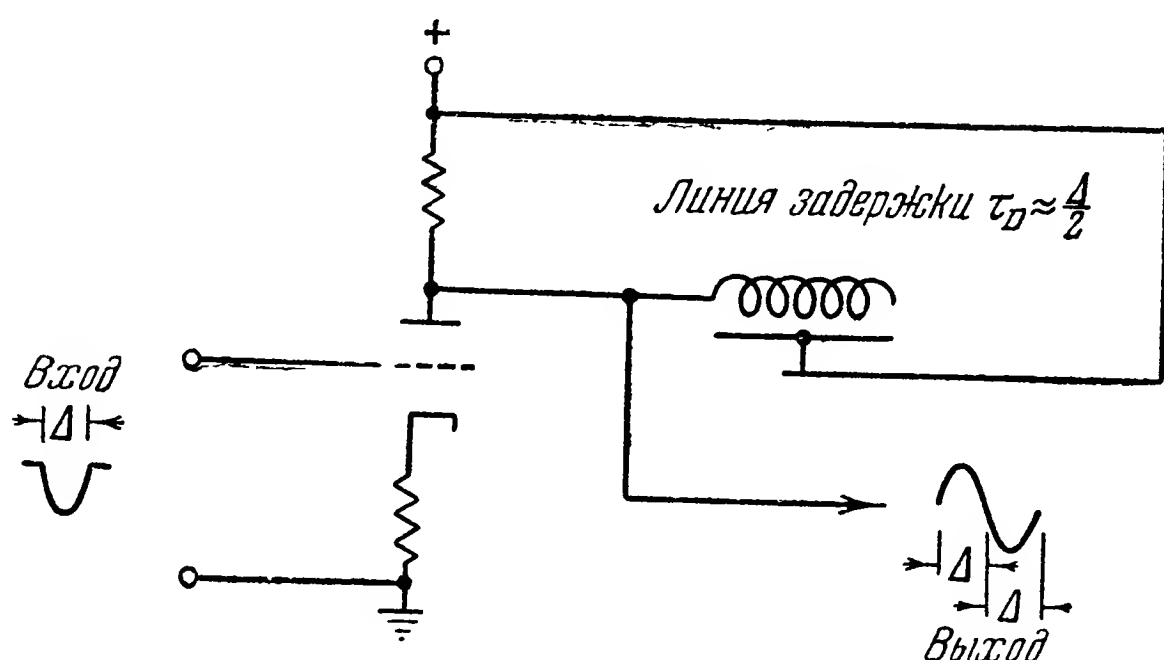


Рис. 10.32. Схема «удвоения» импульса.

В следящей системе по дальности временной дискриминатор играет роль фильтра нижних частот. Его частотная характеристика должна быть подобрана таким образом, чтобы интегрирование импульсов было выполнено со значительной точностью, без заметных фазовых сдвигов на частотах, укладывающихся в полосу пропускания следящей системы. Анализ контура сопровождения по дальности очень прост, если рассматривать временной дискриминатор как источник напряжения с относительно большим, но, конечно, не бесконечно большим внутренним импедансом. Такой прием позволяет обойти вопрос о том, как быть с его проводимостью; этот вопрос появился бы, если временной дискриминатор рассматривать как источник тока.

Тщательное математическое исследование работы временного дискриминатора, если вход имеет вид, показанный на рис. 10.31, б, снова приводит к характеристике, показанной на рис. 10.33. Поэтому все, что сказано относительно системы, относящейся к случаю рис. 10.31, а, относится и к случаю рис. 10.31, б. На первый взгляд кажется, что система рис. 10.31, а обладает меньшими

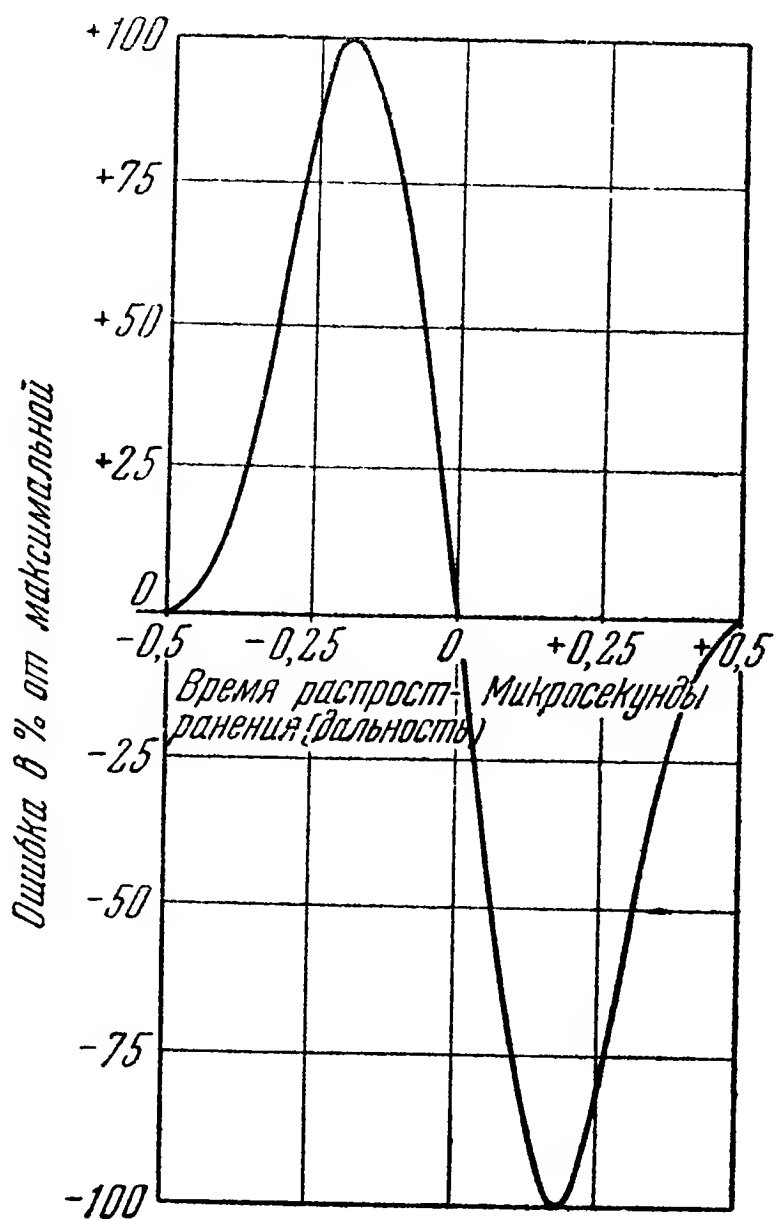


Рис. 10.33. Характеристика временного дискриминатора.

возможностями при определении дальности, чем система рис. 10.31, б. Однако это не так, потому что в обеих системах должен быть применен один и тот же процесс селекции (стробирования), требующий одинаковых длительностей импульсов и стробов. Этот процесс селекции и определяет собой измерение дальности. Система 10.31, б, хотя и меньше зависит от нарушений, вызываемых различиями полосы пропускания в двух сравниваемых интервалах, но она очень чувствительна к равенству длительности стробов. Между этими двумя методами трудно выбрать.

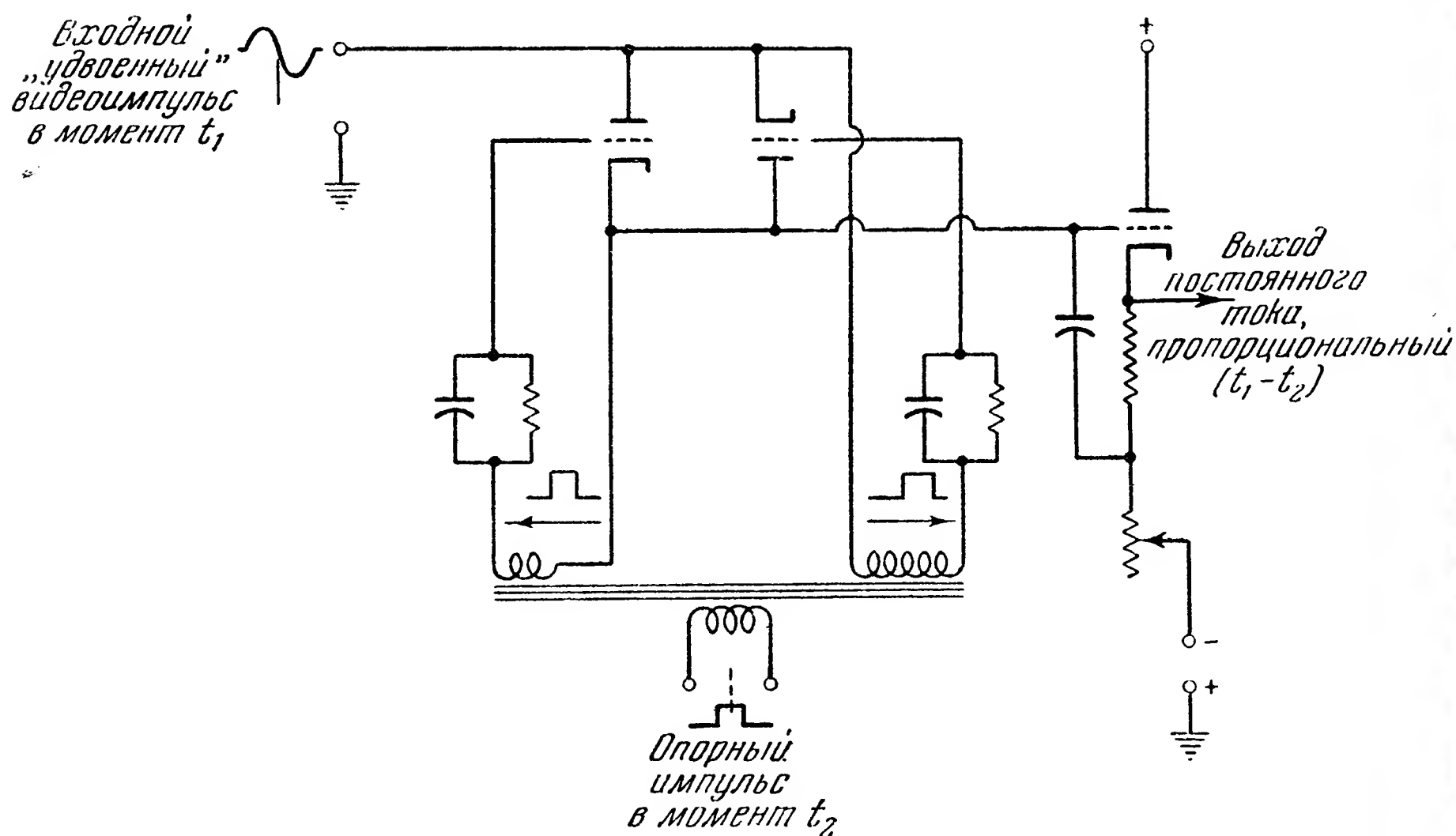


Рис. 10.34. Типичный временной дискриминатор.

Если по оси времени характеристики временного дискриминатора, изображенной на рис. 10.33, откладывать непрерывные изменения действительного временного положения цели, то полученная таким образом кривая изменения напряжения на выходе дискриминатора и ее производные могут быть использованы в качестве входной функции при расчете системы автосопровождения цели.

### 10.32. Блоки дальности

Блоком дальности называют часть радиолокационной системы, подающую на временной дискриминатор местные опорные импульсы, относительно которых и вычисляется дальность. В основном этот блок состоит из источника сигналов времени и устройства, интерполирующего между ними. В зависимости от требуемой точности блок может быть простым или сложным.

Простой (но грубый) блок дальности может состоять из линейного генератора пилообразных напряжений, временного модулятора (интерполирующее устройство), позволяющего изменять и измерять амплитуду пилообразных напряжений, и формирующих цепей, назначение которых состоит в том, чтобы в некоторый момент времени преобразовать пилообразное напряжение в импульс, сдвиг которого во времени зависит от амплитуды пилы. Такой блок изображен на рис. 10.35; его точность может быть порядка 1% от максимальной дальности, на которую рассчитана система.

Если требуется большая точность, необходимо использовать опорные импульсы более высокой точности, чем дает способ пилообразных напряжений. Обеспечение наибольшей возможной точности

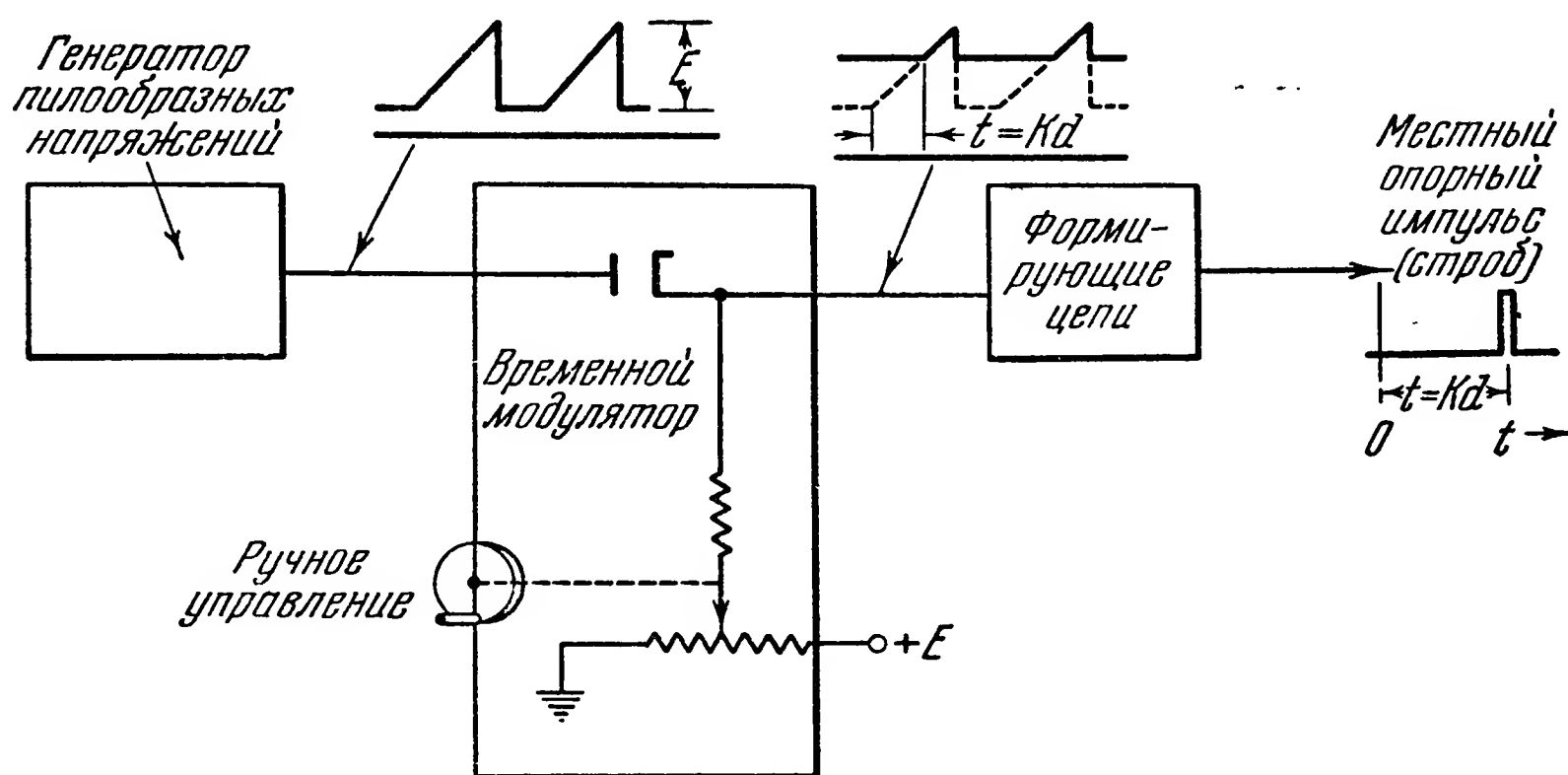


Рис. 10.35. Грубый блок дальности.

зависит также от временного модулятора. Один из типов блоков высокой точности применяется во многих радиолокационных установках управления огнем и называется «Measmat». Источником опорных сигналов может быть кварцевый генератор, а временным модулятором — емкостный фазовращатель. Такой блок показан на рис. 10.36. Кварцевый генератор работает на частотах ниже 200 кГц. Фазовращатель (который может быть двух- и трехфазным) устроен так, что сигнал ротора есть непрерывная линейная функция угла поворота валика. Такие устройства имеют ошибку по фазе  $0,7^\circ$  в области частот порядка килогерц. Чтобы ошибка по фазе была небольшой сравнительно с полным диапазоном измерений, необходимо, чтобы временной модулятор совершал много оборотов на этом полном диапазоне. Чтобы избежать неоднозначности, обычно применяют это устройство совместно с грубым блоком дальности описанного выше типа, использующим пилообразное напряжение.

Точность грубого блока дальности теперь должна быть достаточной лишь для устранения неоднозначности в точном блоке дальности, что легко достижимо. Описанный здесь точный блок дальности представляет собой устройство неимпульсного типа. Если необходимо использовать этот блок с импульсным радиолокатором, то без дополнительных устройств затруднительно запускать генератор в правильной фазе так, чтобы отсчет времени после каждого импульса повторялся.

Чтобы блок мог работать с импульсным радиолокатором, оказывается необходимым или применить импульсное возбуждение

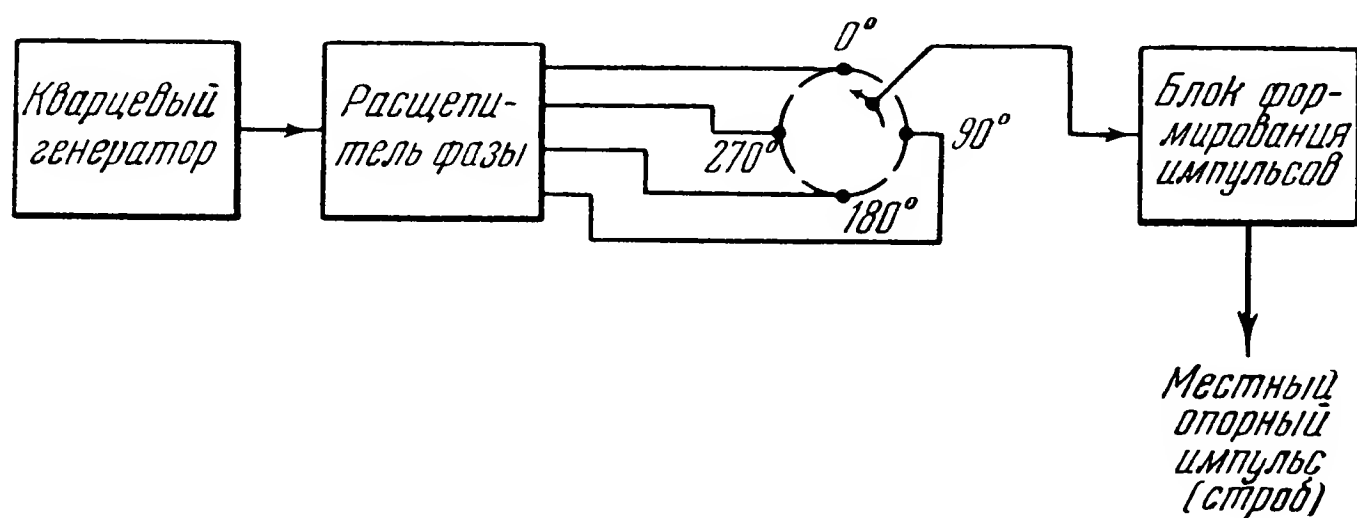


Рис. 10.36. Точный блок дальности.

кварцевого генератора, или связать частоту повторения импульсов с частотой генератора при помощи делителей частоты.

Частоту генератора удастся стабилизировать с такой точностью, что зависящими от этого ошибками можно пренебрегать. Ошибка блока дальности складывается из  $\pm X\%$  от дальности (происходит от изменения частоты генератора) и из  $\pm Y$  ярдов (от ошибки фазовращателя).

Описанный выше точный блок дальности, использующий емкостный фазовращатель, имеет один существенный недостаток: большую инерцию, происходящую от механического вращения. Вследствие этого разработка следящей системы для автоматического сопровождения затрудняется.

### 10.33. Угловые детекторы

В радиолокаторах с коническим сканированием, применяемых для управления огнем, данные о положении цели относительно оси луча модулируют частоту сканирования, как это объяснено в § 10.7. Назначение углового детектора состоит в том, чтобы исключить из этих данных частоту сканирования и подать их в наиболее удобной форме к цепям, управляющим положением антенны.

Поскольку демодулятор есть входная часть следящей системы положения антенны, желательно использовать некоторую балансную

схему, которая автоматически исключает частоту сканирования; таким образом мы избежим сдвига фазы, который получился бы при применении фильтра. Частота сканирования есть единственная частота, имеющая боковые полосы, в которых содержатся сведения о действительном движении цели (предполагается, конечно, сканирование по синусоидальному закону). Поэтому желательно исключить все остальные сигналы, так как они несут только шумы.

На рис. 10.37 показана схема кольцевого демодулятора — одна из схем, при помощи которой можно получить желаемые результаты. Эта схема в современной литературе носит еще название

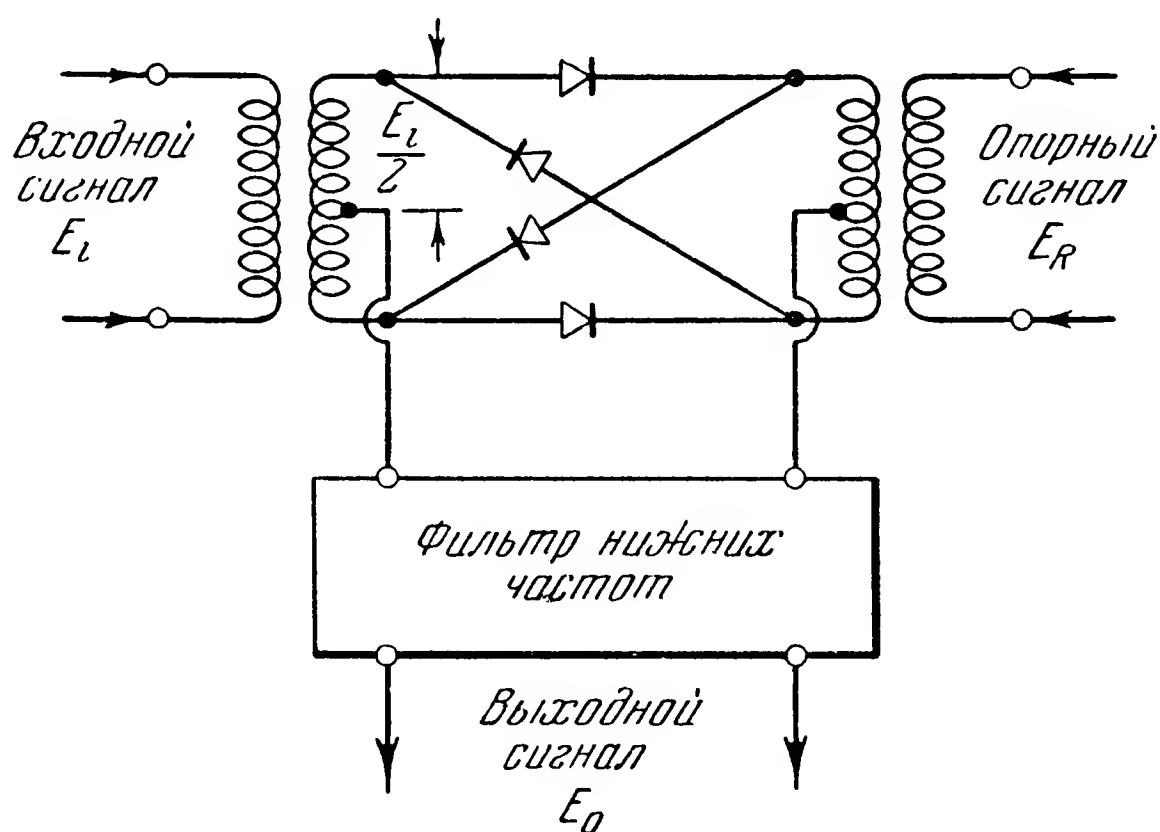


Рис. 10.37. Кольцевой демодулятор.

«коррелятора» или «детектора произведения». Опорный входной сигнал  $E_R$  есть образчик частоты сканирования, с которым мы хотим коррелировать входной сигнал  $E_i$ . Обычно  $E_R$  получают от генератора, который механически связан со сканом. Выход генератора фазуется с ожидаемым входным сигналом обычно при помощи механического поворота корпуса генератора.

При большом импедансе нагрузки выходное напряжение этой схемы может быть выражено через входное следующим образом:

$$\begin{aligned}
 E_0 = \frac{1}{\pi} E_i & \left( \{ \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + \varphi] - \cos [(\omega_1 + \omega_2) t + \varphi] \} + \right. \\
 & + \frac{1}{3} \{ \cos [(\omega_1 - 3\omega_2) t + \varphi] - \cos [(\omega_1 + 3\omega_2) t + \varphi] \} + \\
 & + \frac{1}{5} \{ \cos [(\omega_1 - 5\omega_2) t + \varphi] - \cos [(\omega_1 + 5\omega_2) t + \varphi] \} + \\
 & \left. + \frac{1}{7} \{ \dots \} + \dots \right), \quad (10.39)
 \end{aligned}$$



где  $\omega_1$  — частота входного сигнала ( $\text{рад/сек}$ ),  $\omega_2$  — опорная частота или частота переключения ( $\text{рад/сек}$ ),  $t$  — время в секундах,  $\varphi$  — фаза входного сигнала относительно опорного сигнала ( $\text{рад}$ ),  $E_0$  — выходное напряжение,  $E_i$  — максимальное значение входного напряжения.

Если  $\omega_1$  и  $\omega_2$  одинаковы и  $E_i$  не содержит гармоник, то первый член в (10.39) определяет выходной сигнал постоянного тока следующим образом:

$$E_0 = \frac{1}{\pi} E_i \cos \varphi.$$

Это выражение изображается графически простой синусоидой (рис. 10.38). Интересно отметить, что выход равен нулю, если

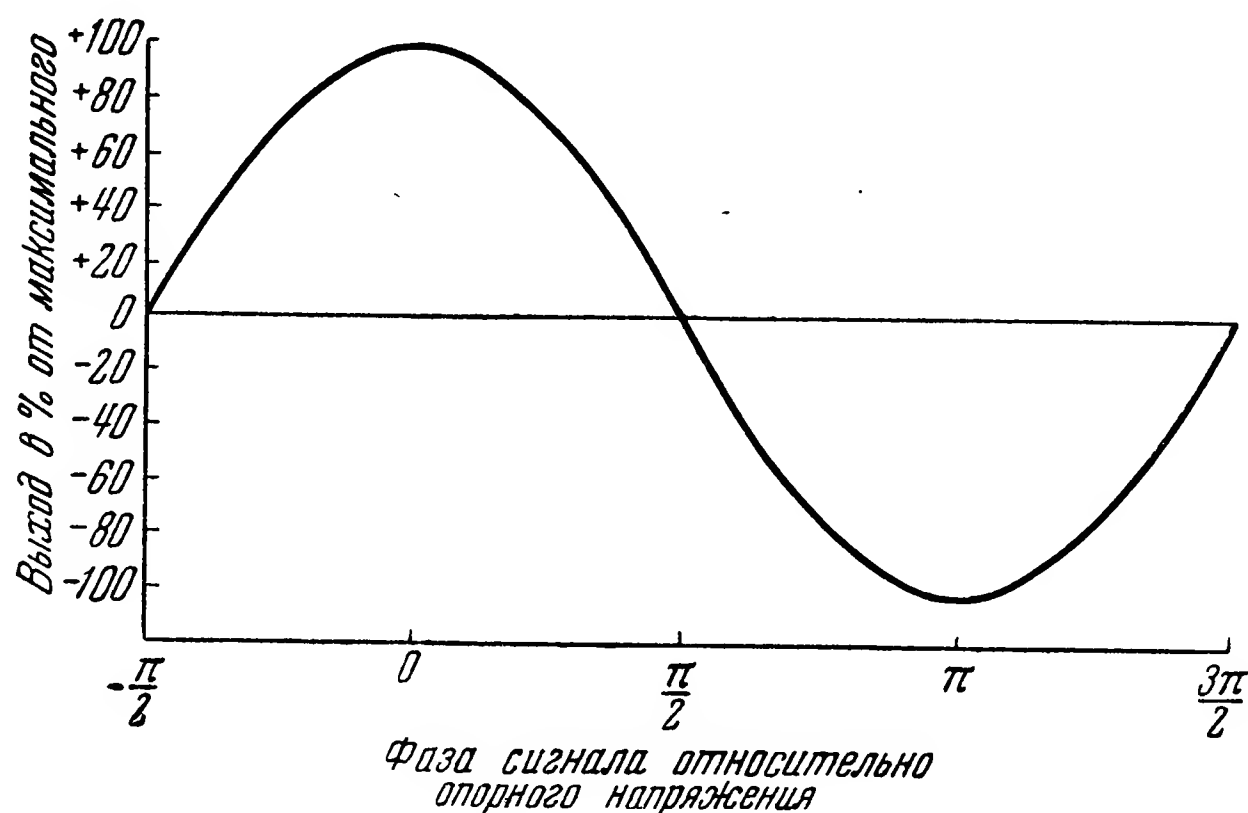


Рис. 10.38. Основная фазовая характеристика кольцевого демодулятора.

фаза равна  $\frac{\pi}{2}$  или  $\frac{3\pi}{2}$ . Именно это обстоятельство позволяет использовать рассматриваемую схему для разделения угловых координат в направлениях право — лево и вверх — вниз.

Если при помощи радиолокатора, использующего описываемое устройство, ведется наблюдение за неподвижной целью, то на выходе получаются постоянные напряжения, пропорциональные отклонениям цели от оси антенны в двух плоскостях.

Предположим теперь, что цель выполняет горизонтальный маневр, описывая синусоиду около оси антенны; тогда  $\omega_1$  становится несущей, а маневр образует около  $\omega_1$  боковые полосы. Выходное напряжение канала право — лево состоит из синусоиды низкой частоты того же периода, что и маневр, с амплитудой, про-

порциональной максимальному отклонению цели от оси антенны. В этом рассуждении сделано допущение, что антенна есть линейный модулятор на частоте сканирования.

Если антенна не является линейным модулятором или если сигнал от цели постепенно изменяется, так, как если бы имелось соответствующее движение цели, то нужно рассматривать не только первый, но и последующие члены ряда (10.39). Эти члены могут представлять собой паразитные выходы, получающиеся от шумов на входе.

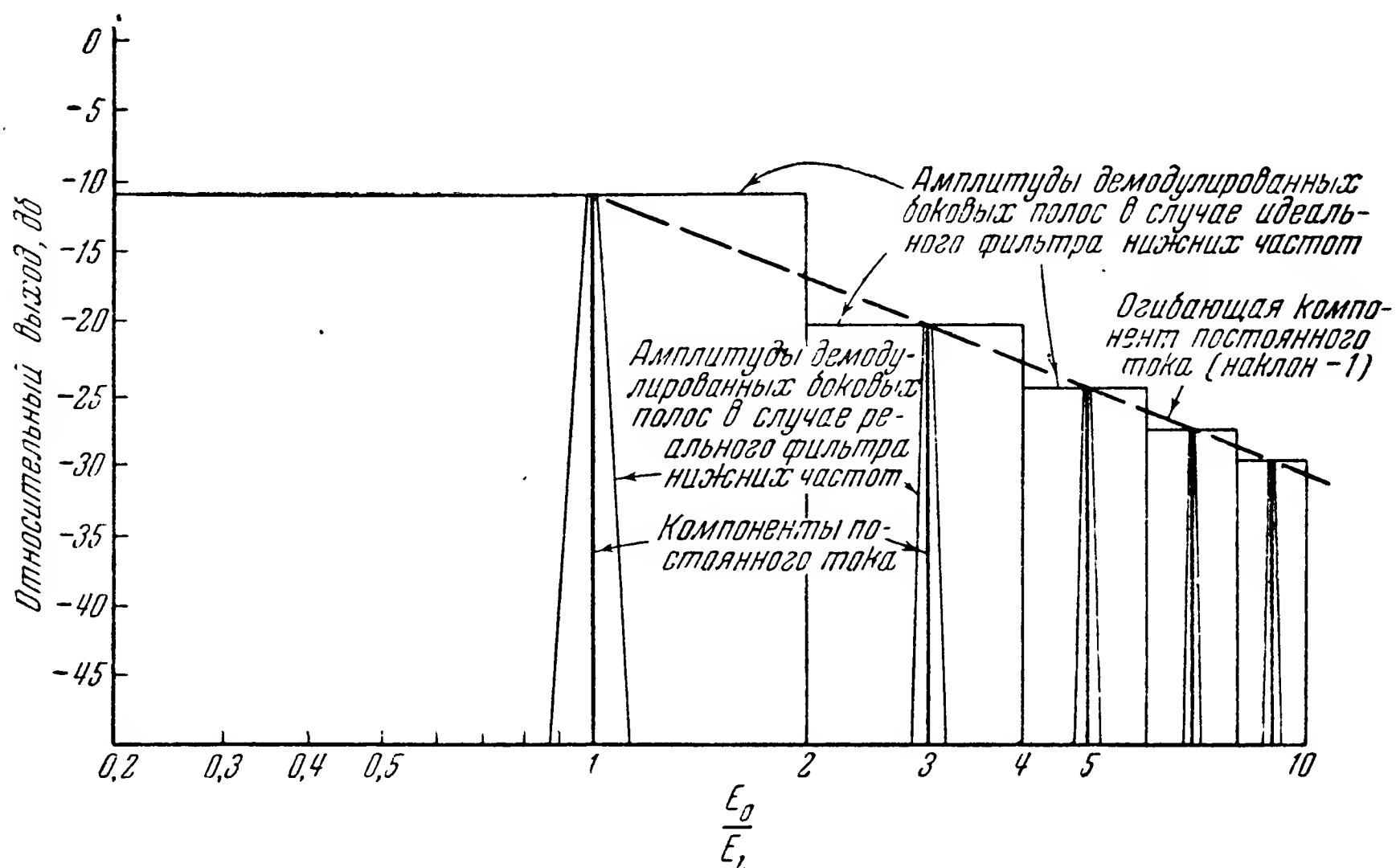


Рис. 10.39. Характеристика кольцевого демодулятора.

На рис. 10.39 представлен график относительного выхода при входном сигнале постоянной амплитуды, но переменной частоты. Показано, какой выход получается при идеальном и действительном фильтре нижних частот. Из рис. 10.39 видно, каким образом детектор подавляет шумовые составляющие сигнала. Выходное напряжение равно нулю для входа на всех четных гармониках, а выходы при нечетных гармониках имеют огибающую с наклоном — 1. На рис. 10.40 приведено выходное напряжение для разных гармоник на входе, если фильтр отсутствует. Следует отметить, что и для основного сигнала и для его первых гармоник отношение пиковой и средней мощности невелико. Это делает возможным использовать в качестве фильтра нижних частот какой-нибудь из элементов системы, например сервомотор, не вызывая опасности перегрузки системы в пиках. Такое устройство есть

двухполупериодный коммутатор, в котором опорный сигнал управляет последовательностью переключений. С практической точки

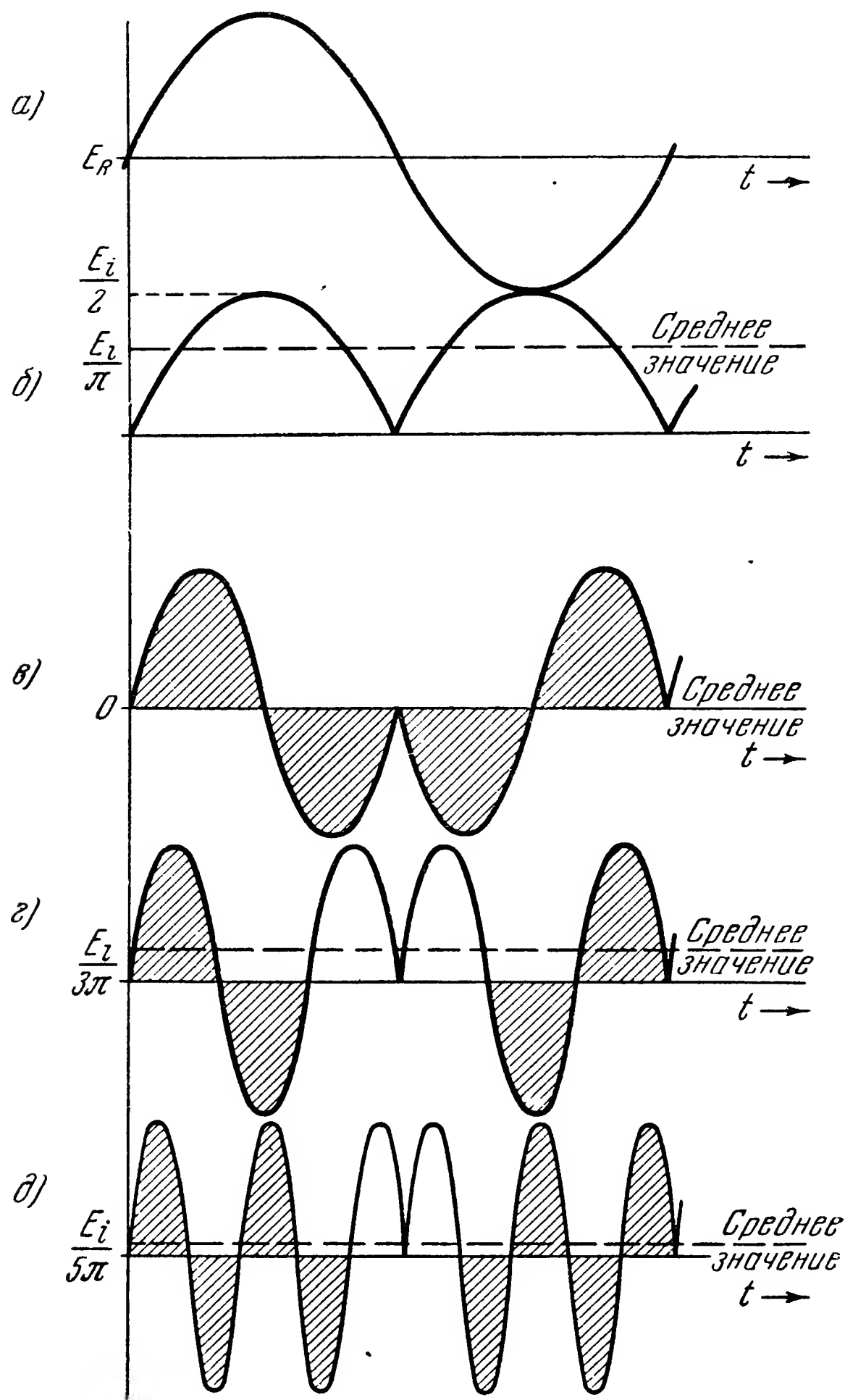


Рис. 10.40. Выход кольцевого демодулятора для различных гармоник входа: а) опорный сигнал, б) выход для главной части входного сигнала, в) выход для 2-й гармоники, г) выход для 3-й гармоники, д) выход для 5-й гармоники. Заштрихованы погашающиеся площади.

зрения для надежности переключения важно, чтобы опорный сигнал был, по крайней мере, вдвое больше ожидаемого входного сигнала.

## 10.34. Источники питания

В системах управления, использующих радиолокаторы, важную роль играют источники питания. Хотя и существует хороший обычай проектировать цепи радиолокационной системы с таким расчетом, чтобы они могли работать в широком диапазоне анодных напряжений, часто это оказывается невозможным. Тогда можно регулировать питающее напряжение в пределах определенного допуска. В современных радиолокационных установках имеется тенденция запитывать все аноды от одного или нескольких централизованных источников. Поэтому проектировщик должен заниматься

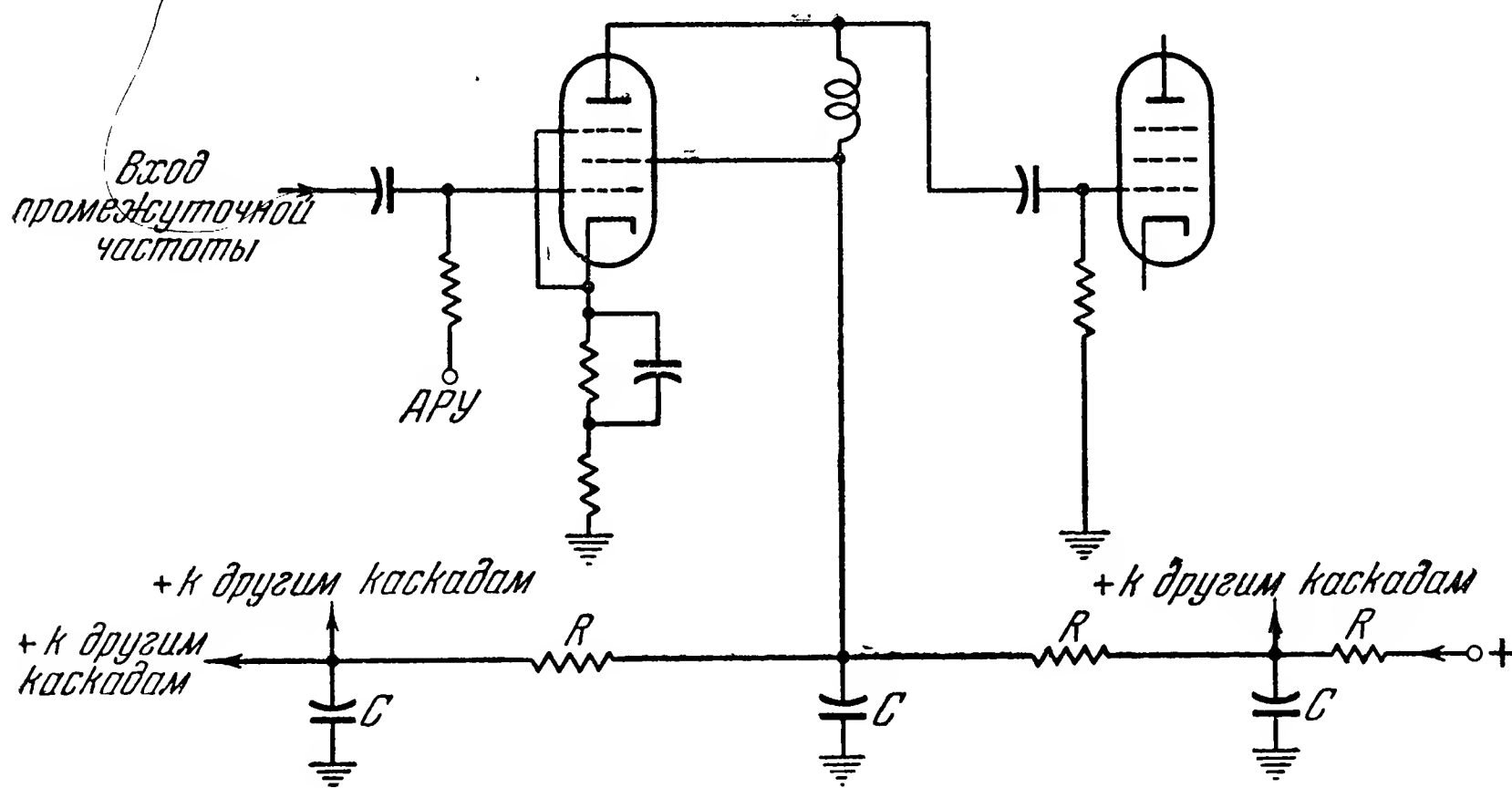


Рис. 10.41. Пассивная развязывающая цепь.

проблемой присоединения многих цепей к общему источнику питания таким образом, чтобы перекрестные связи (взаимодействия) между отдельными цепями были наименьшими.

К счастью, существует много методов для уменьшения этих связей. Например, можно использовать пассивные развязывающие фильтры или применить достаточно простые электронные регуляторы напряжения.

При разработке пассивных развязывающих цепей проектировщик должен учитывать способ использования сигнала в цепи. Если один из сигналов используется, как это часто бывает, в качестве переносчика для другого, развязывающая цепь должна быть эффективным интегратором для несущей и боковых полос. Точно так же необходимо рассматривать развязывающую цепь как часть анодной нагрузки лампы. Например, имеется возможность разработать развязывающие цепи для анодных контуров усилителя промежуточной частоты таким образом, что они, изолируя цепи по промежуточной частоте, преобразовывают УПЧ в усилитель видео- или звуковых

частот. Предположим, что некоторый УПЧ соединен с источником питания через развязывающие цепи, которые эффективны на промежуточной частоте. Схема показана на рис. 10.41. Когда используется система АРУ, низкочастотный управляющий сигнал, накладываемый на сетку УПЧ, может быть усилен в каскаде развязывающей  $RC$ -цепи, если она неправильно подобрана. Если же развязывающая цепь не эффективна на частоте АРУ, система АРУ может загенерировать или просто будет работать неправильно. Даже если и не

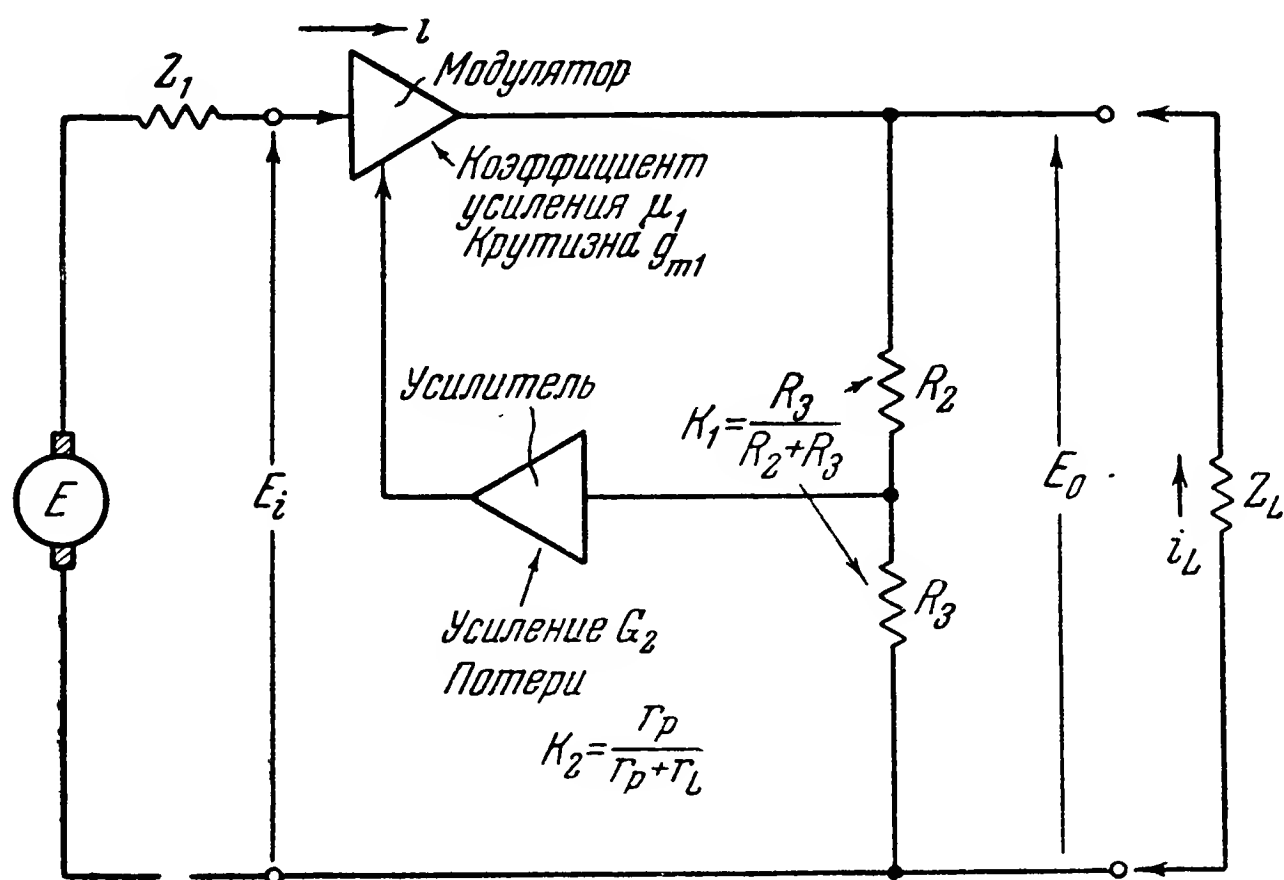


Рис. 10.42. Электронный регулятор.

будет заметного усиления от этой причины на частоте АРУ, в контуре АРУ может появиться чрезмерный сдвиг фазы. Можно привести и другие аналогичные примеры, но мы этим заниматься не будем.

Простейший электронный стабилизатор напряжения есть газонаполненная шунтирующая лампа ОДЗ, которая применяется уже много лет. Средний эффективный внутренний импеданс этих ламп равен приблизительно 1000 ом на частотах между нулем и несколькими мегагерцами. Часто это недостаточно мало для того, чтобы уменьшить связь между цепями до приемлемой величины. В таком случае необходимо рассмотреть электронный регулятор, который работает по принципу следящей системы. Такой регулятор может свести внутренний импеданс источника питания к очень малой величине, зависящей от усиления в контуре следящей системы. Простейшая схема электронного регулятора показана на рис. 10.42. При проектировании электронного регулятора больше всего занимают следующие двумя важными величинами: а) потребной степенью стабилизации  $\frac{\Delta E_i}{\Delta E_0}$  и б) потребным внутренним импедансом  $Z_0$ .

Степень стабилизации  $\frac{\Delta E_i}{\Delta E_0}$ . Для степени стабилизации  $\frac{\Delta E_i}{\Delta E_0}$  в случае электронной системы Сили<sup>1)</sup> приводит выражение

$$\frac{\Delta E_i}{\Delta E_0} = \frac{1 + \mu_1 + K_1 G_2 \mu_1}{1 + K_2 \mu_1}, \quad (10.40)$$

пренебрегая влиянием регулирования на сам источник. Однако это влияние можно сразу учесть следующим образом:

$$E_i = E - iZ_1. \quad (10.41)$$

Если отношение тока нагрузки  $i_L$  к внутреннему току регулятора очень велико, то

$$i \approx i_L = \frac{E_0}{Z_L}. \quad (10.42)$$

Подставляя (10.42) в (10.41), получаем:

$$E_i = E - E_0 \frac{Z_1}{Z_L}, \quad (10.43)$$

$$\Delta E_i = \Delta E - \Delta E_0 \frac{Z_1}{Z_L}, \quad (10.44)$$

$$\frac{\Delta E_i}{\Delta E_0} = \frac{\Delta E}{\Delta E_0} - \frac{Z_1}{Z_L}. \quad (10.45)$$

Поэтому из (10.40) получаем:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E_0} = \frac{1 + \mu_1 + K_1 G_2 \mu_1}{1 + K_2 \mu_1} + \frac{Z_1}{Z_L}. \quad (10.46)$$

Отсюда сразу видно, что выгодно, насколько возможно, уменьшать  $Z_1$ . Уравнению (10.46) можно приближенно придать более простой вид. Пусть лампа на рис. 10.43 будет GAS7-G, где  $\mu_1 = 2,1$ . Усиление  $G_2$  на постоянном токе легко можно иметь равным 100. Коэффициент  $K_1$  для газонаполненной лампы, используемой для компенсации некоторого  $E_0$  (рис. 10.43), можно приближенно считать равным единице. В этом случае

$$\frac{\Delta E}{\Delta E_i} \approx 70 + \frac{Z_1}{Z_L}. \quad (10.47)$$

Если  $\frac{Z_1}{Z_L}$  будет порядка 35, эффект влияния регулирования на сам источник становится заметным.

Внутренний импеданс. Внутренний импеданс электронного регулятора, по Сили, есть

$$Z_0 = \frac{1}{g_{m1} K_1 G_2} + \frac{Z_1 \cdot \Delta E_0}{\Delta E}. \quad (10.48)$$

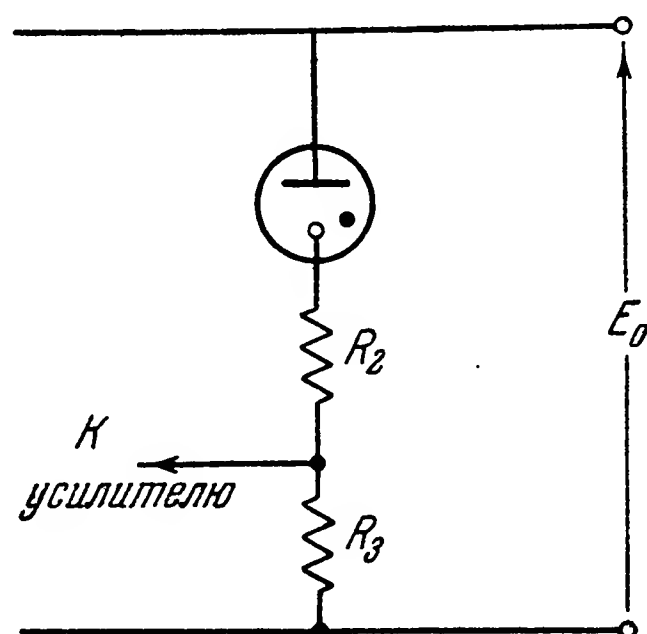


Рис. 10.43. Уменьшение потерь при помощи газонаполненной лампы.

<sup>1)</sup> Seeley, Electron Tube Circuits, McGraw-Hill Book Co., 1950.



Отсюда снова очевидна важность малого внутреннего импеданса источника питания. На практике величину  $Z_0$  уменьшают, применяя некоторое количество модуляторных ламп, включенных параллельно; вследствие этого коэффициент  $g_{m1}$  умножается на число ламп. Как пример того, что можно сделать, рассмотрим регулятор, который использует двойные модуляторные лампы 10-6AS7-G, где  $g_m = 7500 \cdot 10^{-6}$  мгом для половины лампы. Положив  $G_2 = 100$ ,  $K_1 = 1$ ,  $Z_1 = 0$  на низких частотах, получим:

$$Z_0 = 0,0667 / 0^\circ \text{ ом.}$$

### 10.35. Автосопровождение при малых углах места <sup>1)</sup>

Одним из источников шума при автосопровождении является невозможность для радиолокатора определить точно угол места цели в том случае, если этот угол места меньше приблизительно ширины луча антенны. Трудности происходят от интерференции

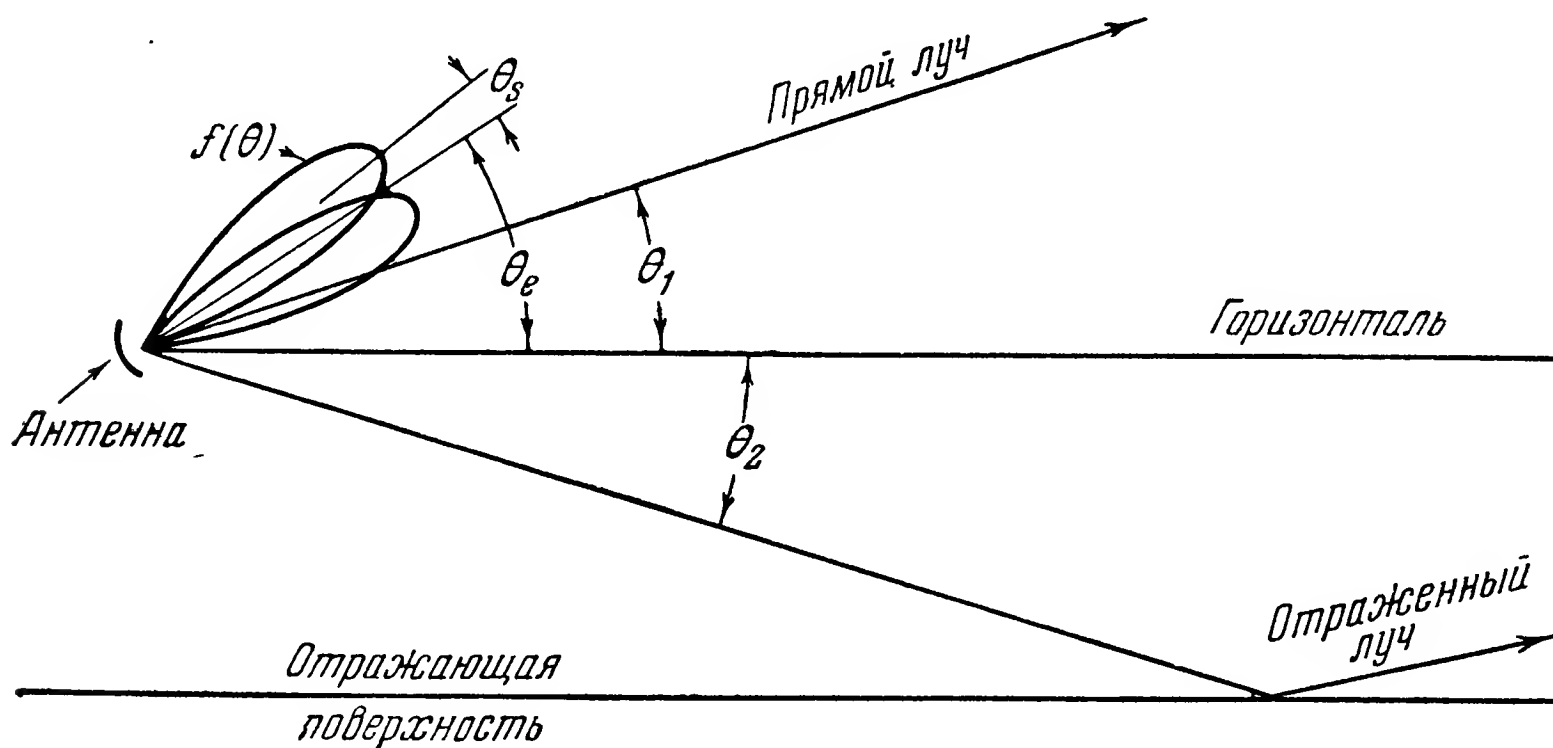


Рис. 10.44. Область интерференции.

при распространении радиоволн до цели вдоль прямого и отраженного путей. Эта проблема превосходно рассмотрена в т. 13 Radiation Laboratory Series, откуда мы и заимствуем дальнейшее.

Распространение радиоволн в присутствии Земли происходит по более сложным законам, чем в свободном пространстве. Земля отражает и рассеивает энергию таким образом, что получается некоторая интерференционная диаграмма. Удобно ввести коэффициент распространения  $\Gamma$ , чтобы учесть эту диаграмму. Коэффициент распространения  $\Gamma$  есть отношение амплитуды электрического поля

<sup>1)</sup> Kerr, Propagation of Short Radio Waves, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1948, chap. 5. [Русский перевод: Распространение ультракоротких радиоволн, Советское радио, М., 1954, гл. V, стр. 427. (Прим. перев.)]

в заданной точке и в заданных условиях к амплитуде электрического поля при распространении в свободном пространстве и при том условии, что луч антенны направлен в точку наблюдения:

$$\Gamma = \frac{\xi}{\xi_0}, \quad (10.49)$$

где  $\xi_0$  — амплитуда в свободном пространстве, а  $\xi$  — амплитуда в возмущенном поле. В случае распространения в свободном пространстве  $\Gamma = |f(\theta)|$ , где  $f(\theta)$  определяет диаграмму направленности антенны, а  $\theta$  — угол, отсчитанный от оси луча.

При определении угла места радиолокатором с коническим сканированием энергии, излучаемые за верхнюю и нижнюю половину оборота, должны быть одинаковы. В свободном пространстве это будет иметь место, если цель лежит на прямой, соединяющей источник излучения и точку пересечения диаграмм, потому что в идеальном случае диаграмма  $\Gamma = f(\theta)$  неизменна при любом положении лепестка.

Проблема отражения может быть сравнительно просто рассмотрена в плоскости, нормальной к отражающей поверхности и проходящей через ось луча; значительно сложнее обстоит дело, если рассматривать полный цикл сканирования. Однако, если частота сканирования достаточно далека от частоты, генерируемой вследствие прохождения цели сквозь структуру лепестка (обычно это имеет место), то нет необходимости рассматривать общий случай; достаточно ограничиться вертикальной плоскостью. Это предположение равносильно допущению, что  $\Gamma$  не меняется заметно от одного цикла сканирования к другому; в действительности же имеет место медленное изменение.

Ограничив изучение проблемы одной вертикальной плоскостью, мы, в сущности, предполагаем, что радиолокатор с коническим сканированием эквивалентен радиолокатору с переключением лепестков. Во многих радиолокаторах прежних типов, например в U. S. Navy Mk. 4, использовался метод переключения лепестков, причем для определения угловых координат применялись четыре дискретных

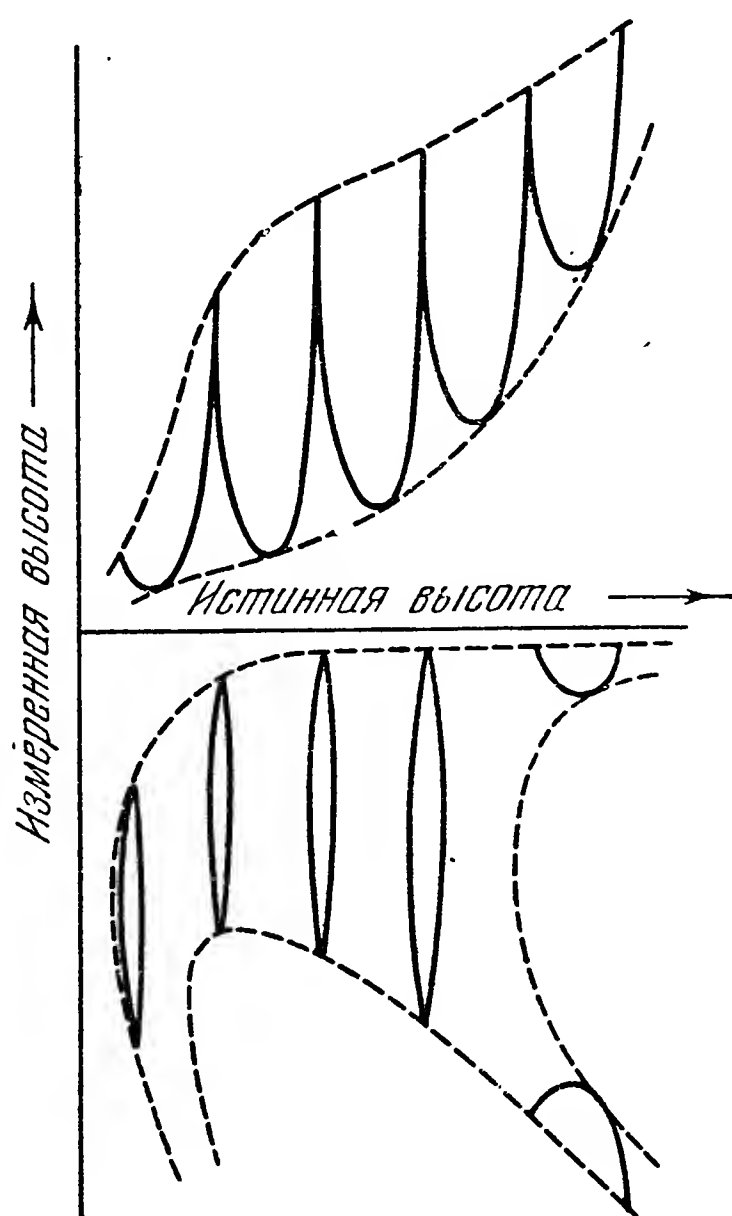


Рис. 10.45. Измеренная высота как функция истинной при постоянной дальности.

положения лепестка — вверх, влево, вниз и вправо. Информация о направлении на цель получалась из сравнения эхо, принимаемого в лепестках вверх — вниз или вправо — влево. Вследствие этого сравнения, если оно тщательно выполнено, в контурах радиолокатора появляется напряжение сигнала ошибки, которое будет стремиться привести

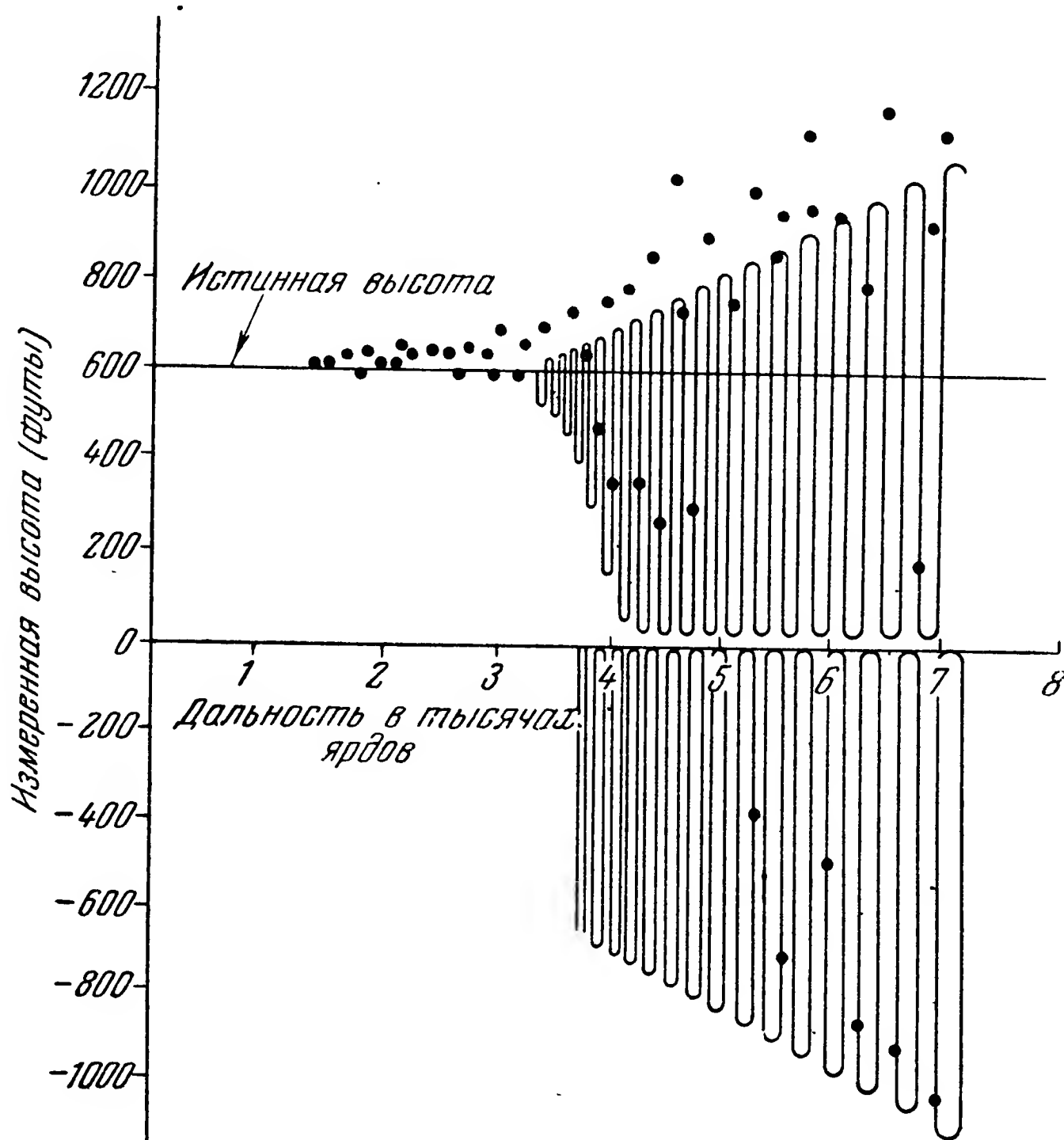


Рис. 10.46. Сравнение рассчитанной и измеренной высоты.

антенну в такое положение, когда  $\Gamma$ , связанная с верхним лепестком, равна  $\Gamma$ , связанной с нижним лепестком. Для верхнего лепестка

$$\Gamma = |f(\theta_1 - \theta_e + \theta_s) + \rho f(-\theta_2 - \theta_e - \theta_s)|, \quad (10.50)$$

а для нижнего

$$\Gamma = |f(\theta_1 - \theta_e + \theta_s) + \rho f(-\theta_2 - \theta_e + \theta_s)|, \quad (10.51)$$

где  $\rho$  есть эффективный коэффициент отражения, включающий и эффект расходимости, происходящий от кривизны Земли; остальные обозначения ясны из рис. 10.44. Первый член суммы есть амплитуда прямого луча, а второй член — отраженного. Прямой и отраженный лучи суть векторы, и разность фаз между ними пропорциональна разности хода на рассматриваемой частоте.

Решения уравнений (10.50) и (10.51) заключены между огибающими на рис. 10.45. Измеряемые в действительности углы можно получить, принимая во внимание векторный характер суммирования.

На рис. 10.46 приведены теоретические и экспериментальные данные, полученные для радиолокатора, установленного на высоте 100 футов ( $\approx 30$  м) над водой и работающего по цели, летящей на высоте 600 футов ( $\approx 180$  м). Дальность, на которой сказывается влияние возмущений, согласуется хорошо, чего нельзя сказать о величине ошибки. Последнего, впрочем, следовало ожидать, потому что в вычислениях невозможно было воспользоваться непрерывно измеренными значениями коэффициента отражения.

Теоретическое<sup>1)</sup> и экспериментальное определение предельных углов места показывает, что для углов, имеющих порядок ширины одного лепестка, шумы при сопровождении не отличаются от шумов в свободном пространстве. Это правильно в случае низкого уровня боковых лепестков. Если уровень боковых лепестков высок, следует ожидать, что предельное значение угла возрастает; однако исследований по этому вопросу не опубликовано. Предельный угол больше над спокойной водой и меньше над беспокойной водой или сушей. Предельный угол может приближаться к нулю для некоторых типов поверхности суши, например для травянистых равнин или сухого песка, при частотах выше 3000 мгц<sup>2)</sup>.

### 10.36. Применение корреляционных функций

В послевоенные годы широкую известность получили математические методы, основанные на теории корреляции, так как оказалось возможным применить их для усовершенствования демодуляции сигналов. Математический аппарат этой теории не нов<sup>3)</sup>; он изложен в главе 6 настоящей книги. Здесь нам достаточно указать, что если две функции времени предполагаются коррелированными, их нужно перемножить и произведение проинтегрировать за длительный промежуток времени. В теории электронных цепей особый интерес представляют процессы «автокорреляции» и «взаимной корреляции».

Автокорреляционная функция  $H_{11}(\tau)$  определяется следующим образом:

$$H_{11} = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_1} \int_{-t_1}^{+t_1} f_1(t) \cdot f_1(t - \tau) dt, \quad (10.52)$$

где  $f_1(t)$  может быть одной из непрерывных реализаций стационарного случайного процесса, например широкополосного шума, или

<sup>1)</sup> Hutner R. A. et al., Radar Height Finding, R. L. Report № 21, April 1943.

<sup>2)</sup> Radiation Laboratory Series, vol. 13, pp. 418 and 430.

<sup>3)</sup> Proc. London Math. Soc., vol. 20, 1922, p. 196.

просто периодической функцией;  $f_1(t - \tau)$  есть та же самая функция, но задержанная на промежуток времени  $\tau$ .

Взаимно корреляционная функция  $H_{12}(\tau)$  определяется следующим образом:

$$H_{12}(\tau) = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_1} \int_{-t_1}^{+t_1} f_1(t) f_2(t - \tau) dt, \quad (10.53)$$

где функции  $f_1$  и  $f_2$  не тождественны, но некоторым образом связаны между собой, причем функция  $f_2$  задержана на промежуток  $\tau$ . Хотя применение автокорреляционных функций и показывает теоретическую возможность детектирования сигналов, глубоко погруженных в шумы<sup>1)</sup>, но требующееся для этого длительное время наблюдения во многих случаях не позволяет использовать этот метод на практике. Большинство современных детекторов или демодуляторов используют взаимно корреляционную функцию.

Рассмотрим случай, когда наблюдатель на радиолокационной станции использует развертку типа «А» для обнаружения сигнала, приблизительно равного шуму. Он ожидает эхо-сигнал, имеющий некоторую особенную форму, именно форму излученного импульса. Это представляет собой первую функцию  $f_1(t)$  в (10.53). Эхо-сигнал, появляющийся в момент  $t - \tau$ , есть вторая функция  $f_2(t - \tau)$ . Глаз наблюдателя с помощью фосфора электронной трубки выполняет интегрирование и осереднение. Поскольку глаз и фосфор не могут выполнять эти действия за длительный промежуток времени, такая система не в состоянии различать сигналы, уровень которых заметно ниже уровня шумов. Однако известны отдельные случаи, когда, при особых условиях, наблюдатель мог различать сигналы, уровень которых был на несколько децибел ниже уровня шумов.

Временной дискриминатор, описанный в § 10.31, есть, в сущности, взаимокоррелятор. Свободный от шумов местный строб сравнивается с эхо-сигналом, содержащим шумы. Эти сигналы подходят под наше определение: они не тождественны, а лишь связаны со своими «родителями» — излученными импульсами. Можно ожидать, что эти два сигнала взаимно коррелированы, а шум и строб — нет. Это является объяснением факта, отмеченного многими экспериментаторами, что радиолокационные сигналы при помощи соответствующих схем можно различать на уровне, несколько более низком, чем уровень шумов. Однако следует отметить, что хотя возможность разработки схем для обнаружения слабой неподвижной цели и существует, для подвижной цели это затруднительно, потому что эффективность метода взаимной корреляции требует достаточно продолжительного промежутка интегрирования. Говоря другими словами

<sup>1)</sup> Lee, Cheatham and Wiesner, Detection of Periodic Signals in Noise, Proc. of IRE, October 1950.

следящая система имеет для слабого сигнала нулевую полосу пропускания, и ширина полосы не увеличивается до тех пор, пока сигнал не станет несколько выше уровня шумов.

Угловой детектор из § 10.33 есть также взаимокоррелятор. Сканирующий луч модулирует эхо-сигналы (если цель находится внутри луча, но не на оси антенны). Модулирующий сигнал воспроизводится без шумов и подается на детектор, где он сравнивается с содержащим шумов сигналом ошибки. При достаточном промежутке интегрирования истинный сигнал коррелирует, а шумов — нет.

Система индикации подвижной цели есть модификация автокоррелятора, в котором коррелирующие неподвижные цели исключаются, а сигнал с шумами (образованными движением цели) остается.

### 10.37. Лампа бегущей волны

Одним из современных достижений в области электронных ламп является *лампа бегущей волны*<sup>1)</sup>. На рис. 10.47 приведена упрощенная схема этой лампы. В ней пучок электронов заставляют пересекать поле, создаваемое волной высокой частоты, скорость рас-

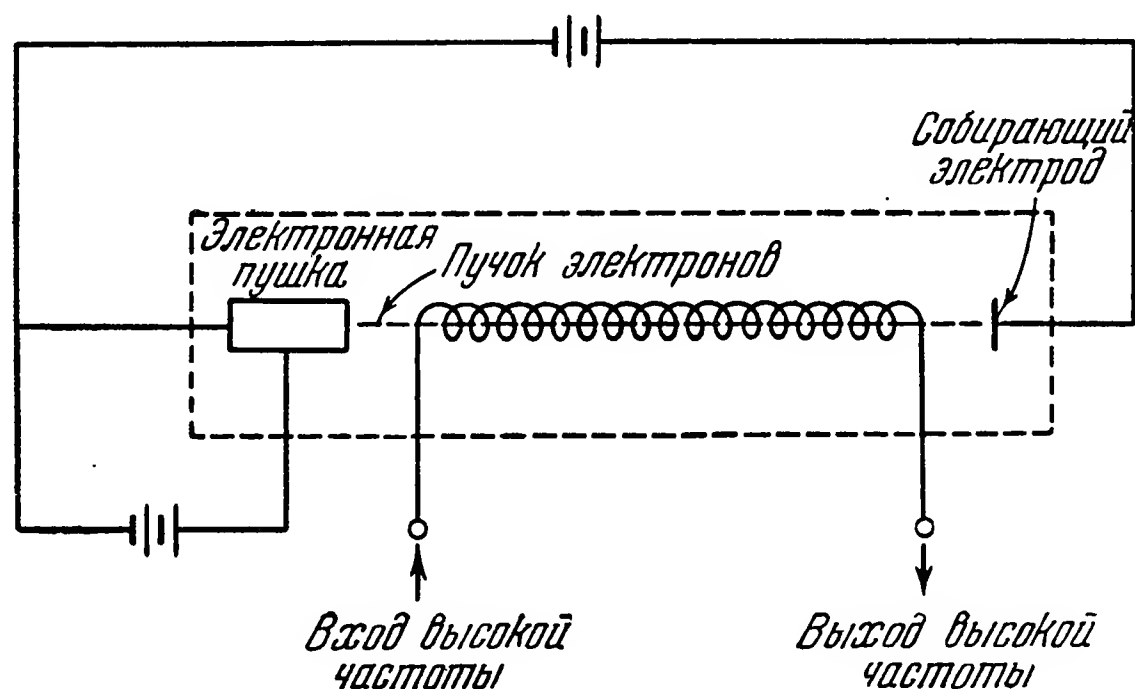


Рис. 10.47. Лампа бегущей волны.

пространения которой вдоль пучка замедлена. Для замедления обыкновенно применяют спиральный проводник, однако возможны и многие другие формы проводника; некоторые из них были использованы. Между пучком электронов и высокочастотным полем волны происходит обмен энергии. Если скорость электронов несколько больше, чем скорость распространения волны, то амплитуда волны возрастает по мере удаления от входного конца. Дальнейшее элементарное описание процесса усиления затруднительно. Более или

<sup>1)</sup> Kompfer, Hatton and Ashcroft, British Admiralty Report C.V.D.C2, Misc. 40, January 1945.



менее точное описание этого процесса возможно только средствами математического аппарата<sup>1)</sup>.

Характеристики этого устройства представляют значительный интерес для конструктора радиолокационной системы управления. Усилители с лампой бегущей волны могут быть построены на большое усиление, с малым внутренним шумом по сравнению с другими ламповыми усилителями и с феноменальной шириной полосы пропускания. В литературе сообщалось, что можно достигнуть усиления в 39 дб<sup>2)</sup> и коэффициента шумов в 10 дб при частоте в 3000 мгц<sup>3)</sup>. В отношении шумов это значительно лучше, чем кристаллический детектор IN2IC, который в соответствующем приемнике дает коэффициент шумов в 12 дб. Другое важное свойство лампы бегущей волны есть ее характеристика при перегрузке. Лампа может выносить без повреждений значительно более высокие входные сигналы, чем выдерживают кристаллические детекторы, причем восстановление после перегрузки происходит мгновенно. Это быстрое восстановление есть, очевидно, следствие применения в лампе абсолютно не резонирующих элементов (что является также одной из причин широкой полосы пропускания). В течение перегрузки выход лампы ограничен некоторой величиной, что дает возможность предохранить последующие каскады радиолокационного приемника. Если в приемнике применяется лампа бегущей волны, то ее удачная характеристика при перегрузке дает возможность предъявлять менее строгие требования к системе переключения «передача — прием» импульсного радиолокатора.

### 10.38. О маяках<sup>4)</sup>

Маяк есть устройство, которое вырабатывает сигналы для навигации или для предупреждения об опасности. Радиолокационные маяки используются в радиолокационных установках для опознавания объектов, которые затруднительно или невозможно обнаружить и опознать иначе. Радиолокационные маяки не вызвали особого интереса, пока радиолокатор не стал важным средством вооружения.

Когда маяк применяется совместно с радиолокатором, сигнал радиолокатора принимается маяком и вызывает новый сигнал. В этом случае радиолокатор часто называют «запросчиком», а маяк — «ответчиком». Блок-схема простейшей радиолокационной системы с маяком показана на рис. 10.48.

<sup>1)</sup> Pierce, Proc. IRE, vol. 35, pp. 115—123, February 1947. [См. также Гвоздовер С. Д., Теория электронных приборов сверхвысоких частот, Гостехиздат, М., 1956, стр. 405. (Прим. перев.)]

<sup>2)</sup> Cutler, Proc. IRE, vol. 39, pp. 914—917, August 1951.

<sup>3)</sup> Watkins, Proc. IRE, vol. 40, pp. 65—70, January 1952.

<sup>4)</sup> Параграфы с 10.38 до 10.43 включительно написал John P. Kirwan, Radar Division, Naval Research Laboratory.

Ответчик — это устройство, большую часть времени молчащее, остающееся пассивным до тех пор, пока им не будет принят запрашивающий (пусковой) сигнал. Уровень запускающего сигнала не должен влиять на мощность маячного передатчика.

Ответ маяка отчасти похож на эхо-сигнал радиолокатора, отчасти отличается от него, а именно:

а) Сигнал, принятый радиолокатором от маяка, не зависит ни от мощности радиолокатора, ни от отражательной способности наблюдаемого объекта.

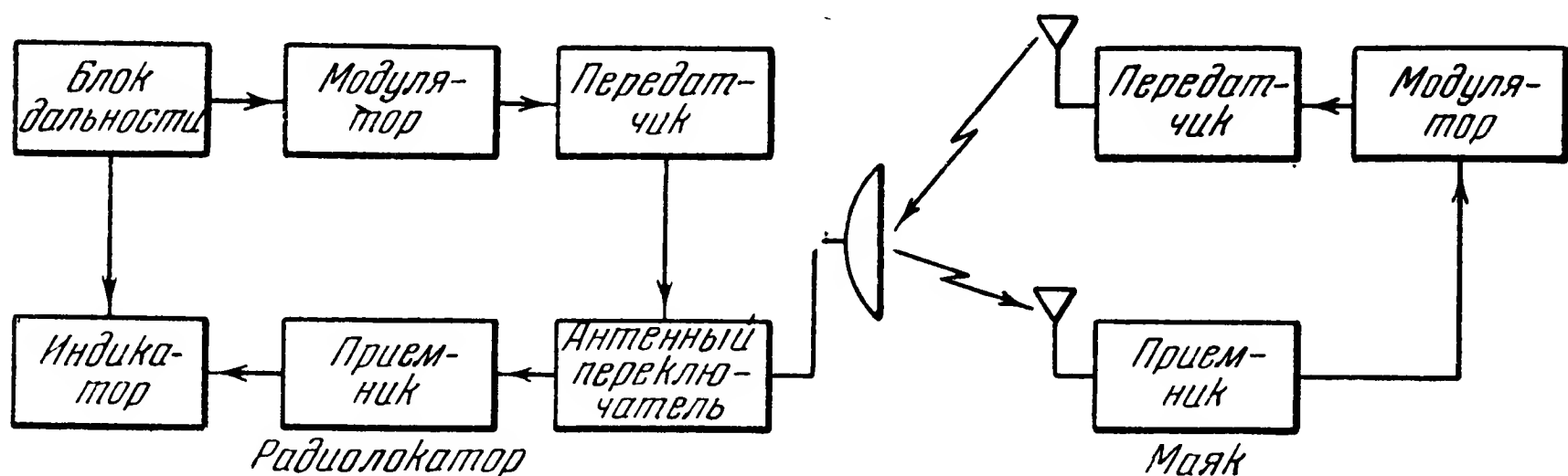


Рис. 10.48. Система радиолокатор — маяк.

б) Выходная частота ответчика обычно отличается от частоты передатчика радиолокатора.

в) Сигналы маяка могут быть закодированы независимо от характера запроса.

г) Всегда существует дополнительная задержка импульсов дальности вследствие того, что между приемом и ответом маяка протекает некоторое время.

### 10.39. Радиус действия маяка

На частотах, обычно применяемых в маяках, передача возможна только в пределах горизонта. В необычных и не предсказуемых заранее случаях радиус действия может значительно возрасти вследствие рефракции. Вследствие того, что интенсивность высокочастотного поля быстро падает за радиогоризонтом, нерационально пытаться возместить это падение путем увеличения мощности передатчика. Над водой эффект распространения по многим путям может вызвать значительные флюктуации высокочастотного поля. Нормальная работа некоторой системы в этих условиях зависит главным образом от располагаемой мощности.

Чтобы вычислить радиус действия маяка, необходимо рассмотреть большое количество различных факторов. Под радиусом действия мы понимаем максимальную дальность, на которой можно ожидать надежную работу радиомаяка в боевых условиях. Перечислены

некоторые из факторов, влияющих на радиус действия системы, состоящей из радиолокационной установки и маяка:

- а) принятый тип визуальной индикации;
- б) уровень сигнала, необходимый для следящей системы радиолокатора;
- в) потери в антенне радиолокатора при сканировании;
- г) квалификация наблюдателя;
- д) максимальное число пропусков ответчика, допустимое для радиолокатора;
- е) чувствительность приемника радиолокатора и размеры потерь в высокочастотном тракте;
- ж) состояние аппаратуры.

#### 10.40. Маячные приемники

В маяках используются следующие приемники: супергетеродинные, широкополосные детекторные, резонансные высокочастотные и суперрегенеративные. Поскольку усиление частот выше 1500 мГц при помощи ламп с обычным сеточным управлением практически затруднительно, последние два типа не находят себе применения при частотах выше указанной. Так как радиолокаторы, используемые в системах управления снарядами, работают на частотах выше 1500 мГц, то мы будем рассматривать только супергетеродинные и широкополосные детекторные приемники.

Тип приемника зависит от функций, которые он должен выполнять. Главными характеристиками всякого приемника являются чувствительность, верность воспроизведения и избирательность. В некоторых случаях удовлетворительным может оказаться как супергетеродинный, так и детекторный приемник; тогда окончательный выбор будет определяться такими соображениями, как вес, габарит, необходимые источники питания и стоимость. Вообще можно сказать, что детекторные приемники применяются там, где главными являются сравнительно малые вес, габарит и стоимость. Супергетеродинный приемник вообще обладает большей чувствительностью, точностью воспроизведения и избирательностью, чем детекторный. Мы определим чувствительность приемника как наименьшую мощность по высокой частоте на входе, достаточную для того, чтобы обеспечить нормальную работу устройств, питаемых выходом приемника.

Если маяк используется только для того, чтобы увеличить дальность сопровождения некоторой радиолокационной установки, то единственное требование к чувствительности состоит в том, чтобы амплитуда выходного сигнала приемника была достаточной для запуска триггера в ответ на некоторый процент принятых запросов. В этом случае достаточны выходные сигналы, уровень которых близок к уровню шумов. С другой стороны, если запрос или управляющая команда кодированы и должны быть декодированы прием-

ником-дешифратором, то требуется, чтобы отношение сигнал — шум было больше единицы. Например, декодирование по ширине (длительности) импульсов требует, чтобы сигнал был выше эффективного шума приблизительно на 8 дб<sup>1</sup>). В тех случаях, когда нормальная работа системы управления требует, чтобы каждая передача была обязательно расшифрована, отношение сигнал — шум должно превосходить это значение.

Чувствительность лучшего супергетеродинного приемника имеет порядок  $10^{-13}$  ватт, а детекторного — порядка  $10^{-8}$  ватт. Выходная мощность супергетеродина пропорциональна средней мощности приема. Выходная мощность детекторного приемника благодаря свойствам кристаллического детектора пропорциональна корню квадратному из средней мощности приема. Поэтому подъем кривой отношения сигнал — шум как функции мощности сигнала в случае детекторного приемника круче.

Под точностью воспроизведения приемника следует понимать его способность воспроизводить на выходе огибающую высокой частоты. Если приемник используется только для запуска некоторой простой схемы, большая точность воспроизведения не является главным требованием. Если же выход приемника используется в декодирующем устройстве, работа которого зависит от качества воспроизведения огибающей сигналов, приемник должен иметь хорошие характеристики точности воспроизведения. Чтобы гарантировать хорошую точность воспроизведения, приемник должен пропускать полосу частот, которая включает в себя все важные частотные компоненты огибающей. Тем не менее обычный критерий достаточности полосы пропускания, состоящий в том, что она должна быть равной одной или двум обратным длительностям импульса, в большинстве случаев оказывается достаточным.

Сравнение супергетеродинного и детекторного приемников. Детекторный приемник состоит из кристаллического детектора и видеоусилителя, за которым обычно следует катодный повторитель. Супергетеродинный приемник состоит из местного гетеродина, кристаллического смесителя, усилителя промежуточной частоты, второго детектора и видеоусилителя с катодным повторителем.

При широком диапазоне уровня принимаемой мощности супергетеродинный приемник превосходит детекторный по точности воспроизведения, главным образом вследствие того, что в нем используется линейный детектор, а не квадратичный, как в детекторном. При вариации уровня входных сигналов в  $n$  дб в супергетеродинном приемнике после первого детектора вариации будут также  $n$  дб, а в детекторном  $2n$  дб. Поэтому, если требуется хорошая точность воспроизведения, динамический диапазон детекторного приемника должен быть расширен, чтобы компенсировать эту разницу.

---

<sup>1</sup>) Roberts, Radar Beacons, McGraw-Hill Book Co.

Детекторные приемники неизбирательны вследствие того, что кристаллический детектор не различает частот. Все же можно получить некоторую ограниченную избирательность, применяя объемные резонаторы, настраиваемые держатели кристаллов и другие волноводные средства. Супергетеродинный приемник по своему принципу селективен и его полная полоса зависит главным образом от усилителя промежуточной частоты.

Чтобы получить заданный отклик, усилитель промежуточной частоты требует удвоенной полосы пропускания по сравнению с видеоусилителем, потому что на промежуточной частоте используются две боковые полосы. Опыт показывает, что при малом усилении в детекторном приемнике проще получить большое произведение усиления на ширину полосы, чем в супергетеродинном. Однако затруднительно построить видеоусилитель с большим динамическим диапазоном и одновременно с большим усилением, который хорошо воспроизводил бы импульсы. Трудности таковы:

а) Требуемый динамический диапазон видеоусилителя, работающего с детекторным приемником, должен быть в децибелах вдвое больше динамического диапазона входного сигнала.

б) Связывающие и шунтирующие емкости, которых в усилителе много, имеют тенденцию заряжаться и разряжаться в течение импульса или после него, вследствие чего получаются выбросы напряжения и большое время восстановления.

в) Могут появляться побочные сигналы, вызываемые микрофонным эффектом, паразитными электрическими и магнитными полями, а также работой питающих устройств.

#### 10.41. Маячные модуляторы

Маячные модуляторы сходны с модуляторами радиолокационных станций в том, что они подводят к генератору большую импульсную мощность. Многие требования к ним одинаковы, поскольку требуется выработать импульс напряжения с плоской вершиной и крутым передним и задним краем. Часто эти свойства импульса должны сохраняться даже в том случае, если размещение импульсов или их ширина намеренно изменяются. Импульс с плоской вершиной желателен по той причине, что генератор может изменить частоту, если напряжение изменяется в течение импульса или от импульса к импульсу. Поэтому, чтобы получить удовлетворительный спектр радиочастот, к генератору нужно подводить хорошо сформированные импульсы.

Входной сигнал обычно подводится к модулятору от катодного повторителя приемника. Если необходимо передать информацию назад к радиолокатору, в отдельном блоке производится кодирование. Кодированный ответ может быть выработан до модулятора или в нем самом.



Современные маячные модуляторы бывают двух типов: на вакуумных (жестких) лампах или с искусственной линией. Модулятор с искусственной линией, как описано в § 10.23, состоит из формирующей импульсы цепи, тиратронного переключателя и преобразователя импульсов, который согласует импеданс формирующей цепи с генератором. Схема простейшего модулятора с искусственной линией показана на рис. 10.21. Этот тип модулятора не пригоден в случае многоимпульсного кода. Кроме того, на него существенно влияют импеданс нагрузки и напряжение питания.

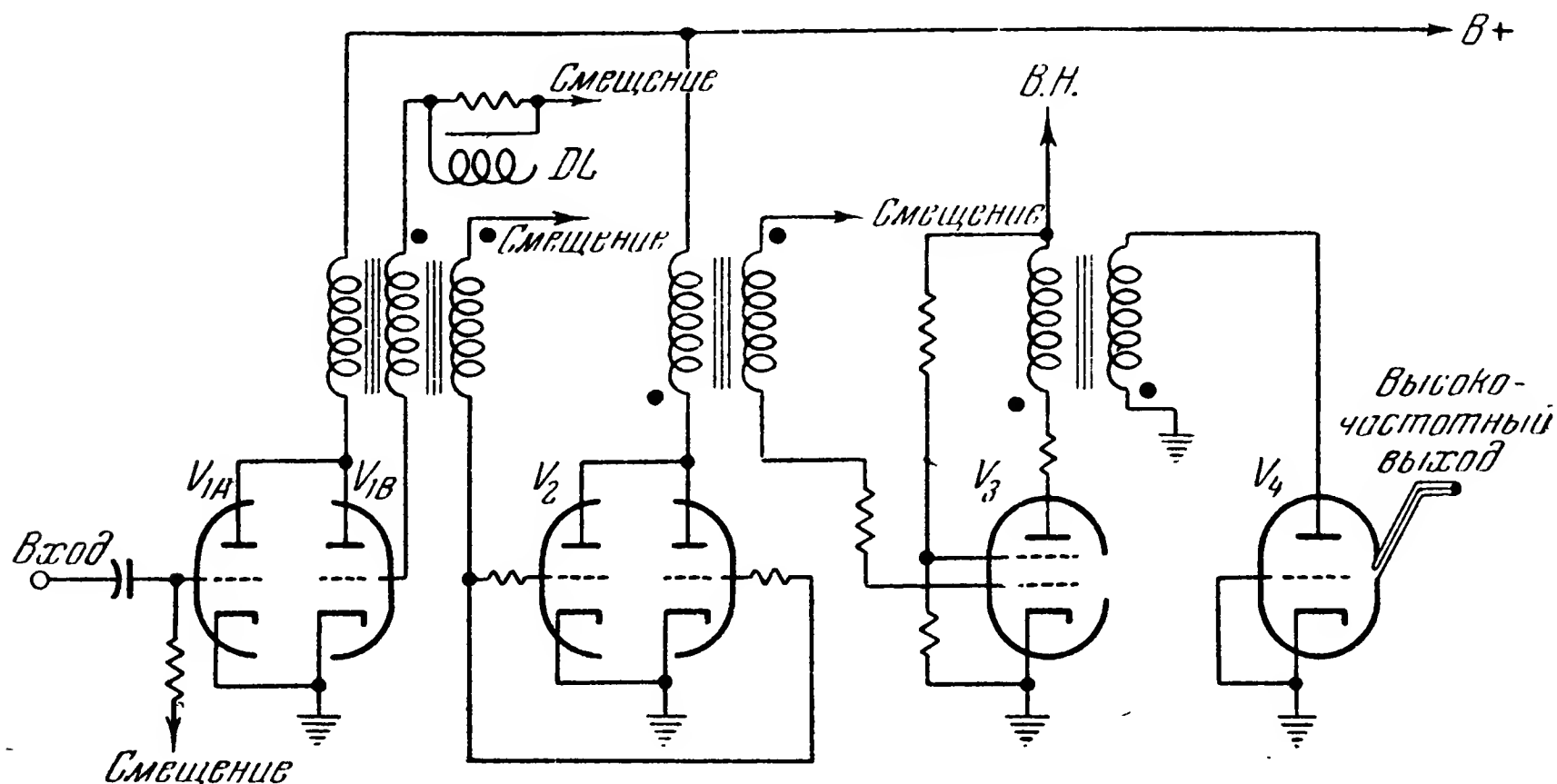


Рис. 10.49. Модулятор на жестких лампах.

Модулятор на жестких лампах состоит из блокинг-генератора, разделительного усилителя с большим смещением на сетке и оконечного усилительного каскада.

Схема типичного модулятора на жестких лампах приведена на рис. 10.49. Запускающий импульс включает блокинг-генератор через анодную обмотку импульсного трансформатора. Для регулировки длительности импульсов используется линия задержки  $DL$ . Импульс усиливается и окончательно формируется в усилителе  $V_2$  и оконечном усилителе  $V_3$ . Существуют модуляторы с чрезвычайно малым временем восстановления; такие модуляторы пригодны для работы с кодами, в которых импульсы расположены очень тесно.

Модулятор на жестких лампах дает хорошо сформированные импульсы, может быть легко приспособлен к изменяющимся частотам повторения и многоимпульсным кодам и, кроме того, не особенно зависит от импеданса нагрузки и колебаний высокого напряжения. Его недостаток по сравнению с модулятором на мягких лампах и искусственной линии состоит в большей сложности и большем габарите. Кроме того, для его питания обычно необходимо два источника низкого напряжения и один — высокого.



### 10.42. Маячные антенны

Тип антенны запросчика и ответчика зависит от требований, предъявляемых к выигрышу антенны, области действия, поляризации и аэродинамическим характеристикам. *Область действия* есть область наземной поверхности, внутри которой система работает удовлетворительно, т. е. внутри которой маяк может получить запрос, а запросчик получит ответ. Эта *общая область* определяется диаграммами направленности антенн запросчика и ответчика. Диаграмма направленности должна быть достаточно широка, чтобы не стеснять маневр самолета или снаряда и чтобы характеристика всей системы не снижалась при маневрах. Если по линии запросчик — ответчик передается управляющая информация или если запросчик сам является радиолокатором, осуществляющим автоматическое сопровождение, необходимо обеспечить достаточный радиус действия в течение всего времени.

Диаграмма направленности антенны, относящаяся к свободному пространству, обычно изменяется, и притом непредсказуемым образом, при установке антенны на самолет или снаряд. Причиной этого является присутствие вблизи антенны металлических поверхностей, вызывающих интерференцию и диффракцию. Чтобы свести к минимуму это влияние, следует устанавливать антенну как можно дальше от металлических поверхностей. Необходимо, чтобы каждая установка антенны была опробована на точных моделях. Если увеличить выигрыш антенны, угловой размер области действия сократится. Поэтому при разработке антенн всегда приходится идти на компромисс между выигрышем и областью действия.

Поляризация антенны ответчика обычно определяется поляризацией запрашивающего радиолокатора. Большей частью предпочитают вертикальную поляризацию, поскольку в этом случае интерференционные провалы менее резко выражены. Часто применяют круговую поляризацию, если в течение работы возможно изменение поляризации одной из антенн.

### 10.43. Использование маяков в системах управления снарядами

Вероятно, наиболее важная область применения маяка состоит в увеличении дальности действия радиолокатора. Поскольку принцип действия радиолокационной установки состоит в передаче «туда и обратно», уровень сигнала у приемника обратно пропорционален четвертой степени расстояния между радиолокатором и целью. Это обстоятельство плюс тот факт, что многие снаряды имеют небольшую отражающую поверхность, ограничивает дальность надежного сопровождения снаряда. С другой стороны, линия передачи радиолокатор — маяк не зависит от отражающей поверхности снаряда и потери в ней такие же, как при передаче только в одну сторону, т. е. уровень сигнала у радиолокатора или у маяка обратно пропорционален только второй степени расстояния между ними. Сигнал

у антенны маяка, имеющий уровень порядка  $10^{-8}$  ватт или ниже, может быть усилен до нескольких сот ватт вследствие совместной работы маячного приемника и передатчика. Поэтому на практике оказывается, что дальность действия системы радиолокатор — маяк, ограничена только горизонтом радиолокатора.

То обстоятельство, что передатчик маяка может работать на другой частоте, чем сам радиолокатор, позволяет осуществлять сопровождение снаряда без помех со стороны интерференции с эхо-сигналами от предметов, окружающих снаряд или управляющий радиолокатор.

Поскольку запрос и ответ могут быть отдельно закодированы, возможна передача между радиолокатором и снарядом в обоих направлениях. Кроме того, кодирование можно использовать для того, чтобы запрашивать только один определенный маяк. Это особенно важно, если какая-нибудь площадь насыщена установками, работающими на одной и той же или близких частотах.

**Общие требования.** Тип запросчика — ответчика, используемого в некоторой определенной системе управления, зависит от общих требований. Делались попытки разработать «универсальные» маяки и «универсальные» радиолокационные блоки, однако опыт показал, что многоцелевое применение даже этих блоков было чрезвычайно сильно ограничено. Во многих случаях, когда требования, предъявляемые системой к маяку, не сложны, можно при помощи простой модификации существующих запросчика и ответчика получить удовлетворительный результат. В частности, это верно в том случае, когда применение маяка имеет целью только увеличение дальности действия радиолокатора. С другой стороны, если маяк должен отвечать только на особо закодированные запросы, передавать кодированные сигналы и расшифровывать управляющие команды или выполнять еще и другие функции, радиолокатор и маяк должны быть разработаны специально для этих целей. В целом разработку системы радиолокатор — маяк определяют следующие факторы:

- а) назначение радиолокатора;
  - б) ограничения по весу, габариту, мощности и стоимости,
  - в) ожидаемые интерференционные помехи всех типов,
  - г) максимальная дальность и требуемая степень надежности,
  - д) минимальная дальность,
  - е) желаемая область действия,
  - ж) степень точности воспроизведения всей информации,
  - з) требуемый диапазон частот и избирательность,
  - и) тип и количество передаваемых данных,
  - к) требования избирательного запроса и ответа,
  - л) постоянство времени срабатывания ответчика.
-

## ГЛАВА 11

### О СВОЙСТВАХ ЦЕЛИ

Цели для управляемых снарядов можно разделить на две большие группы: воздушные цели, обычно самолеты или снаряды, и цели на поверхности Земли, причем сюда относятся корабли и застроенные площади. Часто для удобства выделяют еще подклассы; некоторые из них мы уже рассматривали выше. Во всяком случае, любая цель должна быть прежде всего обнаружена и опознана. Затем ее необходимо сопровождать, используя результаты сопровождения или управления снарядом, по крайней мере, на конечном этапе полета. Существуют и некоторые исключения; например, можно сопровождать не саму цель, а некоторую точку, положение которой относительно цели точно известно. Такой способ может быть применен в том случае, если цель не имеет специфических свойств, достаточно выделяющих ее на окружающем фоне. Задачей настоящей главы является описание таких свойств цели, которые делают ее сопровождение возможным; эти свойства, следовательно, обеспечивают входную информацию для сопровождающего механизма. В случае всепогодных (производимых в любую погоду) операций такая информация получается обычно при помощи радиоволн. Поэтому мы ограничимся изучением таких свойств целей, которые связаны с радиоволнами.

#### 11.1. Отражение радиоволн

Механизм отражения радиоволн очень подробно изложен в соответствующей литературе, поэтому здесь мы этого повторять не будем. Основное заключается в том, что любое тело, имеющее диэлектрические свойства, отличающиеся от окружающей среды, будет отражать, преломлять и поглощать падающие на него радиоволны. Для таких простейших геометрических форм, как плоские пластинки, цилиндры, сферы и т. п., модуль и фаза отраженной волны могут быть вычислены теоретически. Сигнал, отраженный от сложных объектов, не может быть вычислен; вообще его можно описать только при помощи статистических методов. Протяженные цели, такие, как поверхность суши или застроенные районы, дают очень

сложный отраженный сигнал вследствие многократных отражений и эффекта направленности передающих или приемных антенн. Свойства подобных целей должны быть изучены экспериментальным путем.

### 11.2. Самолет или снаряд в качестве цели

Отдельный самолет или снаряд можно рассматривать как особый подкласс целей, если они расположены достаточно далеко от антенны радиолокатора. В этом случае они видимы от антенны под малым углом и поэтому часто рассматриваются как геометрические точки. Однако точка не может отражать конечную мощность; поэтому вводят в рассмотрение так называемую *эффективную площадь цели*, определяемую опытным путем. Эта эффективная площадь вместе с другими параметрами системы определяет максимальную дальность обнаружения. Предварительное проектирование системы обнаружения не требует никаких других сведений относительно отражательной способности цели.

Если в интересующей нас части пространства присутствует больше одной цели, возникает проблема *разделения* или *селекции* целей. В случае импульсной системы, если дальность целей различается на величину, большую произведения длительности импульса на скорость распространения, цели могут быть отселектированы по дальности даже в том случае, если их угловые координаты одинаковы. С другой стороны, селекция по углу возможна только в том случае, если угловые координаты целей различаются на величину, большую некоторой части ширины луча. Таким образом, проблема селекции по углу связана с шириной луча, а эта последняя в свою очередь тесно связана со всеми остальными параметрами системы. Система с непрерывным излучением не может разделять цели по дальности, но она допускает разделение по скорости, т. е. сдвигу фаз доплеровской частоты. Но если два самолета летят в строю настолько близко друг к другу, что импульсная система не может их разделить ни по углу, ни по дальности, то их не сможет разделить и система с непрерывным излучением, так как скорости самолетов в строю одинаковы. Если же скорости различаются настолько, что их разделение доплеровской установкой возможно, то по истечении короткого времени их дальности будут настолько различаться, что уже станет возможной селекция целей при помощи импульсной системы. С другой стороны, если одиночный самолет летит очень близко к земным предметам, селекция при помощи импульсной системы невозможна, но селекция по скорости вполне эффективна, за исключением тех коротких промежутков времени, когда самолет перемещается перпендикулярно к линии визирования. В случае доплеровской установки селекция получается вследствие разницы в отклике, вызываемом неподвижными земными предметами

и подвижной целью. Следует отметить, что возможность обнаружения доплеровского эффекта в значительной степени зависит от характеристик цели и длины волны подсвечивающего излучения. Что касается селекции по углам, то при современном состоянии вопроса она возможна только путем использования диаграммы направленности антенны.

### 11.3. Статистические характеристики воздушной цели

Более подробное изучение отражательной способности целей приводит к некоторым новым понятиям. Оказывается, что эффективная площадь, обычно указываемая для различных типов цели, есть некоторое статистическое среднее, подверженное заметным флюктуациям. Эти флюктуации случайны и поэтому могут быть определены лишь статистически. Эффективная площадь цели в этом смысле есть некоторая числовая мера положения центра группирования, например, среднее значение, медиана или мода<sup>1)</sup>. Излагаемые ниже подробности могут быть полезны для проектировщика приемных устройств, если он окажется в состоянии использовать пиковые значения для увеличения дальности приема.

Случайная функция или в данном случае случайная последовательность значений во времени может быть определена при помощи бесконечной последовательности распределений вероятности. Все необходимые на практике характеристики такой случайной последовательности определяются плотностью распределения и моментами второго порядка. Плотность распределения дает частоту повторения различных амплитуд. Ее интеграл определяет, сколько процентов общего времени амплитуды сигнала превосходит некоторое заданное значение. Для определения эффективной отражающей площади часто пользуются 50%-ной точкой [т. е. медианой], хотя точно так же можно пользоваться и средним значением; например, именно его покажет прибор постоянного тока, если случайная функция есть напряжение или ток. Для того типа случайных функций, которые появляются в связи с отражениями от цели, эти величины почти одинаковы, и выбор одной из них зависит от методов эксперимента. Знание вида функции распределения позволяет проектировщику системы проверить свои расчетные предположения о дальности действия.

Но в плотности распределения еще не содержится никаких данных о размере флюктуаций. Знание размера флюктуаций необходимо, поскольку от них зависят скорость сканирования и другие пара-

---

<sup>1)</sup> См., например, Дунин-Барковский И. В. и Смирнов Н. В., Теория вероятностей и математическая статистика в технике, Гостехиздат, 1955, стр. 68 и след., или Арлей Н. и Бух К. Р., Введение в теорию вероятностей и математическую статистику, ИЛ, 1951, стр. 65. (Прим. перев.)



метры системы. Эти сведения содержатся в смешанном моменте второго порядка, который для наших случайных последовательностей называется *автокорреляционной функцией*. Косинус-преобразование Фурье, примененное к автокорреляционной функции, дает частотный спектр мощности, очень удобный для анализа и синтеза системы в установившемся состоянии. Эти функции определяют всю необходимую информацию о цели. Известно, что эти функции могут зависеть от типа цели и от длины волны радиолокатора и должны быть определены экспериментально для различных типов целей и различных условий применения.

#### 11.4. Определение угловых координат

Положение одиночной цели в пространстве определяется обычно в сферических координатах; порядок точности измерения отдельных координат различен. На больших расстояниях необходима лишь умеренная точность, потому что здесь главная задача — обнаружение и опознание. Радиолокатор поиска сканирует по углу; присутствие цели и ее угловые координаты определяются на индикаторе, который модулирован по яркости. При постоянном эхо-сигнале от цели малых размеров диаграмма яркости совпадает с диаграммой направленности антенны. Это перестает быть верным, если эхо-сигнал флюктуирует с течением времени; тогда возможна ошибка, составляющая заметную часть ширины луча. Если скорость сканирования достаточно мала, то ошибка этого типа становится незначительной вследствие эффекта осреднения. Однако задача становится серьезной в случае точной сопровождающей системы, используемой для управления огнем или управления снарядами, где требуется большая точность в определении координат.

Способы, применяемые в обычных поисковых радиолокаторах, непригодны для точного сопровождения. В этом случае необходимо получение непрерывной информации (или, по крайней мере, столь частой, что частота получения велика по сравнению со скоростью изменения координат цели); это лучше всего достигается при помощи систем, использующих метод равносигнальной зоны. Для этого применяют сканирование, смещая диаграмму направленности на некоторый постоянный угол относительно оси антенны и одновременно вращая ось диаграммы вокруг оси антенны. Если цель находится на оси антенны, выход приемника не зависит от угла поворота диаграммы; в противном случае выход оказывается амплитудно-модулированным с частотой сканирования. Глубина модуляции является мерой угла отклонения цели от оси антенны, а фаза указывает направление ошибки. Эти полярные координаты преобразуются в прямоугольные, из которых одна координата обычно соответствует углу места, а другая — азимуту, отсчитываемому в наклонной плоскости; преобразование выполняется путем сравнения фазы с опорным



сигналом на частоте сканирования, фаза которого задана. Существует множество типов подобных устройств, например так называемое *переключение лепестков*, при котором применяется синхронизация частоты повторения импульсов и частоты сканирования; однако во всех этих модификациях основной принцип остается неизменным. Во всех случаях выход системы есть сигнал, амплитуда и фаза которого (или полярность в случае постоянного тока) являются мерой ошибки. Этот сигнал может быть подведен к визуальному индикатору для осуществления ручного управления или использован в системе с обратной связью для автоматического сопровождения.

При проектировании системы сопровождения, основанной на этом принципе, приходится учитывать много дополнительных факторов, таких, как наивыгоднейшее смещение (или «перекашивание») диаграммы, симметрия лепестков, боковые лепестки и т. д.; рассмотрение этих вопросов можно найти в общей литературе. Это все — инженерные проблемы. Их влияние на характеристики автосопровождения может быть сведено к достаточно малым размерам. Однако существенным является влияние отражающих свойств цели, которые при элементарном рассмотрении работы системы обычно не принимаются во внимание.

### 11.5. Определение дальности

Определение дальности или сопровождение по дальности, в зависимости от необходимости, можно осуществлять с различной степенью точности. Поисковые радиолокаторы, использующие индикаторы с модуляцией по яркости, довольно грубы; более точные данные можно получить при помощи амплитудной индикации. При точном сопровождении требуется непрерывное измерение, причем для автоматического сопровождения особенно важен нуль-метод. С целью его использования вырабатывают пару согласованных стробов, управляемых при помощи линии задержки, между которыми попадает эхо-сигнал. Энергии частей сигнала, приходящихся на каждый строб, сравниваются во временном дискриминаторе, вырабатывающем таким путем новый сигнал, амплитуда и фаза (или полярность) которого указывают на отклонение от нулевого положения. Этот сигнал ошибки используется при автоматическом сопровождении по дальности совершенно таким же образом, как и при сопровождении по углам. Однако существует серьезное различие между сопровождением по дальности и сопровождением по углу. Следящая система по дальности добывает свою информацию скорее не из отдельного импульса, а из импульсов, разделенных по времени, хотя и были построены системы, использующие один строб с временной модуляцией. Сравнение этих методов будет сделано ниже в связи с отражательными характеристиками цели.

### 11.6. Определение шумов при сопровождении

Анализ точности сопровождения радиолокатора очень прост, пока рассматривается идеальная цель. Однако известно, что на практике, при сложных целях, сопровождение не осуществляется плавно, а имеет заметные «дрожания» или шумы. Их можно оценить экспериментально, и это было сделано, но оказалось чрезвычайно трудным связать измеренный шум с типом цели, параметрами системы управления и степенью ее несовершенства. Шумы системы управления можно оценить, если воспользоваться маяком или сферическим телом в качестве отражателя. Если эта система линейна, то шум цели можно найти, измерив общий шум и исключив шум системы с помощью метода наименьших квадратов. При этом предполагается, что между шумом цели и шумом системы не существует корреляции; это предположение, по-видимому, разумно, но оно не проверено. Главные трудности такого метода состоят в технике эксперимента, в статистических флуктуациях, порождаемых выборками малого объема, и в нелинейностях системы при малых амплитудах. Второй метод состоит в том, чтобы измерить зависимость сигнала от угловой ошибки, получающуюся в разомкнутом контуре, и сравнить результат с оптическими измерениями. Здесь предполагается, что шум в разомкнутом контуре, преобразованный при помощи переходных характеристик замкнутого контура, дает верный отклик замкнутого контура на шум. Этот метод, по-видимому, можно считать достаточно удовлетворительным, по крайней мере для одиночных целей. Конечно, здесь снова предполагаются линейность и отсутствие корреляции, а также принимается, что входной шум обладает свойствами стационарного случайного процесса.

### 11.7. Причины возникновения шума цели

Статистические характеристики цели в § 11.3 описаны по свойствам выходного сигнала приемника. Для лучшего понимания явления желательно пояснить причины его возникновения. Сложная цель состоит из многих отражающих элементов, ориентация которых в пространстве случайна. Каждый из этих элементов, подсвеченный плоской волной, отражает некоторую часть приходящей энергии. В силу того, что размеры каждого отражающего элемента малы по сравнению с длиной волны, отражение от него приблизительно изотропно, в то время как большие плоские поверхности или поверхности с малой кривизной отражают направленно. Если рассматривать самолет как твердое тело, составленное из различных комбинаций малых элементов, то эхо-сигнал будет состоять из суммы таких отражений, обладающих случайной фазой. Если самолет поворачивается относительно линии визирования, отдельные отражения

будут модулированы по фазе вследствие изменения длины оптического пути. Сумма всех этих отражений и представляет собой входную функцию сопровождающего радиолокатора.

### 11.8. Анализ цели, состоящей из двух отражающих элементов

Нетрудно изучить отклик системы при сопровождении, если сложную цель заменить целью, состоящей всего из двух отражающих элементов. Не следует ожидать, что такая простая модель в какой-то мере похожа на действительную цель, но она представляет собой

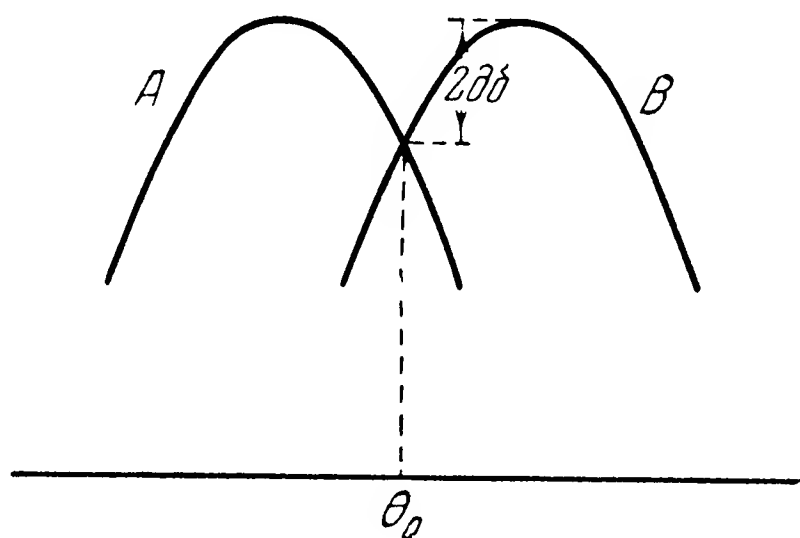


Рис. 11.1. Диаграмма направленности сопровождающего радиолокатора.

одну из ступеней идеализации явления и может дать много ценных сведений. На рис. 11.1 показаны два последовательных положения диаграммы направленности антенны. В некоторый заданный момент цель осматривается при помощи диаграммы *A*, а несколько позже — при помощи диаграммы *B*. Угол смещения оси диаграммы направленности подобран так, что точка пересечения лежит на два децибела ниже максимального значения. Полный сигнал, полученный в по-

ложении *A*, усиливается, детектируется и сравнивается с тем, что получается таким же образом в положении *B*. Разность (в идеальном случае — отношение) этих двух сигналов определяет угловую ошибку цели. Для удобства аналитического исследования форма каждого лепестка может быть описана некоторой функцией типа  $\frac{\sin \theta}{\theta}$ ,  $\frac{J_1(\theta)}{\theta}$ ,  $1 - \theta^2$  и т. д. или может быть задана экспериментальной таблицей. Эту функцию можно вблизи равносигнальной зоны  $\theta_0$  разложить в ряд Тэйлора

$$f(\theta) = f(\theta_0) + (\theta - \theta_0) f'(\theta_0) + \frac{1}{2} (\theta - \theta_0)^2 f''(\theta_0) + \dots$$

Для малых ошибок достаточно удерживать только первые два члена; это эквивалентно предположению, что отклик есть линейная функция от угловой ошибки. Тогда амплитуду отклика можно выразить так:

$$e = E_0 [1 \pm p(\theta - \theta_0)].$$

Для цели, состоящей из одного отражающего элемента, сигнал от лепестка *A* будет:

$$e_A = G [1 - p(\theta_T - \theta_0)] \cos \omega t,$$

а от лепестка  $B$ :

$$e_B = G[1 + p(\theta_T - \theta_0)] \cos \omega t,$$

где  $G$  есть коэффициент, учитывающий размеры цели, усиление системы и т. п. Детектор определяет квадраты  $e_A$  и  $e_B$ , а фильтр нижних частот пропускает только составляющие постоянного тока низкочастотную. Сигнал ошибки  $\overline{e_A^2} - \overline{e_B^2}$  принимает вид

$$\varepsilon = 2G^2p(\theta_T - \theta_0).$$

В случае, если одноэлементная цель лежит на равносигнальной линии,  $\theta_T = \theta_0$  и  $\varepsilon = 0$ . Здесь нет членов, происходящих от шумов.

Если цель состоит из двух отражающих элементов, то каждый из них будет участвовать в образовании сигнала ошибки. Обе составляющие будут иметь одну и ту же частоту, а фаза будет зависеть от относительной дальности. Поэтому сигналы от каждого из лепестков будут:

$$e_A = G[1 - p(\theta_{T1} - \theta_0)] \cos \omega t + aG[1 - p(\theta_{T2} - \theta_0)] \cos(\omega t + \alpha),$$

$$e_B = G[1 + p(\theta_{T1} - \theta_0)] \cos \omega t + aG[1 + p(\theta_{T2} - \theta_0)] \cos(\omega t + \alpha),$$

где  $a$  есть отношение амплитуд сигналов обоих элементов. После детектирования сигнал ошибки будет:

$$\varepsilon = 2G^2p\{(\theta_{T1} - \theta_0) + a^2(\theta_{T2} - \theta_0) + a \cos \alpha [(\theta_{T1} - \theta_0) + (\theta_{T2} - \theta_0)]\}.$$

Это выражение можно переписать так:

$$\varepsilon = 2G^2p\{\theta_{T1}(1 + a \cos \alpha) + \theta_{T2}(a^2 + a \cos \alpha) - \theta_0(1 + a^2 + 2a \cos \alpha)\}.$$

Если цель находится на равносигнальной линии, то  $\varepsilon = 0$ , откуда

$$\theta_0 = \frac{\theta_{T1}(1 + a \cos \alpha) + \theta_{T2}(a^2 + a \cos \alpha)}{1 + a^2 + 2a \cos \alpha}.$$

Если положить  $\theta_{T2} = \theta_{T1} + \theta_D$ , где  $\theta_D$  есть угловое расстояние между обоими элементами, то

$$\theta_0 = \theta_{T1} + \theta_D \cdot \frac{a^2 + a \cos \alpha}{1 + a^2 + 2a \cos \alpha}.$$

Если оба сигнала находятся в фазе,  $\alpha = 0$  и  $\cos \alpha = 1$ ; тогда коэффициент при  $\theta_D$  будет  $\frac{a}{a+1}$ , и система не обнаружит ошибки, когда ось антенны проходит через «центр тяжести» амплитуд обоих сигналов. Если  $\alpha = 180^\circ$ ,  $\cos \alpha = -1$  и коэффициент обращается в  $\frac{a}{a-1}$ . Теперь при нулевой ошибке ось антенны будет проходить

вне границ обоих отражающих элементов. При этом в обоих случаях мы никаким способом не сможем установить, что цель состоит из двух элементов. Интересно отметить, что в последнем случае, при  $a = 1$ , коэффициент  $\frac{a}{a-1}$  обращается в бесконечность. В действительности, конечно, это не будет иметь места, поскольку это означало бы выход системы за пределы линейного участка диаграммы антенны; однако ошибка может достигнуть порядка нескольких размеров цели.

На рис. 11.2 приведено семейство кривых, определяющих положение точек равновесия (т. е.  $\varepsilon = 0$ ) в зависимости от разности фаз и отношения амплитуд  $a$ . Если  $a$  есть линейная функция вре-

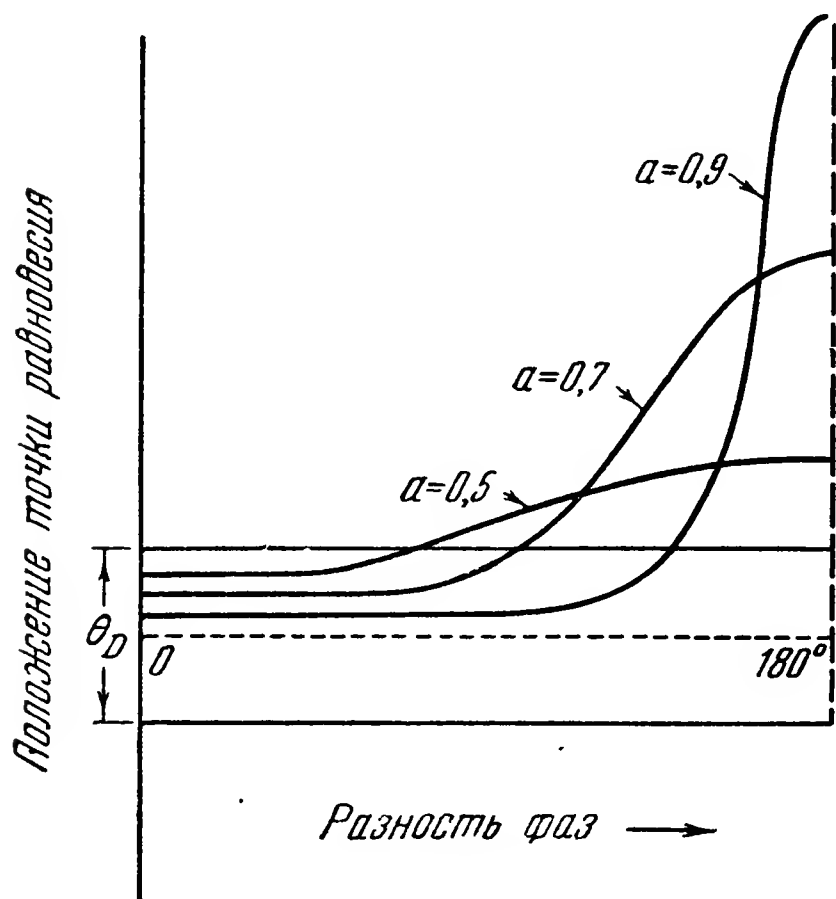


Рис. 11.2. Ошибки сопровождения двухэлементной цели.

мени, что имеет место при постоянной скорости изменения относительного расстояния, то вместо  $a$  можно написать  $\omega_M t$  и рис. 11.2 можно рассматривать как график измеренного угла в функции времени; в этом случае он повторяется периодически. Координаты цели не изменялись, и поэтому описанное явление есть вызываемый целью шум, который для краткости называют «угловым шумом». Ясно, что для цели, состоящей из многих элементов и перемещающейся случайным образом, угловой шум будет случайной функцией, как это и наблюдается на опыте.

Из этого элементарного рассуждения мы видим, что угловой

шум есть результат существования многих когерентных волн, суммирующихся в пространстве и принимаемых фазочувствительной системой. Если бы сигнал был совершенно некогерентным, таким, как инфракрасный или видимый свет, эффект шума не появлялся бы.

Важно отметить, что шум, выраженный в угловых единицах, зависит от углов, которыми определяется относительное положение отражающих элементов. Если их относительное положение неизменно, то шум будет обратно пропорционален дальности и становится пренебрежимо малым на очень больших дальностях. На малых дальностях этот шум уже может ограничивать точность сопровождения. Однако нужно соблюдать осторожность при распространении этих выводов на очень малые дальности, поскольку все наши рассуждения относились к области, достаточно удаленной от антенны.



### 11.9. Влияние амплитудных флюктуаций

Основной метод углового сопровождения был описан в § 11.4. Было показано, что информация об угловой ошибке цели наложена на частоту переключения как на поднесущую. Вследствие этого всякая модуляция сигнала на этой частоте представляет для радиолокатора сигнал ошибки. Флюктуации амплитуды, происходящие от сложной цели, могут иметь составляющие этой частоты, вследствие чего в системе сопровождения появляется добавочный шум. Поскольку величина этого явления связана с глубиной модуляции, она не зависит от дальности цели, чем и отличается от углового шума, который обратно пропорционален дальности. Эти два шума не коррелированы между собой, так что они суммируются как независимые случайные величины.

На рис. 11.3 показаны графики обоих шумов и их суммы. Величина «амплитудного шума» вообще зависит от типа цели, но отчасти на нее может влиять и проектировщик. В обычных антеннах угол, соответствующий заданной глубине модуляции, прямо пропорционален ширине луча; поэтому предпочтительны узкие лучи. Другой фактор, находящийся в руках проектиров-

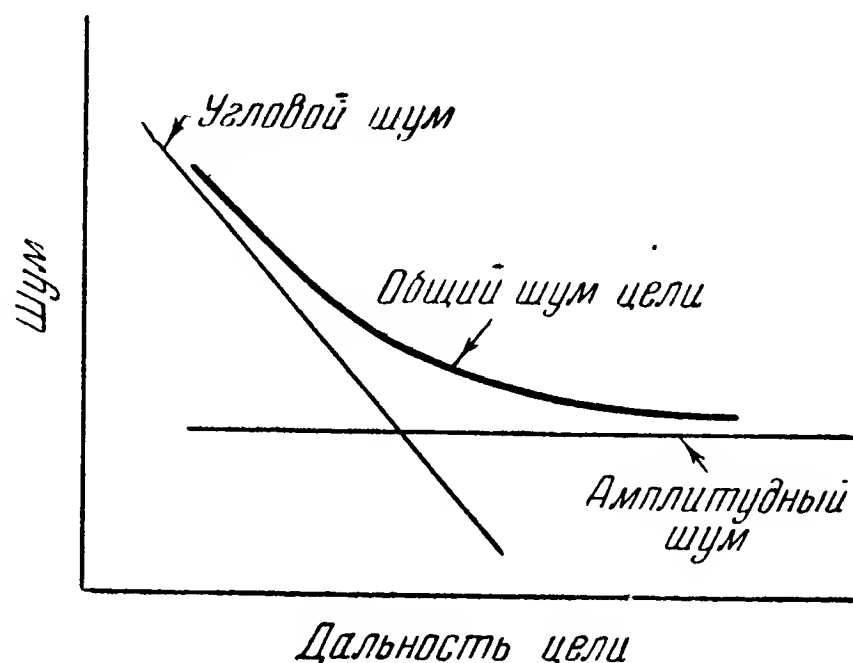


Рис. 11.3. Шум цели в зависимости от ее дальности (дальность в логарифмическом масштабе).

щика, есть частота переключения. Следует выбрать, если это возможно, такую частоту, на которой амплитудный шум имеет наименьшую величину. Обычные рассуждения показывают, что это происходит большей частью на больших частотах переключения, однако не всегда. Импульсная система имеет верхний предел частоты переключения, равный одной четверти частоты повторения потому что в каждом квадранте должен существовать, по крайней мере, один импульс. Такая частота может быть трудно достижимой при помощи механических средств. Самолеты с винтомоторными установками дают спектральные пики на частоте появления лопастей и на соответствующих гармониках, которые следует обходить. Поэтому окончательный выбор частоты предполагает знание ожидаемого спектра.

Даже если не считаться с тем, что шумы, вызываемые целью, остаются нам неизвестными, необходимо отметить, что имеется предел точности сопровождения, существующий независимо от совершенства производства. Это должны помнить как проектировщики, так и составители требований.



### 11.10. Сопровождение больших целей

Все предыдущие рассуждения относились к целям, которые видны от антенны под углом, малым по сравнению с шириной луча. Если это не имеет места, проблема становится значительно более трудной. Аналитические методы становятся невыносимо сложными как вследствие необходимости учитывать кривизну диаграммы, так и вследствие тенденции системы становиться неустойчивой. Возможно, что в этом случае более выгодно пользоваться быстро сканирующими устройствами, чем методом последовательного переключения лепестков. То же самое, по-видимому, относится к изолированным целям на фоне местных предметов, хотя экспериментальные доказательства этого не являются убедительными.

### 11.11. Сопровождение целей при малом угле места

Задача сопровождения цели при малом угле места во многом сходна с задачей двухэлементной цели. Если цель и ее отраженное изображение в земной поверхности в системе не отсеleктированы, сопровождающий радиолокатор подвержен действию очень сильного шума в канале угла места. Используя некоторые средства, можно уменьшить этот шум, даже если действительное положение цели не отсеleктировано. Во-первых, известно, что цель находится между нулем и примерно половиной ширины луча, так что можно с успехом применить метод ограничения. Во-вторых, маневренная способность цели имеет определенный максимум, так что всякое указание радиолокатора на более быструю потерю или набор высоты является ошибочным. Поэтому уменьшение полосы системы сопровождения по углу места дает возможность уменьшить шумы. Эти методы достаточно эффективно уменьшают шум, но не обязательно обеспечивают надежные данные о действительном угле места цели. Однако для наступательных операций с помощью ствольной артиллерии или управляемых снарядов эти методы полезны. Наилучшее решение задачи состоит, если это возможно, в таком изменении тактики, чтобы малые углы места вовсе не встречались.

---

## ГЛАВА 12

### ТРАЕКТОРИЯ ПОЛЕТА СНАРЯДА

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a$ — постоянная в методе пропорционального сближения	$\delta$ — постоянный угол упреждения или угол между направлением полета и лучом
$A_M$ — нормальное или поперечное ускорение снаряда	$\alpha_0 = \gamma_0 + \varphi_0$ — постоянный начальный угол
$c = \frac{k(1+m)}{m^2}$ — постоянная, определяющая траекторию при сближении по лучу	$\gamma$ — угол между направлением скорости снаряда и направлением снаряд — цель
$g$ — ускорение силы тяжести, 32,2 фут/сек <sup>2</sup>	$\gamma_M$ — постоянный угол между направлением скорости снаряда и направлением снаряд — цель
$k = pR$ — постоянный коэффициент	$\gamma$ — постоянный угол между направлением скорости цели и линией снаряд — цель
$m$ — тангенс начального угла наклона траектории при сближении по лучу	$\theta$ — угол места снаряда, измеряемый от управляющей станции
$p = \frac{V_M}{V_T}$ — отношение скорости снаряда к скорости цели	$\theta_0$ — угол, под которым снаряд стартует
$r$ — наклонная дальность (от управляющей станции до снаряда); расстояние между снарядом и целью	$\theta_f$ — угол места снаряда в момент попадания
$r_0$ — начальная наклонная дальность снаряда	$\varphi$ — угол между направлением скорости цели и лучом; угол наклона траектории
$r_f$ — наклонная дальность снаряда в момент попадания	$\varphi_0$ — начальное значение $\varphi$
$R$ — высота цели (постоянная)	$\varphi_M$ — угол наклона траектории снаряда к горизонту
$s$ — длина дуги траектории	$\varphi_n$ — конечное значение $\varphi$ в момент попадания
$t_f$ — время полета снаряда	$\omega$ — угловая скорость
$V_M$ — скорость снаряда	$G(\omega)$ — спектр частот
$V_T$ — скорость цели	
$x, y$ — декартовы координаты	
$r, \varphi$ — полярные координаты	

В настоящей главе рассматриваются характеристики траекторий снаряда, получающихся при различных методах управления. Среди главных факторов, определяющих проект комплекса управления снарядом, кроме самой траектории, нужно упомянуть время полета снаряда, максимальную угловую скорость, максимальное нормальное ускорение и полосу частот, необходимую для управления. Время полета играет роль при проектировании счетно-решающих приборов и при установлении тактических требований. Максимальная угловая скорость и максимальное нормальное ускорение важны при выборе типа управления, пригодного для заданной тактической обстановки. Перечисленные три фактора являются также очень важными при проектировании самого снаряда и его рулей. Наконец, проектирование следящих систем и связанных с ними цепей начинается с выяснения частотных требований, предъявляемых методом управления.

Чтобы пояснить на примере приемы исследования траекторий снаряда, мы подробно покажем, как определяются перечисленные выше важные характеристики траектории в случае сближения по лучу. Следуя тем же приемам, мы рассмотрим более широкий круг методов сближения с целью: чистое преследование, преследование с упреждением, параллельное сближение, пропорциональное сближение. Эти методы сближения, конечно, предназначены специально для самонаводящихся снарядов.

### 12.1. Сближение по лучу

*Сближение по лучу* состоит в том, что снаряд принужден оставаться на прямой, соединяющей цель и точку, из которой ведется управление.

Определим траекторию полета снаряда в этом случае.

Дифференциальное уравнение траектории. Для упрощения выкладок мы введем следующие предположения:

- а) цель движется по прямой, не совершая никаких маневров<sup>1)</sup>;
- б) скорости снаряда и цепи постоянны;
- в) точка, из которой ведется управление, неподвижна;
- г) рассматривается только движение в плоскости, проходящей через вектор скорости цели и точку, из которой ведется управление<sup>2)</sup>.

Геометрические соотношения для сближения по лучу показаны на рис. 12.1. Будем использовать следующие обозначения:

$s$  — длина дуги траектории,

$r$  — наклонная дальность снаряда от управляющей точки,

<sup>1)</sup> Это предположение не является существенным и введено лишь для большей наглядности рассуждений.

<sup>2)</sup> В дальнейшем эта точка будет называться управляющей точкой. (Прим. перев.)

$\theta$  — угол места цели относительно управляющей точки,  
 $V_M$  — скорость снаряда,  
 $V_T$  — скорость цели,  
 $R$  — постоянная высота цели,  
 $m$  — тангенс начального угла наклона траектории.

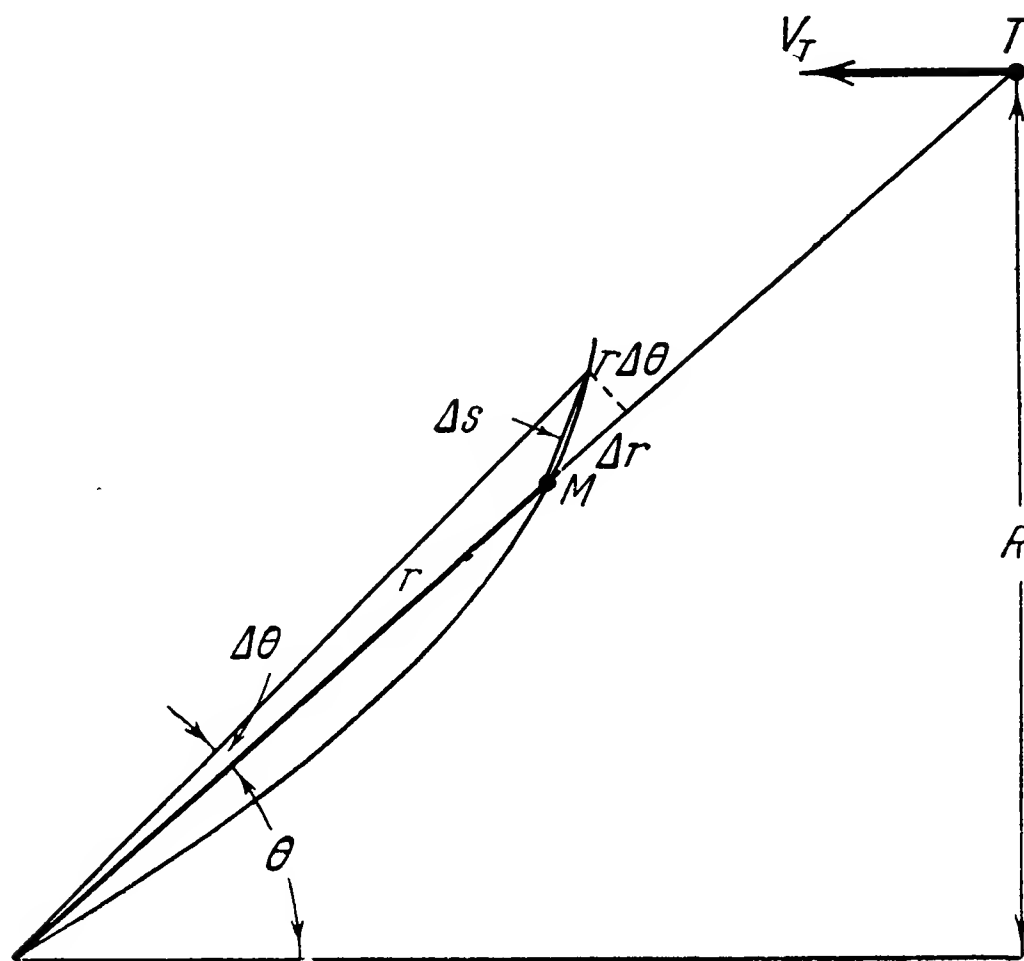


Рис. 12.1. Сближение по лучу.

Непосредственно из рис. 12.1 получаем:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta r)^2 + r^2 (\Delta \theta)^2. \quad (12.1)$$

В пределе это дает:

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2 = \left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2. \quad (12.2)$$

Расстояние, которое цель проходит за время  $t$ , будет:

$$V_T t = R \operatorname{ctg} \theta_0 - R \operatorname{ctg} \theta, \quad (12.3)$$

где  $\theta_0$  есть угол, под которым снаряд стартует <sup>1)</sup>, или угол места цели при  $t = 0$ . Дифференцируя (12.3) по  $\theta$ , получаем:

$$V_T \frac{dt}{d\theta} = \frac{R}{\sin^2 \theta}. \quad (12.4)$$

Но по определению

$$V_M = \frac{ds}{dt}. \quad (12.5)$$

<sup>1)</sup> Это, очевидно, предполагает, что место старта и точка управления совпадают. (Прим. перев.)

Поэтому из (12.4) получаем:

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{ds dt}{dt d\theta} = V_M \frac{R}{V_T \sin^2 \theta}. \quad (12.6)$$

Подставляя это в (12.2), находим:

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2 = \left(\frac{V_M}{V_T}\right)^2 \frac{R}{\sin^4 \theta}. \quad (12.7)$$

Если мы введем обозначения

$$p = \frac{V_M}{V_T} \quad (12.8)$$

и

$$k = pR, \quad (12.9)$$

то получим дифференциальное уравнение траектории снаряда в следующем виде:

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2 = \frac{k^2}{\sin^4 \theta}. \quad (12.10)$$

Интегрирование дифференциального уравнения. Уравнение траектории — первого порядка, но нелинейное; его нельзя проинтегрировать в элементарных функциях. Решение может быть найдено при помощи разложения в ряд. Представим  $r$  в виде разложения в ряд Тэйлора

$$r = r_0 + r'_0(\theta - \theta_0) + \frac{r''_0(\theta - \theta_0)^2}{2!} + \frac{r'''_0(\theta - \theta_0)^3}{3!} + \dots, \quad (12.11)$$

где  $r_0$  есть начальная наклонная дальность снаряда, считая от управляющей точки; в производных от  $r$  по  $\theta$  нужно положить  $\theta = \theta_0$ . Чтобы получить окончательную формулу для  $r$ , нужно выразить коэффициенты  $r'_0$ ,  $r''_0$ ,  $r'''_0$  и т. д. через начальные условия

$$r_0 = 0, \quad \operatorname{tg} \theta_0 = m, \quad (12.12)$$

где  $m$  определяет начальный наклон траектории. Из уравнения (12.10) получаем:

$$(r'_0)^2 + r_0^2 = \frac{k^2}{\sin^4 \theta_0}, \quad (12.13)$$

откуда, принимая во внимание первое из начальных условий (12.12), получаем:

$$r'_0 = \frac{k}{\sin^2 \theta_0}. \quad (12.14)$$

Второе из начальных условий (12.12) дает:

$$\frac{1}{\sin^2 \theta_0} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_0 = \frac{1 + m^2}{m^2}, \quad (12.15)$$

так что (12.14) можно переписать так:

$$r'_0 = \frac{k}{m^2} (1 + m^2). \quad (12.16)$$

Чтобы получить  $r''_0$ , нужно дифференцировать (12.10). Это дает:

$$r'r'' + rr' = -\frac{2k^2 \operatorname{ctg} \theta}{\sin^4 \theta}. \quad (12.17)$$

При  $\theta = \theta_0$   $\frac{1}{\sin^4 \theta} = \frac{(1 + m^2)^2}{m^2}$ , поэтому из (12.17) получаем:

$$r''_0 = -\frac{2k(1 + m^2)}{m^3}. \quad (12.18)$$

Чтобы получить следующие коэффициенты ряда, этот процесс нужно повторять. Приведем значения коэффициентов до десятого члена включительно:

$$r_0 = 0,$$

$$r'_0 = C,$$

$$r''_0 = -\frac{2C}{m},$$

$$r'''_0 = \frac{C(6 + m)}{m^2},$$

$$r^{IV}_0 = -\frac{C(24 + 16m^2)}{m^3},$$

$$r^V_0 = \frac{C(120 + 120m^2 + 21m^4)}{m^4},$$

$$r^{VI}_0 = -\frac{C(720 + 960m^2 + 282m^4)}{m^5},$$

$$r^{VII}_0 = \frac{C(5040 + 8400m^2 + 3606m^4 + 301m^6)}{m^6},$$

$$r^{VIII}_0 = -\frac{C(40\,320 + 80\,640m^2 + 48\,384m^4 + 6816m^6)}{m^7},$$

$$r^{IX}_0 = \frac{C(362\,880 + 846\,720m^2 + 645\,120m^4 + 169\,680m^6 + 4681m^8)}{m^8},$$

$$r^X_0 = -\frac{C(3\,628\,800 + 9\,676\,800m^2 + 8\,951\,040m^4 + 3\,310\,320m^6 + 352\,562m^8)}{m^9},$$

где

$$C = \frac{k(1 + m^2)}{m^2}.$$

Поэтому разложение решения в ряд будет:

$$r = \frac{k}{m^2} (1 + m^2) \left[ (\theta - \theta_0) - \frac{1}{m} (\theta - \theta_0)^2 + \frac{1}{3! m^2} (6 + m^2) (\theta - \theta_0)^3 - \dots \right]. \quad (12.19)$$



Таким образом, уравнение траектории при сближении по лучу представлено рядом (12.19). На рис. 12.2, 12.3, 12.4 показаны примеры траекторий снаряда при сближении по лучу для углов старта  $\theta_0 = 15, 30, 45^\circ$  и для значений отношения  $p = 1,5; 2; 3; 5$ .

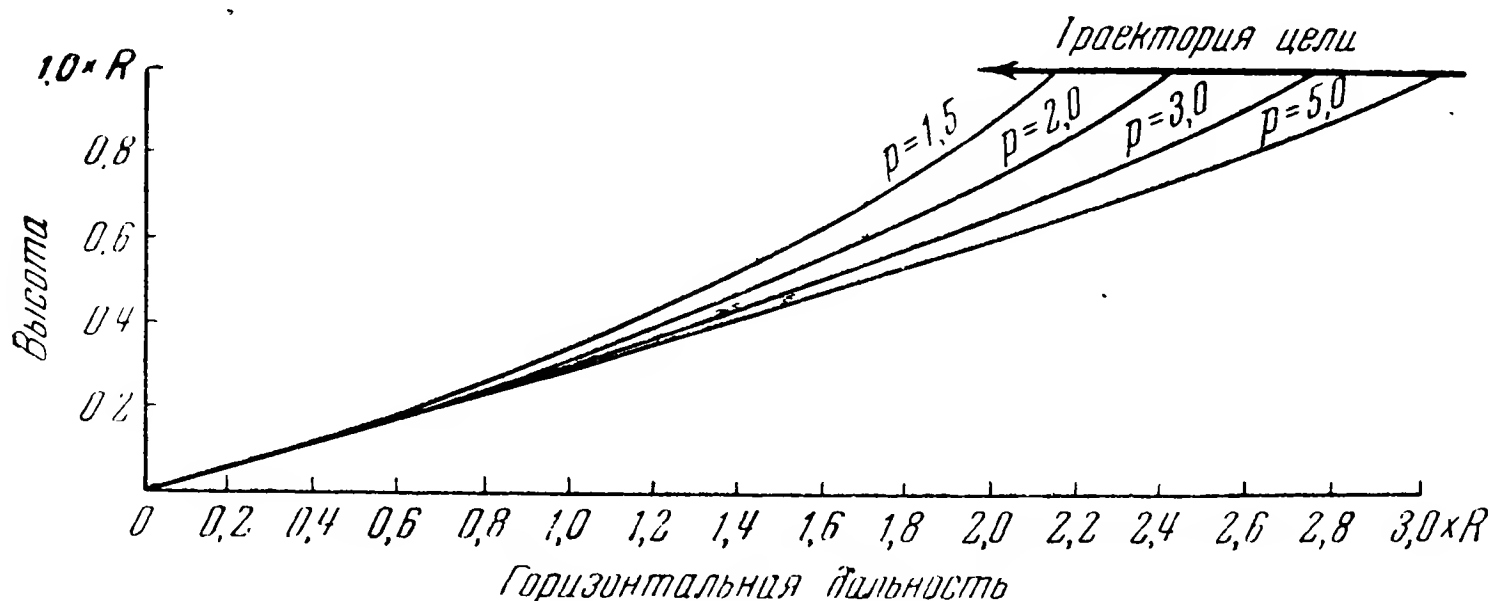


Рис. 12.2. Траектории при сближении по лучу. Начальный угол наклона траектории  $\theta_0 = 15^\circ$ ;  $p = \frac{V_M}{V_T}$ , где  $V_M$  — скорость снаряда,  $V_T$  — скорость цели.

Отметим, что эти траектории построены в декартовых координатах, причем антенна радиолокатора помещена в начале координат. Обе координаты выражены в частях высоты цели.

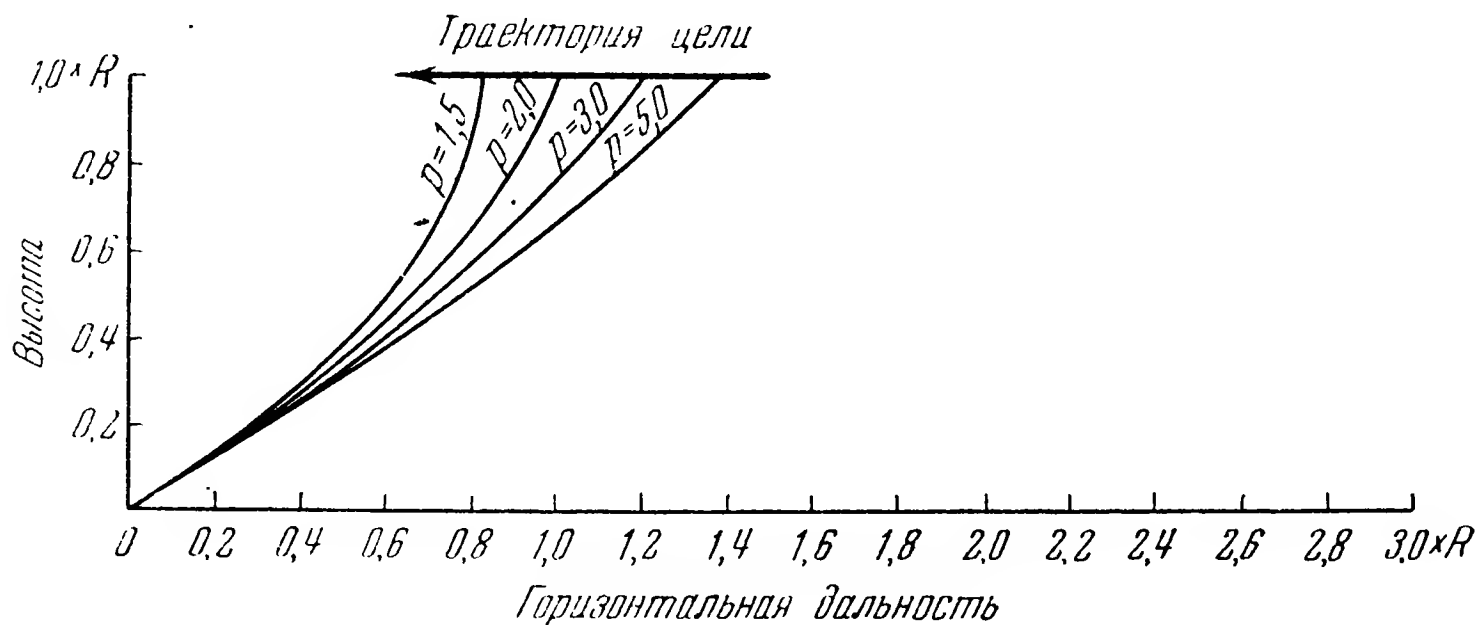


Рис. 12.3. Траектории при сближении по лучу. Начальный угол наклона траектории  $\theta_0 = 30^\circ$ ;  $p = \frac{V_M}{V_T}$ , где  $V_M$  — скорость снаряда,  $V_T$  — скорость цели.

Время полета. Время полета снаряда есть промежуток времени между моментом старта и попаданием в цель. Из уравнения (12.3) мы имеем:

$$V_T t_f = R \operatorname{ctg} \theta_0 - R \operatorname{ctg} \theta \quad (12.20)$$

где  $t_f$  время полета, а  $\theta_f$  — угол места в момент попадания. Отсюда получаем:

$$t_f = \frac{R}{V_T} (\operatorname{ctg} \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_f). \quad (12.21)$$

Время полета может быть выражено также через наклонную дальность  $r_f$  в момент попадания. Из рис. 12.1 имеем:

$$\sin \theta_f = \frac{R}{r_f}, \quad (12.22)$$

откуда

$$\operatorname{ctg} \theta_f = \frac{1}{R} \sqrt{r_f^2 - R^2}. \quad (12.23)$$

При помощи (12.23) получаем время полета в виде

$$t_f = \frac{1}{V_T} \{R \operatorname{ctg} \theta_0 - \sqrt{r_f^2 - R^2}\}. \quad (12.24)$$

Если траектории уже вычерчены, то  $\theta_f$  и  $r_f$  могут быть просто сняты с графика. Их можно получить также из ряда (12.19) при

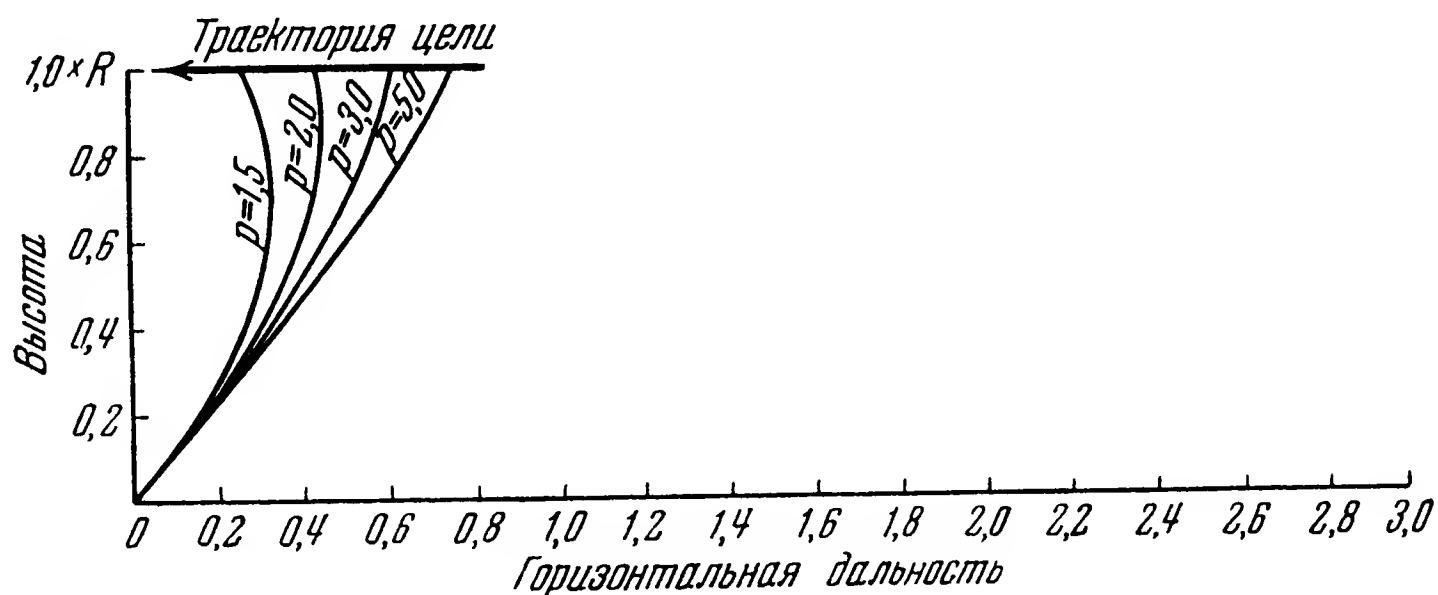


Рис. 12.4. Траектории при сближении по лучу. Начальный угол наклона траектории  $\theta_0 = 45^\circ$ ;  $p = \frac{V_M}{V_T}$ , где  $V_M$  — скорость снаряда,  $V_T$  — скорость цели.

помощи интерполяции. Приведенный ниже пример поясняет этот метод.

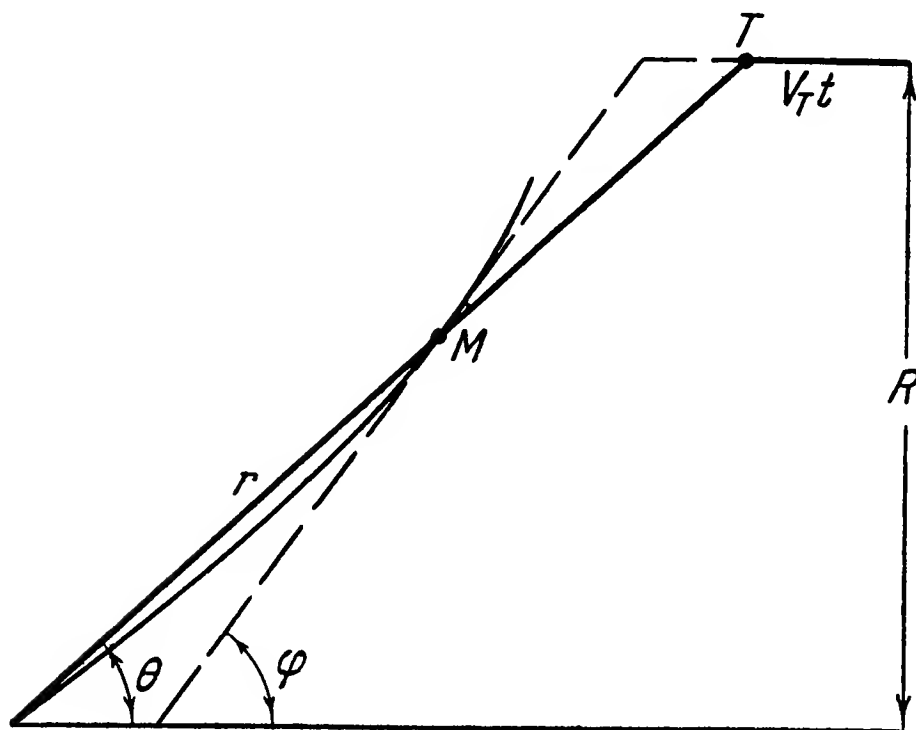
Пример 1. Для случая  $\theta_0 = 15^\circ$  и  $p = 2$  из (12.19) получаем следующую таблицу:

$\theta$	$r$	$x$	$y$
$16^\circ$	0,4892	0,4702	0,1348
$18^\circ$	1,3080	1,2440	0,4042
$20^\circ$	1,9648	1,8463	0,6720
$22^\circ$	2,5037	2,3214	0,9379
$23^\circ$	2,7340	2,5166	1,0683
			$y_f$

Здесь  $x$  и  $y$  — декартовы координаты, соответствующие полярным  $r$  и  $\varphi$ . Попаданию, очевидно, соответствует  $y_f = 1$ . В этом случае  $x_f = 2,424$  и  $\theta_f = 22,42^\circ$ . Используя (12.21), мы получим:

$$t_f = \frac{R}{V_T} (3,732 - 2,424) = 1,308 \frac{R}{V_T}.$$

Для цели, летящей на высоте 30 000 футов при числе Маха 0,66, получим:



$$t_f = \frac{1,308 \cdot 30\,000}{656,7} = 59,8 \text{ сек.}$$

В момент старта снаряда наклонная дальность цели равна 22,0 мили.

Угловая скорость касательной к траектории при сближении по лучу. Управление снарядом после старта состоит в том, чтобы отклонять рули на нужную величину и в нужном направлении. В хорошем приближении отклонение руля пропорционально угловой скорости вращения касательной к траектории снаряда. Поэтому исследование угловой скорости при сближении по лучу представляет значительный интерес.

Пусть на рис. 12.5  $\varphi$  обозначает угол наклона траектории; тогда имеем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{d(r \sin \theta)}{d\theta} : \frac{d(r \cos \theta)}{d\theta} = \frac{r' \sin \theta + r \cos \theta}{r' \cos \theta - r \sin \theta}. \quad (12.25)$$

Дифференцируя (12.25) по  $\theta$ , получаем:

$$\frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} = \frac{r^2 + 2r'^2 - r'r''}{(r' \cos \theta - r \sin \theta)^2}. \quad (12.26)$$

Чтобы найти  $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ , нам нужно определить  $\dot{\theta}$ , поскольку

$$\dot{\varphi} = \dot{\theta} \frac{d\varphi}{d\theta}. \quad (12.27)$$

Из уравнения (12.3) имеем:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R}{R \operatorname{ctg} \theta_0 - V_T t}. \quad (12.28)$$

Дифференцируя по  $t$ , получим:

$$\frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{V_T R}{(R \operatorname{ctg} \theta_0 - V_T t)^2} = \frac{V_T}{R} \operatorname{tg}^2 \theta,$$

или

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V_T}{R} \sin^2 \theta. \quad (12.29)$$

Используя тождество  $\frac{1}{\cos^2 \varphi} = 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi$ , из (12.25) получаем:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{(r' \cos \theta - r \sin \theta)^2}. \quad (12.30)$$

После подстановки в (12.26) находим:

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{r^2 + r'^2}. \quad (12.31)$$

Из уравнений (12.10) и (12.17) получаем:

$$r'' = -\frac{2k^2}{\sin^4 \theta} \frac{\operatorname{ctg} \theta}{\sqrt{\frac{k^2}{\sin^4 \theta} - r^2}}. \quad (12.32)$$

Поэтому уравнение (12.31) принимает вид

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = 2 \left( 1 + \frac{r \operatorname{ctg} \theta}{\sqrt{\frac{k^2}{\sin^4 \theta} - r^2}} \right). \quad (12.33)$$

Окончательно из (12.27), (12.29) и (12.33) получаем искомую угловую скорость:

$$\dot{\varphi} = \frac{2V_T \sin^2 \theta}{R} \left( 1 + \frac{r \operatorname{ctg} \theta}{\sqrt{\frac{k^2}{\sin^4 \theta} - r^2}} \right). \quad (12.34)$$

При этом время определяется из (12.3) следующим образом:

$$t = \frac{R}{V_T} (\operatorname{ctg} \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta). \quad (12.35)$$

Несколько примеров зависимости угловой скорости от времени приведены на рис. 12.6—12.9. Масштабы на этих графиках нормированы таким образом, что единица по оси ординат соответствует максимальной угловой скорости, имеющей место в момент попадания, а максимальная абсцисса соответствует времени полета  $t_f$ .

Теперь мы покажем, что при  $p = \frac{V_M}{V_T} > 1$  угловая скорость всегда конечна. Из уравнения (12.34) мы видим, что если  $\dot{\varphi}$  стремится

к бесконечности, должно удовлетворяться равенство

$$r^2 = \frac{k^2}{\sin^4 \theta}$$

или

$$r = \frac{k}{\sin^2 \theta}. \quad (12.36)$$

Из рис. 12.5 ясно, что наибольшее значение есть

$$r_{\max} = \frac{R}{\sin \theta_f}. \quad (12.37)$$

При меньших значениях угла  $\theta$  снаряд еще не достигает цели, и поэтому

$$r \leq \frac{R}{\sin \theta}. \quad (12.38)$$

Вместе с (12.36) это дает:

$$\frac{k}{\sin^2 \theta} \leq \frac{R}{\sin \theta}. \quad (12.39)$$

Поскольку  $\theta$  удовлетворяет неравенствам  $0 \leq \theta \leq \pi$ , из (12.39) следует:

$$\frac{k}{\sin \theta} \leq R, \quad p \leq \sin \theta. \quad (12.40)$$

Так как  $p > 1$ , это неравенство не может иметь места; поэтому  $\dot{\varphi}$  всегда остается конечным при  $p > 1$ .

Нормальное ускорение при сближении по лучу. Нормальное ускорение снаряда  $A_M$  получим, умножив угловую скорость  $\dot{\varphi}$  на скорость полета:

$$A_M = |V_M \dot{\varphi}|. \quad (12.41)$$

Поэтому кривые угловых скоростей, представленные на рис. 12.6—12.9, не-

трудно перестроить в кривые нормальных ускорений, указывающих перегрузку в долях  $g$  в любой момент времени после старта. Для этого необходимо умножить  $\dot{\varphi}$  на скорость снаряда в футах

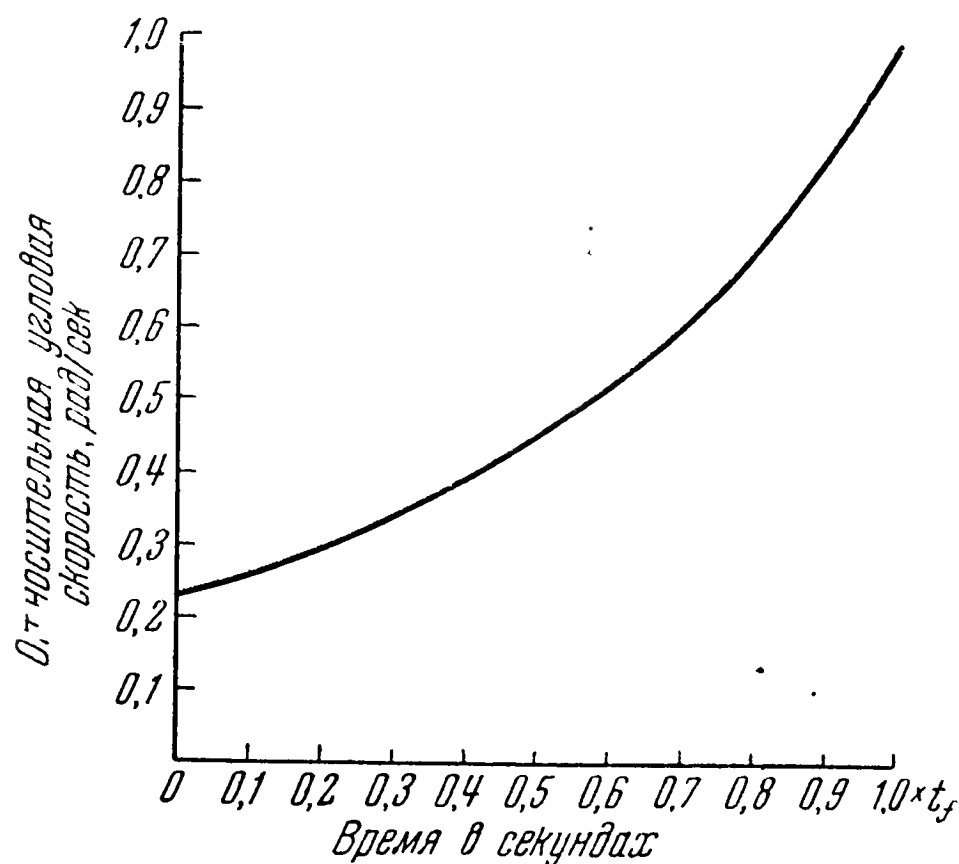


Рис. 12.6. Угловая скорость при сближении по лучу;  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $p = 1.5$ .

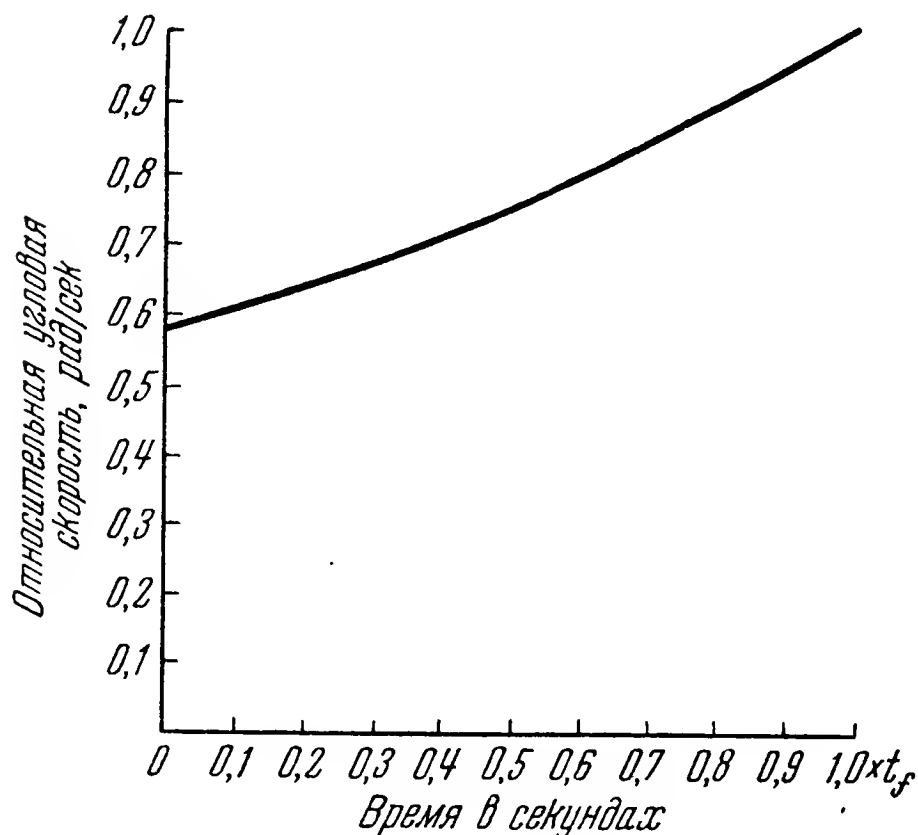


Рис. 12.7. Угловая скорость при сближении по лучу;  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $p = 5$ .

в секунду и разделить на  $g = 32,2 \text{ фут/сек}^2$ . Два примера таких кривых приведены на рис. 12.10 и 12.11 для скорости снаряда, соответствующей числам  $M = 1, 2, 3, 4$ . Число Маха взято для высоты 30 000 футов.

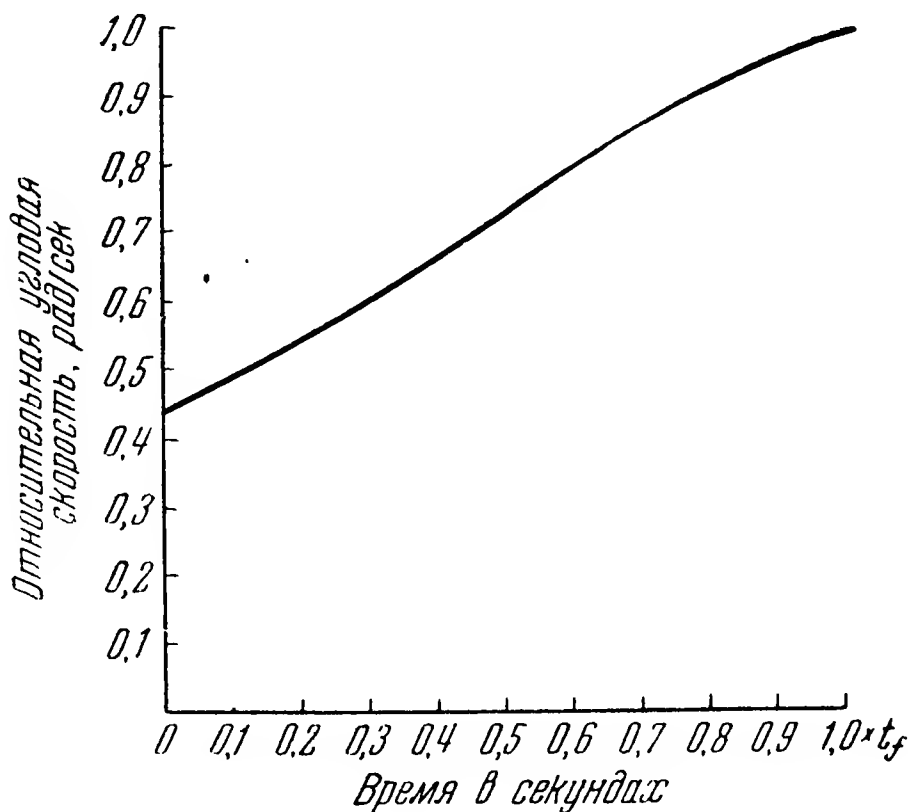


Рис. 12.8. Угловая скорость при сближении по лучу;  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $p = 1,5$ .

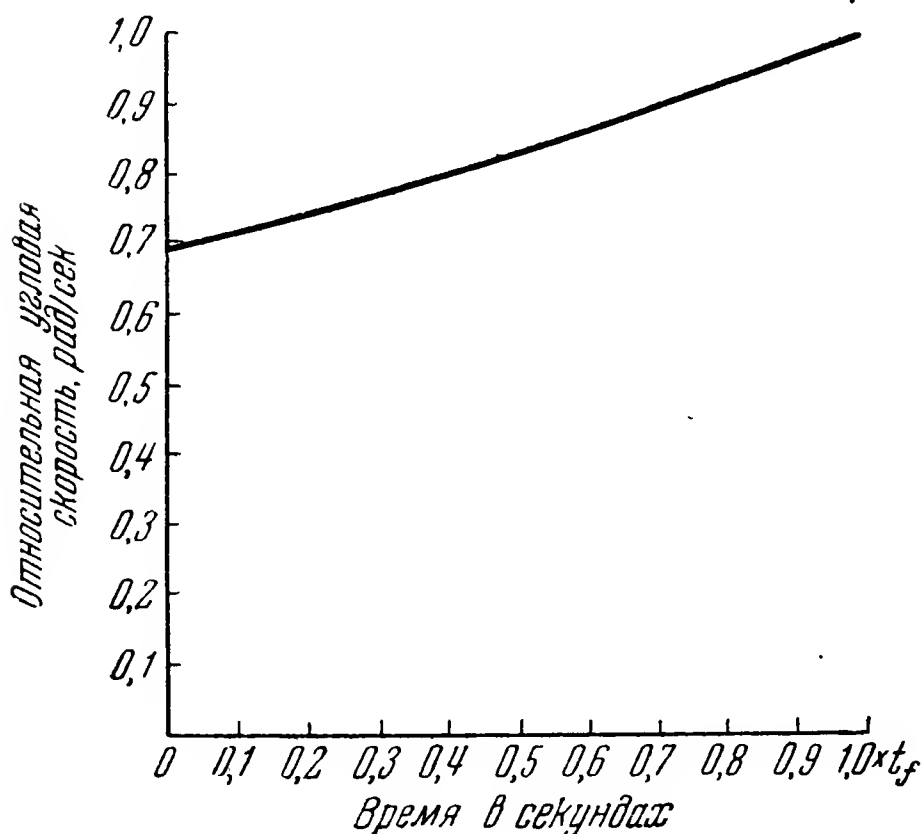


Рис. 12.9. Угловая скорость при сближении по лучу;  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $p = 5$ .

Частотный спектр угловой скорости. Если произвести преобразование в смысле Фурье функции, дающей зависимость угловой скорости от времени, мы получим ее *частотный спектр*. Очевидно, что выполнить преобразование Фурье непосредственно для такой сложной функции, как (12.34), будет или весьма трудно, или даже вообще невозможно. По виду приведенных выше кривых



замечаем, что для аппроксимации выражения (12.34) в пределах от  $t=0$  до  $t=t_f$  можно применить полином<sup>1)</sup>. При помощи метода интерполяции, изложенного в § 6.15, можно показать, что все

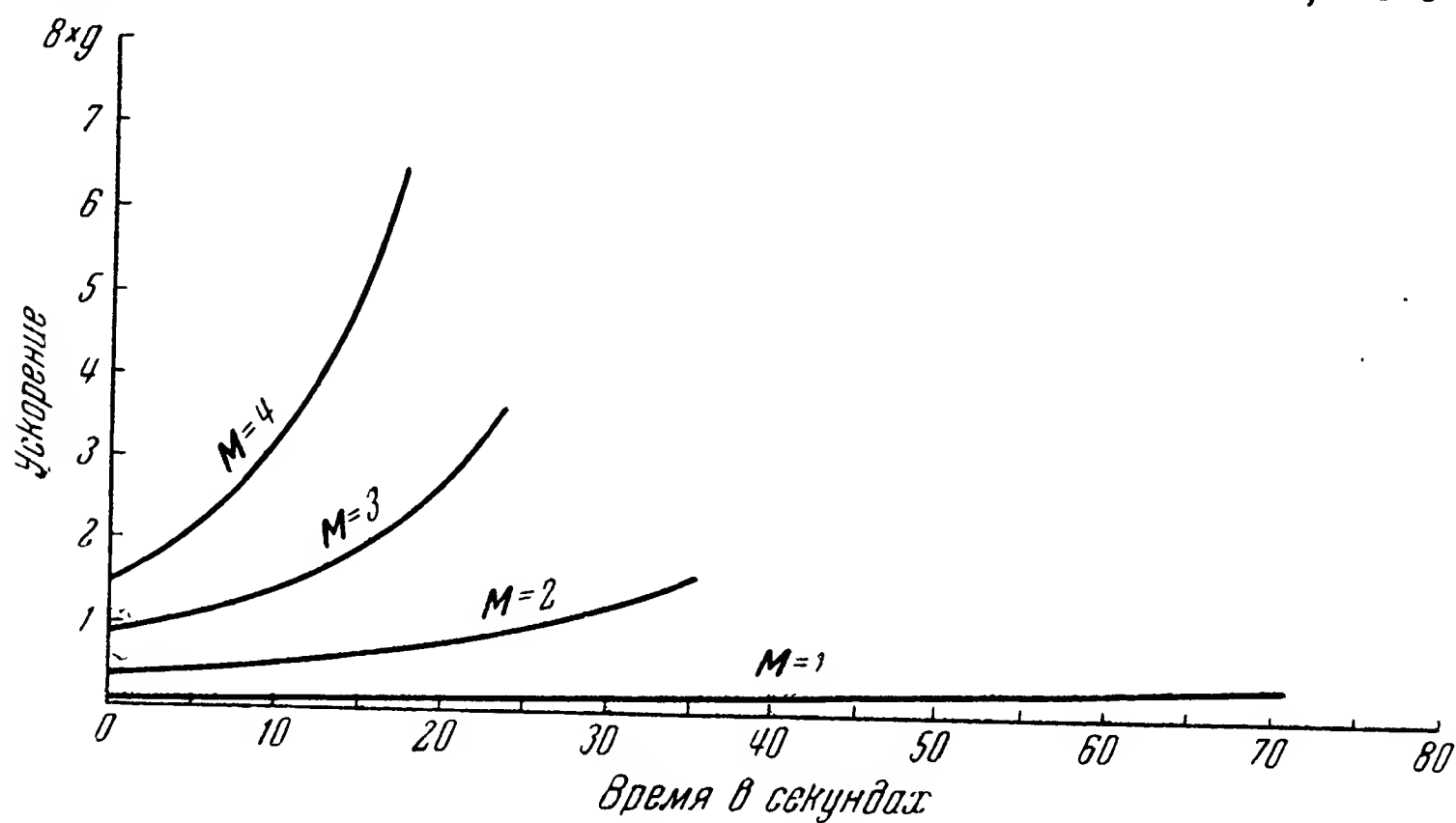


Рис. 12.10. Нормальное ускорение при сближении по лучу;  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $p = 1,5$ . Высота цели 30 000 футов.

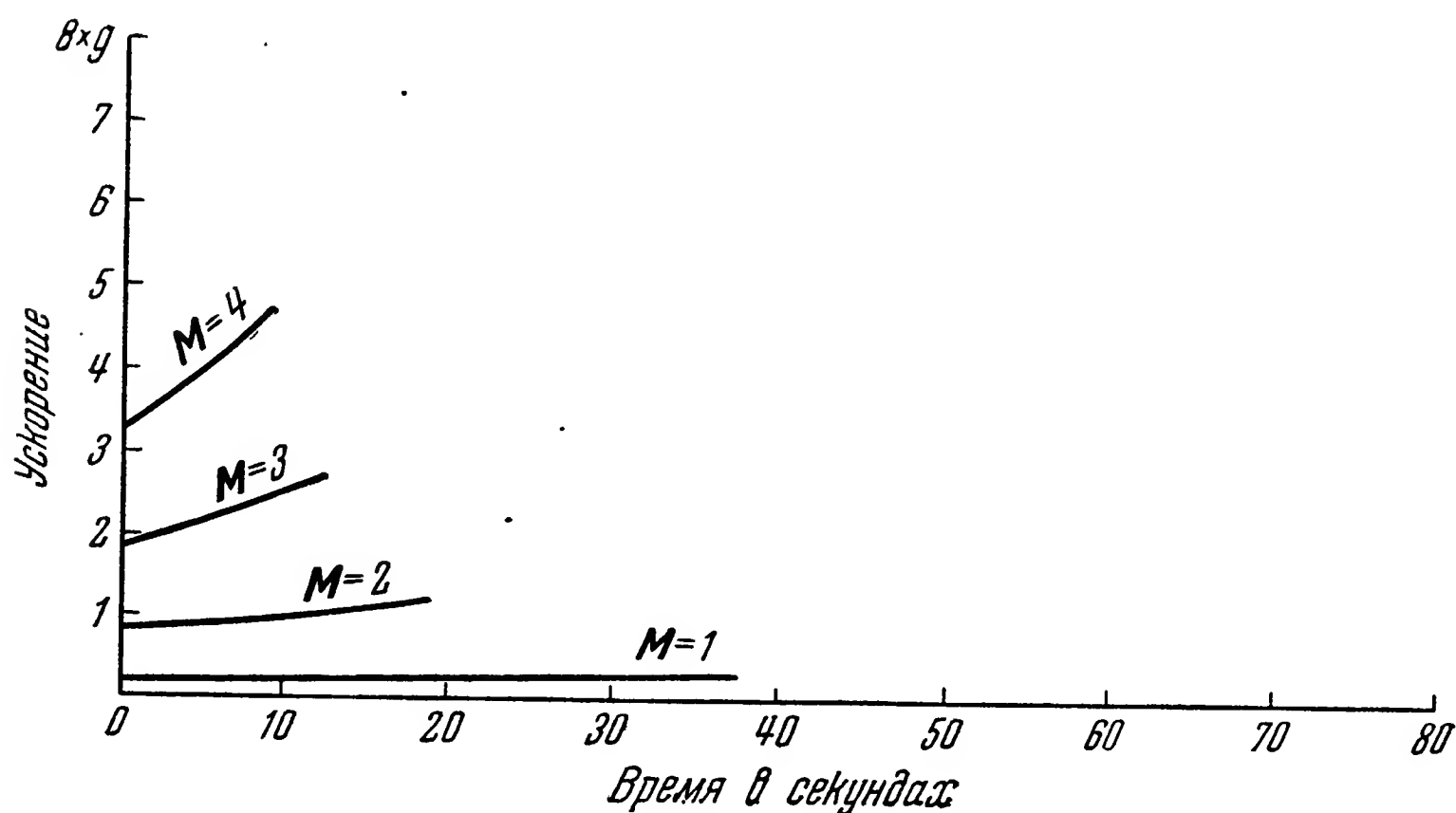


Рис. 12.11. Нормальное ускорение при сближении по лучу;  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $p = 5$ . Высота цели 30 000 футов.

кривые, приведенные на рис. 12.6—12.9, могут быть аппроксимированы полиномом третьей степени:

$$\dot{\varphi} = y(t) = at^3 + bt^2 + ct + d. \quad (12.42)$$

<sup>1)</sup> Важно отметить, что наша аппроксимация полагает угловую скорость после попадания равной нулю. Могут быть сделаны и другие предположения, например, что угловая скорость после попадания сохраняет свое конечное значение, и т. п.

Тогда спектр  $\dot{\varphi}(t)$  будет определен преобразованием Фурье

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{t_f} y(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (12.43)$$

где  $y(t) = 0$  при  $t > t_f$  и при  $t < 0$ . Теперь нужно вычислить каждый член, входящий в (12.43). Например, выполнение преобразо-

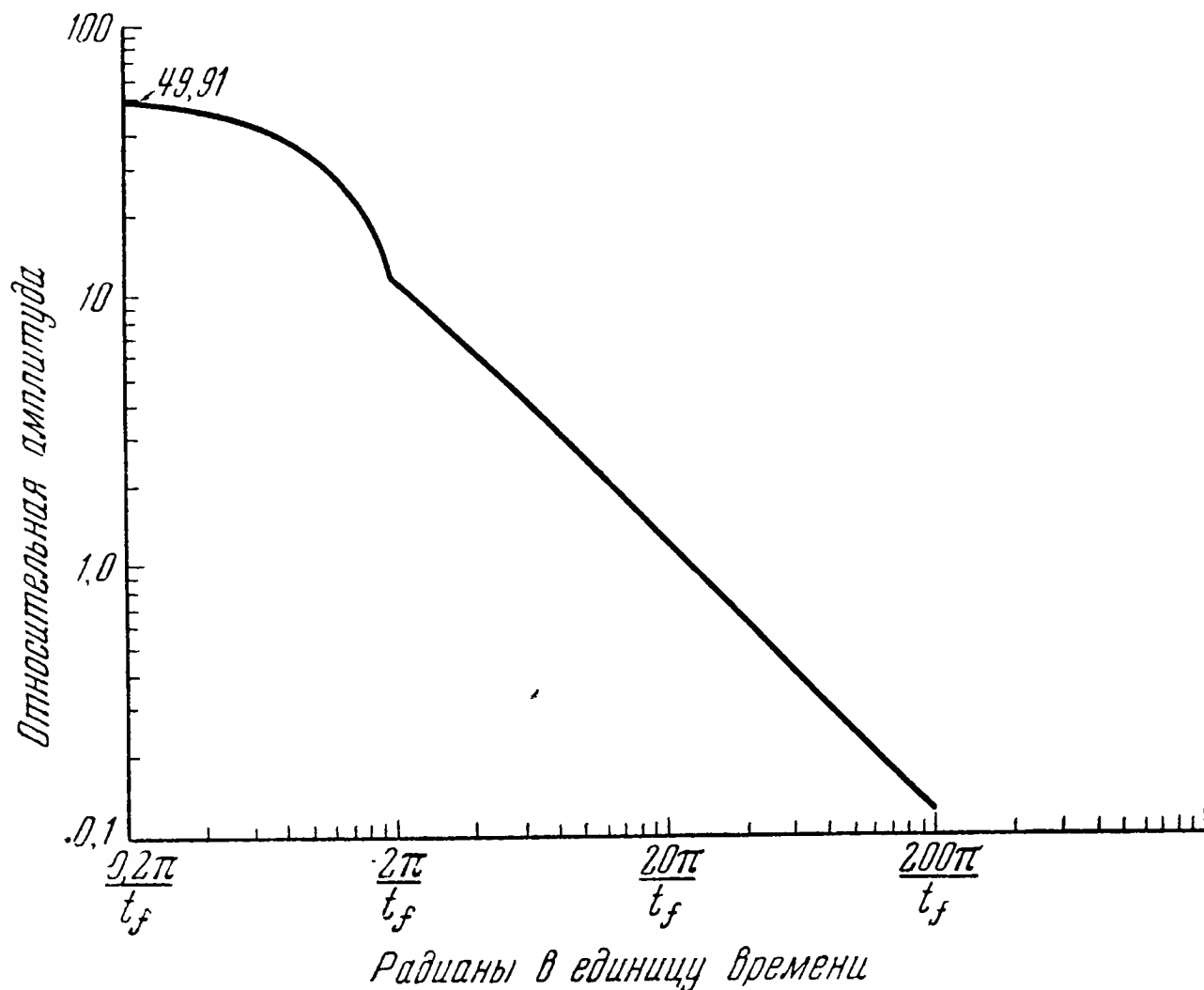


Рис. 12.12. Спектр угловой скорости при сближении по лучу;  $\theta_0 = 1,5^\circ$   $p = 1,5$ .

вания Фурье над членом  $bt^2$  ведется при помощи интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_f} bt^2 e^{-j\omega t} dt &= \frac{jbt^2}{\omega} e^{-j\omega t} \Big|_0^{t_f} - \frac{2bj}{\omega} \int_0^{t_f} te^{-j\omega t} dt = \\ &= \frac{jbt_f^2 e^{-j\omega t_f}}{\omega} + \frac{2bt}{\omega^2} e^{-j\omega t} \Big|_0^{t_f} - \frac{2b}{\omega^2} \int_0^{t_f} e^{-j\omega t} dt = \\ &= \frac{jbt_f^2 e^{-j\omega t_f}}{\omega} + \frac{2bt_f e^{-j\omega t_f}}{\omega^2} + \frac{2bj(1 - e^{-j\omega t_f})}{\omega^3}. \end{aligned} \quad (12.44)$$

Подобным же образом могут быть вычислены все остальные члены выражения (12.43). Чтобы определить только амплитуды, не обращая внимания на фазу, необходимо найти модуль  $G(\omega)$ ;

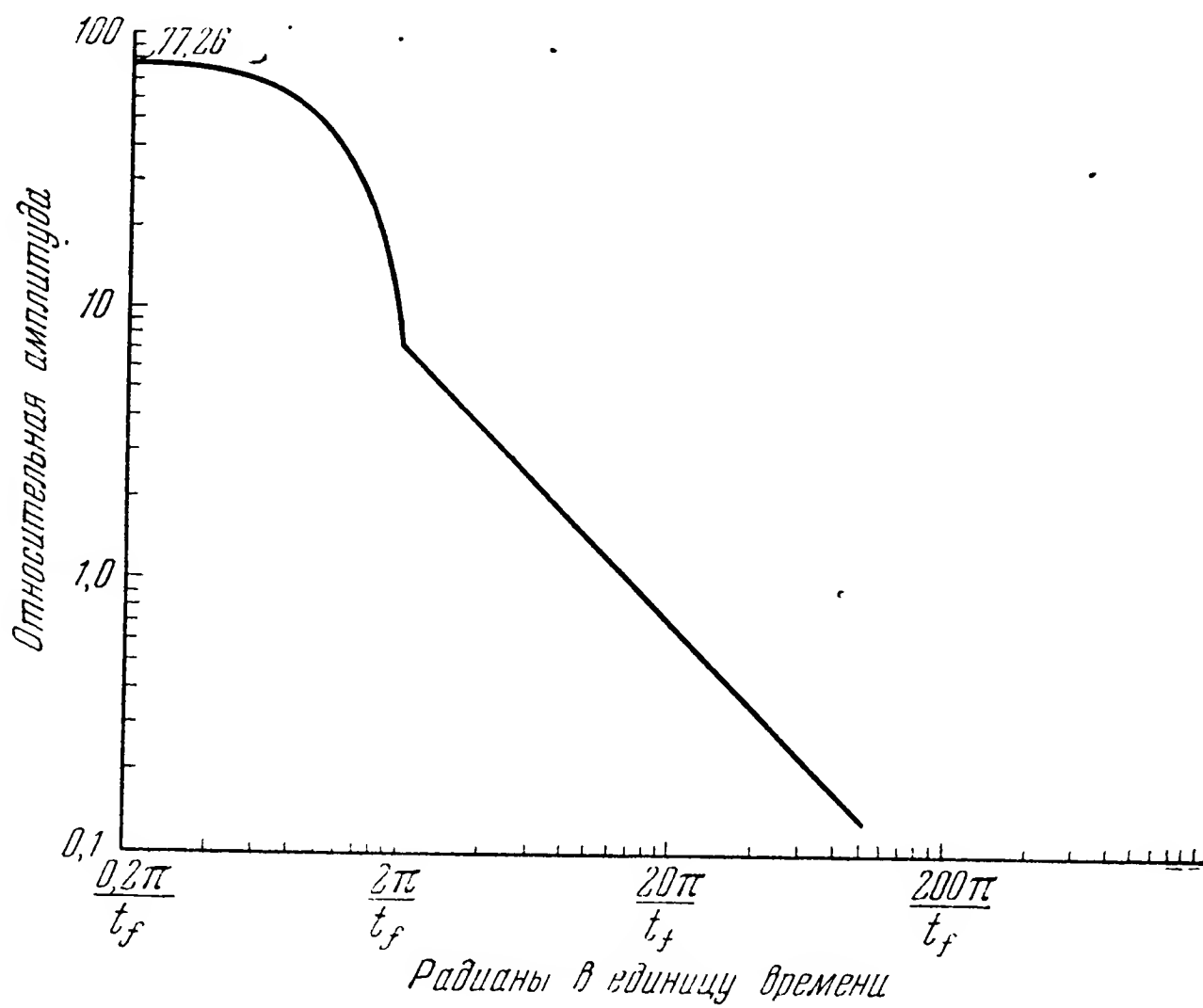


Рис. 12.13. Спектр угловой скорости при сближении по лучу;  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $p = 5$ .

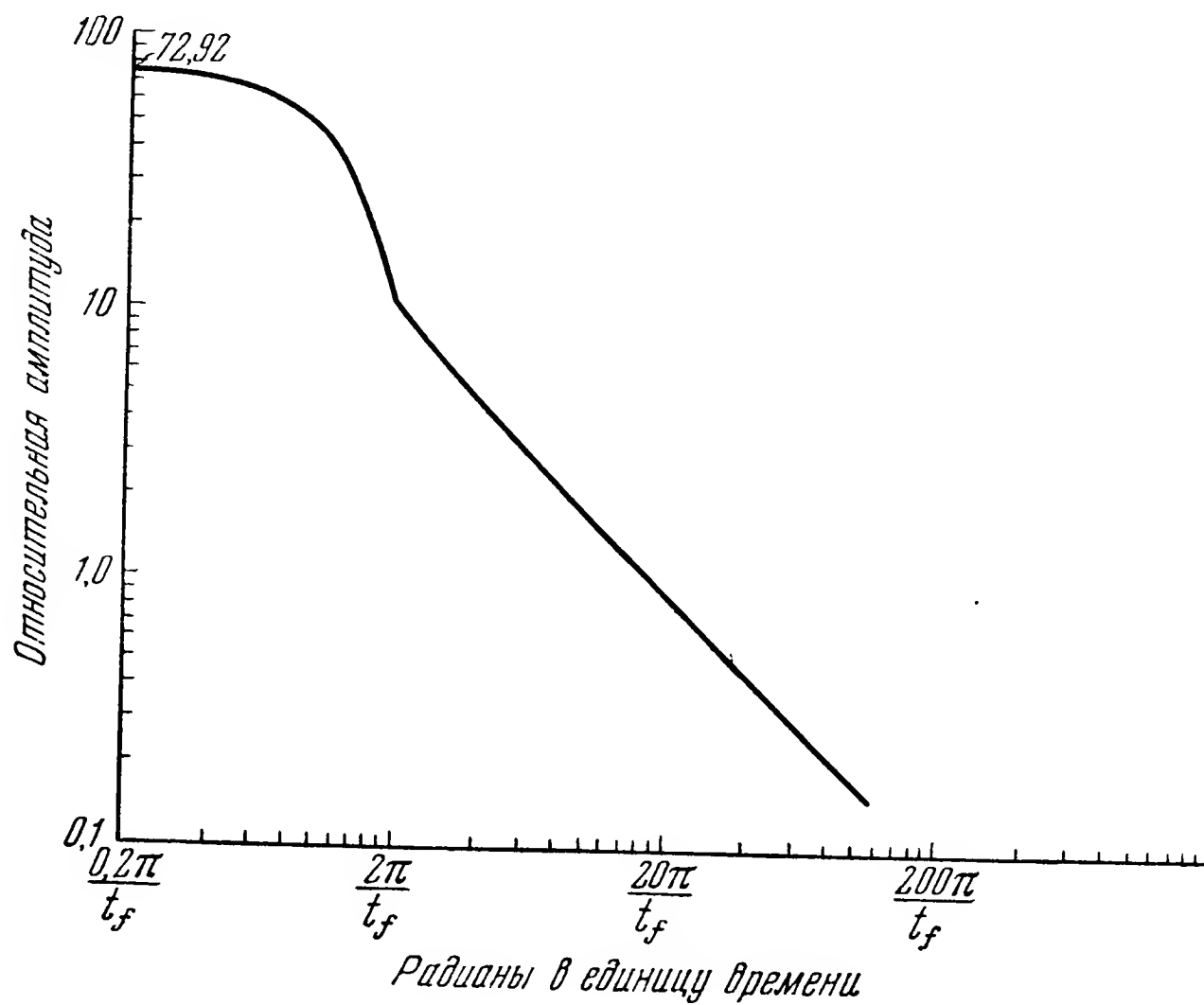


Рис. 12.14. Спектр угловой скорости при сближении по лучу;  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $p = 1.5$ .

это и даст частотный спектр угловой скорости. На рис. 12.12—12.15 приведены спектры, соответствующие рис. 12.6—12.9. Ординаты этих кривых представляют собой относительные амплитуды, а абсциссы — частоты в радианах в секунду, если время нормировано на  $t_f$ . Излом этих кривых происходит от нашего предположения, что после попадания угловая скорость равна нулю.

Рассмотренный здесь случай относится к проблеме класса поверхность — воздух, причем мы предполагаем, что снаряд стартует

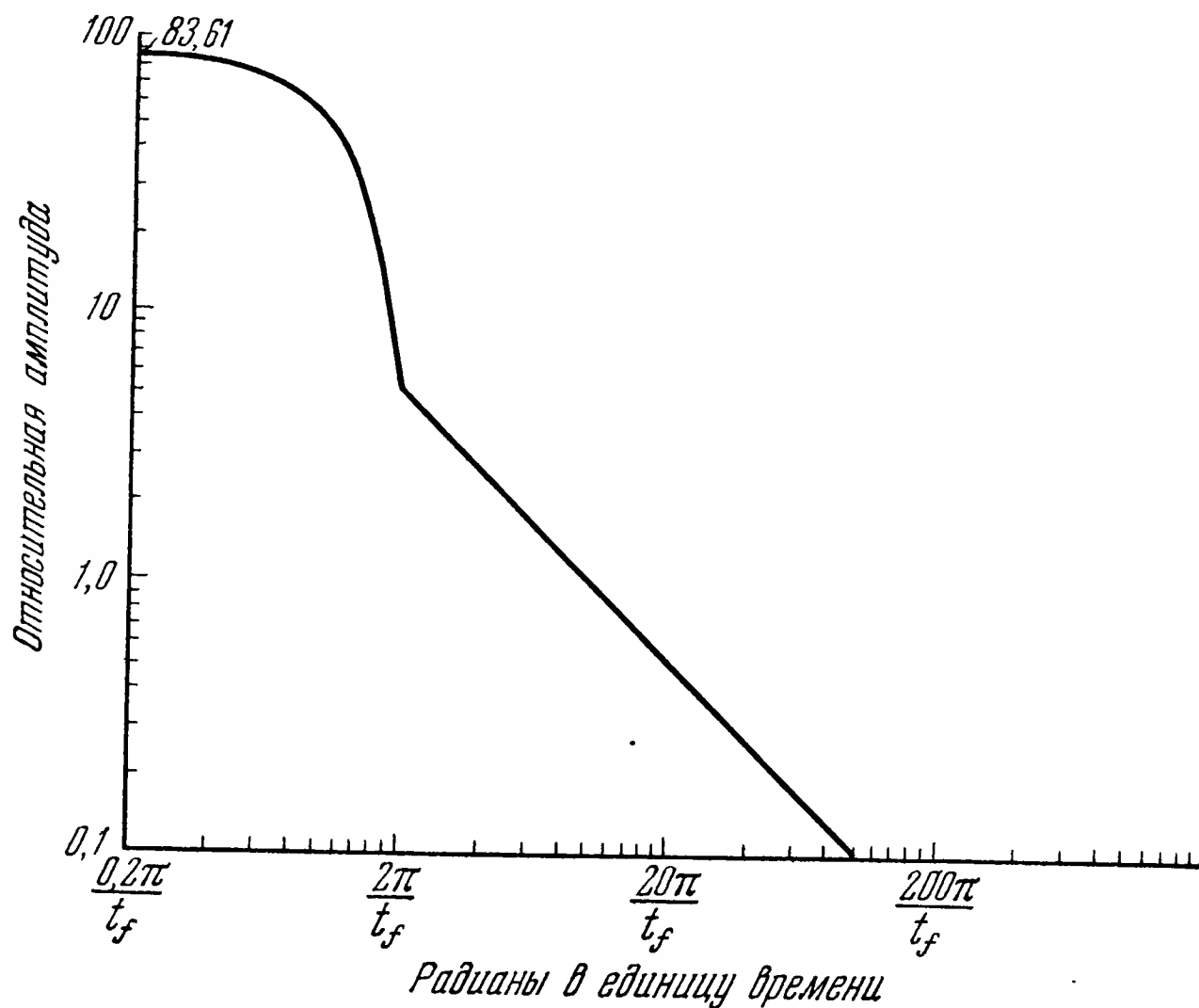


Рис. 12.15. Спектр угловой скорости при сближении по лучу;  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $p = 5$ .

непосредственно в луче. Проблема захвата снаряда лучом рассматривается отдельно в главах 13 и 16. Очевидно, что проблема класса воздух — воздух будет значительно сложнее, так как она требует вообще рассмотрения трехмерного движения. Рассмотрение маневрирующих целей не входит в задачу настоящей главы. Сложность этой проблемы обычно такова, что решение в конечном виде не может быть получено.

## 12.2. Чистое преследование <sup>1)</sup>

Вероятно, наиболее давно известная и простая траектория есть так называемая *кривая погони* или «собачья кривая», получающаяся

<sup>1)</sup> У нас обычно применяют термин «самонаведение». Однако, поскольку в этой книге слову «самонаведение» придан физический, а не кинематический смысл, мы пользуемся дословным переводом американского термина. (Прим. перев.)

при чистом преследовании. Существуют два типа преследования: 1) чистое или обыкновенное, при котором угол упреждения равен нулю, и 2) с упреждением, при котором углу упреждения придается некоторое постоянное значение. *Чистым преследованием* называется метод сближения, при котором вектор скорости снаряда непрерывно проходит через цель.

Уравнения движения. При выводе уравнений движения мы сделаем следующие предположения:

- а) цель движется прямолинейно (не маневрирует);
- б) скорости снаряда и цели постоянны;
- в) рассматривается только движение в неподвижной плоскости, определяемой векторами скоростей снаряда и цели.

Геометрические соотношения, необходимые для вывода уравнений движения при чистом преследовании, приведены на рис. 12.16. На нем применены следующие обозначения:  $r$  — расстояние  $MT$

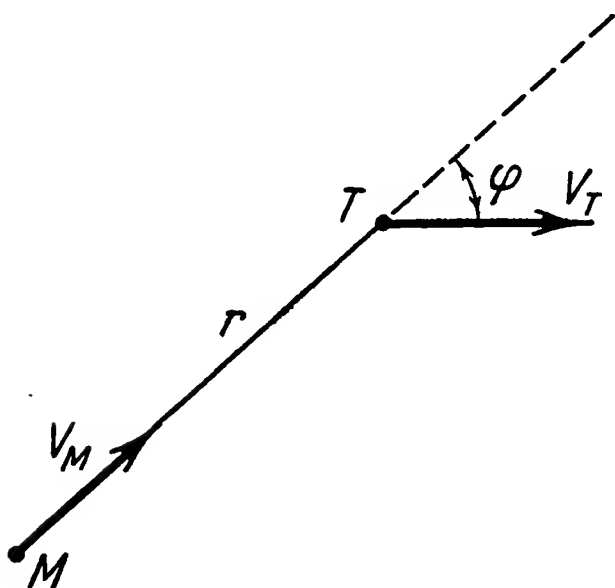


Рис. 12.16. Чистое преследование.

между снарядом и целью,  $\varphi$  — угол между направлением скорости цели и линией  $MT$ .

Таким образом, положение снаряда относительно цели определяется полярными координатами  $r$  и  $\varphi$ . Для удаляющейся цели, как показано на рис. 12.16, уравнения движения получаем, беря составляющие скорости по радиусу-вектору и по перпендикуляру к нему:

$$\dot{r} = V_T \cos \varphi - V_M, \quad (12.45)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin \varphi, \quad (12.46)$$

где точкой, как обычно, обозначено дифференцирование по времени. Интегрирование этих уравнений очень просто. Деля (12.45) на (12.46), мы получим:

$$\frac{\dot{r}}{r} = \left( \frac{p}{\sin \varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) \dot{\varphi}, \quad (12.47)$$

где, как и раньше, положено  $p = \frac{V_M}{V_T}$ . Это уравнение интегрируется непосредственно, и мы получаем:

$$r = K \frac{(\sin \varphi)^{p-1}}{(1 + \cos \varphi)^p}, \quad (12.48)$$

где  $K$  — постоянная интегрирования, определяемая начальными значениями  $r_0$  и  $\varphi_0$ :

$$K = \frac{r_0 (1 + \cos \varphi_0)}{(\sin \varphi_0)^{p-1}}. \quad (12.49)$$

Если цель движется навстречу, то  $r$  уменьшается как вследствие движения снаряда, так и вследствие движения цели. Поэтому уравнения движения будут:

$$\dot{r} = -V_T \cos \varphi - V_M, \quad (12.50)$$

$$r\dot{\varphi} = V_T \sin \varphi. \quad (12.51)$$

Если снова разделить (12.50) на (12.51), получим:

$$\frac{\dot{r}}{r} = -\left(\frac{p}{\sin \varphi} + \operatorname{ctg} \varphi\right) \dot{\varphi}, \quad (12.52)$$

откуда квадратурами получаем:

$$r = K' \frac{(1 + \cos \varphi)^p}{(\sin \varphi)^{p+1}}, \quad (12.53)$$

где постоянная  $K'$  определяется через  $r_0$  и  $\varphi_0$  следующим образом:

$$K' = \frac{r_0 (\sin \varphi_0)^{p+1}}{(1 + \cos \varphi_0)^p}. \quad (12.54)$$

Строить траектории по уравнениям (12.48) и (12.53), не имея явной зависимости  $r$  и  $\varphi$  от времени  $t$ , затруднительно. Поэтому поступим следующим образом. Для удаляющейся цели по (12.45) мы имеем:

$$\dot{r} \cos \varphi = V_T \cos^2 \varphi - V_M \cos \varphi, \quad (12.55)$$

а из (12.46) имеем:

$$r\dot{\varphi} \sin \varphi = -V_T \sin^2 \varphi. \quad (12.56)$$

Вычтем (12.56) из (12.55); получим:

$$\begin{aligned} \dot{r} \cos \varphi - r\dot{\varphi} \sin \varphi &= V_T - V_M \cos \varphi = \\ &= V_T - V_M \frac{\dot{r} + V_M}{V_T} = V_T - p\dot{r} - pV_M. \end{aligned} \quad (12.57)$$

Это мы можем переписать так:

$$\dot{r} (\cos \varphi + p) - r\dot{\varphi} \sin \varphi = V_T - pV_M. \quad (12.58)$$

Уравнение (12.58) легко интегрируется следующим образом:

$$\begin{aligned} (\cos \varphi + p) dr - r \sin \varphi d\varphi &= (V_T - pV_M) dt, \\ \int_{r_0}^r (\cos \varphi + p) dr - \int_{r_0}^r r \sin \varphi d\varphi &= \int_0^t (V_T - pV_M) dt. \end{aligned}$$



Применяя к интегралам в левой части формулу интегрирования по частям, находим:

$$r(\cos \varphi + p) \Big|_{r_0, \varphi_0}^{r, \varphi} = (V_T - pV_M)t,$$

или

$$r(\cos \varphi + p) - r_0(\cos \varphi_0 + p) = (V_T - pV_M)t. \quad (12.59)$$

Отсюда определяем время, протекшее с момента  $t = 0$  (для удаляющейся цели):

$$t = \frac{r_0(\cos \varphi_0 + p) - r(\cos \varphi + p)}{pV_M - V_T}. \quad (12.60)$$

В случае цели, летящей навстречу, можно рассуждать совершенно таким же образом. Получаем дифференциальное уравнение

$$\dot{r}(\cos \varphi - p) - r\dot{\varphi} \sin \varphi = pV_M - V_T, \quad (12.61)$$

решение которого есть

$$r(\cos \varphi - p) - r_0(\cos \varphi_0 - p) = (pV_M - V_T)t, \quad (12.62)$$

откуда

$$t = \frac{r(\cos \varphi - p) - r_0(\cos \varphi_0 - p)}{pV_M - V_T}. \quad (12.63)$$

При помощи полученных теперь соотношений мы можем построить траекторию снаряда для желаемых частных случаев. Например, для цели, летящей навстречу, используем (12.53) и (12.63). В них  $V_M$ ,  $V_T$ ,  $p$ ,  $r_0$  и  $\varphi_0$  заданы и начальное относительное положение снаряда к цели известно. Исходя из начального положения снаряда, можно получить его последующие положения. Берем новое значение  $\varphi + \Delta\varphi$  и из (12.53) вычисляем новое значение  $r$ . После этого из (12.63) вычисляем время  $t$ ; зная  $t$  и  $V_T$ , найдем перемещение цели. Из нового положения цели проводим прямую под углом  $\varphi + \Delta\varphi$ . Новое положение снаряда найдем, отложив вдоль этой прямой новое расстояние  $r$ .

**Пример 1.** Построить траекторию преследования для цели, летящей навстречу, если  $V_M = 4V_T$ , где  $V_T$  — соответствует  $M = 0,66$ . Начальная горизонтальная дальность цели 117 000 футов. Высота цели 30 000 футов.

Заметим, что скорость, соответствующая  $M = 1$  на высоте 30 000 футов, равна 995 футов в секунду и что  $p = 4$ .

Здесь  $r_0 = 120\,785$  футов и  $\varphi_0 = 14,4^\circ$ . Из (12.54) находим  $K' = 7,60$ . Траектория снаряда строится, как указано выше, и изображена на рис. 12.17. Рассмотрим вкратце свойства этой траектории. Начальное расстояние от снаряда до цели равно 120 785 футов, а попадание происходит при  $\varphi = 180^\circ$ . Однако уже при  $\varphi = 60^\circ$  расстояние между снарядом и целью равно всего

79 футов; при этом с момента старта уже прошло 37,14 сек, а полное время полета снаряда  $t_f = 37,17$  сек. Это означает, что за оставшееся 0,03 сек снаряд должен повернуться на  $120^\circ$ . Угловая скорость получается очень большой. Ниже будет показано, что угловая скорость монотонно растет и в момент попадания стремится к бесконечности. Масштаб, выбранный на рис. 12.17, не позволяет точно изобразить траекторию вблизи цели.

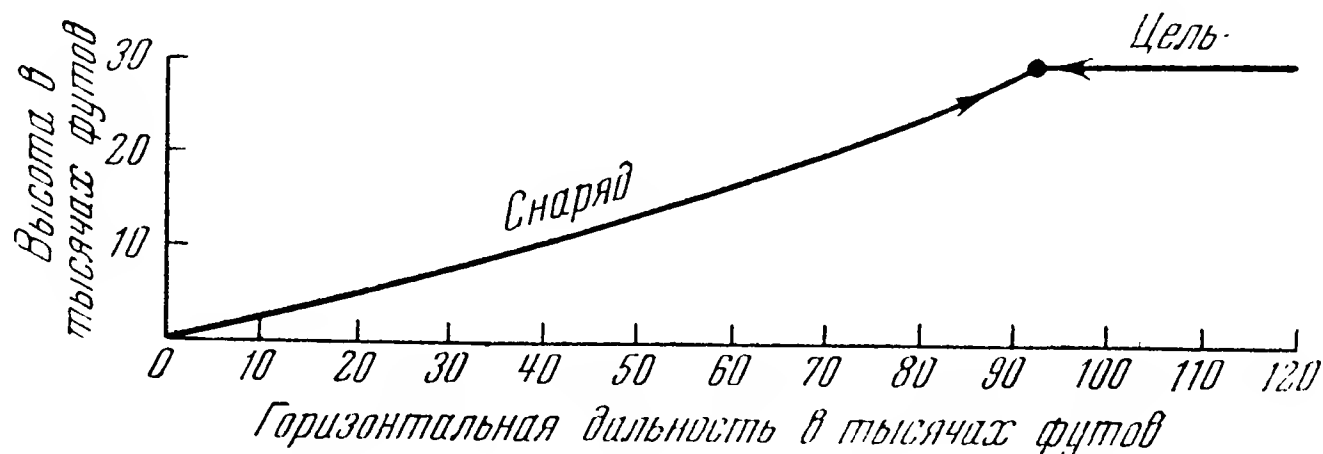


Рис. 12.17. Траектория при чистом преследовании.

Время полета. Время полета для удаляющейся цели можно найти из (12.60), положив  $r = 0$ . Это дает:

$$t_f = \frac{r_0 (\cos \varphi_0 + p)}{pV_M - V_T}. \quad (12.64)$$

Для цели, летящей навстречу, из (12.63) находим:

$$t_f = \frac{-r_0 (\cos \varphi_0 - p)}{pV_M - V_T}. \quad (12.65)$$

Отсюда видно, что при  $p > 1$  время полета всегда остается конечным.

Пример 2. Используя данные примера 1, найти время полета для обоих случаев движения цели.

Для цели, летящей навстречу, из (12.65) получаем  $t_f = 37,2$  сек. Для удаляющейся цели из (12.64) получим:  $t_f = 60,9$  сек.

Угловая скорость касательной к траектории при чистом преследовании. Для удаляющейся цели угловая скорость определяется уравнениями (12.46) и (12.48):

$$\dot{\varphi} = -\frac{V_T}{r} \sin \varphi = -\frac{V_T (1 + \cos \varphi)^p}{K (\sin \varphi)^{p-2}}. \quad (12.66)$$

Из уравнения (12.48) ясно, что  $r \rightarrow 0$ , когда  $\sin \varphi \rightarrow 0$ . Поэтому, когда снаряд накрывает удаляющуюся цель,  $\varphi \rightarrow 0$ . Для цели, летящей навстречу, угловая скорость определяется уравнениями (12.51) и (12.53):

$$\dot{\varphi} = \frac{V_T}{r} \sin \varphi = \frac{V_T (\sin \varphi)^{p+2}}{K' (1 + \cos \varphi)^p}. \quad (12.67)$$

Здесь  $r \rightarrow 0$ , когда  $\varphi \rightarrow \pi$ , и поэтому при цели, летящей навстречу, снаряд накрывает ее при  $\varphi \rightarrow \pi$ .

Представляет интерес найти предельное значение угловой скорости в тот момент, когда снаряд накрывает цель. Это предел зависит от отношения скоростей и оказывается различным для двух рассматриваемых здесь типов движения цели.

В случае удаляющейся цели:

при  $1 < p < 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \dot{\varphi} = -\frac{V_T}{K} \lim_{\varphi \rightarrow 0} (\sin \varphi)^{2-p} (1 + \cos \varphi)^p = 0; \quad (12.68)$$

при  $p = 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \dot{\varphi} = -\frac{V_T}{K} \lim_{\varphi \rightarrow 0} (1 + \cos \varphi)^2 = \frac{4V_T}{K}; \quad (12.69)$$

при  $p > 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \dot{\varphi} = -\frac{V_T}{K} \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{(1 + \cos \varphi)^p}{(\sin \varphi)^{p-2}} = -\infty. \quad (12.70)$$

В случае цели, летящей навстречу:

при  $1 < p < 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = 0; \quad (12.71)$$

при  $p = 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^4}{(1 + \cos \varphi)^2} = \frac{4V_T}{K'}; \quad (12.72)$$

при  $p > 2$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = \infty. \quad (12.73)$$

Вычисление пределов для случая удаляющейся цели не нуждается в пояснениях. В случае же цели, летящей навстречу, приведем соответствующие вычисления. При  $1 < p < 2$ , отбрасывая постоянный коэффициент, имеем:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = \frac{0}{0}.$$

По правилу Лопиталя

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} &= -\frac{p+2}{p} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^p \varphi \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-1}} = \frac{0}{0} = \\ &= \frac{p+2}{p(p-1)} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{p \sin^{p-2} \varphi - (p+1) \sin^p \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} = \frac{0}{0} = \\ &= \frac{p+2}{p(p-1)} \left\{ \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{p \sin^{p-2} \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} - \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(p+1) \sin^p \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} \right\} = \\ &= \frac{p+2}{p-1} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^{p-2} \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}}, \end{aligned} \quad (12.74)$$

поскольку в этом случае  $p - 2 < 0$ . Отсюда, так как

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} = \frac{0}{0} = \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\cos \varphi}{-\sin \varphi} = \infty,$$

из (12.74) получаем:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = \frac{p+2}{p-1} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \left( \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} \right)^{p-2} = 0. \quad (12.75)$$

Этим доказывается равенство (12.71).

Теперь рассмотрим случай  $2 < p < 3$ , снова отбрасывая постоянный коэффициент. Опять будет:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = \frac{0}{0},$$

так что, применяя правило Лопиталя, мы имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^{p+2} \varphi}{(1 + \cos \varphi)^p} &= -\frac{p+2}{p} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^p \varphi \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-1}} = \frac{0}{0} = \\ &= \frac{p+2}{p(p-1)} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{p \sin^{p-2} \varphi \cos^2 \varphi - \sin^p \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} = \\ &= \frac{p+2}{p(p-1)} \{ \lim A - \lim B \}. \end{aligned}$$

Далее:

$$\begin{aligned} \lim A &= p \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^{p-2} \varphi \cos^2 \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} = \\ &= p \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \left( \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} \right)^{p-2} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \cos^2 \varphi = p \cdot \infty \cdot 1 = \infty, \end{aligned}$$

$$\text{поскольку } \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} = \infty;$$

$$\begin{aligned} \lim B &= \frac{\sin^p \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-2}} = \frac{0}{0} = -\frac{p}{p-2} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^{p-2} \varphi \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-3}} = \\ &= -\frac{p}{p-2} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^{p-2} \varphi}{(1 + \cos \varphi)^{p-3}} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \cos \varphi = -\frac{p}{p-2} \cdot 0 \cdot (-1) = 0, \end{aligned}$$

поскольку  $p < 3$ . Таким образом,

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{(\sin \varphi)^{p+2}}{(1 + \cos \varphi)^p} = \frac{p+2}{p(p-1)} (\infty - 0) = \infty. \quad (12.76)$$

Это означает, что  $\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \infty$  при  $2 < p < 3$ . В случае, когда

$3 < p < 4$ ,  $p$  возрастает на единицу и  $\dot{\varphi}$  получает множитель  $\frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi}$ , предел которого при  $\varphi \rightarrow \pi$  есть  $\infty$ . Поэтому, применяя

метод математической индукции, находим, что

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \infty \quad (12.77)$$

для всех нецелых значений  $p > 2$ .

Наконец, рассмотрим целые значения  $p$ , начиная с  $p = 2$ . Применяя правило Лопиталя, легко получаем (12.72). В самом деле,

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} &= \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\sin^4 \varphi}{1 + \cos \varphi} = \frac{0}{0} = \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{-2 \sin^2 \varphi \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi)^2} = \frac{0}{0} = \\ &= 2 \frac{V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{-2 \sin \varphi \cos^2 \varphi + \sin^3 \varphi}{-\sin \varphi} = \frac{4V_T}{K'} \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \cos^2 \varphi = 0 = \frac{4V_T}{K'}. \end{aligned}$$

Это доказывает соотношение (12.72). Далее, при увеличении  $p$  на единицу  $\dot{\varphi}$  получает множитель  $\frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi}$ , стремящийся к бесконечности при  $\varphi \rightarrow \pi$ ; поэтому  $\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \infty$  при  $p = 3$  и т. д. Таким образом,  $\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \dot{\varphi} = \infty$  для всех целых значений  $p > 2$ . Этим заканчивается доказательство соотношения (12.73).

Можно показать, что если  $p \geq 2$ , то угловая скорость для обоих случаев движения цели достигает своего максимального значения по абсолютной величине при попадании снаряда в цель. Однако, если  $1 < p < 2$ , максимальное значение угловой скорости по абсолютной величине получается при  $\varphi = \arccos \frac{1}{2} p$  в случае удаляющейся цели и при  $\varphi = \arccos \left( -\frac{1}{2} p \right)$  в случае цели, летящей навстречу. Это можно показать, беря первую и вторую производные от  $\dot{\varphi}$  по  $\varphi$ . Для удаляющейся цели при  $1 < p < 2$  имеем:

$$|\dot{\varphi}|_{\max} = \frac{V_T}{K} \left( 1 + \frac{p}{2} \right)^p \left[ 1 - \left( \frac{p}{2} \right)^2 \right]^{1 - \frac{p}{2}}, \quad (12.78)$$

а для цели, летящей навстречу, при  $1 < p < 2$  будет:

$$|\dot{\varphi}|_{\max} = \frac{V_T}{K'} \frac{\left[ 1 - \left( \frac{p}{2} \right)^2 \right]^{1 + \frac{p}{2}}}{\left( 1 - \frac{p}{2} \right)^p}. \quad (12.79)$$

Кривые зависимости угловой скорости от времени могут быть построены при помощи формул (12.66) и (12.60) для удаляющейся цели и при помощи (12.67) и (12.63) для цели, летящей навстречу. Вычисление нужно вести примерно следующим образом. Начиная с  $\varphi = \varphi_0$ , выберем возрастающие значения  $\varphi$  и для каждого из них

при помощи (12.48) и (12.53) вычисляем соответствующее значение  $r$ . Для каждой пары значений  $(r, \varphi)$  по формулам (12.66) или (12.67) находим величину  $\dot{\varphi}$ , а по (12.60) или (12.63) — соответствующее  $t$ . Теперь  $\dot{\varphi}$  или нормальное ускорение можно построить по  $t$ .

Пример 3. По данным примера 1 построить кривую нормального ускорения, выраженного в частях  $g$ . На рис. 12.18 показан требуемый график, рассчитанный до значения  $10g$ . Заметим, что в этом случае  $p=4$ ; это означает, что угловая скорость и нормальное ускорение стремятся к бесконечности при попадании снаряда в цель. Поэтому кривая вычерчена только до  $10g$ .

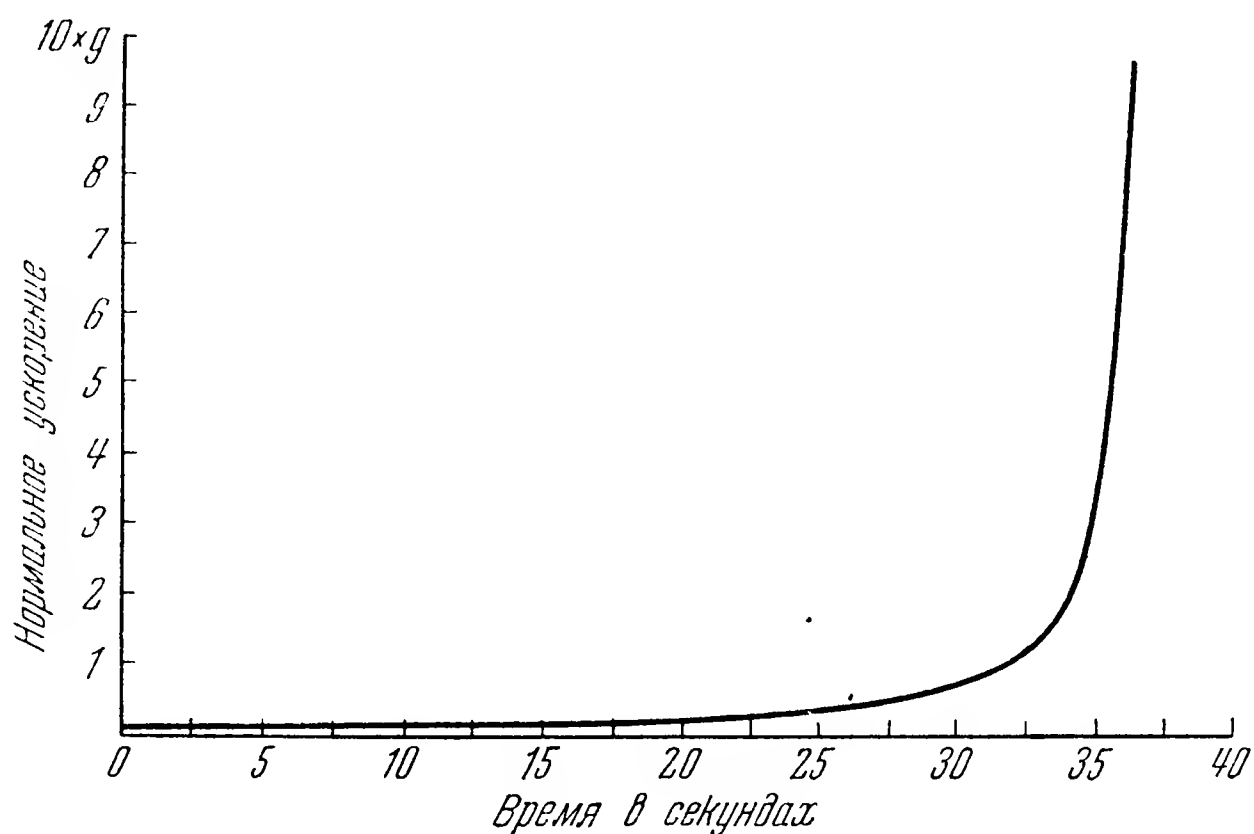


Рис. 12.18. Нормальное ускорение при чистом преследовании. Высота цели 30 000 футов,  $\varphi_0 = 14,4^\circ$ ,  $p = 4$ .

Очевидно, что в действительности угловая скорость снаряда не может быть бесконечной. В тех случаях, когда потребная угловая скорость лежит вне возможностей снаряда, будет логичным предположить, что снаряд остается в режиме максимальной угловой скорости до тех пор, пока он снова не окажется в положении чистого преследования. Это вообще означает, что снаряд начнет приближаться к цели с другой стороны. Можно предполагать, что, когда снаряд снова «увидит» цель, он снова войдет в режим чистого преследования.

Нормальное ускорение при чистом преследовании. Нормальное ускорение снаряда будет:

$$A_M = |V_M \dot{\varphi}|, \quad (12.80)$$

причем  $\dot{\varphi}$  определено формулами (12.66) и (12.67). Из предыдущего видно, что если  $p > 2$ , то потребное нормальное ускорение при



приближении к цели стремится к бесконечности. Если  $p = 2$ , то потребное ускорение остается конечным и равным

$$A_M = \frac{4V_M V_T}{K} \quad (12.81)$$

для удаляющейся цели и

$$A_M = \frac{4V_M V_T}{K'} \quad (12.82)$$

для цели, летящей навстречу. Если  $1 < p < 2$ , — снаряд подходит к цели без нормального ускорения; максимальное значение потребного ускорения в течение полета находим, умножая (12.78) или (12.79) на  $V_M$ .

Частотный спектр угловой скорости. Спектр угловой скорости может быть найден тем же способом, который применен в предыдущем параграфе к полету по лучу. Последовательность действий может быть следующей. Построив график зависимости угловой скорости от времени, способом, изложенным в главе 6, находим интерполяционный полином с той степенью точности, которую считаем желательной. Применив к этому полиному преобразование Фурье, найдем желаемый спектр. В случае, когда угловая скорость у цели стремится к бесконечности, необходимо применить какую-либо целесообразную гипотезу.

### 12.3. Преследование с упреждением

Преследование с упреждением есть метод сближения, при котором угол между направлением скорости снаряда и направлением снаряд — цель остается постоянным.

Если этот постоянный *угол упреждения* равен нулю, получается чистое преследование.

Уравнения движения. Мы оставим в силе те же самые предположения, которые были сделаны при исследовании чистого преследования. Геометрические соотношения, необходимые для вывода уравнений движения, приведены на рис. 12.19. На нем введены следующие обозначения:  $\varphi_M$  — угол наклона траектории снаряда,  $\delta$  — постоянный угол упреждения. Уравнения движения будут:

$$\dot{r} = V_T \cos \varphi - V_M \cos \delta, \quad (12.83)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin \varphi + V_M \sin \delta. \quad (12.84)$$

Разделив эти уравнения одно на другое, получим:

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{\cos \varphi - p \cos \delta}{-\sin \varphi + p \sin \delta} \cdot \dot{\varphi}. \quad (12.85)$$



которое интегрируется квадратурами:

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{1 - \sin \varphi} - p \cos \delta \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{1 - \sin \varphi},$$

откуда

$$\ln \frac{r}{r_0} = \ln \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi} - p \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi},$$

или

$$\ln \frac{r}{r_0} = \ln \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi} + p \cos \delta \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (12.90)$$

Поэтому при  $p \sin \delta = 1$  уравнение траектории будет:

$$r = r_0 \left( \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi} \right) e^{p \cos \delta \left\{ \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right\}}. \quad (12.91)$$

Можно показать, что при  $p^2 \sin^2 \delta > 1$  траектория есть спираль, описывающая относительно цели бесконечное число витков, так что снаряд вообще не попадает в цель; этот случай мы здесь не рассматриваем. Движение по траекториям (12.88) и (12.89) приводит к попаданию в цель после полета в течение конечного промежутка времени.

До тех пор пока время не выражено через  $r$  и  $\varphi$ , можно построить лишь относительную траекторию; абсолютную траекторию построить нельзя. Чтобы иметь возможность строить абсолютные траектории, найдем время. Из уравнений движения (12.83) и (12.84) получим:

$$V_T dt = \frac{dr}{\cos \varphi - p \cos \delta} = \frac{r d\varphi}{-\sin \varphi + p \sin \delta}. \quad (12.92)$$

По известной теореме алгебры<sup>1)</sup> это можно переписать так:

$$V_T dt = \frac{A dr + B r d\varphi}{A (\cos \varphi - p \cos \delta) + B (-\sin \varphi + p \sin \delta)}, \quad (12.93)$$

где  $A$  и  $B$  — совершенно произвольные величины. Уравнение (12.93) можно проинтегрировать, если положить:

$$\left. \begin{aligned} A &= p + \cos(\varphi + \delta), \\ B &= -p \sin(\varphi + \delta). \end{aligned} \right\} \quad (12.94)$$

В этом случае знаменатель в (12.93) можно переписать так:

$$\begin{aligned} A (\cos \varphi - p \cos \delta) + B (-\sin \varphi + p \sin \delta) &= \\ &= [p + \cos(\varphi + \delta)] (\cos \varphi - p \cos \delta) - \sin(\varphi + \delta) (-\sin \varphi + p \sin \delta) = \\ &= (1 - p^2) \cos \delta, \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Hall H. S. and Knight S. R., Higher Algebra, pp. 3—4, McMillan and Co., Ltd, London, 1936.

и уравнение (12.93) принимает вид

$$V_T dt = \frac{1}{(1-p^2) \cos \delta} \{p dr + \cos(\varphi + \delta) dr - r \sin(\varphi + \delta) d\varphi\}, \quad (12.95)$$

или

$$V_T dt = \frac{1}{(1-p^2) \cos \delta} \{p dr + d[r \cos(\varphi + \delta)]\}. \quad (12.96)$$

Прямым интегрированием получаем:

$$t = \frac{1}{V_T (p^2 - 1) \cos \delta} \{r_0 [p + \cos(\varphi_0 + \delta)] - r [p + \cos(\varphi + \delta)]\}. \quad (12.97)$$

Теперь, пользуясь уравнениями (12.88), (12.91) и (12.97), можем найти траекторию снаряда.

**Пример 1.** Используя исходные данные примера 1 из § 12.2, построить траекторию для угла упреждения  $\delta = 10^\circ$ .

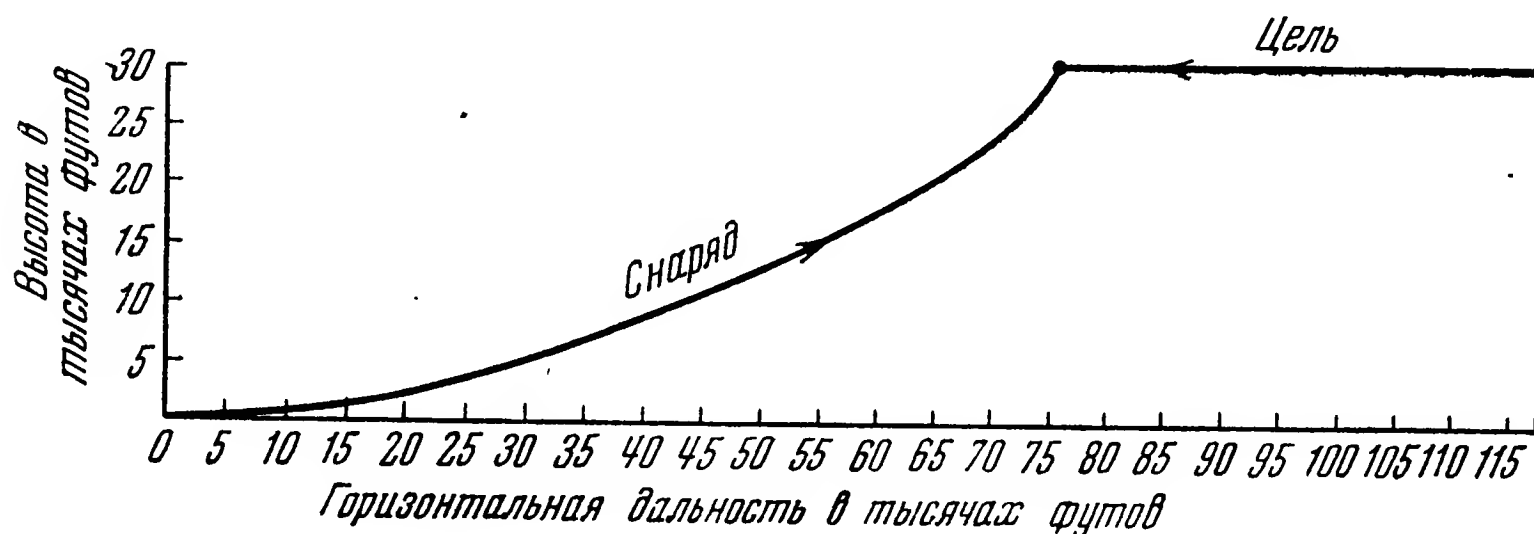


Рис. 12.20. Траектория при преследовании с упреждением;  
 $\varphi_0 = 14,4^\circ$ ,  $\delta = 10^\circ$ ,  $p = 4$ .

При  $\delta = 10^\circ$  нужно применить формулы (12.88) и (12.97). На рис. 12.20 показана траектория для этого случая. Вблизи цели траектория изображена не точно вследствие того, что, как будет показано ниже, при  $p = 4$  угловая скорость вблизи точки встречи стремится к бесконечности.

**Время полета.** Время полета нетрудно получить из (12.97), положив  $r = 0$ . Имеем:

$$t_f = \frac{r_0 [p + \cos(\varphi_0 + \delta)]}{V_T (1 - p^2) \cos \delta}. \quad (12.98)$$

Отсюда видно, что при  $p > 1$  и  $\delta < \frac{\pi}{2}$  время полета всегда конечно.

**Пример 2.** Вычислить время полета, используя исходные данные предыдущего примера.

Из (12.98) при  $\delta = 10^\circ$  имеем  $t_f = 61,14$  сек.

**Угловая скорость при преследовании с упреждением.** Угловую скорость находим из уравнения (12.84):

$$\dot{\varphi} = V_T \frac{p \sin \delta - \sin \varphi}{r}. \quad (12.99)$$

Исключая отсюда  $r$  при помощи (12.88), получаем:

$$\dot{\varphi} = F(\varphi_0) \cdot \frac{[1 - p \sin \delta \sin \varphi + \cos \varphi \sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}]^{\frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}}}{[\sin \varphi - p \sin \delta]^{\frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}} - 2}}, \quad (12.100)$$

где

$$F(\varphi_0) = -\frac{V_T}{r_0} \cdot \frac{[\sin \varphi_0 - p \sin \delta]^{\frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}} - 1}}{1 - p \sin \delta \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}} \cdot \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}. \quad (12.101)$$

Из (12.100) мы видим, что угловая скорость может быть бесконечно большой только в случае  $\sin \varphi = p \sin \delta$ . Пусть  $\varphi_n$  есть значение  $\varphi$ , при котором это соотношение имеет место, т. е.

$$\varphi_n = \arcsin(p \sin \delta). \quad (12.102)$$

Мы предположим, что  $F(\varphi_0)$  конечна; тогда

$$\dot{\varphi} = F(\varphi_0) [2(1 - p^2 \sin^2 \delta)]^{\frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{2 - \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}}. \quad (12.103)$$

Отсюда видно, что

$$\dot{\varphi} = 0 \text{ при } \varphi = \varphi_n, \text{ если } 2 > \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}; \quad (12.104)$$

$$\dot{\varphi} = \infty \text{ при } \varphi = \varphi_n, \text{ если } 2 < \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}}. \quad (12.105)$$

Если  $p \cos \delta = 2\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}$ , то при  $\varphi = \varphi_n$  будет:

$$\dot{\varphi} = F(\varphi_0) p^4 \cos^4 \delta. \quad (12.106)$$

На рис. 12.21 показаны области переменных  $p$  и  $\sin \delta$ , в которых  $\dot{\varphi}$  может оставаться конечной или равной нулю. Именно в области II  $\dot{\varphi}$  конечна, в области I — бесконечна. Это означает, что только в случае  $1 < p \leq 2$  можно подобрать такой угол  $\delta$ , который не вызывает появления бесконечно большой угловой скорости. Конечно, в действительности располагаемая угловая скорость снаряда ограничена, и когда потребная угловая скорость превзойдет максимальную располагаемую, снаряд будет удерживать свою максимальную угловую скорость до тех пор, пока он снова «увидит» цель и либо снова войдет в режим преследования, либо будет потерян.

Кривые зависимости  $\varphi$  от времени  $t$  могут быть построены для любых условий по формулам (12.97), (12.99) и (12.100). Частотный спектр угловой скорости можно найти тем же самым способом, который был указан в предыдущих параграфах.

Нормальное ускорение при преследовании с упреждением. Как и в случае чистого преследования, нормальное ускорение снаряда будет:

$$A_M = |V_M \dot{\varphi}|, \quad (12.107)$$

причем  $\dot{\varphi}$  определяется формулами (12.99) и (12.100). При  $1 < p \leq 2$  можно сделать так, чтобы нормальное ускорение оставалось конеч-

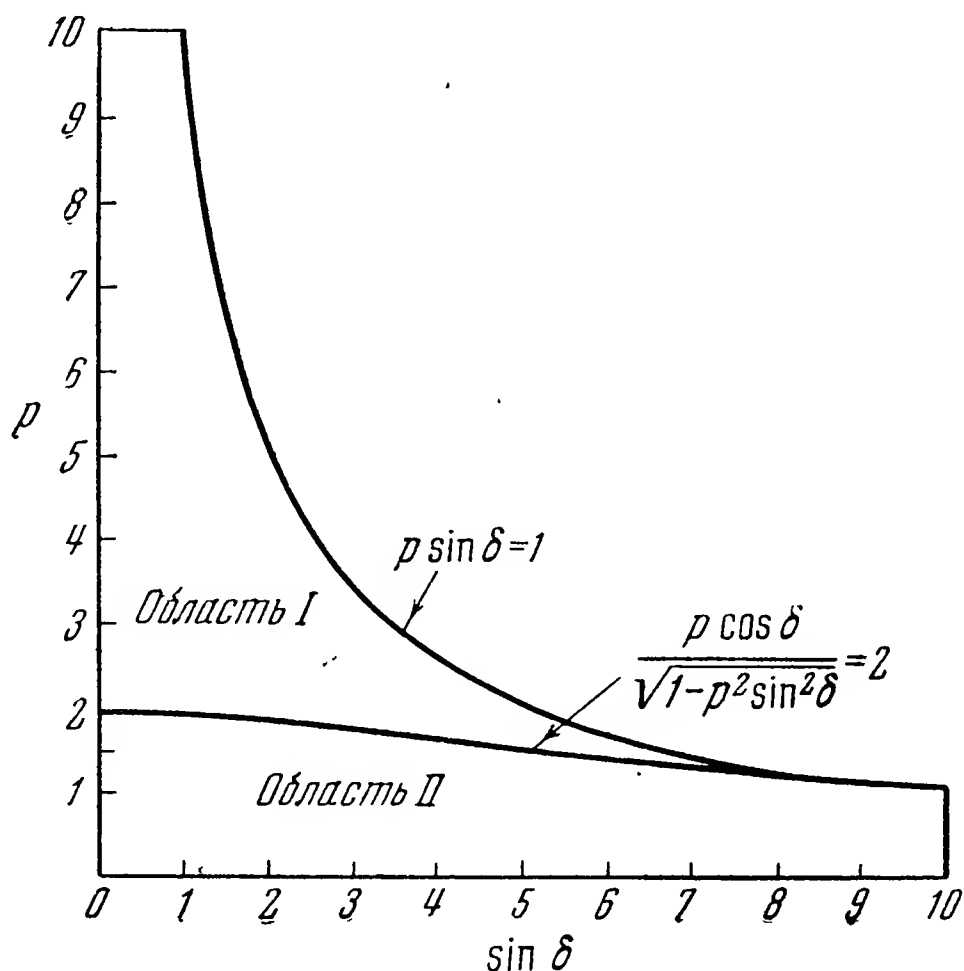


Рис. 12.21. Области конечных и бесконечных значений угловой скорости при преследовании с упреждением

$$\begin{aligned} & \text{(в области I } \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}} > 2, \dot{\varphi}_n = \infty, \\ & \text{в области II } \frac{p \cos \delta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \delta}} < 2, \dot{\varphi}_n = 0). \end{aligned}$$

ным, но при  $p > 2$  требуемое нормальное ускорение будет бесконечно велико.

## 12.4. Параллельное сближение

Параллельным называется такое сближение, когда направление снаряд — цель остается в пространстве неизменным.

Это означает, что линия, соединяющая снаряд и цель, остается всегда параллельной заданному направлению. Поскольку в настоящей главе принято, что скорости снаряда и цели постоянны, а цель движется прямолинейно, то траектория снаряда есть также прямая линия.

Как и в предыдущих параграфах, мы не рассматриваем маневрирование цели. Движение снаряда будет происходить в неизменной



плоскости, определяемой векторами скорости снаряда и цели. Геометрические соотношения при параллельном сближении показаны на рис. 12.22, где приняты следующие обозначения:  $\gamma_M$  — угол между направлением скорости снаряда и линией снаряд — цель,  $\gamma_T$  — угол между направлением скорости цели и линией снаряд — цель.

Из определения параллельного сближения следует, что угол наклона  $\varphi$  линии снаряд — цель остается постоянным; поэтому  $\dot{\varphi} = 0$ .

Уравнения движения снаряда будут:

$$\dot{r} = V_T \cos \gamma_T - V_M \cos \gamma_M, \quad (12.108)$$

$$0 = V_T \sin \gamma_T - V_M \sin \gamma_M. \quad (12.109)$$

В нашем случае уравнение (12.108) можно проинтегрировать непосредственно; получаем:

$$r = r_0 + (V_T \cos \gamma_T - V_M \cos \gamma_M)t, \quad (12.110)$$

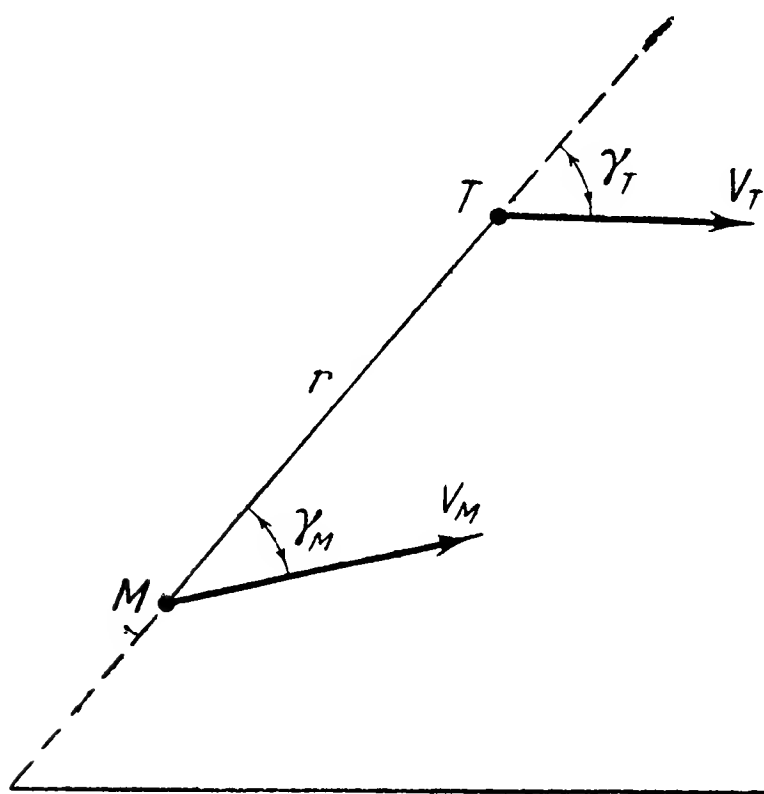


Рис. 12.22. Геометрические соотношения при параллельном сближении.

где  $r_0$  есть расстояние между снарядом и целью в начальный момент  $t = 0$ . Траектория снаряда при параллельном сближении совпадает с траекторией при преследовании с постоянным упреждением, если угол упреждения  $\gamma_M$  выбрать из условия (12.109) так, что

$$\sin \gamma_M = \frac{1}{p} \sin \gamma_T, \quad (12.111)$$

где через  $p$  по-прежнему обозначено отношение  $\frac{V_M}{V_T}$ . Таким образом, для прямолинейного полета цели метод параллельного сближения является частным случаем преследования с постоянным упреждением.

Используя равенство (12.109), мы можем написать:

$$\cos \gamma_M = \sqrt{1 - \frac{1}{p^2} \sin^2 \gamma_T}, \quad (12.112)$$

и (12.110) можно переписать так:

$$r = r_0 + \left\{ V_T \cos \gamma_T - V_M \sqrt{1 - \frac{1}{p^2} \sin^2 \gamma_T} \right\} t. \quad (12.113)$$

Время полета найдем из (12.110):

$$t_f = \frac{r_0}{V_M \cos \gamma_M - V_T \cos \gamma_T}. \quad (12.114)$$

Пример 1. Найти время полета снаряда при параллельном сближении. Цель летит навстречу на высоте 30 000 футов со скоростью, соответствующей  $M = 0,66$ . Начальная наклонная дальность есть 120 785 футов,  $p = 4$ .

Здесь  $r_0 = 120\,785$  футов,  $\gamma_T = \arcsin \frac{30\,000}{120\,785} = 165,6^\circ$  (см. рис. 12.22). Из (12.111) имеем:

$$\gamma_M = \arcsin \frac{0,24838}{4} = \arcsin 0,06209 = 3,55^\circ.$$

Далее,  $V_T = -656,7$ ,  $V_M = 2626,8$  фута в секунду. Поэтому по (12.114) получаем:

$$t_f = \frac{120\,785}{2626,8 \cdot 0,99808 + 656,7 \cdot 0,96858} = \frac{120\,785}{3257,82} = 37,1 \text{ сек.}$$

Очевидно, что из определения метода параллельного сближения следует, что угловая скорость и нормальное ускорение снаряда, атакующего цель, летящую по прямой с постоянной скоростью, равны нулю, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi} = \dot{\gamma}_M = 0, \\ A_M = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12.115)$$

Можно показать, что в случае, если цель маневрирует при постоянной скорости и скорость снаряда также постоянна, его нормальное ускорение не может превосходить нормального ускорения цели<sup>1)</sup>.

## 12.5. Пропорциональное сближение

*Пропорциональным* называется такое сближение, когда угловая скорость вращения вектора скорости снаряда пропорциональна угловой скорости вращения линии снаряд — цель.

Назначение такого метода сближения состоит в том, чтобы учесть тенденцию линии снаряд — цель к повороту и тем самым приближенно осуществить параллельное сближение. В этом параграфе, как и раньше, мы предполагаем, что скорости снаряда и цели постоянны и что цель движется по прямой линии.

Уравнения движения. Геометрические соотношения при пропорциональном сближении показаны на рис. 12.23. Рассматривается движение снаряда в неизменной плоскости, определяемой векторами скорости снаряда и цели. На рис. 12.23 через  $\varphi_M$  обозначен угол наклона траектории снаряда.

<sup>1)</sup> Newell H. E., Jr., Guided Missile Kinematics, Naval Research Laboratory Report № R-2538, May 22, 1945, pp. 49—52.

Уравнения движения получаются непосредственно из рис. 12.23:

$$\dot{r} = V_T \cos \varphi - V_M \cos (\varphi - \varphi_M), \quad (12.116)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin \varphi + V_M \sin (\varphi - \varphi_M), \quad (12.117)$$

$$\dot{\varphi}_M = a\dot{\varphi}. \quad (12.118)$$

Здесь третье уравнение описывает зависимость, указанную в определении пропорционального сближения. Интегрируя это уравнение, получаем:

$$\varphi_M = a\varphi + \varphi_0. \quad (12.119)$$

Если  $a = 1$  и  $\varphi_0 = 0$ , то получается чистое преследование; если  $a = 1$ , а  $\varphi_0$  — постоянное, отличное от нуля, то — преследование с упреждением; если  $\varphi = 0$ , то мы имеем параллельное сближение.

Решение уравнений движения в замкнутой форме может быть найдено только при  $a = 2$ .

Если  $a \neq 2$ , нужно применить

Рис. 12.23. Геометрические соотношения при пропорциональном сближении.

численное интегрирование. Дальнейшее относится к случаю  $a = 2$ ; удобнее перейти к переменному  $\gamma$ , т. е. к углу между скоростью снаряда и направлением снаряд — цель. Для случая  $a = 2$  имеем:

$$\dot{r} = V_T \cos (\gamma + \varphi_M) - V_M \cos \gamma, \quad (12.120)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin (\gamma + \varphi_M) + V_M \sin \gamma, \quad (12.121)$$

$$\dot{\varphi}_M = 2\dot{\varphi} = -2\dot{\gamma}. \quad (12.122)$$

Интегрируя третье уравнение, получаем:

$$\gamma = -\varphi + \alpha_0 = \alpha_0 - (\gamma + \varphi_M), \quad (12.123)$$

где  $\alpha_0 = \gamma_0 + \varphi_0$ ; поэтому два остальных уравнения принимают вид

$$\dot{r} = V_T \cos (\alpha_0 - \gamma) - V_M \cos \gamma, \quad (12.124)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin (\alpha_0 - \gamma) + V_M \sin \gamma. \quad (12.125)$$

Деля эти уравнения одно на другое и используя значение  $\dot{\varphi}$  из (12.122), получаем:

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{V_T \cos (\alpha_0 - \gamma) - V_M \cos \gamma}{V_T \sin (\alpha_0 - \gamma) - V_M \sin \gamma} \dot{\gamma}. \quad (12.126)$$

Вводя снова обозначение  $p = \frac{V_M}{V_T}$ , мы можем это уравнение пере-

писать так:

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{(p - \cos \alpha_0) \cos \gamma - \sin \alpha_0 \sin \gamma}{(p + \cos \alpha_0) \sin \gamma - \sin \alpha_0 \cos \gamma} \dot{\gamma}. \quad (12.127)$$

Непосредственное интегрирование дает:

$$r = r_0 \left[ \frac{p \sin \gamma + \sin (\gamma - \alpha_0)}{p \sin \gamma_0 + \sin (\gamma_0 - \alpha_0)} \right]^{\frac{p^2 - 1}{p^2 + 2} \frac{p \cos \alpha_0 + 1}{p \cos \alpha_0 + 1}} e^{\frac{2p (\gamma_0 - \gamma) \sin \alpha_0}{p^2 + 2p \cos \alpha_0 + 1}}. \quad (12.128)$$

Получить  $r$  и  $\gamma$  в конечном виде как явные функции времени невозможно. Поэтому построение траекторий при пропорциональном сближении является не простой задачей. Здесь возможны два метода: 1) численное интегрирование уравнений движения, 2) использование вместо (12.128) какого-нибудь приближенного решения. На рис. 12.24 показано несколько типичных траекторий<sup>1)</sup> для случая  $a = 2$ , полученных численным интегрированием, причем произвольное начальное значение угла  $\varphi_0$  было принято равным  $60^\circ$ . Для траектории  $C$  начальный угол упреждения подобран так, чтобы получилось параллельное сближение.

Время полета нельзя выразить в конечном виде, однако оно может быть найдено графически или численным интегрированием.

Угловая скорость касательной к траектории при пропорциональном сближении. Используя равенства (12.125) и (12.128), находим следующее выражение для угловой скорости в случае  $a = 2$ :

$$\dot{\varphi} = -\dot{\gamma} = \frac{V_T}{r_0} (p \sin \gamma_0 - \sin \varphi_0) \left[ \frac{r}{r_0} \right]^{\frac{2(1+p \cos \alpha_0)}{p^2 - 1}} e^{\frac{2p (\gamma - \gamma_0) \sin \alpha_0}{p^2 - 1}}. \quad (12.129)$$

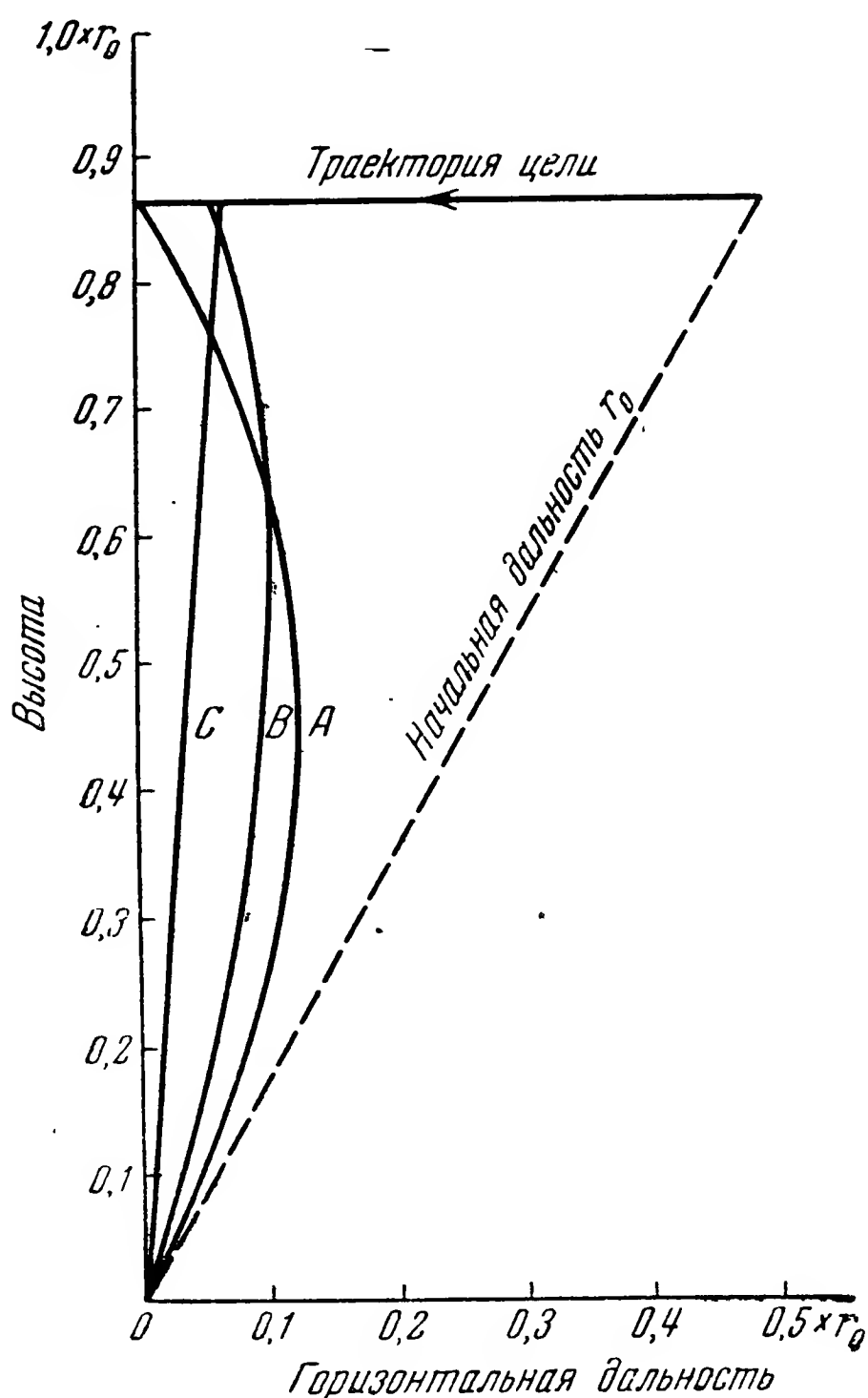


Рис. 12.24. Траектории при пропорциональном сближении;  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $p = 2$  ( $\gamma_0 = 0$  для траектории  $A$ ,  $\gamma_0 = 13^\circ$  — для  $B$  и  $\gamma_0 = 25,7^\circ$  — для  $C$ ).

<sup>1)</sup> Spitz, Hillel, Partial Navigation Courses for a Guided Missile Attacking a Constant Velocity Target, Naval Research Laboratory, Report № R-2790, March 25, 1946.

Из этого равенства мы видим, что при  $r \rightarrow 0$  и  $p > 1$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi} &= 0 & \text{для } p \cos \alpha_0 > -1, \\ \dot{\varphi} &= \infty & \text{для } p \cos \alpha_0 < -1. \end{aligned} \right\} \quad (12.130)$$

Можно показать<sup>1)</sup>, что угловая скорость остается конечной при  $p \cos \alpha_0 = -1$ .

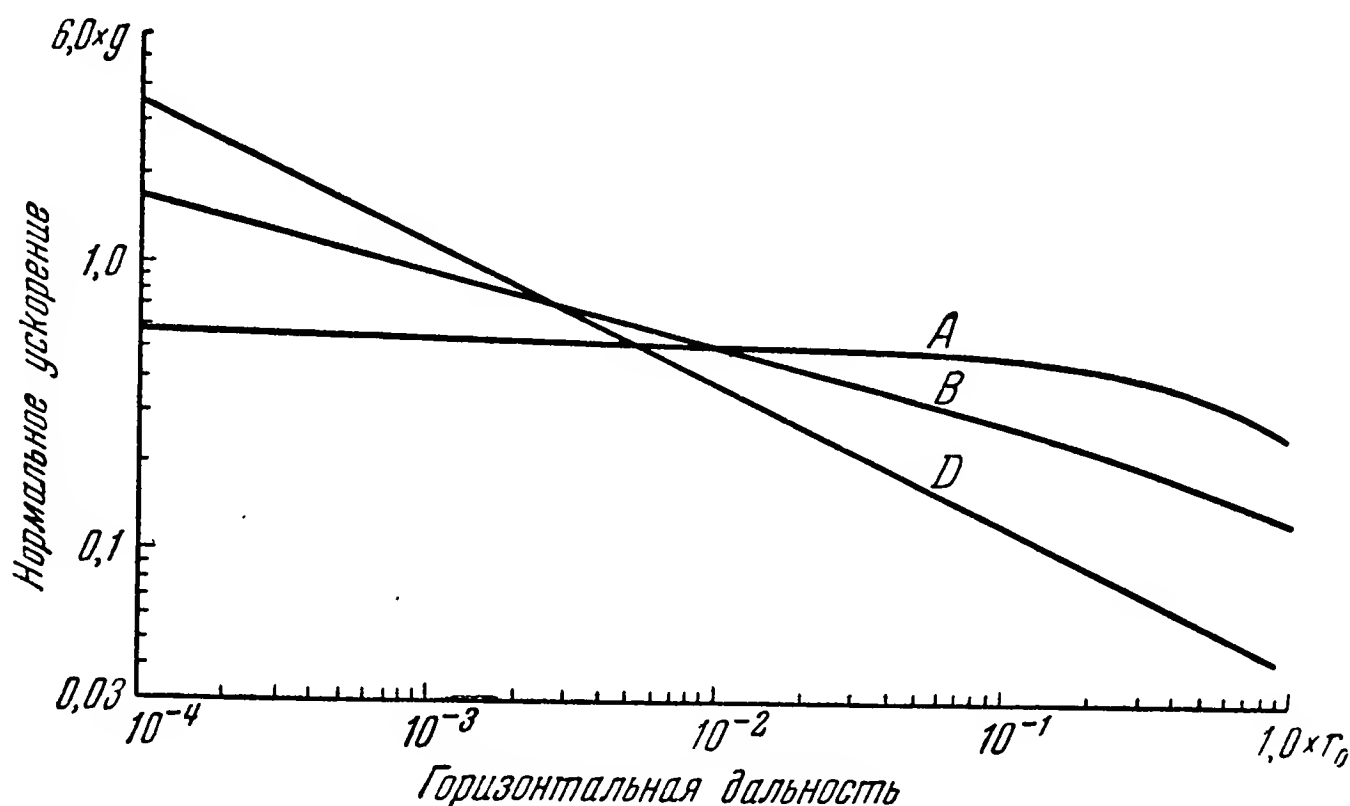


Рис. 12.25. Нормальное ускорение при пропорциональном сближении;  $\varphi = 60^\circ$ ,  $p = 2$  ( $\gamma_0 = 0$  для траектории A,  $\gamma_0 = 13^\circ$  — для B и  $\gamma_0 = 3^\circ$  — для D).

Спектр угловой скорости можно получить, как указано выше. Нормальное ускорение при пропорциональном сближении. Нормальное ускорение будет:

$$A_M = |V_M \dot{\varphi}_M| = |2 V_M \dot{\gamma}|. \quad (12.131)$$

Ускорение остается конечным, если  $p \cos \alpha_0 \geq -1$ . На рис. 12.25 показаны кривые нормального ускорения для траекторий, приведенных на рис. 12.24. При этом предположено, что скорость цели соответствует  $M = 1$  на высоте 30 000 футов.

<sup>1)</sup> См. стр. 15—17 работы, цит. на стр. 515.

## ГЛАВА 13

### ПРЕДСТАРТОВЫЙ ПЕРИОД И СТАРТ

Задачей настоящей главы является рассмотрение требований к управляющему оборудованию, предъявляемых на передовой позиции в течение предстартового периода, а также проблем, связанных с управлением на стартовом этапе полета. В качестве предстартовых операций мы здесь рассматриваем эксплуатацию и проверку управляющей аппаратуры, начиная с момента, когда снаряд доставлен в подразделение, которое в дальнейшем будет использовать снаряд, и до момента, когда снаряд установлен на стартовое приспособление и подготовлен к выстрелу. Стартовый этап был определен выше как часть полета снаряда между выстрелом и тем моментом, когда снаряд набрал скорость, достаточную для нормального управления. Если в течение стартового этапа используется отдельная система управления, то мы будем называть этот этап *вводом в режим сближения*.

Ввод, таким образом, есть участок полета снаряда между собственно стартом и началом сближения, когда снаряд уже полностью находится под действием основной системы управления. Чтобы рассмотреть различные классы снарядов с точки зрения стартового этапа, мы используем системы управления и гипотетические снаряды, с которыми мы уже имели дело в главе 8.

#### 13.1. Общие соображения о предстартовых операциях

Предположим, что управляемый снаряд вместе с системой управления и необходимыми запасными частями уже доставлен в то подразделение, которое будет его использовать, но еще запакован. Таким подразделением может быть корабль в случае морского снаряда класса поверхность — поверхность, или аэродром на театре военных действий в случае авиационных снарядов класса воздух — поверхность или воздух — воздух, или войсковое подразделение в случае армейского снаряда класса поверхность — поверхность. После доставки снаряда можно ожидать такую последовательность операций:

а) Хранение в данном подразделении. Снаряд доставляется в подразделение из некоторого передового склада. После



приемки снаряда нужно будет его хранить; продолжительность этого предварительного хранения зависит от обычной или ожидаемой тактической обстановки.

б) **Испытание.** Снаряд необходимо распаковать и испытать с целью быть уверенным в его готовности к использованию. Испытание должно включать в себя проверку работы системы управления, определение критических частот и т. п. и имеет целью убедиться в пригодности снаряда для работы совместно именно с той управляющей аппаратурой, которой располагает данное подразделение. Сами испытания и испытательные установки должны быть возможно более простыми и предназначенными для выяснения только следующих двух вопросов: находится ли снаряд в рабочем состоянии и готов ли он для работы именно с данной управляющей аппаратурой. Чтобы обеспечить максимальное использование снаряжения, доставленного на передовые позиции, необходимо предусмотреть сменные (или запасные) части, которыми можно было бы заменить неисправные элементы, конечно, в пределах возможностей данного подразделения. Следует ожидать, что замены будут ограничены целыми блоками, а испытания — проверками типа «проходит» и «не проходит».

в) **Хранение готовых снарядов.** После проверки снаряд должен быть помещен в склад готовых снарядов, расположенный вблизи от стартовой установки или в таком месте, откуда он может быть доставлен к ней при помощи имеющегося в подразделении транспортного оборудования. Предварительное хранение, испытание и хранение готовых снарядов могут быть сосредоточены в одном месте и представлять собой одну общую операцию, если это оправдывается обстановкой.

г) **Транспортировка и установка.** Эти операции состоят в транспортировке снаряда из склада и в установке его на стартовом приспособлении. Транспортное оборудование должно быть согласовано со снарядом, условиями хранения и стартовой установкой. Когда по свойствам тактического применения требуется быстрая установка, транспортное и установочное оборудование должно быть в значительной степени автоматизировано.

д) **Предстартовые проверки.** Когда снаряд установлен на стартовом приспособлении, необходимо убедиться в том, что как он сам, так и вспомогательное оборудование готовы к использованию. Сюда может быть включена и проверка безопасности персонала в случае отказа при старте. Степень подробности окончательной проверки зависит отчасти от риска, связанного с отказом той или иной детали, отчасти от стоимости самого снаряда. Для трансконтинентального снаряда окончательная проверка должна быть особенно подробной и тщательной. Для снаряда класса воздух — воздух летчику необходимо лишь убедиться при помощи каких-нибудь простых средств, что снаряд и аппаратура исправны.

е) Стартовые приспособления. Стартовые приспособления должны быть спроектированы в соответствии с тактическим применением, стартовыми свойствами снаряда и требованиями системы управления. Когда снаряд поставлен на стартовую установку, его оборудование должно находиться под током еще до момента старта с таким расчетом, чтобы был обеспечен прогрев аппаратуры. Источник тока должен находиться вне снаряда; этот источник должен быть пригоден для использования также и при проверке снаряда.

### 13.2. Предстартовые операции и управляющая аппаратура

Проектирование эксплуатационного и стартового оборудования будет подробно рассмотрено в одном из последующих томов этой серии. Только что приведенный обзор предстартовых операций показывает, что проектировщик системы управления имеет здесь две главные задачи: а) испытание управляющей аппаратуры до передачи снаряда на склад готового снаряжения, б) предстартовая проверка управляющей аппаратуры непосредственно перед выстрелом, когда снаряд находится уже на стартовой установке.

а) Испытания. Степень подробности испытаний управляющей аппаратуры перед передачей снаряда на склад готового снаряжения зависит от стоимости снаряда и места расположения тактического подразделения.

Если, например, мы рассматриваем межконтинентальный снаряд (глава 8, случай первый), то каждый элемент системы, важный с точки зрения окончательного результата, должен непрерывно испытываться вплоть до момента готовности к полету. Вследствие непрерывной проверки элементы системы должны выдерживать много часов работы до полета без вреда для результатов самого полета. Это вызывает необходимость очень тщательного контроля качества и подчеркивает необходимость обеспечения надежности элементов системы: Для снарядов этого типа трудно отделить испытания от предстартовой проверки. В качестве примера средств, которые могут быть использованы для испытаний аппаратуры такого снаряда, можно привести моделирующую установку, на которой смонтировано настоящее оборудование снаряда, чтобы испытать его (и, если нужно, повторять испытание) при точном воспроизведении условий боевого полета. Использование моделирующей установки в этом случае аналогично применению в течение второй мировой войны подобных же устройств для обучения летчиков приемам воздушной навигации в тяжелых условиях. Таким же образом можно полностью воспроизвести обстановку боевого полета снаряда и изучить поведение системы управления в этих условиях. Конструкция испытательной установки самым тесным образом связана с системой управления, поэтому конструктор системы управления должен непосредственно участвовать в разработке испытательного оборудования,

При переходе к снарядам меньшей стоимости, а также по мере увеличения расстояния между заводами-изготовителями и подразделениями, использующими снаряды, испытания системы управления должны упрощаться. Испытания должны определять степень готовности различных частей снаряда: характеристики рулевых машинок, частотные характеристики многих контуров управления, исправность бортовой аппаратуры снаряда и ее согласованность с внешними элементами системы управления. Испытания должны быть просты, но способны четко и быстро определять неисправности бортовой аппаратуры. Имеется прямая зависимость между простотой и эффективностью испытаний, с одной стороны, и вероятной надежностью снаряда в действительных условиях, — с другой. Простота испытаний определяет продолжительность обучения, необходимую для того, чтобы получить работоспособный состав эксплуатационников.

Испытания должны быть в основном типа «проходит» и «не проходит». Если обнаружен дефект, то замена должна производиться целыми блоками или узлами, которые должны иметься в качестве запасных частей. Снятая аппаратура должна быть возвращена в место хранения для ремонта с помощью более квалифицированных специалистов. Конструктор системы управления должен быть готов вести разработку сам или, по крайней мере, поставить требования на испытательные установки, которые будут применяться в тактических подразделениях. В течение периода разработки управляющей аппаратуры необходимо собирать статистические материалы, которые позволили бы предсказать как необходимое количество запасных частей, так и номенклатуру блоков наиболее часто нуждающихся в замене.

б) Предстартовая проверка. Предстартовая проверка должна лишь показать, что система работает и готова к выстрелу. Проверка всегда может быть более тщательной при наступательном снаряде, чем при оборонительном. При использовании наступательного снаряда (например, классов поверхность — поверхность или воздух — поверхность) время старта может быть заранее точно назначено. В случае оборонительного снаряда (например, класса поверхность — воздух или воздух — воздух) он должен быть всегда готов к действию, а интервал между отдельными выстрелами или залпами не всегда зависит от обороняющегося.

Конструктор системы управления должен указать типы проверок, которые полностью определяют работоспособность управляющей аппаратуры. Количество проверок должно быть сведено к минимуму; лучше всего, если они выполняются автоматически, а их результаты фиксируются каким-либо простым средством вроде загорающих лампочек, видимых для офицеров, ведущих огонь. Конкретные способы, при помощи которых определяется работоспособность системы, зависят от ее устройства.

Если речь идет об оборонительном снаряде, отказ на стартовом устройстве во время нападения врага влечет за собой необходимость

немедленно освободить стартовое устройство, если это вообще возможно. Поэтому необходимо произвести выстрел, даже если предстартовая проверка показала, что полет снаряда не будет нормальным. В случае наступательного снаряда выстрел следует отложить до устранения неисправности. В этом последнем случае снаряд может быть снят со стартовой установки.

### 13.3. Общие соображения о старте

В одном из последующих томов этой серии проблема старта разобрана подробно. Однако конструктор системы управления должен быть знаком с такими аспектами этой проблемы, которые непосредственно влияют на его работу. С целью такого ознакомления мы предположим, что управляемый снаряд находится уже на стартовой установке, что все предстартовые проверки уже проведены и что снаряд готов к выстрелу. Далее мы предположим, что цель захвачена и что часть системы управления, находящаяся вне снаряда, уже работает. Мы рассмотрим следующие главные вопросы:

а) **Выстрел.** Выстрел может быть произведен либо человеком, либо автоматически при помощи счетно-решающего устройства или другого приспособления. Физически акт выстрела состоит в том, что замыкается некоторый контакт, который запитывает цепь зажигания двигателя. Часто рассматривают выстрел как часть общей проблемы управления. Акт выстрела включает в работу много различных устройств, среди которых находятся: 1) маршевый двигатель и (или) стартовый ускоритель, 2) бортовые источники питания электрических цепей, 3) источники питания рулевых машинок, 4) гироскопические стабилизаторы. Бортовая аппаратура системы управления может как быть, так и не быть включенной до выстрела в зависимости от свойств системы. Тем не менее, бортовые источники питания должны быть введены в действие одновременно с выстрелом; в некоторых случаях рули должны быть фиксированы, пока не закончится этап старта, чтобы избежать большого рассеивания.

б) **Ускоритель.** Когда для сообщения снаряду необходимого начального импульса используется ускоритель, то последний обычно отделяется от снаряда сразу после выгорания топлива. Аэродинамические характеристики системы снаряд — ускоритель и одного снаряда очень сильно отличаются друг от друга. Сбрасываемый ускоритель при своем падении может причинить повреждения, поэтому применение сбрасываемых ускорителей ограничивается такой тактической обстановкой, когда это не вызывает большого риска.

в) **Отделение ускорителя.** Отделение ускорителя обычно осуществляется при помощи маршевого двигателя. Когда этот последний включается, он давит на ускоритель и отделяет его.



Отделение ускорителя должно иметь место раньше начала управления в режиме сближения вследствие того, что характеристики снаряда до и после отделения ускорителя существенно различны.

г) Электрические источники энергии. В течение полета снаряд должен обладать бортовым источником электрической энергии. Этот источник должен: 1) допускать хранение годами и оставаться при этом в состоянии непрерывной готовности; 2) допускать проверку перед стартом с целью убедиться в том, что он сможет начать работать в нужное время и должным образом; 3) обеспечивать включение в работу без скачка напряжения в ту или иную сторону по сравнению с включенным до этого внешним источником питания.

д) Гидравлические или пневматические источники питания. Во многих снарядах в качестве рулевых машинок применяются гидравлические или пневматические устройства. Соответствующие источники питания должны допускать хранение под высоким давлением и предстартовую проверку достаточности их запаса энергии. При включении этих источников питания в момент выстрела не должно появляться нежелательных переходных процессов или толчков.

е) Включение системы управления. В одних случаях бортовая аппаратура управления включается перед стартом, в других — после старта. Вследствие возмущений, которые могут быть вызваны стартовыми перегрузками и включением бортовых источников питания, команды от системы управления не подаются в течение некоторого промежутка времени после выстрела; обычно они начинаются после отделения ускорителя. Если требуется специальная система управления при старте, то она может быть полностью независима от системы управления при сближении, вплоть до отдельных источников питания, рулевых машинок и, возможно, даже отдельных рулей, если задачи управления при старте и сближении очень сильно отличаются друг от друга.

ж) Траектории при старте. Когда выстрел происходит с неподвижной стартовой установки, траектория снаряда определяется силой тяжести, силой тяги двигателя, аэродинамическими силами и в течение некоторого времени стартовой направляющей, если она имеется. Рули снаряда проектируются с таким расчетом, чтобы снаряд обеспечивал отклик заданного типа после достижения им заданной скорости. Пока снаряд еще не имеет этой скорости, необходимой для нормального управления, предсказание его траектории есть чисто статистическая задача. Чтобы такое статистическое предсказание было возможным, необходимо обеспечить контроль за качеством производства корпуса снаряда и двигателя. Если снаряд стартует с быстро движущегося самолета вперед, он сразу приобретает скорость самолета и может значительно скорее достичь скорости, на которой возможно нормальное управление. Во всех

случаях следует стремиться достигнуть нужной скорости как можно быстрее. Следует отметить, что траектория снаряда до начала управления индивидуальна для каждого экземпляра снаряда и стартового приспособления.

з) **Рассеивание при старте.** Никакие два снаряда и характеристики их двигателей не могут быть сделаны совершенно одинаковыми. Если произвести серию выстрелов и вычертить траектории, то окажется, что они будут определенным образом распределены относительно некоторой средней траектории. Если не принимать во внимание влияние таких внешних воздействий, как ветер, то это распределение будет нормальным (гауссовым). Средняя траектория используется для предсказания вероятной траектории каждого отдельного снаряда.

Большинство систем управления требует известного ограничения рассеивания, так как в противном случае снаряд может не быть захвачен системой управления. В отдельных случаях, например при наведении по лучу, рассеивание должно быть очень малым, чтобы достаточно большой процент снарядов мог быть захвачен лучом радиолокатора. Минимальный угол, под которым снаряд стартует, должен быть все же достаточно велик, чтобы вероятность удара снаряда о землю была малой.

и) **Переходные процессы при старте.** К моменту начала сближения, т. е. после конца этапа старта, снаряд имеет наибольшую ошибку за все время полета. После начала работы системы управления может появиться очень значительный переходный процесс, являющийся следствием коррекции ошибки со стороны системы управления. Если воспользоваться частотными понятиями, наибольшие требования к ширине полосы системы появляются в результате рассеивания при старте. Быстрота, с которой стартовая ошибка может быть скорректирована, обычно является главным фактором, определяющим минимальную дальность действия управляемого снаряда.

### 13.4. Старт снаряда класса поверхность — поверхность

**Случай первый.** В этом случае (см. гл. 8) межконтинентальный снаряд с максимальной дальностью действия 3000 миль ( $\approx 5550$  км) наводится при помощи комбинированной астрономической и инерционной системы управления. Снаряд по своему типу ближе к самолету, чем к баллистическому снаряду. В этом случае при старте интересны с точки зрения конструктора системы управления две главные проблемы: а) способ взлета и б) стартовая система управления.

Снаряд может взлететь при помощи разбега по земле наподобие обычного самолета; его можно катапультировать, т. е. разогнать на короткой направляющей; можно применить ускоритель и заставить



снаряд взлетать под любым углом к горизонту вплоть до вертикали, сбрасывая ускоритель после того, как он израсходовал все свое топливо. Если снаряд взлетает наподобие обыкновенного самолета, то должна быть подготовлена взлетная дорожка, а на снаряде должен находиться запас топлива, достаточный и для старта и для боевого полета. Постройка взлетной дорожки в местностях, выдвинутых к противнику, требует затраты значительного количества человеческого труда; ее легко обнаружить с воздуха; она представляет собой большую цель для нападений врага. По сравнению со взлетной дорожкой размер катапульты невелик. К концу катапультирования снаряд приобретает скорость, достаточную для полета, однако количество сообщенной ему энергии ограничено параметрами катапульты. При этом для окружающего населения не существует опасности от падающего ускорителя; катапульту можно использовать многократно; рассеивание может быть в значительной степени ограничено. Зато ускоритель может иметь бóльший запас энергии, чем катапульта. Кроме того, можно попытаться найти ускоритель после старта и использовать его повторно; однако мало вероятно, чтобы в боевой обстановке это удавалось.

Только после того, когда выбран метод старта, возможно действительное проектирование стартовой системы управления. Выше было указано, что инерционная система счисления может быть приспособлена и к стартовым условиям. Назначение стартовой системы управления состоит в выводе снаряда на прямолинейный горизонтальный полет на заданной высоте, обеспечивая при этом функции памяти, чтобы система астрономической навигации имела возможность захватить надлежащие звезды, несмотря на ускорения при старте. Если снаряд стартует вертикально или близко к этому, как было у немецких снарядов, его можно повернуть в полете при помощи гироскопа, который прецессирует таким образом, чтобы в течение стартового этапа полета вывести снаряд на верное направление. Прецессия задается как функция времени. При этом инерционные элементы системы счисления интегрируют движение снаряда, тем самым осуществляя функции памяти для астрономической системы. Инерционные системы будут рассмотрены в главе 16.

### 13.5. Старт снаряда класса поверхность — воздух

Случай второй. Этот случай относится к корабельному снаряду класса поверхность — воздух, использующему систему наведения по лучу. Этот случай требует, чтобы снаряд вошел в луч радиолокатора и был захвачен им, а затем шел вдоль луча до взрыва у цели. Задача конструктора системы управления состоит в определении, можно ли быть уверенным в том, что снаряд, стартовавший с палубы корабля, войдет в луч в конце этапа старта. Если

при старте рассеивание снарядов велико, может оказаться необходимой некоторая отдельная система управления при старте.

На рис. 13.1 изображены некоторые элементы проблемы захвата. На рис. 13.1, а показан луч радиолокатора, сопровождающего цель. Объем вокруг оси этого луча изображает область, в которой снаряд может быть захвачен лучом. Если траектория снаряда в начале работы системы управления окажется вне этой области, то снаряд

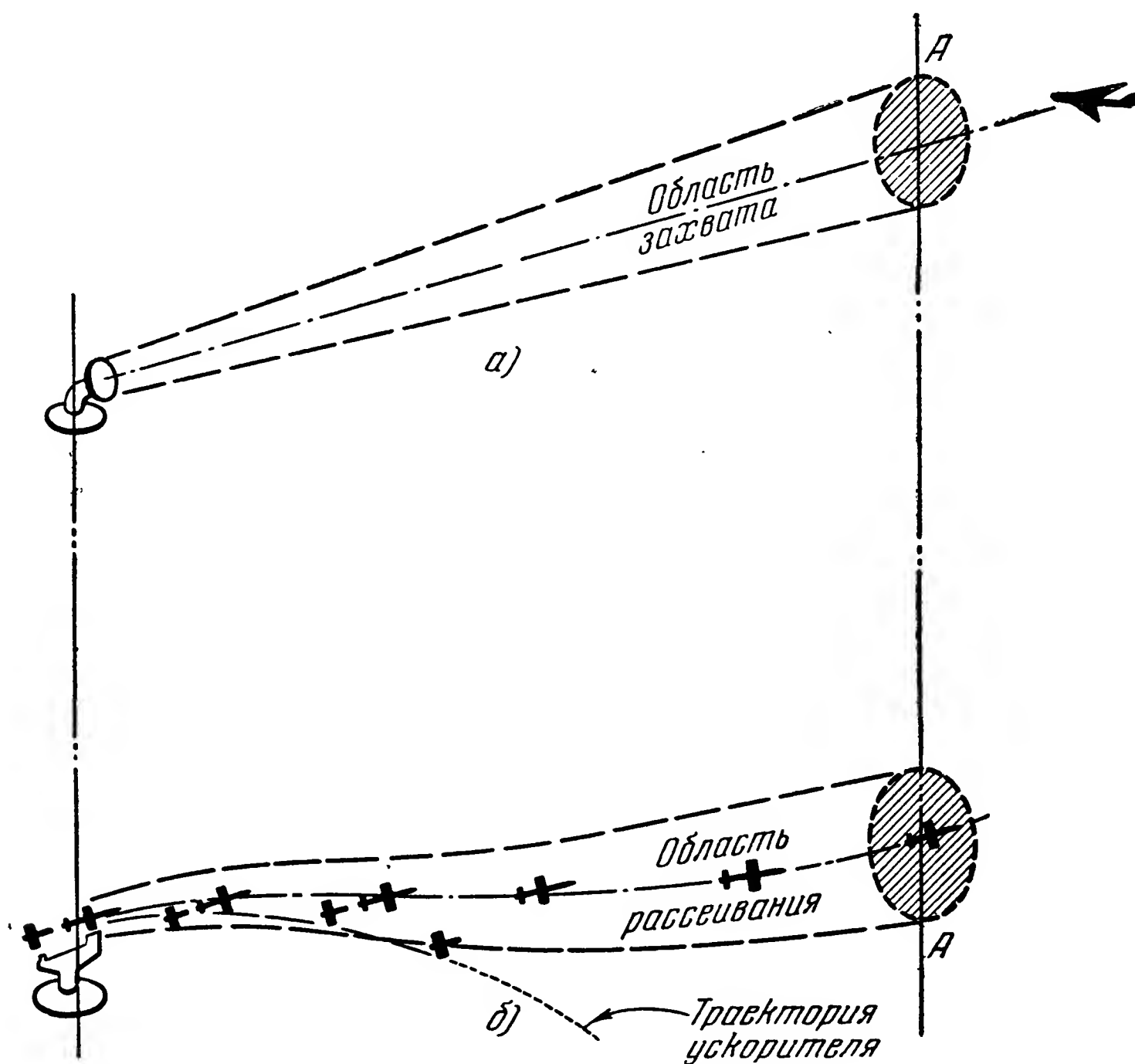


Рис. 13.1. Захват снаряда.

будет потерян. На рис. 13.1, б изображена средняя траектория снаряда при старте. Мы предположим, что объем, окружающий эту траекторию, представляет собой область, внутри которой находятся траектории 99% стартовавших снарядов. Тогда при статических условиях мы можем предположить, что если заштрихованные области равновелики и совпадают на некоторой дальности А — А, то 99% снарядов будут захвачены лучом.

Однако, условия входа в луч не являются статическими. Цель движется, и необходимо предсказывать ее будущее положение. Снаряды выстреливаются под некоторым углом упреждения относительно линии визирования цели с таким расчетом, чтобы они оказались внутри луча к моменту начала работы системы управления. Это

в основном та же самая баллистическая задача, с которой мы встречаемся при управлении огнем. Методы расчетов, применяемые в течение баллистического периода полета управляемого снаряда, ничем не отличаются от методов, применяемых в задаче управления огнем; последние могут быть непосредственно применены и в задаче старта управляемого снаряда. Конечно, необходимы поправки на движение корабля, ветер и т. п.

Единственный путь определения траектории снаряда при старте — это эксперимент. Путем эксперимента должны быть собраны статистические данные о поведении снаряда при старте с тем, чтобы можно было предсказывать его положение для различных моментов

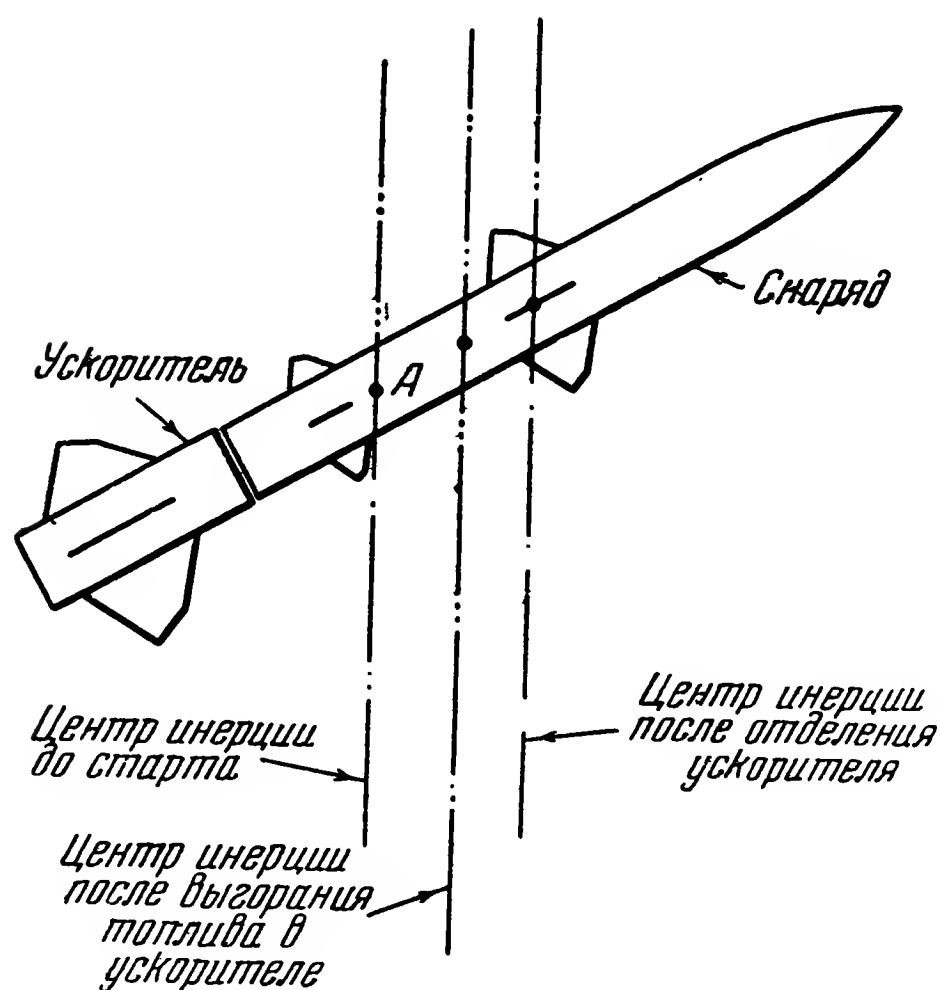


Рис. 13.2. Изменения положения центра инерции в течение стартового этапа полета.

полета и таким путем осуществлять встречу снаряда с управляющим лучом. Вероятность захвата прямо входит в вероятную эффективность всего комплекса управляемого снаряда, так что если статистика не дает возможности надежно предсказывать поведение снаряда, то необходимо применить какие-либо вспомогательные средства обеспечения захвата снаряда лучом. Однако нужно приложить все усилия, чтобы избежать применения специальной системы управления при старте; это желательно с точки зрения простоты и дешевизны системы.

Такое требование может вызывать необходимость в точном изготовлении всех деталей, которые сильнее всего влияют на баллистику снаряда. Значительно дешевле разрешить стартовую проблему путем контроля за качеством производства, чем путем исправления недостатков производства при помощи добавлений, усложняющих систему управления.

Некоторые вопросы, связанные с управлением при старте, можно усмотреть из рис. 13.2. На этом рисунке показан снаряд с ускорителем, который должен отделиться в полете. Мы видим, что центр инерции системы снаряд — ускоритель, находящейся еще на стартовой установке, лежит в точке А. В течение этапа старта вес ускорителя уменьшается вследствие выгорания топлива; при этом центр инерции смещается вперед. Когда ускоритель отделяется от снаряда, центр инерции дополнительно смещается вперед и занимает свое нормаль-

ное положение. Наибольшее смещение центра инерции получается после отделения ускорителя. Вследствие перемещения центра инерции могут измениться эффективность рулей и даже знак аэродинамического момента.

Эффективность рулей может измениться не только от перемещения центра инерции. При старте снаряд проходит через околозвуковую часть полета. Исследование управляемости любого летательного аппарата в околозвуковой зоне затруднительно. Поэтому очень желательно, чтобы рассеивание снаряда и область внутри управляющего луча, в которой снаряд может быть захвачен, были надлежащим образом увязаны между собой и чтобы не возникало необходимости в отдельной системе управления при старте.

### 13.6. Старт снаряда класса воздух — поверхность

Случай третий. В этом случае требуется вход снаряда в луч, который в дальнейшем будет следить за снарядом; управление будет осуществляться при помощи команд. Для этого летчик будет непрерывно следить за целью при помощи оптического приспособления. Радиолокатор здесь не привязан к цели, как в случае наведения по лучу. Статистика поведения снаряда должна быть известна, как и в случае наведения по лучу, однако теперь радиолокатор может работать в режиме автоматического поиска, чтобы обеспечить захват снаряда. Кроме того, на снаряде будет установлен ответчик.

Снаряд — дозвуковой, так что ускоритель не требуется; следовательно, трудностей, связанных с прохождением сквозь околозвуковую зону, здесь нет. Конструктор системы управления должен заботиться о параметрах радиолокатора, сопровождающего снаряд, и должен располагать статистикой поведения снаряда во время стартового этапа полета.

### 13.7. Старт снаряда класса воздух — воздух

Случай четвертый. В этом случае применяется полуактивная система самонаведения. Здесь возможен выбор двух решений: а) летчик самолета-носителя может захватить цель при помощи системы управления еще до старта; б) система управления может быть устроена таким образом, чтобы захват осуществлялся автоматически. Если летчик должен осуществлять захват, то его работа усложняется. Сначала он должен найти цель при помощи самолетной радиолокационной установки и затем, пользуясь уже индикацией радиолокатора системы управления, снова найти и захватить цель. Если одновременно выстреливается больше одного снаряда, задача еще более усложняется вследствие необходимости использования множественной индикации. Если система управления снарядом находит цель автоматически по данным самолетной радиолокационной

установки, то летчику перед выстрелом нужно только знать, что он обнаружил цель.

Когда системе управления снарядом поручено захватывать цель автоматически, существует опасность того, что летчик наметит для атаки одну цель, а система управления захватит другую. Однако, если статистика даст достаточно высокую вероятность захвата именно заданной цели, так что эффективность системы не снижается, следует рассмотреть все возможности осуществления такой системы, так как в случае удачи мы имели бы то преимущество, что летчик был бы разгружен от дополнительной работы в самый ответственный момент, когда он и так должен сосредоточить все свое внимание и ловкость на управлении самолетом.

---

## ГЛАВА 14

### ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СНАРЯДА

Конструктор приборов управления заинтересован в конструкции корпуса снаряда с двух точек зрения. Во-первых, снаряд представляет собой контейнер, внутри которого устанавливается бортовая аппаратура управления. Снаряд диктует внешние условия, в которых работает бортовое оборудование. Весовые и габаритные ограничения для бортовой аппаратуры прямо вытекают из типа и конструкции снаряда. Во-вторых, снаряд в полете есть звено системы управления. Как звено системы управления снаряд имеет сложные, но вполне определенные передаточные характеристики. К снаряду, как конструкции и к снаряду как звену системы управления предъявляются противоречивые требования, нередко требующие компромисса.

Задачей настоящей главы является обзор условий, которые снаряд создает для работы аппаратуры управления, и изучение переходных характеристик снарядов.

#### 14.1. Эксплуатационные условия

Бортовая управляющая аппаратура рассматривается как неотъемлемая часть укомплектованного снаряда. Поэтому аппаратура находится в одинаковых внешних условиях с самим снарядом. С другой стороны, сам снаряд благодаря его движению в пространстве, особенностям конструкции и теплу, выделяемому силовой установкой, создает внутри себя определенные условия, которые должны быть приемлемыми для бортовой аппаратуры.

Внешние условия. Условия, подобные температуре, влажности, атмосферному давлению, степени водонепроницаемости и т. п., на которые должны быть рассчитаны снаряд и бортовая аппаратура, определяются родами войск. Может оказаться необходимым долгое время хранить снаряд или в тропиках, где солнце может поднять температуру металлического тела до точки кипения воды, или, наоборот, в Арктике, где температура значительно ниже нуля. Доставка снарядов на театр военных действий может происходить самыми разнообразными способами, причем во время транспортировки



со снарядами не смогут обращаться слишком бережно и они будут подвергаться многочисленным толчкам. Внешние условия, в которых снаряду придется находиться до момента выстрела, лучше всего могут задать рода войск с их многолетним опытом эксплуатации оружия. Этот опыт выражается в виде эксплуатационно-технических требований, определяющих испытания на внешние условия, которым должно подвергаться все вооружение.

Условия внутри снаряда. Эксплуатационные условия для бортовой аппаратуры управления определяются поведением снаряда в течение различных этапов полета. Так, при старте снаряд подвергается действию значительного ускорения. Если при этом применяется ускоритель, то в момент его отделения могут возникать значительные ударные нагрузки. При маневрировании снаряда могут возникать ускорения, во много раз превосходящие ускорение силы тяжести. Работа двигателя может вызывать вибрацию внутри корпуса снаряда. В некоторых случаях может появиться флаттер крыла, вызывающий дополнительную вибрацию корпуса. Отдельные элементы конструкции различных отсеков снаряда могут обладать весьма различными собственными частотами. Это обстоятельство может стать причиной возникновения сильных внутренних вибраций, даже без того, чтобы в режиме полета снаряда наблюдались какие-либо заметные изменения. Корпус снаряда в полете может деформироваться под действием аэродинамических сил. Все это показывает, что место для приборов, измеряющих элементы движения снаряда, должно быть правильно выбрано, в противном случае результаты измерения могут оказаться неверными.

Все подобные обстоятельства, а также и многие другие должны быть учтены при разработке эксплуатационных требований к бортовой аппаратуре. Единственно возможное средство изучения этих обстоятельств дает статистика результатов измерений, производимых во время полета снарядов. Обычно эти измерения выполняются поставщиком как часть проектных работ по снаряду и управляющей аппаратуре. Полученные таким путем результаты относятся только к данному типу снаряда и их нельзя рассматривать как пригодные во всех других случаях.

В дополнение к толчкам, вибрации и ускорениям, действующим на управляющую аппаратуру, внутренние отсеки снаряда могут подвергаться нагреву от трех перечисленных ниже независимых источников.

а) При полете с большой скоростью поверхность снаряда может сильно нагреваться вследствие трения о воздух. Это может повлиять на обтекатели антенн (если они применяются в системе управления).

б) Двигательная установка является источником больших количеств тепла. Если управляющая аппаратура расположена вокруг или вблизи двигателя, то это может повлиять на рабочую температуру оборудования.

в) Сама управляющая аппаратура также является источником тепла. Количество выделяемого тепла зависит от типа аппаратуры.

Внутренняя температура снаряда, создаваемая этими тремя источниками тепла, должна рассматриваться как одно из дополнительных эксплуатационных условий. Такие дополнительные условия могут быть определены исключительно путем опыта.

Эксплуатационно-технические требования и испытания. В качестве результата исследования эксплуатационных условий для некоторого снаряда поставщик обязан разработать эксплуатационно-технические требования к бортовой аппаратуре и методику соответствующих испытаний. Обычно в этих требованиях содержится некоторый коэффициент безопасности, учитывающий возможность колебаний в производственных допусках. Испытания должны давать возможность полностью убедиться в том, что оборудование в состоянии работать в условиях, имеющихся внутри снаряда. Этот вопрос будет с большей подробностью рассмотрен в главе 15. Конструкцией корпуса снаряда мы будем подробно заниматься в одном из последующих томов этой серии.

#### 14.2. Снаряд как звено в контуре управления

Специалисты по аэродинамике обычно пользуются классической теорией устойчивости. Математические выражения, описывающие элементы движения снаряда и связывающие выход снаряда с его входом, в этой теории являются интегро-дифференциальными уравнениями. Интегро-дифференциальные уравнения трудны для решения; этот метод не оправдывает себя при проектировании следящих систем<sup>1)</sup>. В классических выражениях независимым переменным является время. Как уже было ранее показано, математические выражения, обычно применяемые в теории следящих систем, в качестве независимого переменного используют частоту. Поэтому необходимо от классической теории устойчивости перейти к передаточным функциям или частотным характеристикам. Полное рассмотрение этого вопроса выполнено в прекрасном труде под заглавием «Dynamics of the Airframe»<sup>2)</sup>, написанном группой специалистов фирмы Нортроп (Northrop Aircraft Corporation), которым мы и пользуемся в настоящей главе.

Мы ограничимся рассмотрением четырехкрылого (крестообразного) снаряда, которым требуется управлять по тангажу, рысканью и крену. Поэтому снаряд, как управляемый по различным координатам, входит в качестве звена во многие контуры системы управления.

<sup>1)</sup> См. прим. перев. к § 6.1 и 7.1. (*Прим. перев.*)

<sup>2)</sup> «Dynamics of the Airframe», Bu Aer Report AE-61-411, написанный по договору NOas 51-514 (C). [См. также Ведров В. С. Романов Г. Л. и Сурина В. Н., Самолет как объект регулирования, Министерство авиационной промышленности СССР, Труды № 74, Оборонгиз, 1957. (*Прим. перев.*)]

Мы ограничимся здесь выводом передаточных функций только для движения в вертикальной плоскости. Однако метод, используемый при переходе от классических выражений к передаточным функциям, остается примерно таким же и для других координат.

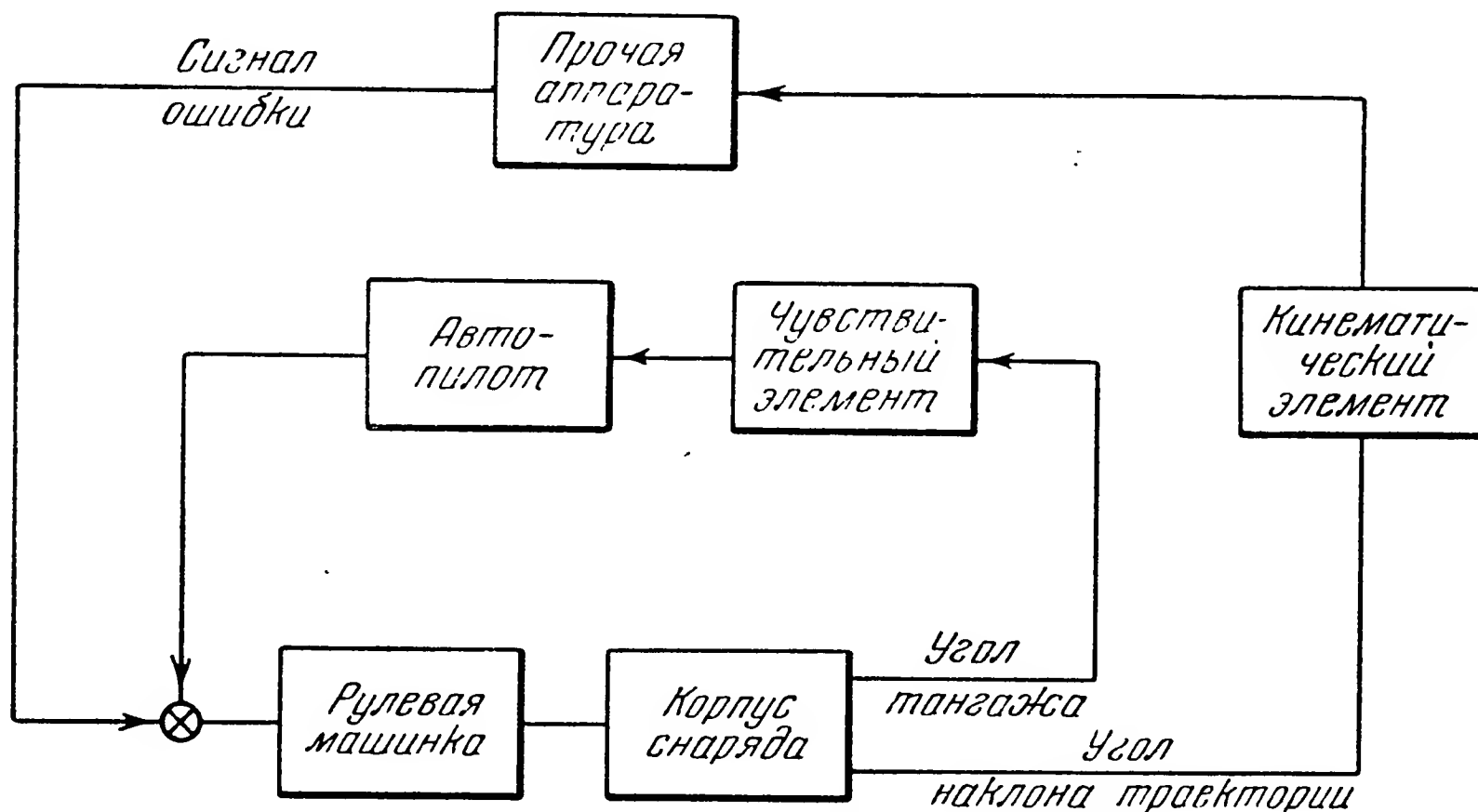


Рис. 14.1. Блок-схема системы управления.

На рис. 14.1 показана упрощенная блок-схема некоторой системы управления углом наклона траектории снаряда. Из нее видно, что необходимо найти более чем одну передаточную функцию для одной координаты, так как используются два выхода снаряда: угол тангажа и угол наклона траектории.

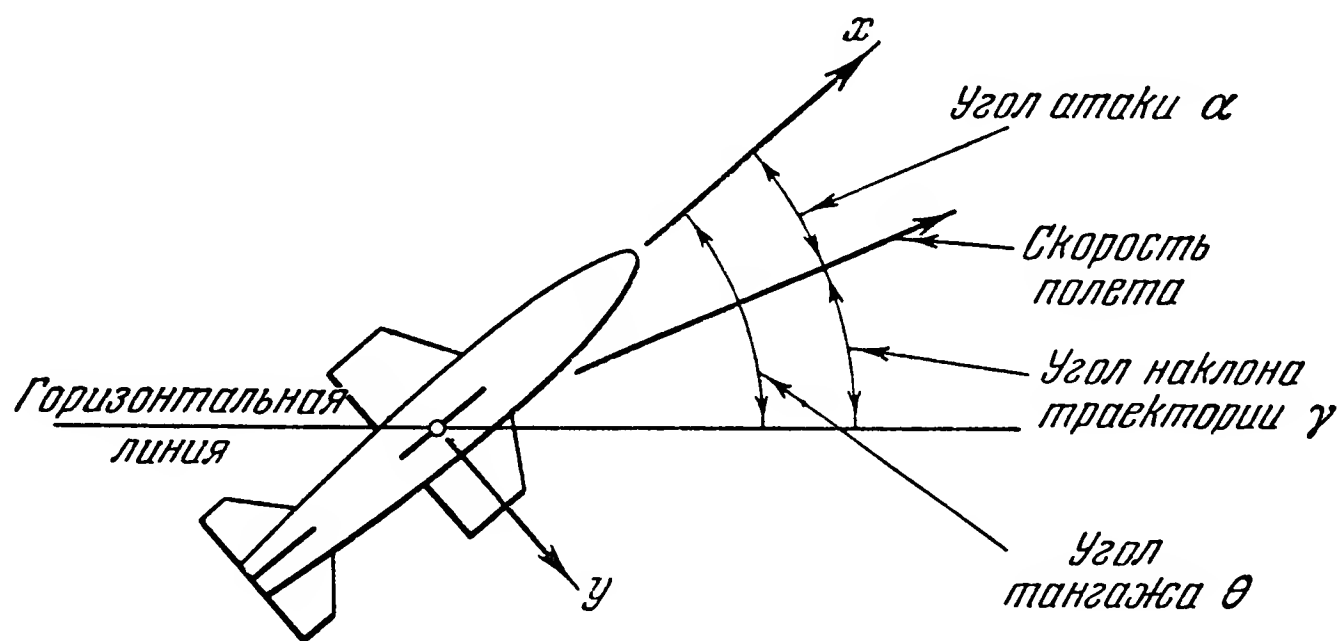


Рис. 14.2. Схема углов в вертикальной плоскости.

На рис. 14.2 показано соотношение между углом тангажа  $\theta$ , углом наклона траектории  $\gamma$  и углом атаки  $\alpha$ . Некоторый прибор на снаряде измеряет угол тангажа и (или) изменения этого угла, т. е. ориентацию снаряда. С другой стороны, интегрирование скорости по времени определяет траекторию снаряда. Движение сна-

ряда, рассматриваемое извне, представляется в виде непрерывного выдерживания снарядом направления траектории и описывается поэтому направлением касательной к траектории. Мы отметили эти обстоятельства, чтобы указать различные типы информации, получаемой при исследовании поведения снаряда: а) от бортовой аппаратуры снаряда, б) извне снаряда.

14.3. Классические выражения

Проектировщик сталкивается с необходимостью найти выражение передаточных характеристик снаряда в форме, пригодной в проектных расчетах. При выводе их из классических выражений мы будем предполагать, что снаряд летит в нормальном режиме; тогда отклонения рулей и угол атаки будут невелики. Если это условие хорошо выдерживается, то подъемная сила пропорциональна углу атаки, а управляющий момент пропорционален отклонению руля.

Первым шагом в исследовании движения снаряда при помощи обычных переходных характеристик являются классические уравнения движения снаряда. Чтобы пользоваться ими, ниже поясняются обозначения НАСА<sup>1)</sup>. На рис. 14.3 показан связанный со снарядом координатный трехгранник, а в следующей таблице приведены различные величины, отнесенные к этому трехграннику.

Оси	Проекции линейной скорости	Проекции угловой скорости	Проекции моментов	Проекции сил	Углы	Проекции момента количества движения	Моменты инерции
$X$	$U$	$P$	$\sum L$	$\sum F_x$	$\varphi$	$h_x$	$I_{xx}$
$Y$	$V$	$Q$	$\sum M$	$\sum F_y$	$\theta$	$h_y$	$I_{yy}$
$Z$	$W$	$R$	$\sum N$	$\sum F_z$	$\psi$	$h_z$	$I_{zz}$

Так как мы предполагаем заниматься движением снаряда в вертикальной плоскости, нас будут интересовать только те уравнения, которые относятся к поступательному движению вдоль осей  $X$  и  $Z$  и к вращению относительно оси  $Y$ . Изучение движений крена и рыскания потребовало бы рассмотрения дополнительных уравнений.

1) НАСА — национальный совещательный комитет по авиации — высший Научно-технический орган США в этой отрасли техники. Более глубокое изложение вопроса читатель найдет в книге: Ведров В. С., Динамическая устойчивость самолета, Оборонгиз, 1938, которая написана в обозначениях НАСА. (Прим. перев.)

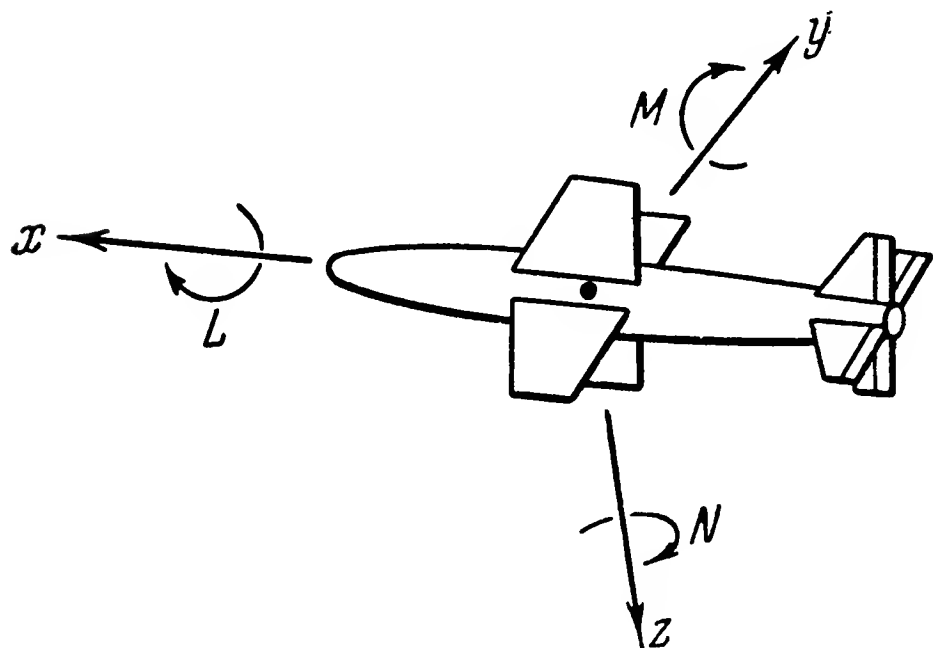
Подъемную силу снаряда обычно выражают следующим образом:

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho S V^2, \quad (14.1)$$

где  $L$  — подъемная сила, или сила, нормальная к вектору скорости,  $\rho$  — плотность воздуха,  $V$  — скорость снаряда относительно воздуха,  $S$  — характеристическая площадь, в данном случае площадь крыла,  $C_L$  — коэффициент подъемной силы — безразмерный параметр, величина которого определяется из продувок в трубе.

Коэффициент подъемной силы изменяется пропорционально углу атаки, причем коэффициент пропорциональности

$$C_{L\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}. \quad (14.2)$$



Подобным же образом коэффициент подъемной силы пропорционален отклонению руля высоты  $\delta_E$ ; коэффициент пропорциональности

$$C_{LE} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta_E}. \quad (14.3)$$

Рис. 14.3. Связанные оси и моменты.

Момент относительно оси  $Y$  выражается следующим образом

$$M = \frac{1}{2} C_M \rho S V^2 c, \quad (14.4)$$

где  $M$  — момент относительно оси,  $C_M$  — коэффициент момента,  $c$  — характеристическая длина, в данном случае хорда крыла.

Коэффициент момента изменяется пропорционально углу атаки, причем коэффициент пропорциональности

$$C_{M\alpha} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha}. \quad (14.5)$$

Подобным же образом коэффициент момента пропорционален отклонению руля высоты; коэффициент пропорциональности

$$C_{M\delta_E} = \frac{\partial C_M}{\partial \delta_E}. \quad (14.6)$$

Кроме того, коэффициент момента пропорционален угловой скорости тангажа, причем коэффициент пропорциональности

$$C_{MQ} = \frac{\partial C_M}{\partial Q}, \quad (14.7)$$

где  $Q$  — угловая скорость тангажа.

#### 14.4. Вывод передаточных функций для движения в вертикальной плоскости

Предположим, что рассматриваемый четырехкрылый снаряд управляется в продольном отношении при помощи некоторой рулевой поверхности или поверхностей. Далее, предположим, что снаряд управляется также в поперечном отношении, так что угол крена всегда удерживается достаточно малым, вследствие чего связь между движением крена и прочими движениями снаряда отсутствует. Наконец, мы предположим, что поступательная скорость снаряда постоянна. Влияние вариаций этой скорости мы рассмотрим ниже<sup>1)</sup>.

Условимся рассматривать четырехкрылый снаряд как систему с одной степенью свободы (см. § 9.5)<sup>2)</sup>. Тогда при сделанных выше предположениях упрощенное уравнение движения снаряда в вертикальной плоскости может быть написано следующим образом:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + c' \frac{d\theta}{dt} + k\theta = \text{сумме аэродинамических моментов.} \quad (14.8)$$

Если снаряд не должен выдерживать определенный угол тангажа, член  $k\theta$  может быть отброшен. Постоянная затухания  $c'$  есть

$$c' = -\frac{1}{2} C_{MQ\rho} S V^2 c,$$

поскольку этот член учитывает сопротивление снаряда вращательному движению. Аэродинамические моменты зависят главным образом от угла атаки и отклонения руля высоты. Вследствие этого уравнение (14.8) может быть переписано следующим образом:

$$I_{yy} \frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{1}{2} C_{MQ\rho} S V^2 c \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{2} C_{M\alpha\rho} S V^2 c - \frac{1}{2} C_{M\delta_E \delta_E \rho} S V^2 c = 0. \quad (14.9)$$

Это уравнение можно написать в операторной форме ( $s = \frac{d}{dt} = j\omega$ ):

$$s^2\theta \cdot I_{yy} - s\theta \cdot \frac{1}{2} C_{MQ\rho} S V^2 c - \frac{1}{2} C_{M\alpha\rho} S V^2 c - \frac{1}{2} C_{M\delta_E \delta_E \rho} S V^2 c = 0. \quad (14.10)$$

<sup>1)</sup> В действительности эта скорость меняется от нуля (старт) или от того значения, которое она получила от действия ускорителя, до максимальной скорости снаряда, скажем до 1500 м/сек (V-2). В других случаях она значительно уменьшается в течение полета (см., например, снаряд, разобранный в § 8.5). Эти изменения не входят в понятие вариаций скорости. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> В действительности снаряд, движущийся в вертикальной плоскости, есть система с тремя степенями свободы. Таким образом, отбрасываются два дифференциальных уравнения второго порядка. (Прим. перев.)



Суммирование сил, действующих перпендикулярно к скорости, дает <sup>1)</sup>:

$$ma - \frac{1}{2} C_{L\alpha} \alpha \rho S V^2 - \frac{1}{2} C_{L\delta_E} \delta_E \rho S V^2 = 0, \quad (14.11)$$

где  $m$  — масса снаряда,  $a$  — нормальное ускорение.

Вспоминая, что  $\alpha = \theta - \gamma$  (см. рис. 14.2) и вводя обозначения

$$\omega_1^2 = \frac{\rho S V^2 c}{2 I_{yy}},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{C_{M\dot{Q}}},$$

$$\omega_3 = \frac{\rho S V}{2m},$$

мы можем уравнения (14.10) и (14.11) представить в следующем более удобном виде <sup>2)</sup>:

$$\frac{s^2}{\omega_1^2} \theta - \frac{s}{\omega_2} \theta - C_{M\alpha} \alpha - C_{M\delta_E} \cdot \delta_E = 0, \quad (14.12)$$

$$\frac{s}{\omega_3} \gamma - C_{L\alpha} \cdot \alpha - C_{L\delta_E} \cdot \delta_E = 0. \quad (14.13)$$

Отклик угла тангажа. Чтобы найти передаточную функцию, нужно определить отношение выхода — угла тангажа  $\theta$  — ко входу — углу отклонения руля  $\delta_E$ . Для упрощения записи введем следующие обозначения:

$$\omega_4 = - \frac{\omega_3 K_1}{C_{M\delta_E}},$$

$$K_1 = C_{M\alpha} C_{L\delta_E} - C_{M\delta_E} C_{L\alpha},$$

$$K_2 = \frac{K_1}{\left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right) C_{L\alpha} + C_{M\alpha}},$$

$$A = - \frac{1}{\omega_1^2 \left[ \frac{\omega_3}{\omega_2} C_{L\alpha} + C_{M\alpha} \right]},$$

$$B = \frac{1}{\left[ \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right) C_{L\alpha} + C_{M\alpha} \right]} \left( \frac{1}{\omega_2} - \frac{\omega_3}{\omega_1^2} C_{L\alpha} \right).$$

Тогда получим:

$$\frac{\text{выход}}{\text{вход}} = \frac{\theta}{\delta_E} = \left( \frac{1}{As^2 + Bs + 1} \right) \left( \frac{\omega_4 + s}{\omega_4} \right) \left( \frac{K_2 \omega_3}{s} \right). \quad (14.14)$$

<sup>1)</sup> В этом уравнении отброшен член, зависящий от веса снаряда, который на активном участке, как и первый член, зависит от времени явно. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> Величины  $\omega_1$  и  $\omega_3$  на активном участке явно зависят от времени (через  $I_{yy}$  и  $m$ ). (Прим. перев.)

Это и есть передаточная функция четырехкрылого снаряда при движении в вертикальной плоскости. Она представляет собой отклик снаряда на отклонение руля; этот отклик может быть измерен прецессионным гироскопом.

С выражением типа

$$\frac{1}{As^2 + Bs + 1} \quad (14.15)$$

мы уже встречались выше (см. § 7.6, рис. 7.25, а). В логарифмическом масштабе наклон асимптотического отрезка равен нулю до резонансной

частоты  $\sqrt{\frac{1}{A}}$ , а затем наклон становится равным  $-2$ , как показано на рис. 14.4. Там же приведена соответствующая фазовая характеристика. Резонансный пик имеет величину  $\sqrt{\frac{A}{B}}$ . Коэффициент затухания  $\xi$  имеет вид

$$\xi = \frac{B}{2\sqrt{A}}. \quad (14.16)$$

Выражение

$$\frac{\omega_4 + s}{\omega_4} \quad (14.17)$$

аналогично передаточной функции фильтра верхних частот, рассмотренного в главе 7. Его асимптотическая и фазовая характеристики приведены на рис. 14.5.

Последний сомножитель в выражении (14.14)

$$\frac{K_2\omega_3}{s} \quad (14.18)$$

есть простой интегратор, асимптотическая характеристика которого имеет наклон  $-1$  и пересекает линию  $0$  дб в точке  $K_2\omega_3$ , как показано на рис. 14.6. Там же приведена и соответствующая фазовая характеристика.

Отклик угла тангажа на отклонение руля важен при проектировании автопилота, в котором угол тангажа снаряда измеряется при помощи бортовой аппаратуры, например при помощи прецессионного гироскопа. Измерением угла тангажа можно воспользоваться, чтобы получить от снаряда желаемые продольные характеристики, несмотря на изменения внешних условий. Пример стабилизации при помощи автопилота приведен в главе 18.

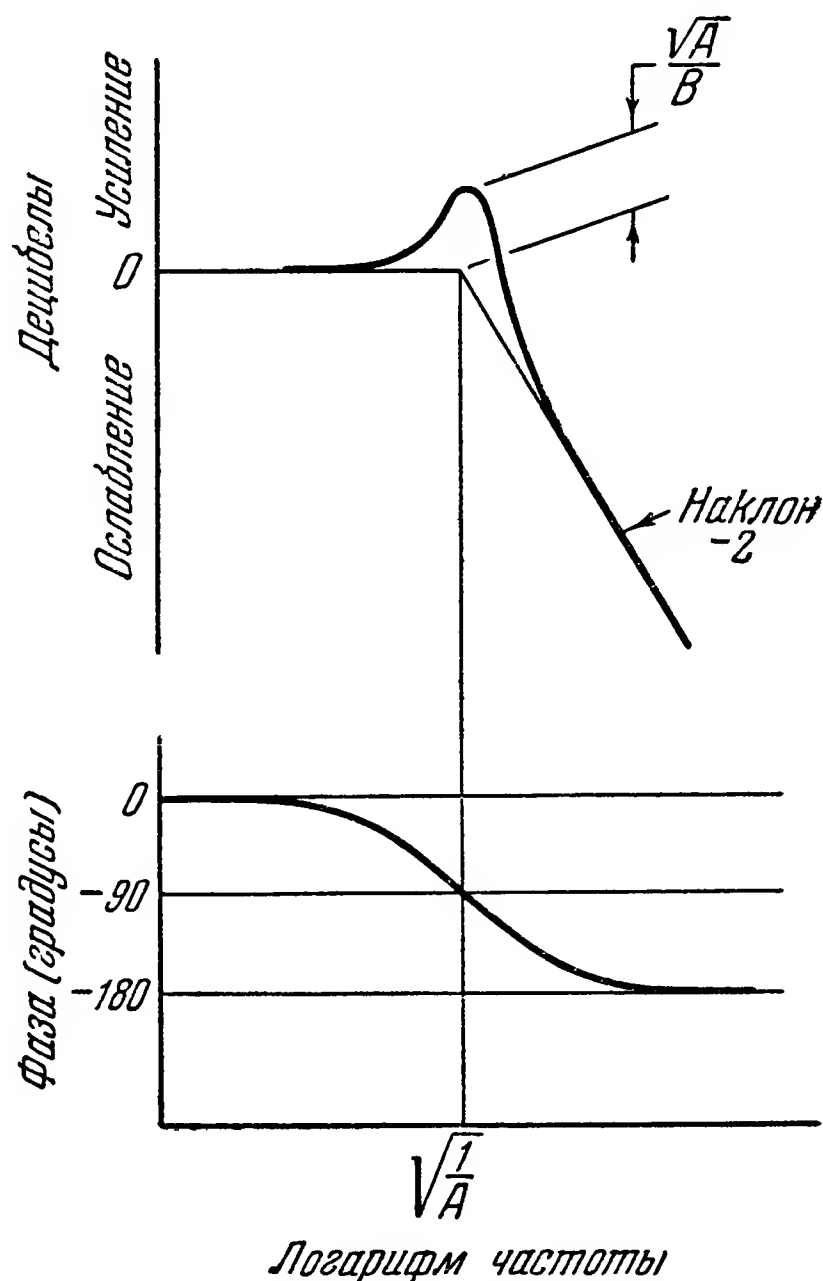


Рис. 14.4. Характеристики сомножителя  $\frac{1}{As^2 + Bs + 1}$ .

Отклик угла наклона траектории. Столь же важным при проектировании системы управления является отклик угла наклона траектории на отклонение руля высоты  $\delta_E$ . Интегрируя скорость по времени, мы получаем траекторию. В некоторых системах управления измеряется отклонение снаряда от желаемой траектории и результат измерения применяется в качестве управляющего сигнала для того, чтобы исправить траекторию снаряда. Если мы введем обозначения

$$H = -\frac{C_{L\delta_E}}{\omega_1^2 K_1},$$

$$D = \frac{C_{L\delta_E}}{\omega_2 K_1}$$

и найдем из (14.12) и (14.13) отношение  $\frac{\gamma}{\delta_E}$ , то получим:

$$\frac{\text{ВЫХОД}}{\text{ВХОД}} = \frac{\gamma}{\delta_E} = \left( \frac{1}{As^2 + Bs + 1} \right) \left( \frac{K_2 \omega_3}{s} \right) (Hs^2 + Ds + 1). \quad (14.19)$$

Первые два сомножителя в правой части уравнения (14.19) — те же самые, что в (14.5) и (14.18); они являются также сомножителями

в уравнении (14.14). Их асимптотические характеристики уже приведены выше.

Квадратичное выражение

$$Hs^2 + Ds + 1 \quad (14.20)$$

является обратным к (14.15), но с другими коэффициентами. Вид его асимптотической характеристики приведен на рис. 14.7. Первый асимптотический отрезок этого выражения имеет наклон, равный нулю вплоть до частоты  $\frac{1}{\sqrt{H}}$ . В этой

точке наклон становится равным  $+2$ ; в ней ослабление достигает величины  $\frac{D}{\sqrt{H}}$ .

Коэффициент  $\xi$ , введенный нами при рассмотрении (14.15), здесь бесполезен.

Отклик угла атаки на отклонения руля. Передаточная функция для угла наклона траектории (14.19) имеет два

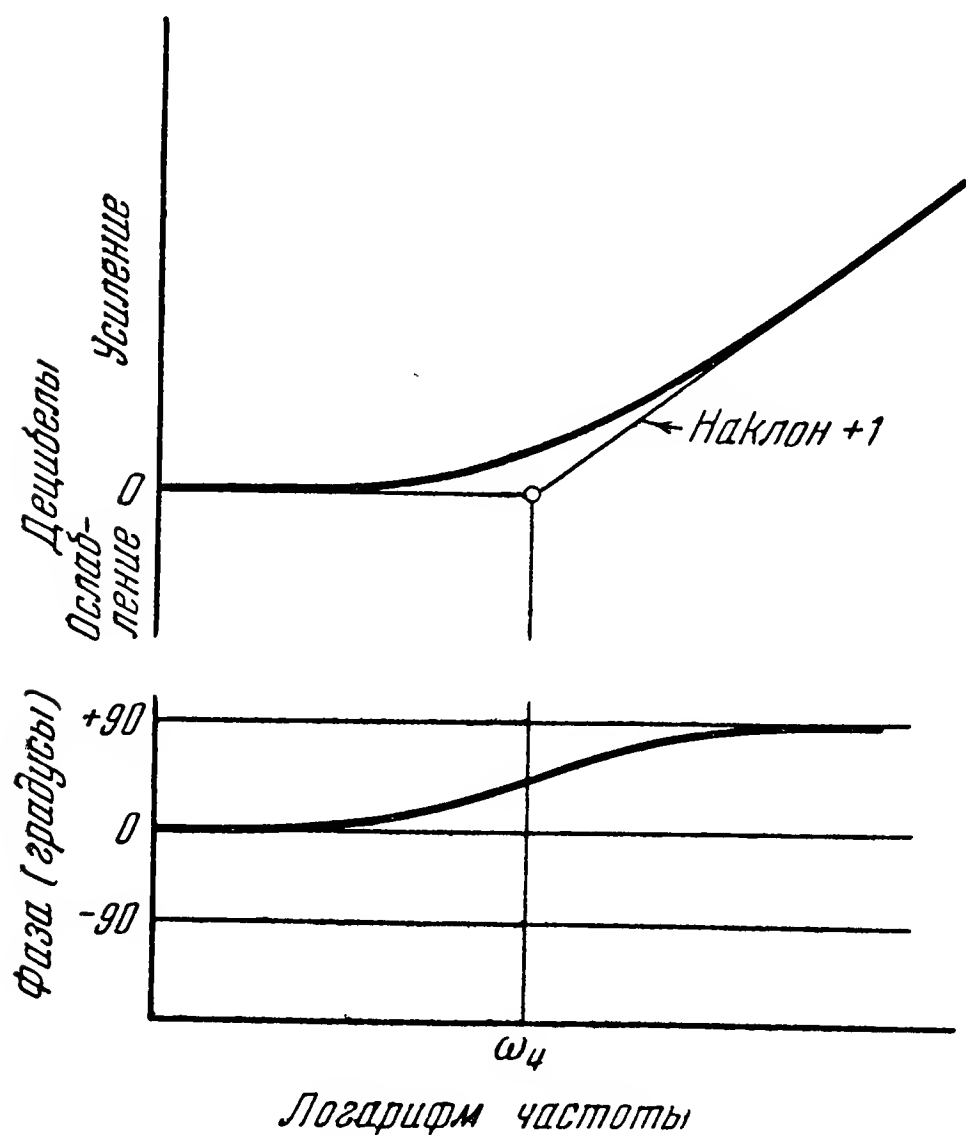


Рис. 14.5. Характеристики сомножителя

$$\frac{\omega_4 + s}{\omega_4}.$$

сомножителя, которые входят также и в передаточную функцию для угла тангажа (14.14). В этих выражениях, кроме того, имеются несовпадающие сомножители

$$\frac{\omega_4 + s}{\omega_4} \text{ и } Hs^2 + Ds + 1. \quad (14.17), (14.20)$$

На малых частотах оба эти выражения имеют усиление, близкое к единице. Таким образом, на малых частотах разница между ними незначительна. Поэтому следует ожидать, что угол атаки, являющийся разностью угла тангажа и угла наклона траектории, на малых частотах будет невелик.

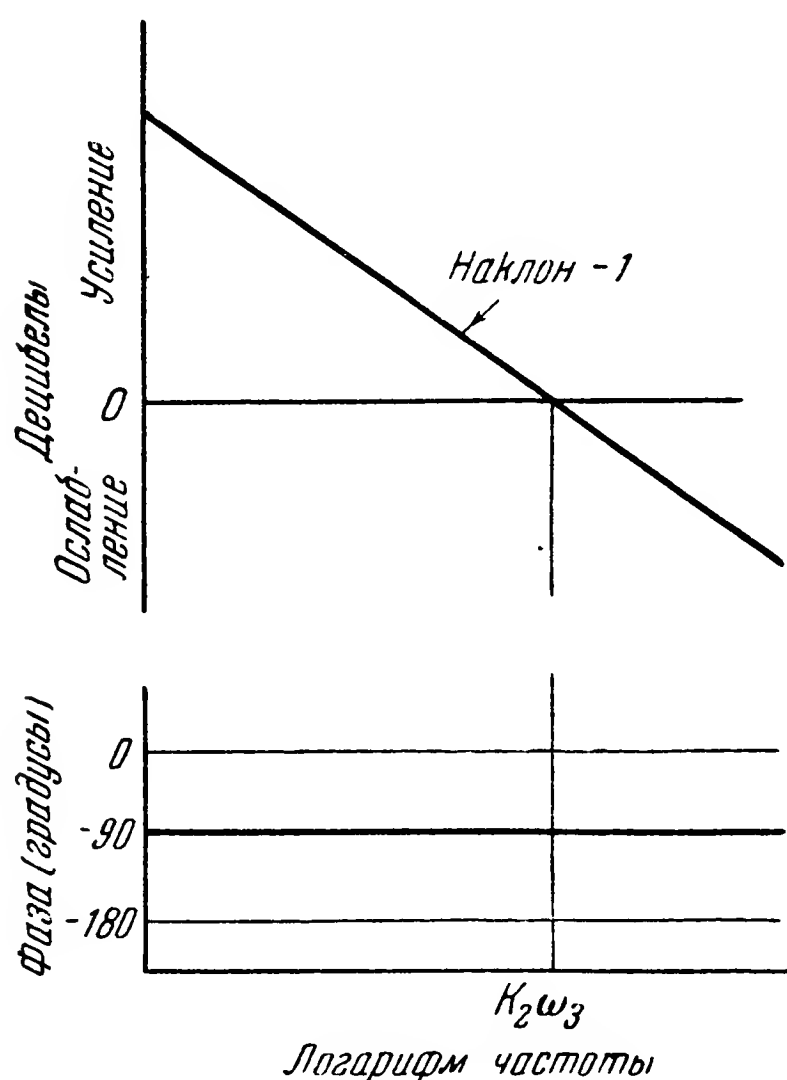


Рис. 14.6. Характеристики сомножителя  $\frac{K_2 \omega_3}{s}$ .

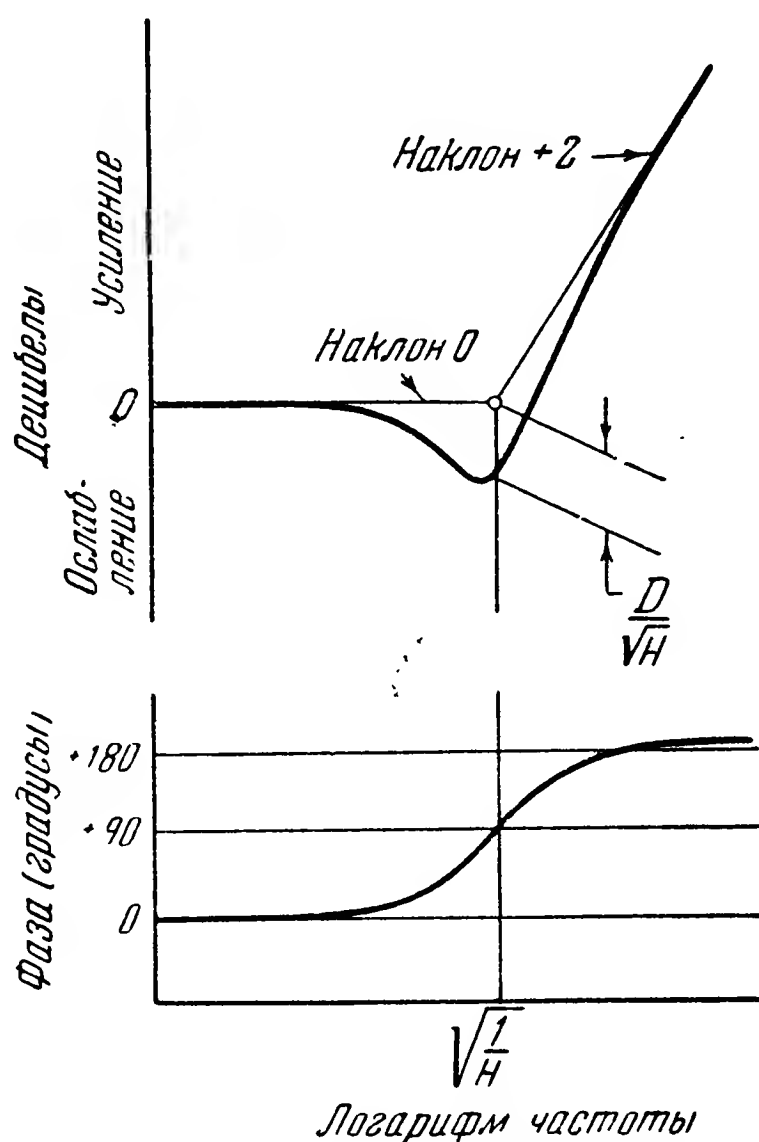


Рис. 14.7. Характеристики сомножителя  $Hs^2 + Ds + 1$ .

Передаточная функция от отклонения руля  $\delta_E$  к углу атаки  $\alpha$  может быть получена из (14.12) и (14.13). Вводя для упрощения письма обозначения

$$K_3 = - \frac{C_{L\delta_E} \frac{\omega_3}{\omega_2} + C_{M\delta_E}}{C_{M\alpha} + C_{L\alpha} \frac{\omega_3}{\omega_1}},$$

$$\omega_5 = - \omega_1^2 \left[ \frac{1}{\omega_2} + \frac{C_{M\delta_E}}{\omega_3 C_{L\delta_E}} \right],$$

можем написать передаточную функцию для угла атаки следующим образом:

$$\frac{\text{ВЫХОД}}{\text{ВХОД}} = \frac{\alpha}{\delta_E} = \left( \frac{1}{As^2 + Bs + 1} \right) \left( \frac{K_3(\omega_5 + s)}{\omega_5} \right). \quad (14.21)$$

Первый сомножитель в (14.21) нам уже хорошо знаком по предыдущим передаточным функциям. Второй сомножитель

$$\frac{K_3(\omega_5 + s)}{\omega_5} \quad (14.22)$$

аналогичен фильтру верхних частот с ослаблением  $K_3$ ; его асимптотическая и фазовая характеристики приведены на рис. 14.8. Отметим,

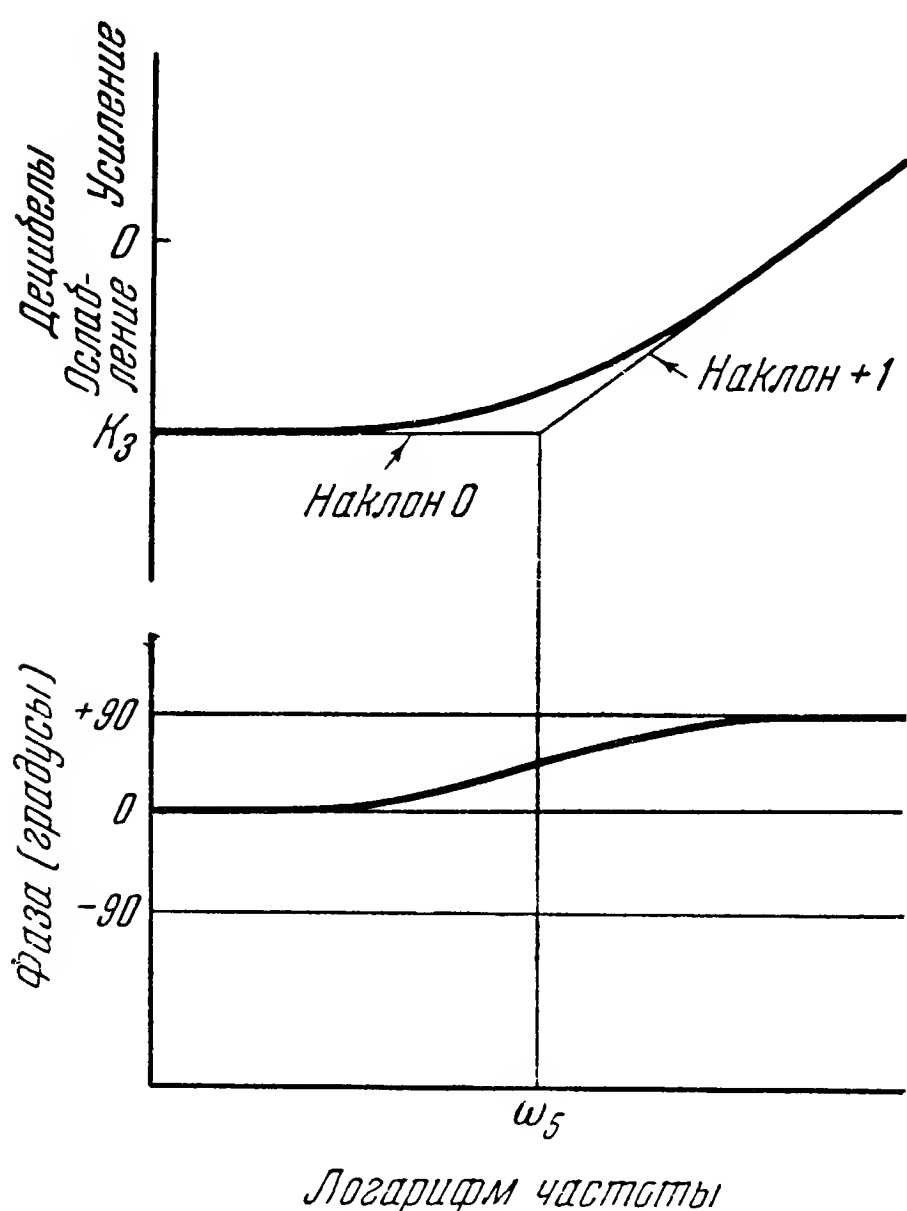


Рис. 14.8. Характеристики сомножителя  $\frac{K_3(\omega_5 + s)}{\omega_5}$ .

что асимптотические отрезки имеют наклоны 0 и  $+1$  с сопрягающей частотой  $\omega_5$ , подобно тому как это было в случае уравнения (14.17). Однако здесь ослабление равно  $K_3$ , а не единице.

Вариации скорости. Одно из допущений, сделанных нами при выводе передаточных характеристик четырехкрылых снарядов в продольном движении, состояло в предположении постоянства скорости. Но очевидно, что, когда рули отклоняются, лобовое сопротивление снаряда изменяется, а вместе с ним изменяется и скорость<sup>1)</sup>. В результате изменения скорости появляются длиннопериодические колебания, известные под названием *фугоидных*. Вместе с фугоид-

ными колебаниями появляется соответствующее падение усиления на низких частотах. Поскольку на низких частотах угол атаки мал, влияние фугоидных колебаний на отклик угла атаки пренебрежимо

<sup>1)</sup> Нужно отметить, что главная причина изменения скорости на активном участке есть работа двигателя, а на пассивном — лобовое сопротивление, вызывающее монотонное изменение скорости. Это обстоятельство не может быть учтено при помощи изложенной ниже теории. (Прим. перев.)

мало. Поскольку влияние на угол атаки мало, а угол атаки есть разность между углом тангажа и углом наклона траектории, то очевидно, что любой эффект, вызываемый фугоидными колебаниями, в равной мере появится как в отклике по углу тангажа, так и в отклике по углу наклона траектории.

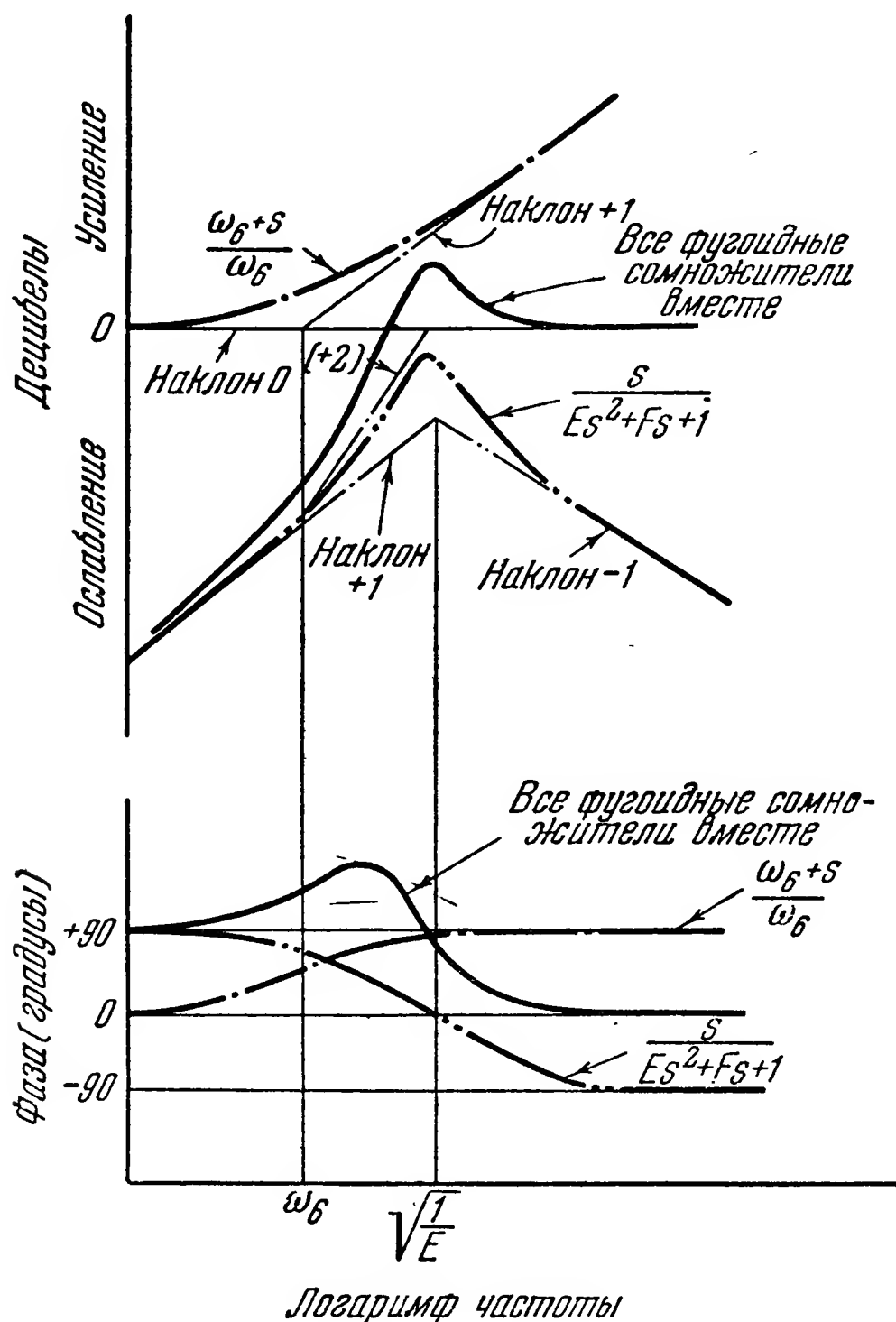


Рис. 14.9. Характеристики фугоидных сомножителей.

Подробный вывод передаточной функции с учетом фугоидных колебаний потребовал бы использования аэродинамики в объеме, превышающем возможности настоящей книги<sup>1)</sup>. Влияние фугоидных колебаний может быть введено путем добавления новых сомножителей в уравнение (14.14). Без предположения о постоянстве скорости передаточная функция от отклонения руля  $\delta_E$  к углу

<sup>1)</sup> Интересующимся рекомендуем «Dynamics of the Airframe», BuAer Report AE-61-4II, написанный по договору NOas 51-514 (C), и раздел «Аэродинамика» в одном из последующих томов этой серии.



тангажа  $\theta$  может быть написана в следующем виде:

$$\frac{\text{выход}}{\text{вход}} = \frac{\theta}{\delta_E} = \left( \frac{1}{As^2 + Bs + 1} \right) \left( \frac{\omega_4 + s}{\omega_4} \right) \left( \frac{K_2 \omega_3}{s} \right) \left( \frac{s}{Es^2 + Fs + 1} \right) \left( \frac{\omega_6 + s}{\omega_6} \right). \quad (14.23)$$

Таким образом, учет фугоидных колебаний добавляет сомножители

$$\frac{s}{Es^2 + Fs + 1} \quad \text{и} \quad \frac{\omega_6 + s}{\omega_6}. \quad (14.24)$$

Мы не будем приводить явных выражений для  $E$ ,  $F$  и  $\omega_6$ . Они получаются из классических аэродинамических выражений способом,

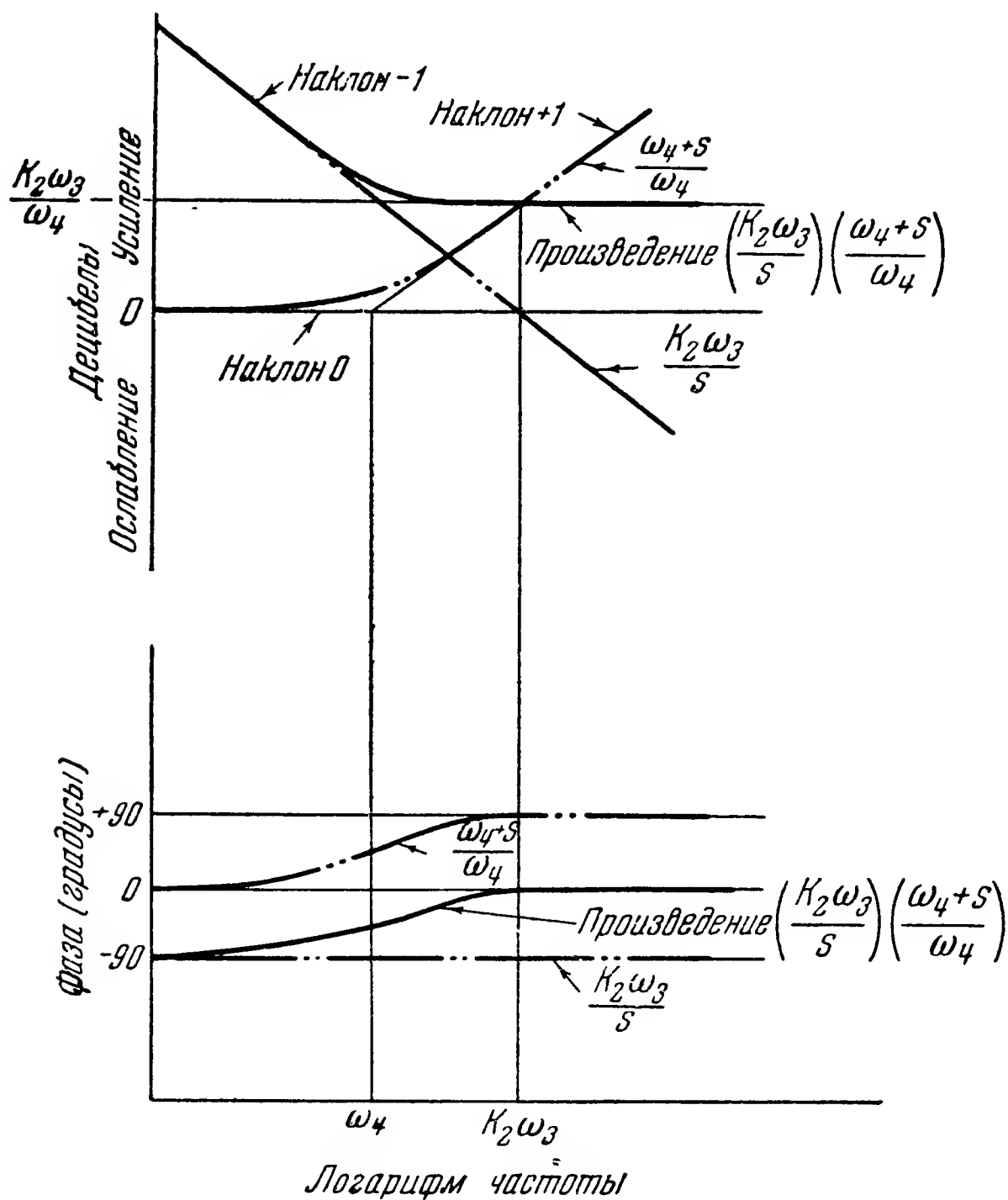


Рис. 14.10. Характеристики произведения  $\left(\frac{K_2 \omega_3}{s}\right) \left(\frac{\omega_4 + s}{\omega_4}\right)$ .

подобным тому, который был уже применен нами выше. Отметим лишь то важное свойство этих сомножителей, что их сопрягающие частоты  $\sqrt{\frac{1}{E}}$  и  $\omega_6$  ниже сопрягающих частот, определяемых остальными членами уравнений (14.24) и что они могут быть изображены графически обычным способом. На рис. 14.9 показаны ампли-

тудная и фазовая характеристики этих сомножителей; они не нуждаются в пояснениях. Характерным для фугоидных колебаний является острый резонансный пик, сопровождаемый быстрым фазовым сдвигом.

Графическое представление передаточных характеристик снаряда. Мы показали, что передаточная функция

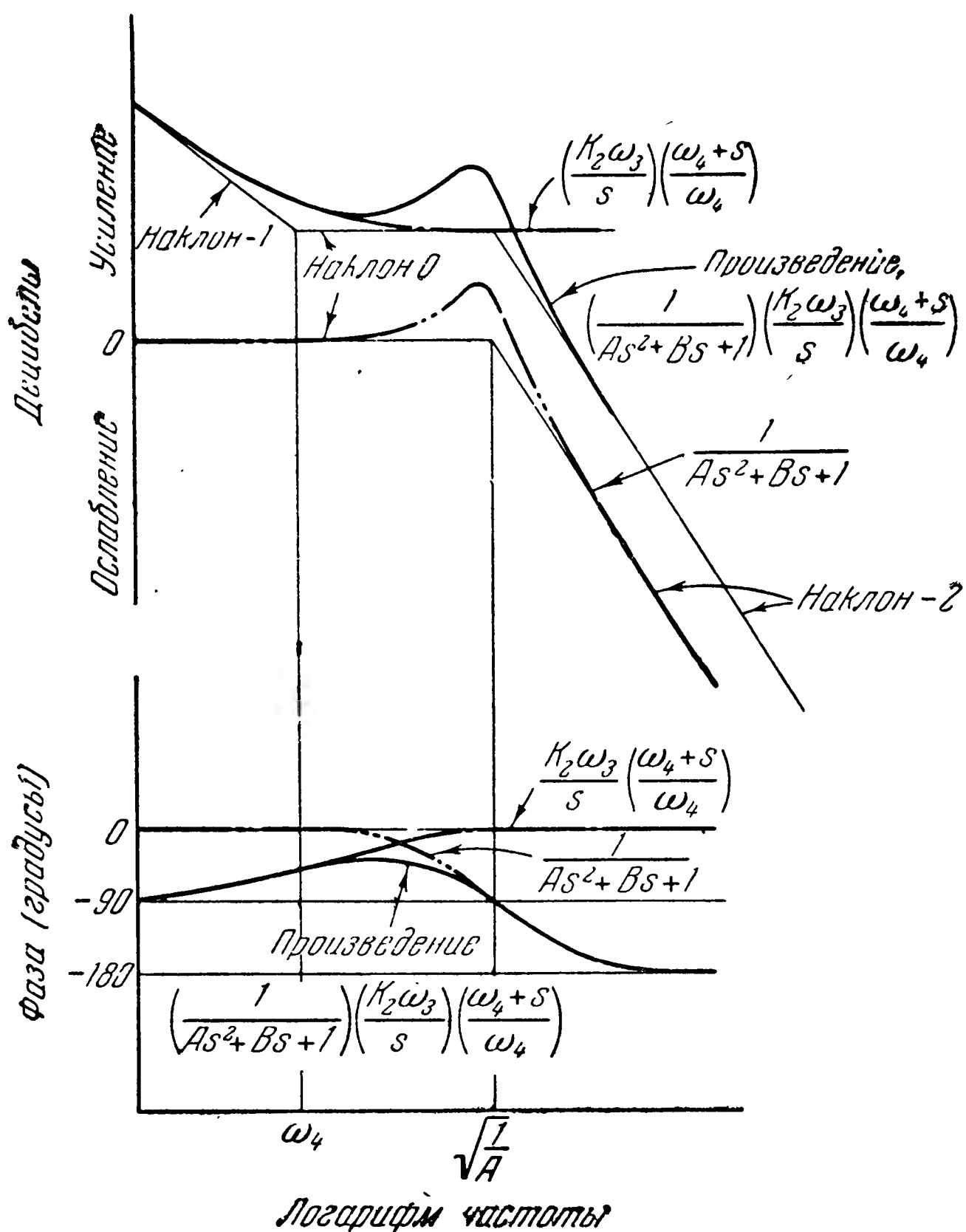


Рис. 14.11. Характеристики произведения

$$\left(\frac{1}{As^2 + Bs + 1}\right) \left(\frac{K_2 \omega_3}{s}\right) \left(\frac{\omega_4 + s}{\omega_4}\right).$$

от угла отклонения руля к углу тангажа определяется, по крайней мере, пятью сомножителями, для каждого из которых в отдельности нами уже построены амплитудные и фазовые характеристики. Характеристика каждого из этих сомножителей имеет свою собственную сопрягающую частоту, значение которой зависит от конструктивных

и внешних параметров. Предполагая, что

$$\omega_6 < \sqrt{\frac{1}{E}} \ll \omega_4 < K_2 \omega_3 < \sqrt{\frac{1}{A}},$$

нетрудно построить графически характеристики снаряда, пользуясь полной передаточной функцией.

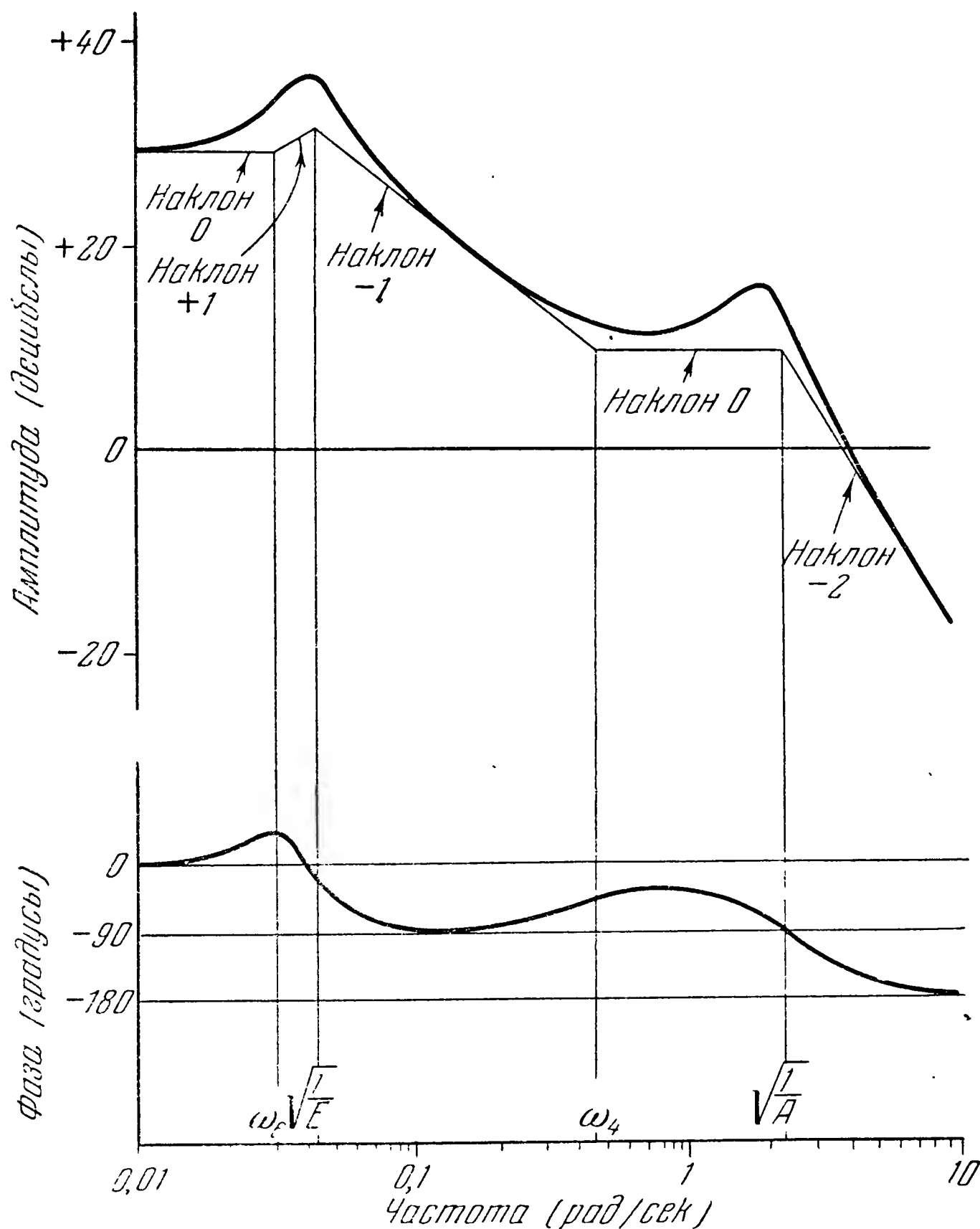


Рис. 14.12. Отклик угла тангажа  $\theta$  на отклонение руля высоты  $\delta_E$ .

На рис. 14.10 представлены характеристики произведения  $\left(\frac{\omega_4 + s}{\omega_4}\right)\left(\frac{K_2 \omega_3}{s}\right)$ , полученные как комбинация графиков с рис. 14.5 и 14.6. На рис. 14.11 представлены характеристики произведения этих двух сомножителей на  $\frac{1}{As^2 + Bs + 1}$ ; характеристика последнего сомножи-

теля взята с рис. 14.4. Таким образом, на рис. 14.11 представлена характеристика передаточной функции от отклонения руля к углу тангажа, выведенной в том предположении, что скорость полета постоянна (выражение (14.14)).

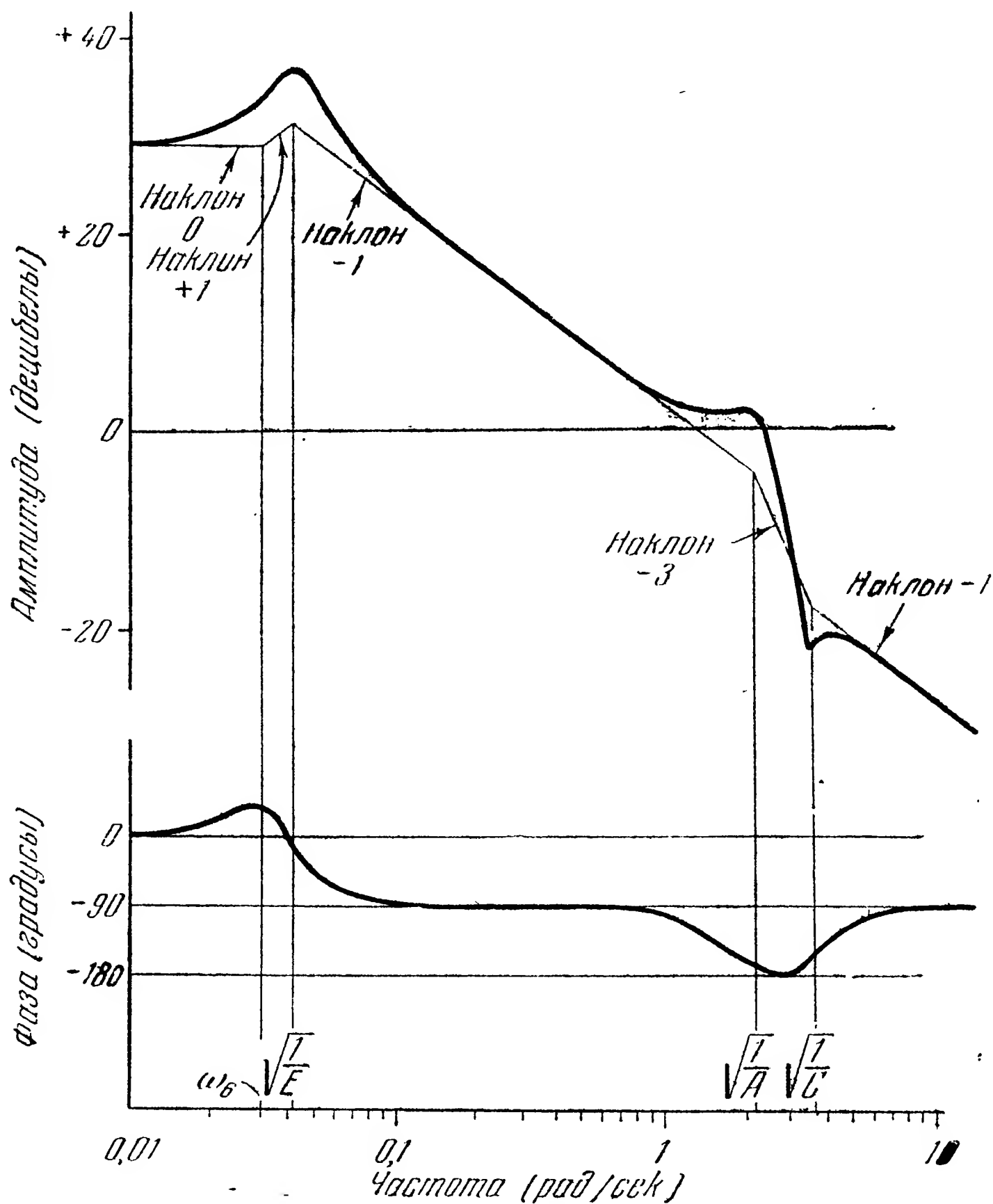


Рис. 14.13. Отклик угла наклона траектории  $\gamma$  на отклонение руля высоты  $\delta_E$ .

Наконец, для того, чтобы построить характеристики полной передаточной функции (14.23), состоящей из

$$\left( \frac{1}{As^2 + Bs + 1} \right) \left( \frac{\omega_4 + s}{\omega_4} \right) \left( \frac{K_2 \omega_3}{s} \right)$$

и

$$\left( \frac{s}{Es^2 + Fs + 1} \right) \left( \frac{\omega_6 + s}{\omega_6} \right),$$

нужно взять комбинацию графиков с рис. 14.11 и 14.9. Результат представлен на рис. 14.12. На рис. 14.13 и 14.14 представлены передаточные характеристики угла наклона траектории и угла атаки в качестве отклика на отклонение руля высоты. При этом учтены

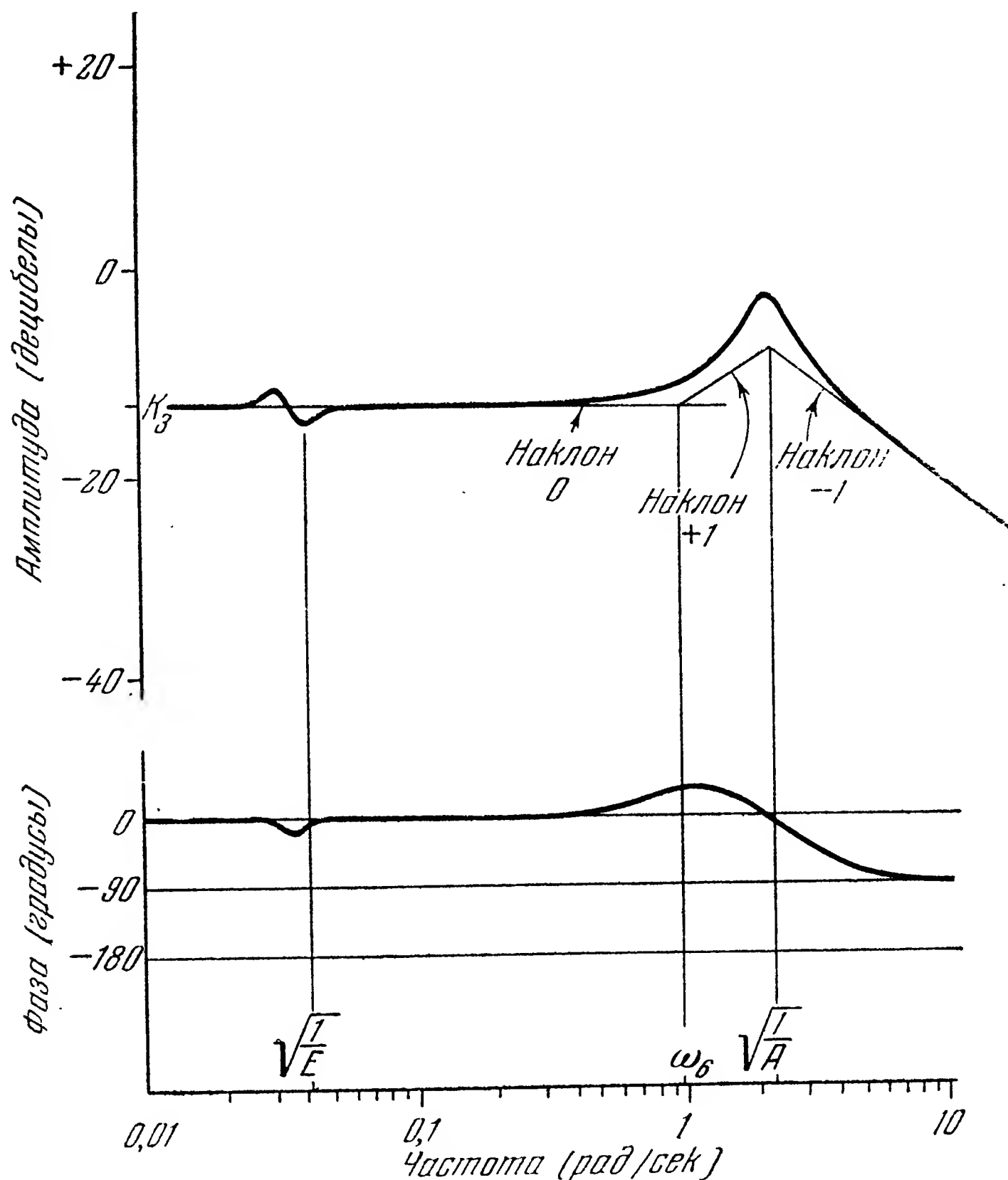


Рис. 14.14. Отклик угла атаки  $\alpha$  на отклонение руля высоты  $\delta_E$

и фугоидные колебания. Значения коэффициентов усиления и сопрягающих частот на трех последних рисунках выбраны произвольно, но с таким расчетом, чтобы их можно было использовать в качестве примеров для дальнейших рассуждений.

#### 14.5. Влияние изменения внешних параметров

Передаточные характеристики четырехкрылого снаряда для угла тангажа, угла наклона траектории и угла атаки приведены на рис. 14.12, 14.13 и 14.4. Характеристики такого снаряда могут изменяться либо вследствие модификации конструктивных парамет-

ров, влияющих на устойчивость, либо вследствие изменения внешних параметров. Из внешних параметров в течение полета снаряда могут особенно сильно изменяться следующие:

а) плотность воздуха, поскольку снаряд обычно не привязан к какой-нибудь постоянной высоте;

б) масса снаряда и момент инерции, поскольку топливо должно быть израсходовано;

в) скорость полета снаряда, поскольку он движется ускоренно на активном и замедленно на пассивном участке полета.

Чтобы рассмотреть влияние изменения внешних параметров, нужно вспомнить обозначения, введенные нами при выводе передаточной функции:

$$\omega_1 = \frac{\rho S V^2 c}{2 I_{yy}},$$

$$\omega_3 = \frac{\rho S V}{2 m}.$$

Отсюда видно, что изменение внешних параметров будет вызывать изменение сопрягающих частот и как следствие изменение усиления снаряда, рассматриваемого как звено в контуре управления<sup>1)</sup>. Однако в некоторых случаях переменные параметры имеют тенденцию компенсировать друг друга. Например, при выстреле снарядом класса поверхность — воздух, применяемым против высоколетящей цели, плотность воздуха падает по мере того, как снаряд набирает высоту. Однако момент инерции и масса тоже уменьшаются, что и дает некоторую компенсацию<sup>2)</sup>. В случае снаряда класса воздух — поверхность эта компенсация не имеет места. Вообще изменения плот-

ности  $\rho$  вызывают изменение частоты  $\sqrt{\frac{1}{A}}$ , на которой появляется резонансный пик. Это изменение пропорционально квадратному корню из куба изменения плотности. С другой стороны, величина самого резонансного пика  $\sqrt{\frac{A}{B}}$  изменяется пропорционально квадратному корню только из первой степени изменения плотности.

1) Такая постановка вопроса с принципиальной точки зрения не верна. Линеаризованные уравнения движения снаряда имеют коэффициенты, зависящие от времени. К решению таких уравнений метод передаточной функции не применим, так как он относится только к уравнениям с постоянными коэффициентами. Применяемый здесь прием приписывания коэффициентам уравнений более или менее произвольного значения («замораживание коэффициентов») с математической точки зрения не обоснован, по крайней мере, в настоящей книге. Поэтому к соответствующим рекомендациям следует относиться с большой осторожностью. (Прим. перев.)

2) При изменении высоты от 0 до 20 км плотность падает с 0,125 до 0,009, т. е. более чем в 10 раз. Масса же при этом изменяется, например, вдвое. (Прим. перев.)



Обычно снаряды конструируют так, что их радиус инерции одинаков как при полной заправке топливом, так и без него. Поэтому изменение момента инерции приблизительно пропорционально изменению массы.

Если мы рассмотрим случай снаряда класса воздух — поверхность, пущенного с высоты 30 000 футов ( $\approx 9000$  м), то плотность воздуха у Земли будет в 2,66 раза больше плотности в точке старта. Если топливо составляет половину начального веса, то  $\omega_1$  изменится в 2,3 раза, а  $\omega_3$  — в 5,3 раза, учитывая изменения и плотности воздуха и веса снаряда. Наоборот, для снаряда класса поверхность — воздух, пущенного с высоты, равной нулю, по цели, идущей на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м),  $\omega_1$  изменится в 1,15 раза, а  $\omega_3$  — в 1,33 раза<sup>1)</sup>. Таким образом, явление взаимной компенсации параметров действительно имеет место.

Кроме того, существует еще изменение передаточных характеристик вследствие непостоянства скорости полета, поскольку скорость входит в выражение для  $\omega_1$  и  $\omega_3$ . Коэффициенты устойчивости снаряда не зависят от скорости приблизительно до  $M = 0,66$ . Поведение этих коэффициентов на околозвуковых скоростях зависит от особенностей формы снаряда; изменения могут быть большими и не поддающимися предсказанию.

На очень малых скоростях или на больших высотах для того, чтобы обеспечить нужную подъемную силу, снаряду может потребоваться большой угол атаки. Очень большие углы атаки могут повести к внезапному изменению некоторых коэффициентов устойчивости, являющемуся следствием непредсказуемых нелинейностей, и соответственно к неустойчивости системы управления.

Дальность полета. Максимальная дальность полета снаряда часто является самой главной тактической характеристикой. На дальность полета существенно влияет лобовое сопротивление, которое пропорционально плотности воздуха. Например, снаряд класса воздух — воздух, пущенный на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м) по цели, летящей приблизительно на той же самой высоте, будет иметь приблизительно вдвое большую дальность, чем тот же снаряд на уровне моря (плотность изменяется в 2,66 раза). По тем же соображениям снаряд класса поверхность — воздух, стартующий вертикально и переходящий в горизонтальный полет на высоте цели, будет иметь почти вдвое большую дальность, чем тот же снаряд, летящий на цель прямо от точки старта.

#### 14.6. Влияние изменения параметров устойчивости

Коэффициент подъемной силы  $C_L$ . Небольшие вариации коэффициента подъемной силы не существенны с точки зрения динамики снаряда. При увеличении  $C_L$  возрастает затухание фуго-

<sup>1)</sup> Без учета изменения скорости. (Прим. перев.)

идных колебаний и уменьшается частота, на которой появляется фугоидный резонансный пик.

Производная от коэффициента подъемной силы по углу атаки. Этот параметр важен с точки зрения коротко-периодических колебаний и определяет сопрягающую частоту  $\sqrt{\frac{1}{A}}$ .

Увеличение  $C_{L\alpha}$  вызывает уменьшение резонансного пика этого типа колебаний. Однако, для того чтобы получить большое значение  $C_{L\alpha}$ , нужно применять крыло с большим удлинением и малой стреловидностью; крылья такого типа в настоящее время не применяются.

Производная от коэффициента подъемной силы по углу отклонения руля. В обыкновенном снаряде плечо руля (его расстояние от центра инерции снаряда) довольно значительно, вследствие чего площадь руля невелика по сравнению с площадью крыла. У бесхвостых самолетов площадь руля сравнительно велика; поэтому у них изменение подъемной силы при отклонении руля более значительно, чем у самолетов обычной схемы.

Производная от коэффициента момента тангажа по углу атаки. Устойчивость снаряда зависит от  $C_{M\alpha}$  больше, чем от какого бы то ни было другого из аэродинамических коэффициентов. Большое значение  $C_{M\alpha}$  обуславливает высокую степень статической устойчивости снаряда. Однако если  $C_{M\alpha}$  слишком велико, то для хорошей управляемости  $C_{M\delta_E}$  также должно быть очень большим, что вызывает появление конструктивной диспропорции.

Выгорание топлива вызывает смещение центра инерции снаряда относительно его корпуса. Плечо аэродинамического момента есть расстояние между центром давления и центром инерции. Поэтому, если выгорание топлива сильно смещает центр инерции, — необходимо тщательно следить за тем, чтобы изменение  $C_{M\alpha}$  и динамической устойчивости снаряда не повлияло на работу системы в целом.

Если  $C_{M\alpha}$  увеличивается, то сопрягающая частота  $\sqrt{\frac{1}{A}}$  тоже возрастает. Если центр инерции приближается к некоторому предельному положению, то может возникнуть быстрое изменение  $C_{M\alpha}$ , сопровождаемое появлением неустойчивости снаряда.

Производная от коэффициента момента по угловой скорости. Производная  $C_{M\dot{\alpha}}$  от коэффициента момента по угловой скорости зависит главным образом от угла атаки горизонтального оперения. Коэффициент  $C_{M\dot{\alpha}}$  вызывает главным образом

уменьшение резонансного пика на сопрягающей частоте  $\sqrt{\frac{1}{A}}$ .

Он влияет также, но в меньшей степени, на затухание фугоидных колебаний. Обыкновенно предпочитают большие значения  $C_{M\dot{\alpha}}$ . В некоторых случаях, например в бесхвостых конструкциях, получение необходимого значения  $C_{M\dot{\alpha}}$  оказывается очень затруднительным.

Производная от коэффициента момента по углу отклонения руля. Производную  $C_{M\delta_E}$  от коэффициента момента по углу отклонения руля часто называют *эффективностью руля*. Когда руль отклоняется, создается изменение аэродинамического момента относительно центра инерции. Потребное значение  $C_{M\delta_E}$  определяется в соответствии с пределами перемещения центра инерции и величиной  $C_{M\alpha}$ . Для того чтобы получить разумные размеры руля, необходимо ограничить перемещение центра инерции.

Коэффициент лобового сопротивления  $C_D$ . Хотя обыкновенно коэффициент  $C_D$  и не рассматривают как характеризующий устойчивость, он является главной причиной затухания фугоидных колебаний. Большой коэффициент лобового сопротивления улучшает затухание фугоидных колебаний, но так как снаряд должен иметь хорошие баллистические характеристики, то всегда стремятся сделать лобовое сопротивление возможно меньшим.

#### 14.7. Вывод передаточной функции для движения крена

Момент крена, действующий относительно оси  $X$ , выражается следующим образом:

$$M = \frac{1}{2} C_{l\rho} S V^2 c, \quad (14.25)$$

где  $M$  — момент относительно оси  $X$ ,  $C_l$  — коэффициент момента крена,  $\rho$  — плотность воздуха,  $S$  — характеристическая поверхность,  $V$  — скорость полета,  $c$  — характеристическая длина.

Коэффициент момента крена изменяется пропорционально углу отклонения элеронов; коэффициент пропорциональности есть

$$C_{l\delta_A} = \frac{\partial C_l}{\partial \delta_A}. \quad (14.26)$$

Он изменяется также пропорционально угловой скорости крена  $p$ ; коэффициент пропорциональности есть

$$C_{lp} = \frac{\partial C_l}{\partial p}. \quad (14.27)$$

Как и в § 14.4, считая движение крена движением с одной степенью свободы <sup>1)</sup>, можно написать дифференциальное уравнение движения в виде

$$I_{xx} \frac{d^2\varphi}{dt^2} - \frac{1}{2} C_{lp\rho} S V^2 c \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2} C_{l\delta_A\rho} S V^2 c \cdot \delta_A = 0. \quad (14.28)$$

<sup>1)</sup> В действительности отклонение элеронов обычно вызывает также и момент рысканья, а скольжение вызывает момент крена. Поэтому движение крена и рысканья связаны между собой. (Прим. перев.)

Введя обозначения

$$\omega_a = \frac{C_{lp} \rho S V^2 c}{2I_{xx}},$$

$$\omega_b = \frac{C_{l\delta_A}}{C_{lp}},$$

можем переписать (14.28) в виде

$$s^2 \varphi - \omega_a s \varphi - \delta_A \omega_a \omega_b = 0. \quad (14.29)$$

Находя отсюда отношение выходного угла крена  $\varphi$  к углу отклонения элеронов  $\delta_A$ , получим:

$$\frac{\text{ВЫХОД}}{\text{ВХОД}} = \frac{\varphi}{\delta_A} = \left( \frac{\omega_b}{s} \right) \left( \frac{\omega_a}{\omega_a + s} \right). \quad (14.30)$$

Это — передаточная функция от угла отклонения элеронов к углу крена. На рис. 14.15 приведены логарифмические частотные характеристики для (14.30). Мы видим, что наклоны асимптотических отрезков равны —1 и —2 с сопрягающей частотой  $\omega_a$ .

#### 14.8. Экспериментальная проверка частотных характеристик

Частотные характеристики отдельных звеньев системы обычно строят теоретически; однако, когда звенья уже выпущены из производства, можно проверить эти характеристики опытным путем. Обычный метод определения частотных характеристик состоит в измерении установившегося отклика на синусоидальные возмущения различных частот<sup>1)</sup>. Этот метод применяется и для самолетов, управляемых

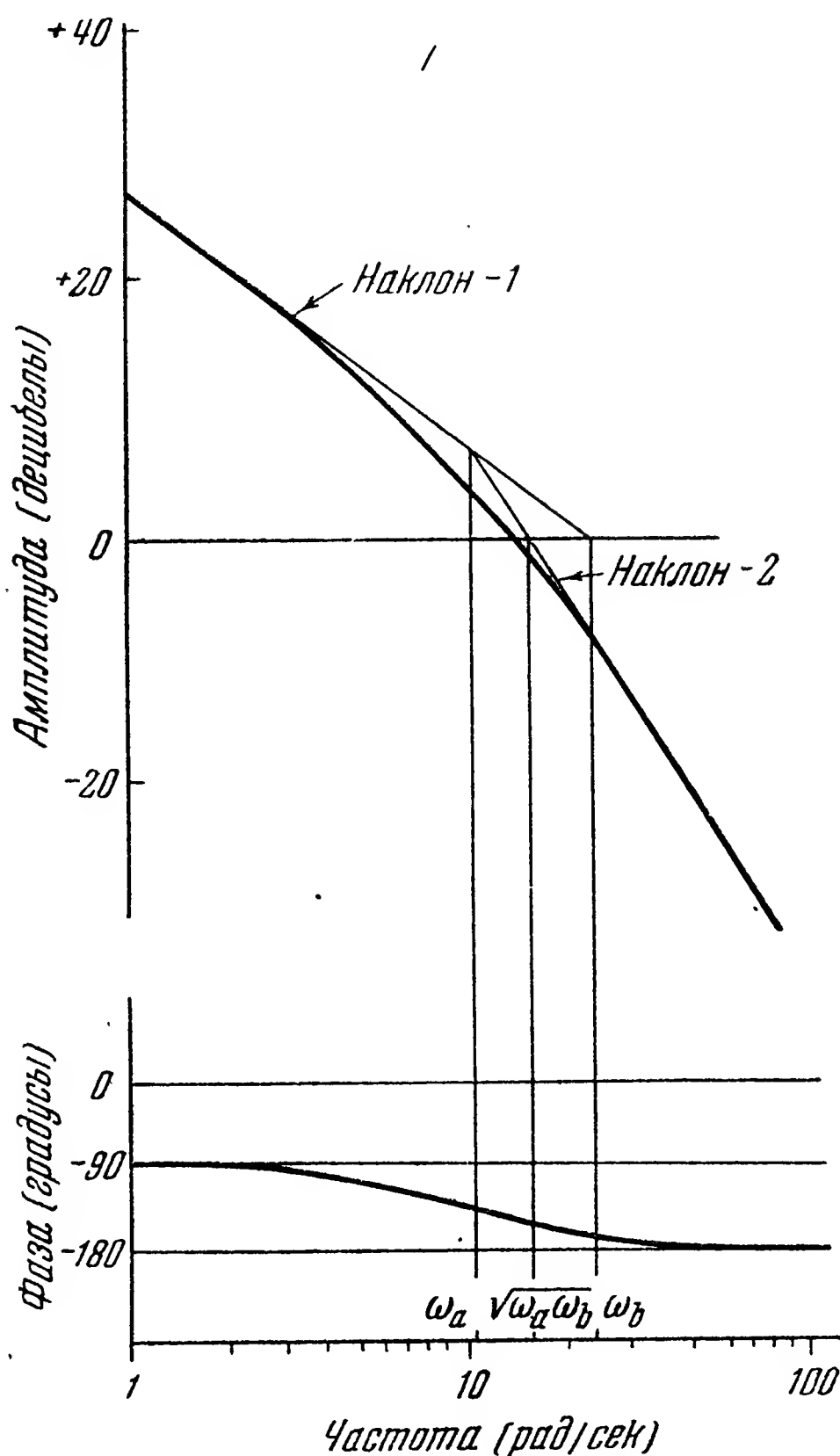


Рис. 14.15. Отклик угла крена  $\varphi$  на отклонение элеронов  $\delta_A$ .

<sup>1)</sup> White Charles F., Some Sinusoidal System Studies, NRL Report R—3303, June 22, 1948.

летчиком<sup>1)</sup>; он не особенно пригоден для снарядов. Для его применения необходима специальная аппаратура, вырабатывающая синусоидальный вход и регистрирующая выход. Если говорить только об управляемых снарядах, то время полета многих из них слишком мало, чтобы применение этого метода было достаточно экономичным.

Более удобный метод состоит в том, чтобы задать возмущение в виде импульса или скачкообразного отклонения руля и зарегистрировать переходный процесс в полете<sup>2)</sup>. С теоретической точки зрения этот единственный переходный процесс содержит в себе полный спектр частот; для задания возмущения и регистрации результатов в виде отклика снаряда требуется всего несколько секунд полетного времени. В этом случае вход можно рассматривать как сумму синусоидальных волн различной амплитуды, содержащую все частоты спектра. Отклик линейной системы можно рассматривать как отклик на сумму всех синусоидальных волн, содержащихся во входе. Интеграл Фурье

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6.56)$$

преобразует функцию времени  $f(t)$  в функцию комплексной частоты  $F(j\omega)$ . Интеграл должен быть распространен на все частоты, для которых необходимо знать  $F(j\omega)$ .

Приведение результатов летных испытаний к виду, пригодному для анализа, и вывод отсюда частотных характеристик представляют собой очень трудную задачу, требующую большой затраты времени; однако экспериментальное подтверждение частотных характеристик снаряда есть необходимая часть проектирования системы управления. Чтобы повысить точность результата, входное отклонение руля должно как можно больше перекрывать интересующий нас спектр частот. Однако отклик снаряда является линейным только при сравнительно небольших отклонениях руля. Таким образом, выбор допустимого входа должен явиться результатом некоторого компромисса.

Не нужно забывать также, что отклик снаряда относится только к той плотности воздуха и той скорости полета, при которой производился эксперимент<sup>3)</sup>. Однако выше были показаны расчетные

<sup>1)</sup> Campbell G. F., Whitcomb D. W. and Breuhau s W. O., Dynamic Longitudinal Stability and Control Flight Tests of a B-25J Airplane — Forced Oscillation and Step Function Response Methods, Utilizing A-12 Autopilot, Cornell Aero. Lab., Report № TB-405-F-3, April 1947 (USAF Tech. Rep. 5688).

<sup>2)</sup> Smith S. A. and Triplett W. C., Experimental Flight Methods for Evaluating Frequency-Response Characteristics of Aircraft, ASME Paper № 54-SA-3, February 1954.

<sup>3)</sup> Следует добавить также массу снаряда и его момент-инерции, которые вообще зависят от времени. (Прим. перев.)



приемы, при помощи которых экспериментальные результаты могут быть экстраполированы в широких пределах на другие значения внешних параметров.

Теоретически из формулы (6.56) следует, что для наступления установившегося процесса необходимо бесконечное время. Однако с практической точки зрения в течение одного экспериментального полета, предпринятого с целью проверки частотных характеристик снаряда, можно успеть задать несколько входов различной величины, и каждый раз движение после этого успевает стать установившимся. Наличие внешних возмущений, таких, как беспокойный воздух, может исказить результаты. Чтобы результаты испытаний можно было считать надежными, необходимы достаточное количество экспериментов и их статистическая обработка.

#### **14.9. Использование характеристик снаряда при проектировании управления**

В проведенном нами упрощенном рассмотрении задачи устойчивости и управляемости снаряда мы обходили многие из наиболее сложных вопросов, с которыми сталкиваются специалисты по аэродинамике снарядов. Рассмотрим вкратце некоторые из них.

**Устойчивость в трех измерениях.** Если применяется такой четырехкрылый снаряд, у которого вследствие особенностей аэродинамической схемы, выбранной из условий устойчивости движений тангажа и рысканья порознь, продольные и боковые характеристики различны, то может появиться неустойчивость движения в трех измерениях, в особенности если используются одновременно большие углы атаки и скольжения. Поэтому при выборе параметров следует очень осторожно подходить к пределу устойчивости в движениях тангажа и рысканья. Выяснение этих обстоятельств обычно требует полного изучения трехмерной проблемы на электронных моделях. Техника подобных исследований изложена в главе 19.

**Координированный разворот.** Обыкновенная (самолетная) аэродинамическая схема отличается от четырехкрылой тем, что в ней обычно используется координированный разворот, в котором одновременно совершаются согласованные движения по крену и рысканью, причем вектор полного ускорения все время остается в плоскости симметрии. Это требует дополнительного рассмотрения при проектировании системы управления. По-видимому, вообще невозможно разработать схему с совершенно идентичными продольными и боковыми характеристиками, которая могла бы обеспечить координированный разворот. Но тогда, если существует крен, не соответствующий развороту, появляется возмущение по тангажу, требующее соответствующих поправок, которые осуществляются при помощи связей между каналами управления (так называемых



*перекрестных связей*). Аэродинамические схемы, предназначенные для координированного разворота, рассмотрены в работе «Dynamics of the Airframe», на которую мы уже ссылались. В этом случае требуются тщательный выбор параметров управляемости и окончательная проверка моделированием. Часто такого рода аэродинамические схемы предназначают для снарядов класса поверхность — поверхность, в которых управление высотой может быть осуществлено при помощи высотомера, а управление курсом требует лишь незначительных доворотов. Так как при этом угол скольжения незначителен, то перекрестные связи также не будут сильными.

---

## ГЛАВА 15

### ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Для определения размеров затрат на программу вооружения управляемыми снарядами необходимо рассмотреть три главные части этой программы: а) исследования и опытное строительство, б) серийное производство, в) содержание. Проблемы, связанные с исследованиями и опытным строительством, в принципе одинаковы для управляемых снарядов и для любой сложной системы, предназначенной для мирного использования, за исключением различия во внешних требованиях; накладываемых тактической обстановкой, и в требованиях надежности. Проблемы, связанные с серийным производством, снабжением и содержанием, также сходны, за исключением того, что оружие может оказаться необходимым хранить в состоянии полной готовности в течение долгого времени до того, как оно будет доставлено потребителю. Осуществление программы вооружения управляемыми снарядами, а следовательно, и системами управления может быть начато в условиях экономики либо военного, либо мирного времени. Задачей настоящей главы является рассмотрение размеров и стоимости программы строительства управляемого оружия и связанных с этим вопросов экономики.

#### 15.1. Сравнение экономики мирного и военного времени

Единица, которой измеряется стоимость, неодинакова в мирное и военное время. Когда государство находится в состоянии войны, основная единица измерения есть время. Если обнаружилась какая-нибудь угроза, для ее отражения необходимо ввести оружие в возможно более короткий срок. Цена в долларах становится несущественной; цена, измеренная в единицах времени, приобретает основное значение. В мирное время, наоборот, цена программы в долларах является решающим фактором для выбора между конкурирующими системами оружия.

Исследования и опытное строительство. В военное время опытное строительство часто развертывается сразу по многим направлениям из числа возможных; программы дублируются, чтобы ввести новое оружие в строй как можно скорее. В соответствии

с этим затраты на опытное строительство некоторого определенного вида вооружений в военное время во много раз больше, чем в мирное.

В мирное время, поскольку правительством используется частная конкуренция, цена исследований и опытного строительства в долларах является важным фактором. Время также остается существенным фактором, если угроза войны заставляет развивать строительство некоторого определенного типа вооружений. Не так легко установить стоимость той или иной программы исследований и опытного строительства, поскольку очень многое зависит от способностей персонала, которым располагает поставщик. Существуют и другие факторы, влияние которых на стоимость также трудно учесть: количество изобретений, которые нужно сделать при разработке нового оружия, вероятность удачного завершения соответствующих исследований, привычка поставщика к системе правительственной инспекции, а также наличие у поставщика доброй воли заключить договор при уже имеющейся у него загрузке. Размеры цен на исследования и опытное строительство отражают индивидуальные свойства поставщика; обобщения здесь трудны и их невозможно использовать.

**Серийное производство.** Стоимость серийного производства может быть измерена числом человеко-часов, необходимых для изготовления данного предмета. Стоимость серийного производства в военное время выше, чем в мирное, но процентное отношение между этими двумя стоимостями, как правило, не столь высоко, как в случае исследований и опытного строительства. Увеличение стоимости серийного производства в военное время по сравнению с мирным вызывается следующими причинами: недостатком квалифицированных рабочих, текучестью рабочей силы, необходимостью обучения рабочих и необходимостью сверхурочной работы. Но число выпускаемых единиц данного типа оружия в военное время больше, чем в мирное. Так как стоимость производства падает с увеличением выпуска, этот фактор имеет тенденцию снижать стоимость единицы продукции.

**Содержание.** Стоимость содержания единицы расходуемого вооружения, например снаряда, в военное время уменьшается вследствие быстрого использования. Снабжение воинских частей расходуемым вооружением по выходе его из производства совершается возможно более прямым путем. В мирное время вооружение содержится в запасе, и хранящиеся единицы заменяются только вследствие расхода на обучение войск. Когда в качестве гарантии от случайностей войны в запасе находится значительное количество оружия, оно понемногу приходит в негодность и поддержание его в рабочем состоянии обходится дорого. Вооружение, хранящееся на складах, после истечения известного срока должно заменяться новым. Срок замены определяется многими факторами, среди которых имеется два

главных: скорость амортизации оружия при складском хранении и его моральный износ вследствие технического прогресса или каких-либо других причин.

Те части системы управления снарядами, которые являются внешними по отношению к самому снаряду, т. е. радиолокаторы, счетно-решающие приборы, линий передачи и т. п., тоже амортизируются с течением времени, так как они находятся в непрерывной эксплуатации в воинских подразделениях. Срок службы оборудования, находящегося в войсках, возрастает при хорошем уходе. Стоимость содержания оборудования в войсках в мирное и военное время примерно одинакова, но срок службы в мирное время, вероятно, более продолжителен.

### 15.2. Исследования и опытное строительство в области систем управления снарядами

На рис. 15.1 изображена в виде блок-схемы плановая таблица исследований и опытного строительства системы управления. Предполагается, что поставщик заключил договор на артиллерийский комплекс управления снарядами, удовлетворяющий некоторому определенному тактическому назначению. Рис. 15.1 не следует рассматривать как относящийся к некоторому определенному методу управления; он скорее является типичным для любой системы управления вообще. Морская система выбрана лишь для того, чтобы показать появление добавочных работ, связанных с корабельным оборудованием.

Разработка артиллерийского комплекса управляемого снаряда. Блок А на рис. 15.1 представляет разработку и полную увязку программы строительства комплекса управляемого снаряда. Сначала программа разрабатывается поставщиком в предварительном варианте, в качестве предложения на запрос о стоимости исследований и опытного строительства некоторой системы управления. После заключения договора начинается детальная техническая увязка комплекса, продолжающаяся в течение всего времени осуществления договора. Техническая увязка координирует работу конструкторских бюро и субподрядчиков, вырабатывая подробную информацию об изменениях требований к отдельным частям системы, если они оказались необходимыми в процессе проектирования.

На основе имеющихся тактических заданий необходимо сделать теоретический синтез комплекса управления и разработать требования на его главные части. В частности, необходимо разработать требования к основным динамическим свойствам комплекса и к его точности. Кроме того, должны быть определены габариты, вес и прочие физические свойства, вначале как рекомендуемые, а в дальнейшем, по мере продвижения работы над системой, как все более и более обязательные. Все эти требования и задания необходимы

для того, чтобы можно было вести работу над всеми частями системы параллельно.

Должны быть составлены требования на собственно снаряд, стартовую установку и эксплуатационное оборудование, а также и

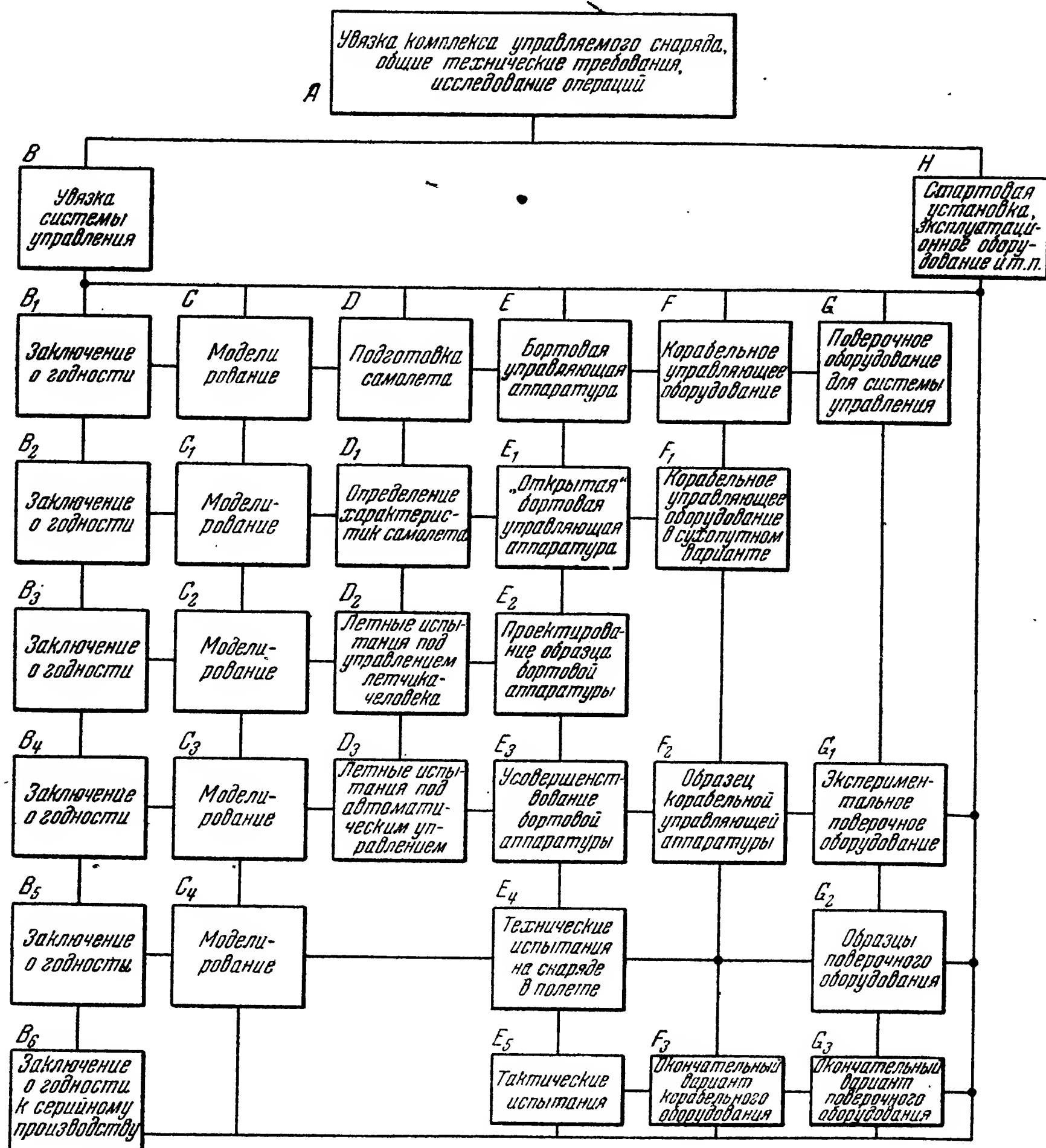


Рис. 15.1. Блок-схема проведения исследований и опытного строительства комплекса управления снарядами.

на всякое другое оборудование, прямо входящее в круг интересов конструктора системы управления. Эти требования редко остаются неизменными; они непрерывно корректируются путем сопоставления результатов работы на смежных участках и результатов испытаний.



Для конструктора системы управления наиболее важными являются требования к управляющей аппаратуре как бортовой, так и внешней относительно снаряда, к динамическим характеристикам, а также требования, связанные с особенностями траектории снаряда на всех этапах полета. Эти материалы изучаются инженерной группой, занятой конструированием системы управления, с целью разработки плана исследований и опытного строительства, позволяющего удовлетворить предъявленным требованиям.

**Синтез системы управления.** Блок *В* изображает работу группы общей увязки системы управления. Эта группа должна изложить общие требования в виде требований к отдельным элементам системы управления с тем, чтобы ими могли пользоваться инженеры, разрабатывающие эти элементы. На основе этих требований может начаться подробная инженерная разработка элементов системы управления. В это время должна быть выявлена потребность в исследовательских работах и, в случае необходимости, эти работы должны быть начаты. Необходимо выделить те области, в которых возможно сразу приступить к непосредственному проектированию, и области, в которых для этого необходимы новые разработки или изобретения. Когда разработанная аппаратура будет построена, необходимо произвести ее испытания и сравнить результаты с заданными требованиями. После этого следует внести изменения или в аппаратуру, или в требования, но при обязательном условии выполнения общего тактического задания.

Блоки от  $B_1$  до  $B_5$  представляют собой непрерывную работу по оценке и выдаче заключений о годности элементов системы управления, ведущуюся при проектировании с момента возникновения первоначальной идеи вплоть до выпуска из производства опытного образца. Эти заключения сообщаются группе, которая продолжает вести общую увязку комплекса, поскольку они вместе с результатами испытаний могут указать на необходимость изменения элементов комплекса, не входящих непосредственно в ведение группы увязки системы управления.

**Моделирование.** При проектировании системы управления инженеры обычно хотят иметь в своем распоряжении некоторые моделирующие установки. Эти установки имеют следующее назначение: а) на основе принятой математической модели снаряда и системы управления предсказать поведение снаряда в полете и вероятную точность системы управления; б) испытать отдельные элементы системы управления вместе с принятой математической моделью снаряда и остальной частью системы управления. Моделирование есть очень эффективное средство при проектировании сложных систем. Оно может быть использовано, конечно, не только для системы в целом, но и для отдельных ее частей.

Блоки от  $C$  до  $C_4$  указывают на непрерывный характер работы по моделированию в течение выполнения всей программы исследований



и опытного строительства. Использование моделирования в проектной работе рассмотрено подробно в главе 19.

Моделирование с помощью самолетов, управляемых летчиками. В дополнение к указанному только что лабораторному моделированию можно использовать для испытаний самолет, управляемый летчиком. Это позволяет провести прямые наблюдения над поведением оборудования в полете и исследовать многие явления, которые не могут быть изучены никаким другим способом. Характеристики самолета и автопилота могут быть сделаны близкими к характеристикам снаряда. Подробности этого метода рассмотрены в главе 19.

Блок  $D$  означает подготовку самолета к испытаниям управляющей аппаратуры. Блок  $D_1$  означает частотные испытания самолета на предмет определения его передаточных характеристик. Блок  $D_2$  означает испытание управляющего оборудования совместно с самолетом при том условии, что самолет еще находится под управлением летчика. В течение этой стадии испытаний должно быть установлено, что управляющее оборудование работает нормально и в состоянии осуществлять желаемый способ управления самолетом. Блок  $D_3$  означает моделирование полета снаряда с помощью самолета при том условии, что все управляющее оборудование работает автоматически, управляя самолетом так, как если бы это был снаряд. Конечно, ценность таких испытаний зависит от степени совпадения переходных характеристик самолета и снаряда.

Бортовая управляющая аппаратура. Разработка бортовой управляющей аппаратуры снаряда представлена на рис. 15.1 в виде  $E$ -серии блоков. Первый шаг состоит в реализации требований к оборудованию в виде собранных схем. Разработка «открытой» аппаратуры, т. е. схем и приборов на открытых шасси<sup>1)</sup>, представлена блоком  $E_1$ . Первоначальные испытания «открытой» аппаратуры выполняются совместно с лабораторными установками, моделирующими всю остальную часть системы управления. По мере готовности элементов этой остальной части они включаются в испытания. В течение испытаний «открытой» аппаратуры происходит разработка образца бортовой аппаратуры снаряда. Когда по результатам испытаний выясняются правильный набор констант электрических схем и правильная конструкция механических элементов, начинается конструирование образца, чему соответствует блок  $E_2$ . Этот образец бортового оборудования после лабораторных испытаний устанавливается на самолет, управляемый летчиком, для испытания в полете. Другой экземпляр этого оборудования устанавливается на лабораторную моделирующую установку, чтобы можно было сравнить результаты летных испытаний и лабораторного моделирования.

---

<sup>1)</sup> Понятию «открытой» аппаратуры у нас, по-видимому, ближе всего соответствует понятие «макетной» аппаратуры. (Прим. перев.)

Эти испытания могут обнаружить необходимость переделок в аппаратуре; подобные переделки будут продолжаться непрерывно в течение всего процесса разработки. Кроме того, испытания самого снаряда могут потребовать изменений и в характеристиках и даже в самом принципе действия управляющей аппаратуры. Одновременно с этим выясняются внешние условия работы управляющей аппаратуры. На этой стадии становится необходимой сводная обработка результатов проектных исследований и испытаний. После такой обработки проектирование образца бортовой аппаратуры основывается уже на полном знании всех результатов испытаний, из которых, если нужно, извлекаются новые требования к оборудованию и к его характеристикам. Этот этап работы изображен блоком  $E_3$ .

После этого бортовая управляющая аппаратура испытывается в полете на настоящем снаряде, чему соответствует блок  $E_4$ . Результаты этих испытаний обрабатываются и, если необходимо, в аппаратуру вводятся изменения. Эти испытания производятся только с целью оценки технических свойств управляющей аппаратуры и снаряда и не относятся к тактическим (полигонным) испытаниям. Когда испытания системы управления совместно со снарядом дадут удовлетворительные результаты, испытания переходят к окончательной стадии, обозначенной блоком  $E_5$ . В этой стадии испытания происходят в обстановке, близкой к боевой, включая сюда наличие реальной цели и снаряженной боевой части; они проводятся целиком под руководством выделенного для этого воинского подразделения. Инженеры-проектировщики находятся теперь в положении наблюдателей. Включение военных в эту работу не носит внезапного характера, так как военные являются наблюдателями на всех предыдущих стадиях испытаний.

Корабельная управляющая аппаратура. Блок  $F$  означает разработку управляющей аппаратуры, внешней относительно снаряда, которая называется корабельной аппаратурой. Пример, включающий в себя корабельную аппаратуру, был выбран с целью показать дополнительные работы, необходимые для ее проектирования. Поскольку начальные стадии испытаний должны быть проведены над сушей, это оборудование проектируется в двух вариантах: сухопутном и корабельном. Сухопутное оборудование может быть спроектировано как в виде перевозимых установок (на тягачах), если это может ускорить разработку, или в стационарном виде, монтируемом неподвижно на все время испытаний. Сухопутное оборудование (блок  $F_1$ ) применяется при испытаниях с самолетом и первоначальных испытаниях со снарядом. Результаты испытаний используются для проектирования образца корабельной аппаратуры (блок  $F_2$ ). Поскольку испытания с самолетом могут быть проведены поблизости от заводов поставщика, а испытания со снарядом — на государственных полигонах, очевидна желательность изготовления сухопутных установок в подвижном варианте.

К моменту, когда технические испытания настолько продвинутся, что окажется возможным приступить к тактическим испытаниям, корабельная аппаратура уже должна быть установлена на корабле, предназначенном для проведения тактических испытаний. Окончательные тактические испытания производятся только после того, как все части комплекса прошли предварительные испытания.

**Поверочное оборудование.** Разработке поверочного оборудования на рис. 15.1 соответствует  $G$ -серия блоков. Поверочное оборудование предназначено для того, чтобы иметь возможность проверять исправность и работоспособность системы в боевых условиях. Необходимость в подобном оборудовании и способы его использования рассматривались в главе 13. Как обычно для электронной аппаратуры, поверочное оборудование должно быть спроектировано в соответствии с поставленными требованиями. Затем оно должно быть построено в виде экспериментальных образцов для использования совместно с образцом бортового оборудования (блок  $G_1$ ), после чего, если необходимо, перепроектировано в соответствии с изменениями системы управления (блок  $G_2$ ). Наконец, оно должно быть изготовлено для тактических испытаний на корабле (блок  $G_3$ ).

В том случае, когда снаряды, укомплектованные управляющей аппаратурой, должны храниться в течение длительного промежутка времени, необходимо разработать еще и другую поверочную аппаратуру, которая позволяла бы определять состояние хранимого оборудования и установить необходимый уход за ним.

**Корпус снаряда, эксплуатационное оборудование и стартовое оборудование.** Программы, касающиеся разработки этих элементов комплекса управления снарядом, рассматриваются в одном из последующих томов настоящей серии. Для проектировщика системы управления необходимо лишь, чтобы все элементы комплекса доставлялись на испытания в должные сроки и в должном виде.

**Заключение о запуске в серийное производство.** Программа исследования и опытного строительства заканчивается выдачей заключения о запуске в серийное производство, обозначенное блоком  $B_6$ . Это означает удачное завершение всех исследований, разработок и испытаний. Когда доказано, что система удовлетворяет своему тактическому назначению, проекты всех элементов замораживаются, после чего может быть заключен договор на серийную поставку. При этом нужно проявить максимальную осторожность в суждениях и быть абсолютно убежденным, что главные параметры системы определены надежно и что все факторы, ограничивающие применение комплекса, полностью ясны. Только после этого может быть принято окончательное решение о серийном производстве для боевого применения. Стоимость исследований и опытного строительства есть лишь часть расходов, входящая в стоимость массового производства.

Необходимо отметить, что последовательные стадии, изображенные на рис. 15.1, часто перекрываются между собой, если становится необходимым сокращение сроков. Экспериментальные образцы строятся в то время, когда «открытая» аппаратура еще проходит испытания; образцы для серийного производства проектируются, прежде чем заканчиваются испытания экспериментальных образцов; подготовка производства начинается прежде, чем окончено испытание серийных образцов. Чем короче заданный срок, тем больше становятся перекрытия между отдельными стадиями проектирования. Поскольку переделки, определяемые по результатам испытаний, неизбежны, при такой постановке дела они начинают становиться чем-то похожим на непрерывный и поспешный ремонт «временной проводки», вместо того, чтобы этими результатами внимательно пользоваться для окончательной доводки системы. Вследствие этого количество отказов оборудования в течение испытаний имеет тенденцию к увеличению. Могут потребоваться переделки серийной продукции после того, когда значительная часть заказа уже изготовлена по прежним образцам. Этот тип проектирования обходится чрезвычайно дорого, а на вопрос о том, дает ли он экономию времени, весьма трудно ответить. Возможно, что тщательное планирование программы исследований и опытного строительства есть менее дорогое и более эффективное средство для одновременной экономии и времени и денег.

### 15.3. Серийное производство внешнего оборудования и снабжение им

**Серийное производство.** Под приведенным в заголовке названием мы понимаем корабельную управляющую и поверочную аппаратуру, стартовую установку и эксплуатационное оборудование. Все эти устройства уже учтены в плановой таблице на рис. 15.1.

Как правило, их стоимость на единицу (понимая под единицей комплект устройств на целую систему) высока, а необходимое количество единиц относительно невелико. Комплексы управляемых снарядов военно-морского флота предназначены для установки на некотором классе (или классах) кораблей. Число кораблей, предназначенных к оборудованию, определяет число единиц, подлежащих производству.

Точный перечень оборудования, которое должно быть установлено на корабле, зависит от метода управления. Этот перечень может быть, например, следующим:

- а) один поисковый радиолокатор,
- б) один радиолокатор сопровождения цели,
- в) один счетно-решающий прибор,
- г) два комплекта эксплуатационного оборудования,
- д) две стартовые установки,



- е) поверочное оборудование,
- ж) оборудование службы связи,
- з) запасные части.

В дополнение к стоимости этого оборудования корабль, предназначенный для его установки, должен быть специально подготовлен. Существующее на корабле оборудование должно быть пере-

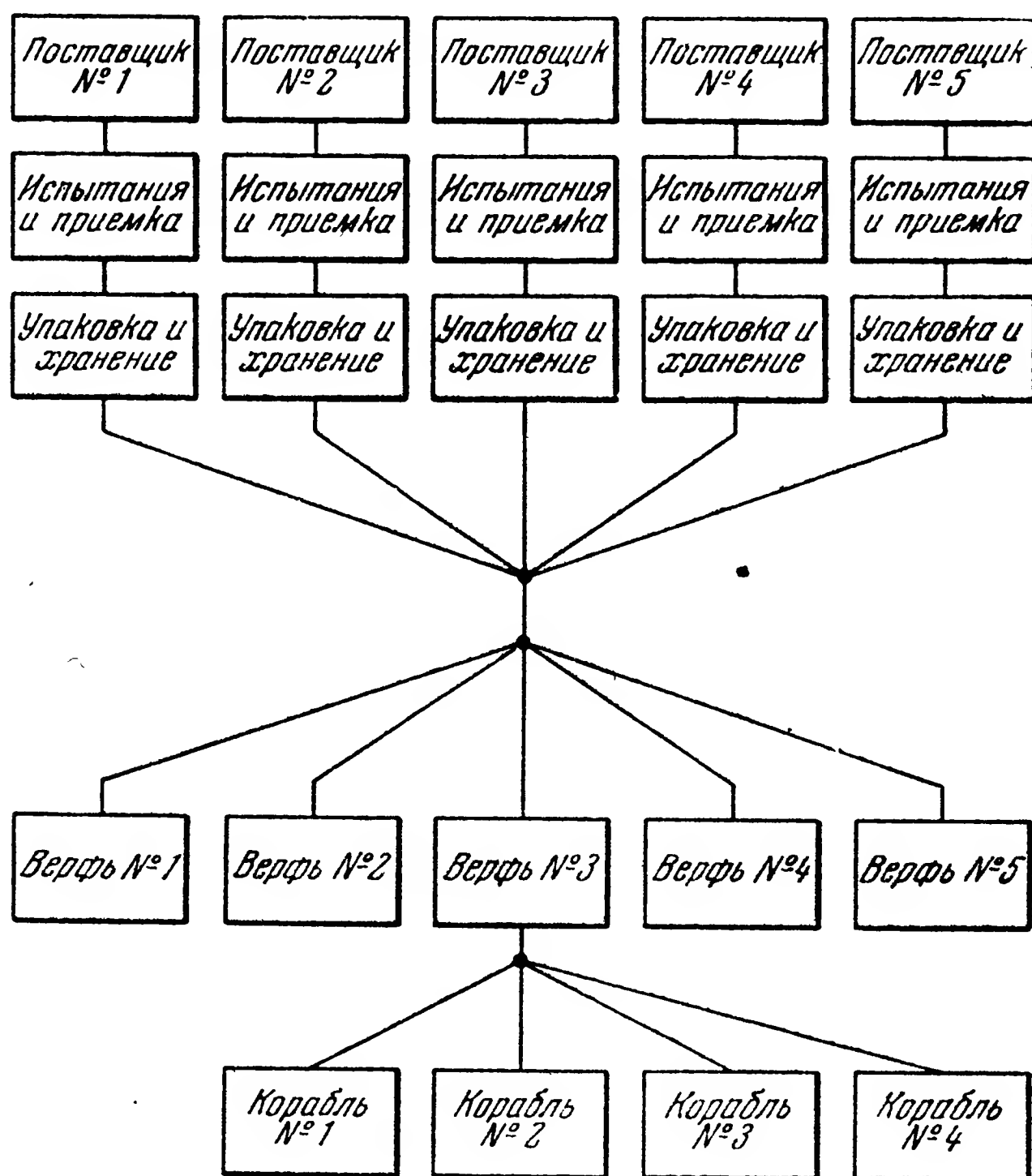


Рис. 15.2. Снабжение корабельным управляющим оборудованием.

ставлено. Может оказаться необходимым усиление элементов конструкции корабля в местах установки. Необходимо проложить новые кабели между отдельными частями системы; при этом может оказаться необходимым передвинуть существующие проводки или проложить их по новым местам. Необходимо произвести переделки внутренних помещений, чтобы приспособить их для хранения снарядов.

Стоимость оборудования корабля комплексом управления снарядами довольно значительна. Она состоит не только из цены самого комплекса, но и из стоимости переделки корабля. В течение вре-

мени переоборудования корабль не может нести свою службу в море. Стоимость системы должна амортизироваться в течение некоторого периода времени, поскольку вследствие развития техники или тактики оборудование в течение определенного промежутка времени устаревает.

**Снабжение.** Снабжение корабельным оборудованием комплекса управления несколько осложняется в связи с тем, что разные его элементы могут изготавливаться различными поставщиками, а чтобы потребовать корабль под установку, нужно иметь весь комплект оборудования уже на складе. На рис. 15.2 представлена диаграмма снабжения корабельным оборудованием. Для его установки может быть использовано много отдельных верфей. Для того чтобы все элементы системы подходили именно к данному кораблю, требуется довольно точное планирование. Ухода за оборудованием в течение этого периода не требуется.

#### 15.4. Серийное производство бортового оборудования снаряда и снабжение им

**Серийное производство.** При планировании серийного производства некоторого управляемого снаряда необходимо иметь в виду два основных плана: а) в случае войны — вероятный темп выпуска снарядов, б) при подготовке к войне — количество снарядов, необходимое для снабжения боевых частей вплоть до того момента, пока промышленность не начнет удовлетворять полностью потребности военного времени. Первый план определяет максимальный потребный выпуск продукции и отсюда устанавливает необходимое развертывание производства. Второй план устанавливает размеры производства в мирное время. Составление плана в каждом из этих случаев является трудной задачей и состоит в равной степени из гадания на кофейной гуще, здравого смысла и подробных логических рассуждений.

Некоторыми из факторов, определяющих вероятный темп выпуска снарядов в военное время, являются: число комплексов управления снарядами в воинских частях; дислокация воинских частей; вероятный выход воинских частей из строя; надежность снарядов; разведывательные данные или предположения о тактике противника; вероятные намерения вооруженных сил противника и т. д. Из сопоставления этих и других факторов определяется потребный максимальный выпуск продукции.

Некоторыми из факторов, определяющих выпуск продукции в мирное время, являются: количество комплексов управления снарядами, действующих в воинских подразделениях; расход снарядов для обучения войск; необходимость укомплектования воинских частей до полной боевой готовности; время, необходимое промышленности для перехода от некоторого минимального выпуска к макси-



мальному выпуску военного времени; расходы на поддержание снарядов и воинских частей в состоянии постоянной готовности и т. д. Учитывая эти и многие другие факторы, можно определить выпуск продукции в мирное время, необходимый для готовности к войне.

После того как определен максимальный потребный выпуск снарядов, становится возможным спроектировать заводы и их оснастку, необходимые для выполнения этой программы. Средства производства могут создаваться за счет государства и принадлежать ему, а обслуживаться поставщиком. Заводы могут быть: а) построены, оборудованы и оснащены полностью, исходя из максимального по-

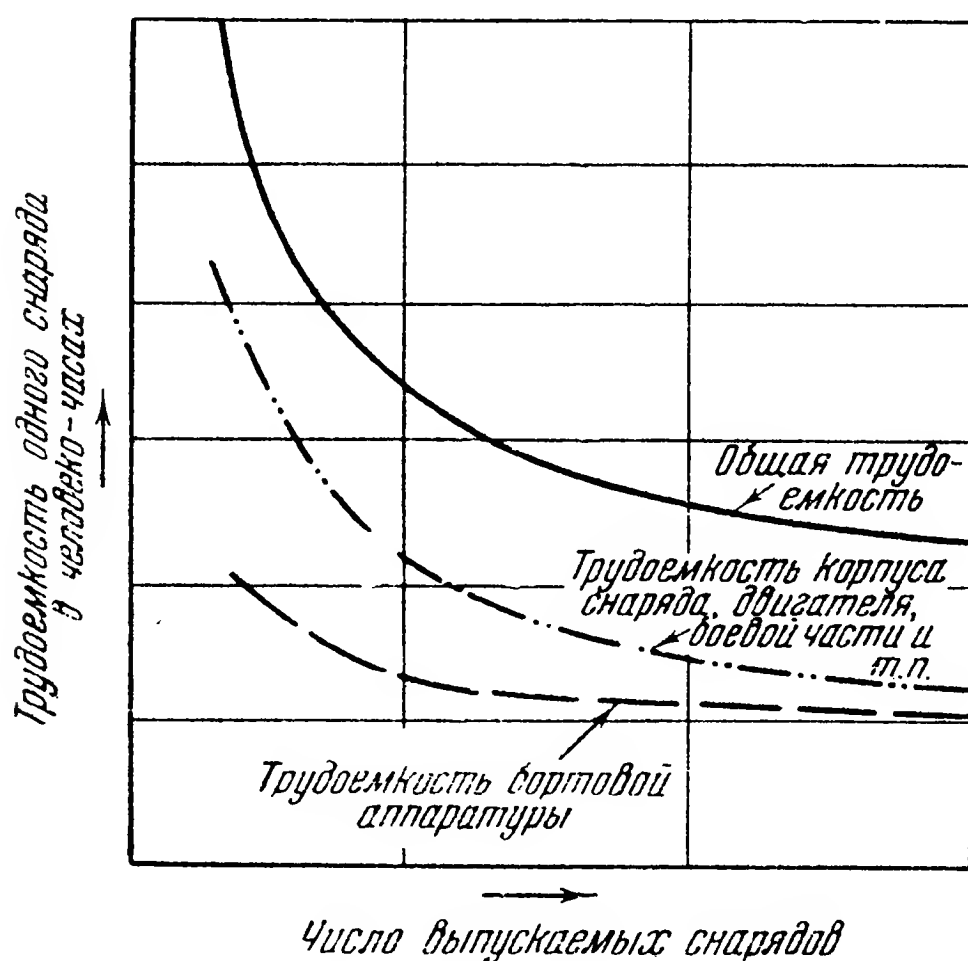


Рис. 15.3. Зависимость между трудоемкостью одного снаряда и размером выпуска.

Эти промежуточные решения определяются размерами расходов, которые допустимо производить ежегодно для осуществления программы строительства управляемых снарядов.

Когда определено число снарядов, необходимое для готовности, можно изучить общие соотношения между стоимостью одного снаряда, количеством выпускаемых снарядов и разными другими относящимися сюда факторами. На рис. 15.3 показаны общие соотношения между трудоемкостью одного снаряда в человеко-часах и количеством выпускаемых снарядов, причем масштабы по осям координат не приведены; соотношение между трудоемкостью управляющей аппаратуры и корпуса снаряда, показанное на этом рисунке, также не относится ни к какому реальному случаю. Эти кривые служат лишь для пояснения того, что малый выпуск требует очень большого числа человеко-часов на единицу продукции и что число человеко-часов на снаряд стремится к некоторому пределу, когда выпуск приближается к проектной мощности предприятия. Подоб-

требного выпуска, так что для осуществления этого выпуска будет необходима только рабочая сила; б) строительные работы могут быть выполнены, исходя из потребностей максимального выпуска, а оборудование и оснащение — только из некоторого меньшего выпуска. Можно принять любое промежуточное решение, если на складах уже имеется количество снарядов, достаточное для покрытия необходимости в них на время от момента возникновения военных действий до максимального развертывания производства.

ным же образом расход материалов на один снаряд в общих чертах показан на рис. 15.4. Снова расход материалов высок, когда выпуск мал, и стремится к некоторому пределу, когда выпуск снарядов приближается к запроектированному максимуму. Полная стоимость одного снаряда следует тому же самому общему закону, поскольку она определяется суммой расходов на материалы и рабочую силу плюс накладные расходы; соответствующие кривые приведены на рис. 15.5. Пользуясь этими кривыми, можно установить размер выпуска снарядов в мирное время таким образом, чтобы получить большую часть снарядов по

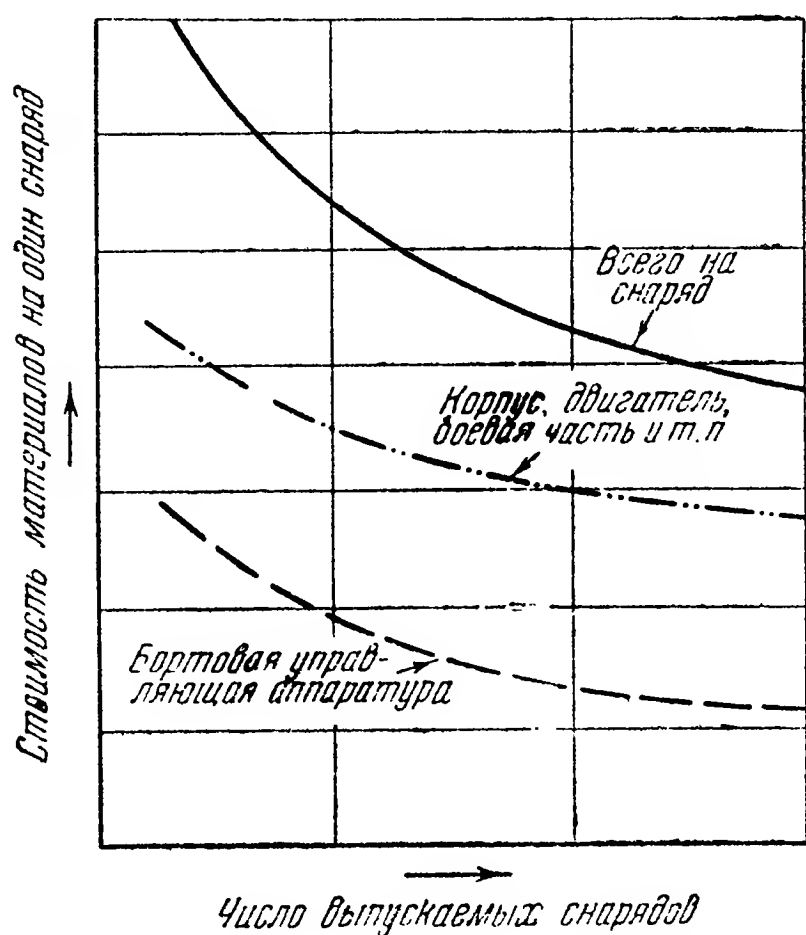


Рис. 15.4. Зависимость между расходом материалов на один снаряд и размером выпуска.

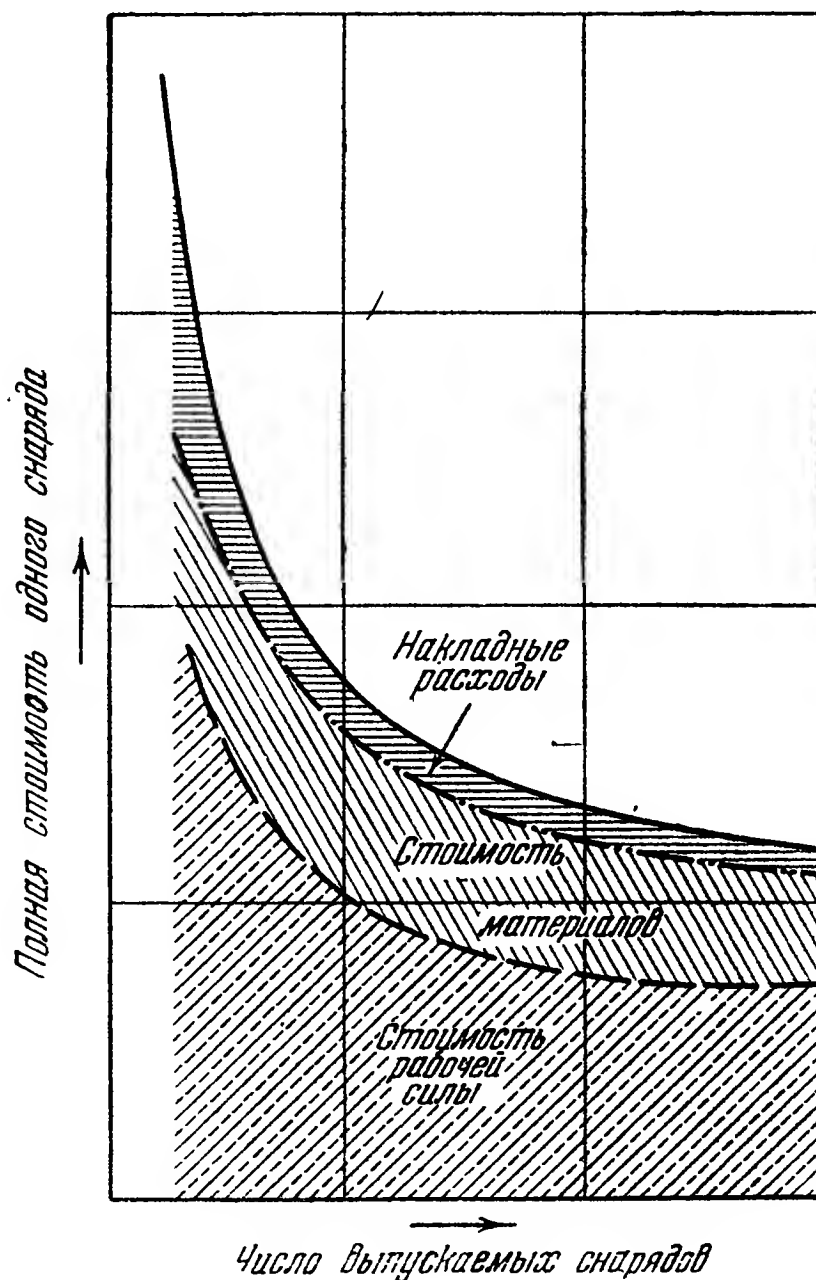


Рис. 15.5. Зависимость между полной стоимостью одного снаряда и размером выпуска.

низким ценам. Эта идея дает возможность несколько компенсировать годовые расходы на содержание снарядов в готовности. Полный размер годовых расходов мы рассмотрим впоследствии.

Планирование стоимости снарядов часто делают, пользуясь понятием стоимости единицы веса (фунта) продукции. Обычно этим пользуются при сравнении стоимости снарядов и систем управления. Стоимость единицы веса управляющей аппаратуры считают — обычно произвольно — в несколько раз выше стоимости единицы веса корпуса снаряда, двигателя и боевой части. Общая стоимость бортовой управляющей аппаратуры обычно мала по сравнению с общей стоимостью снаряда, поскольку ее вес составляет только небольшую часть общего веса снаряда. Точные соотношения стоимостей для

какого-нибудь определенного снаряда могут быть получены только из статистических данных, основанных на действительном производстве.

Снабжение. На рис. 15.6 показано, как происходит распределение снарядов в мирное время, чтобы поддерживать воинские подразделения в состоянии готовности на случай начала военных

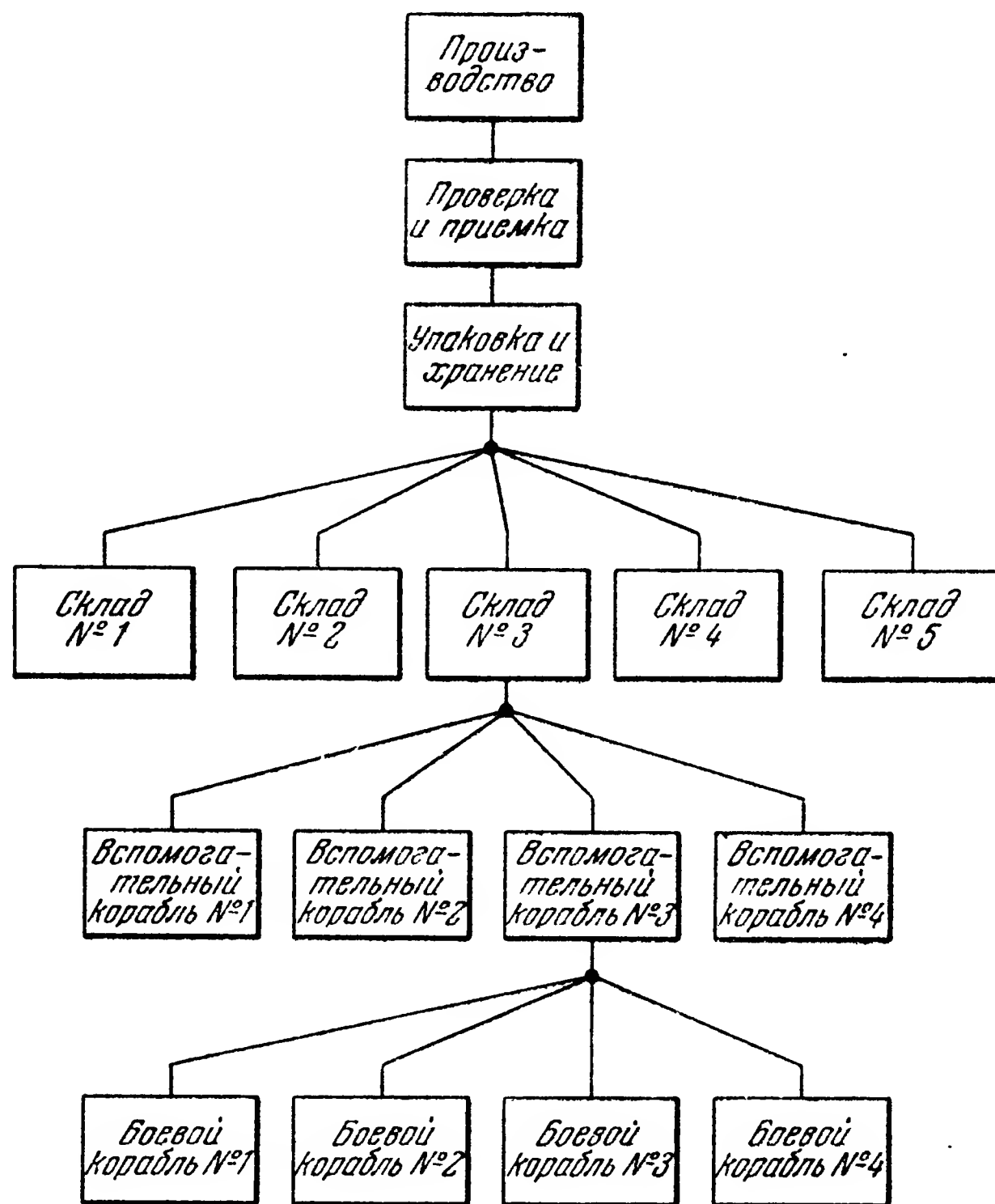


Рис. 15.6. Снабжение управляемыми снарядами.

действий. После изготовления снарядов и управляющей аппаратуры они должны быть испытаны и приняты. Затем их нужно упаковать и, возможно, временно хранить на заводе-изготовителе. После этого снаряды направляются на соответствующим образом дислоцированные склады. Здесь они представляют собой мобилизационный запас, который должен оставаться на складах в течение неопределенно долгого срока, причем для обучения войск используются снаряды помимо мобилизационного запаса. Тем не менее, снаряды в мобилизационном запасе должны быть в таком состоянии, чтобы их приведение в боевую готовность требовало минимального времени; отсюда видна необходимость непрерывного ухода за ними.

Снаряды, которые предназначены для боевых кораблей флота, должны быть погружены на вспомогательные суда для доставки на боевые корабли, где бы последние ни находились. Эта часть задачи снабжения изображена на рис. 15.6. После доставки снарядов на боевые корабли за ними уже не требуется дополнительного ухода.

В военное время или при усилении угрозы войны снаряды могут быть перевезены для хранения на передовые базы, находящиеся на наиболее важных оперативных направлениях. На этих базах следует предусмотреть оборудование для ухода за снарядами, чтобы от флота требовался минимум усилий для применения снарядов.

### 15.5. Содержание корабельной управляющей аппаратуры

При соединениях кораблей должна находиться команда, обученная обращению с корабельной управляющей аппаратурой и уходу за ней. Часть этой команды должна осуществлять уход за аппаратурой непосредственно на корабле. Расходы на обучение и содержание этой команды относятся на счет поддержания оружия в боевой готовности.

### 15.6. Содержание бортовой управляющей аппаратуры снаряда

За бортовой управляющей аппаратурой снаряда необходим уход как во время хранения на складах, так и в то время, когда снаряды находятся уже на кораблях в готовности к боевому применению. В обоих случаях необходимы как специалисты, так и поверочная аппаратура. Расходы на специалистов и поверочную аппаратуру должны быть предусмотрены в смете расходов на поддержание оружия в боевой готовности.

### 15.7. Затраты на вооружение управляемыми снарядами

Полная первоначальная стоимость исследований, серийного производства и снабжения флота управляемыми снарядами может быть выражена следующим образом:

$$C_0 = C_r + C_f + N_m C_m + N_s C_s + N_m C_{dm} + N_s C_{ds}, \quad (15.1)$$

где

$C_0$  — полная первоначальная стоимость;

$C_r$  — стоимость исследований и опытного строительства всего артиллерийского комплекса управляемого снаряда;

$C_f$  — стоимость подготовки производства;

$C_m$  — стоимость производства одного снаряда;

$C_s$  — стоимость производства одного комплекта бортовой аппаратуры и ее установки на корабле;

$C_{dm}$  — стоимость хранения и снабжения снарядами, приходящаяся на один снаряд;

$C_{ds}$  — стоимость хранения и снабжения корабельной аппаратурой, приходящаяся на один комплекс;

$N_m$  — число изготовленных снарядов;

$N_s$  — число выпущенных комплексов.

Стоимость исследований и опытного строительства некоторого артиллерийского комплекса управляемого снаряда  $C_r$  состоит из двух главных частей: договорной стоимости исследований и опытного строительства и стоимости обслуживания этих работ, предоставляемого правительством в виде испытательных средств, руководства и т. п.

Стоимость принадлежащих государству средств производства  $C_f$  состоит из стоимости участка, производственных корпусов, прочих строений и оборудования.

Стоимость одного снаряда  $C_m$  в значительной степени зависит от размеров производства, как это подробно изложено выше, и складывается главным образом из стоимости корпуса снаряда, двигательной установки, боевой части, топлива, управляющей аппаратуры, запасных частей и упаковки.

Стоимость корабельной аппаратуры  $C_s$  составляется из стоимости отдельных ее элементов и запасных частей к ним, а также стоимости ее монтажа на корабле. В эту последнюю необходимо включить стоимость содержания корабля в течение времени монтажных работ, если оно превосходит время, предусмотренное на текущий ремонт корабля.

Стоимость хранения и снабжения снарядами  $C_{dm}$  зависит от стоимости перевозок и от стоимости складов и их оборудования, если они строятся или оборудуются специально для этой цели.

Стоимость хранения и снабжения корабельной аппаратурой  $C_{ds}$  есть главным образом стоимость ее доставки к месту установки.

Существует еще много более мелких статей расходов, но основная номенклатура учитывается приведенной выше формулой.

Годовые расходы на введение на вооружение комплекса управляемого снаряда могут быть выражены следующим образом:

$$C_y = \frac{C_r}{a_1} + \frac{C_f}{a_2} + \frac{N_m (C_m + C_{dm})}{a_3} + \frac{N_s (C_s + C_{ds})}{a_4} + N_p C_p, \quad (15.2)$$

где

$C_y$  — годовые расходы на содержание вооружения в готовности;

$N_p$  — число людей, необходимое для содержания системы;

$C_p$  — средняя стоимость содержания одного человека в год;

$a_1$  — период амортизации расходов на исследования и опытное строительство;

$a_2$  — период амортизации средств производства;

$a_3$  — период амортизации стоимости снарядов;

$a_4$  — период амортизации стоимости корабельной аппаратуры.



Остальные обозначения в (15.2) остаются теми же самыми, что и в (15.1). Если для всех частей системы устанавливается один и тот же амортизационный период, равный  $a$ , то годовые расходы выражаются так:

$$C_y = \frac{C_0}{a} + N_p C_p. \quad (15.3)$$

Мы можем сделать лишь весьма немногие предположения о действительной стоимости отдельных частей программы строительства управляемых снарядов. Цифры, приводимые ниже, нельзя рассматривать как действительные цены, поскольку они существенным образом зависят от типа снаряда и общих требований к системе; они указывают лишь ориентировочную величину возможных затрат.

В этом гипотетическом случае ясно видно, что расходы на исследования и опытное строительство малы по сравнению с расходами на производство. Система должна быть всесторонне испытана, прежде чем начнется серийное производство. Переделки конструкции, вводимые после начала серийного производства, обходятся чрезвычайно дорого по сравнению с такими же переделками в течение опытного строительства. Точно так же ясно, что первоначальная стоимость вооружения управляемыми снарядами, а также входящая в нее стоимость системы управления достигают значительной величины и могут иметь заметное влияние на национальную экономику.

В нижеследующей таблице стоимость приводится в долларах.

Стоимость исследований и опытного строительства $C_r$ . . . . .	20 000 000
Стоимость подготовки производства $C_f$ . . . . .	40 000 000
Число оборудуемых кораблей $N_s = 50$ . Стоимость корабельного оборудования на один корабль $C_s = 5\,000\,000$ . Полная стоимость корабельного оборудования $N_s C_s$ . . . . .	250 000 000
Если предположить, что 150 снарядов на корабль достаточно для его полной боевой готовности, то общее количество потребных снарядов будет $N_m = 7500$ . Стоимость одного снаряда $C_m = 20\,000$ . Общая стоимость снарядов $N_m C_m$ . . . . .	150 000 000
Стоимость хранения и снабжения на 1 снаряд равна $C_{dm} = 200$ . Полная стоимость снабжения снарядами $N_m C_{dm}$ . . . . .	1 500 000
Стоимость снабжения корабельной аппаратурой на 1 комплекс равна $C_{ds} = 500$ . Полная стоимость снабжения корабельной аппаратурой $N_s C_{ds}$ . . . . .	25 000
Общая стоимость . . . . .	461 525 000
Если предположить, что стоимость системы управления равна $1/4$ общей стоимости, то стоимость только системы управления будет . . . . .	115 381 250

### 15.8. Перечень внешних условий

Внешние условия для испытания аппаратуры необходимо определить так, чтобы они создавали наиболее неблагоприятную обстановку для ее работы из числа возможных в реальных условиях. Требование удовлетворительной работы аппаратуры при этих



условиях определяет многие из ее конструктивных параметров. Полнота учета всех неблагоприятных внешних условий и проведение таких испытаний, которые показывают способность аппаратуры работать в этих неблагоприятных условиях, представляет собой наибольшую гарантию ее надежности. Совершенно независимо от экономических соображений можно сказать, что во время боя не существует более верного способа снижения моральных качеств войск, чем применение ненадежного оружия.

Никто лучше самих родов войск не сможет определить наиболее неблагоприятные условия, которые могут встретиться на различных театрах военных действий, где будут применяться управляемые снаряды. Эти условия складываются: из экстремальных значений атмосферного давления, температуры и влажности; из ударов и сотрясений во время боя при полевом обслуживании и при транспортировке; из длительности и условий хранения между выпуском из производства и применением. Эти общие условия должны быть использованы для оценки качества всех без исключения элементов системы управления.

Внешние условия, относящиеся к самому снаряду, несколько специфичны вследствие особенностей его применения. Чтобы установить внешние условия для работы бортовой аппаратуры, необходимо выполнить специальные испытания на снарядах в полете и таким путем установить наиболее неблагоприятные возможные условия. Эти летные испытания должны показать, каким ударам и вибрациям подвержено оборудование, находящееся на своем действительном месте в снаряде (см. гл. 9); они должны быть так поставлены, чтобы каждое из вероятных неблагоприятных условий могло быть осуществлено в действительности. Результаты испытаний должны быть экстраполированы расчетным путем, чтобы учесть максимальное ускорение, возможное при боевом применении. После того как получены экспериментальные и расчетные данные, можно составить перечень внешних условий для контрольных испытаний. В этот перечень должен быть включен соответствующий коэффициент безопасности, который учитывает влияние производственных допусков. Перечень внешних условий должен быть дополнен перечнем испытаний, которым необходимо подвергать аппаратуру на разных стадиях ее готовности. Эти испытания должны быть таковы, что в случае, если аппаратура пройдет их с удовлетворительным результатом, это гарантировало бы в дальнейшем приемку продукции представителями военного ведомства. Если летные испытания управляющей аппаратуры в снарядах сопровождаются ее отказами (причем чаще всего не удается обнаружить, в каком именно месте происходит отказ), то коэффициент безопасности должен быть увеличен, а контрольные испытания сделаны более строгими, прежде чем принять управляющую аппаратуру от поставщика.

### 15.9. Исследование аппаратуры во внешних условиях

Эта область исследований и контрольных испытаний заняла в опытном строительстве управляемых снарядов и других сложных автоматических систем выдающееся положение. Когда сложные установки обслуживаются человеком, он обычно замечает признаки опасности раньше, чем она разовьется до своего максимума; человек своевременно принимает необходимые меры, чтобы предупредить отказ в работе. В сложной автоматической системе, такой, как управляемый снаряд, предел разрушения конструкции может наступить в качестве отклика на какой-нибудь вход, без всякой попытки со стороны системы исправить или компенсировать этот отклик. Если отказ происходит в течение полета снаряда, причина отказа часто остается невыясненной, вследствие чего не удастся точно указать способ устранения этой причины. Поэтому вместо определения точного места отказа (который может быть вызван просто какой-нибудь мелочью) и соответствующего исправления приходится пересматривать всю аппаратуру, что обходится недешево.

Фактически невозможно точно рассчитать сложную электронную или механическую систему на влияние ударов и вибраций. Эта невозможность прежде всего обуславливается тем, что механические влияния редко бывают установившимися и состоят из многих составляющих самых разнообразных типов. Удары, которые, в сущности, являются импульсами ускорений, очень сильно различаются по амплитуде и форме. Вибрации, которым подвержена аппаратура, имеют переменную частоту и амплитуду. Эти неблагоприятные условия меняются от полета к полету, а также в течение различных этапов содержания снаряда в мобилизационном запасе. Поэтому исследования в области ударов и вибраций являются по существу своему экспериментальными и притом статистического характера.

Инженерам, которые обязаны заниматься усовершенствованием управляющей аппаратуры во время прохождения ею испытаний на внешние условия, предоставляется следующее: общие внешние условия, назначаемые военным ведомством; результаты испытаний, определяющие дополнения к этим внешним условиям для бортовой аппаратуры снаряда; требуемый коэффициент безопасности; информация о стандартах военного ведомства; один или несколько работающих образцов оборудования. Имея эти данные, приступают к исследованиям, начиная с условий, более легких, чем те, которые будут в действительности, с последующим усложнением их до тех пор, пока не появятся отказы. Причины отказов устраняются и исследования продолжаются при все более тяжелых условиях; обнаруживаются новые отказы и устраняются их причины до тех пор, пока оборудование не будет работать удовлетворительно в заданных внешних условиях с соответствующим коэффициентом безопасности. В течение этих исследований аппаратура должна

поддерживаться в рабочем состоянии. Окончательные испытания часто проводят в условиях, более тяжелых, чем заданные, чтобы определить возможные слабые места в оборудовании. Инженеры, компетентные в этой области, обычно исправляют эти слабые места при помощи удивительно малых изменений аппаратуры.

Так как изменения, необходимые для устранения отказов, могут быть очень малы, то отсюда следует, что малые изменения надежно работающей аппаратуры могут создать новые источники ее отказов. Из этих соображений испытания на удары и вибрации следует вести в течение всего времени выполнения программы опытного строительства. Если появилось изменение, в особенности приводящее к различию между образцом и серийной продукцией, то эти испытания необходимо тщательно повторить.

Установки для исследований на внешние условия чаще всего очень специализированы и поэтому должны разрабатываться особо для каждого типа снаряда и управляющей аппаратуры. В число поверочных установок обычно входят термобарокамеры для высокой и низкой температур, в которых могут быть созданы предельные потребные изменения давления, температуры и влажности. Кроме того, должны иметься: а) установки для исследования на удар двумя способами: путем сбрасывания и путем ударов молота, б) вибрационные столы, дающие возможность воспроизводить в широком диапазоне частоты и амплитуды и в) центрифуги для исследования на перегрузки.

#### **15.10. Приемочные испытания на внешние условия**

Исследования, производимые в области влияния внешних условий на аппаратуру, иногда смешивают с приемочными испытаниями на внешние условия. Исследования аппаратуры производятся поставщиком по его усмотрению, чтобы усовершенствовать работу аппаратуры в заданных или более трудных внешних условиях. Приемочные испытания на внешние условия также производятся поставщиком, но по требованию военного ведомства с целью проверить, насколько аппаратура удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям. Исследовательская работа есть средство проектирования; поверочные испытания определяют правильность результата проектирования.

Приемочные испытания устанавливаются в соответствии с заданными требованиями. Нужно тщательно проверить, чтобы эти испытания сами действительно соответствовали своему назначению. Поверочные испытания на внешние условия представляют собой главную гарантию обеспечения надежности в боевом применении.

#### **15.11. Надежность**

Надежность была определена выше как вероятность того, что в самом управляемом снаряде или элементах системы управления не будет отказов, вызывающих невыполнение комплексом своей

тактической задачи. Управляемый снаряд состоит из нескольких сот элементов, правильная работа каждого из которых существенна для выполнения им своего назначения. Комплекс управляемого снаряда, включая сам снаряд, состоит, вероятно, более чем из тысячи элементов; правильная работа каждого из них также существенна для нормального функционирования комплекса. Большинство элементов, которые должны работать безотказно, чтобы снаряд мог выполнить свое назначение, входит в систему управления. Кроме этих элементов, внутри системы управления имеется много тысяч спаев, от каждого из которых зависит работа системы как целого.

Общая надежность (или вероятность безотказного проведения операции) системы управления равна произведению надежностей каждого из жизненно важных элементов. Следовательно,

$$p = p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \quad (15.4)$$

где  $p$  — общая надежность,  $p_1, p_2, \dots, p_n$  — надежности отдельных элементов.

Предположим, что каждый элемент системы управления имеет одинаковую надежность. Далее, для определенности предположим, что некоторая гипотетическая система управления состоит из пятисот элементов, причем для выполнения снарядом своего назначения необходимо, чтобы каждый из них работал правильно. Если каждый из элементов имеет надежность  $99,5\%$ , то общая надежность будет  $(0,995)^{500}$ , или всего  $8,13\%$ . Надежность  $99,5\%$  (т. е. один возможный отказ из 200 различных экземпляров) в большинстве гражданских стандартов рассматривается как отличная. Однако для комплекса управления может быть задана общая надежность в  $90\%$ , а для системы управления  $95\%$  или даже больше (см. гл. 8). Отсюда следует, что взятая нами для примера надежность каждого элемента в  $99,5\%$  для комплексов управления снарядами недостаточна.

Предполагая, что система управления, состоящая из пятисот элементов, должна иметь надежность  $95\%$ , мы получим, что надежность каждого элемента должна быть равна  $\sqrt[500]{0,95}$ , или  $99,99\%$ . Это означает, что допустим только 1 отказ из 10 000 экземпляров. Чтобы обеспечить столь высокую надежность, требуется особый контроль качества продукции.

На рис. 15.7 представлена зависимость между надежностью системы управления и средней надежностью ее элементов. Эти кривые построены в предположении, что отказ системы вызывается отказом только одного элемента. Если их может быть больше одного, то надежность системы падает еще сильнее.

Надежность системы управления есть чрезвычайно важный экономический фактор. Чтобы показать это, возьмем предельный, но

вполне возможный случай. Пусть некоторая система класса поверхность — воздух разработана, построена и введена на вооружение. Для использования этого оружия создается специальная воинская часть с личным составом, снаряжением и т. п. Личный состав в течение ряда лет обучают, кормят, оплачивают и предоставляют ему жилище с единственной целью — использовать оружие в бою, когда неприятель будет обнаружен. Враг появляется, снаряд выстреливается, но получается отказ. Отсутствие надежности в этом слу-

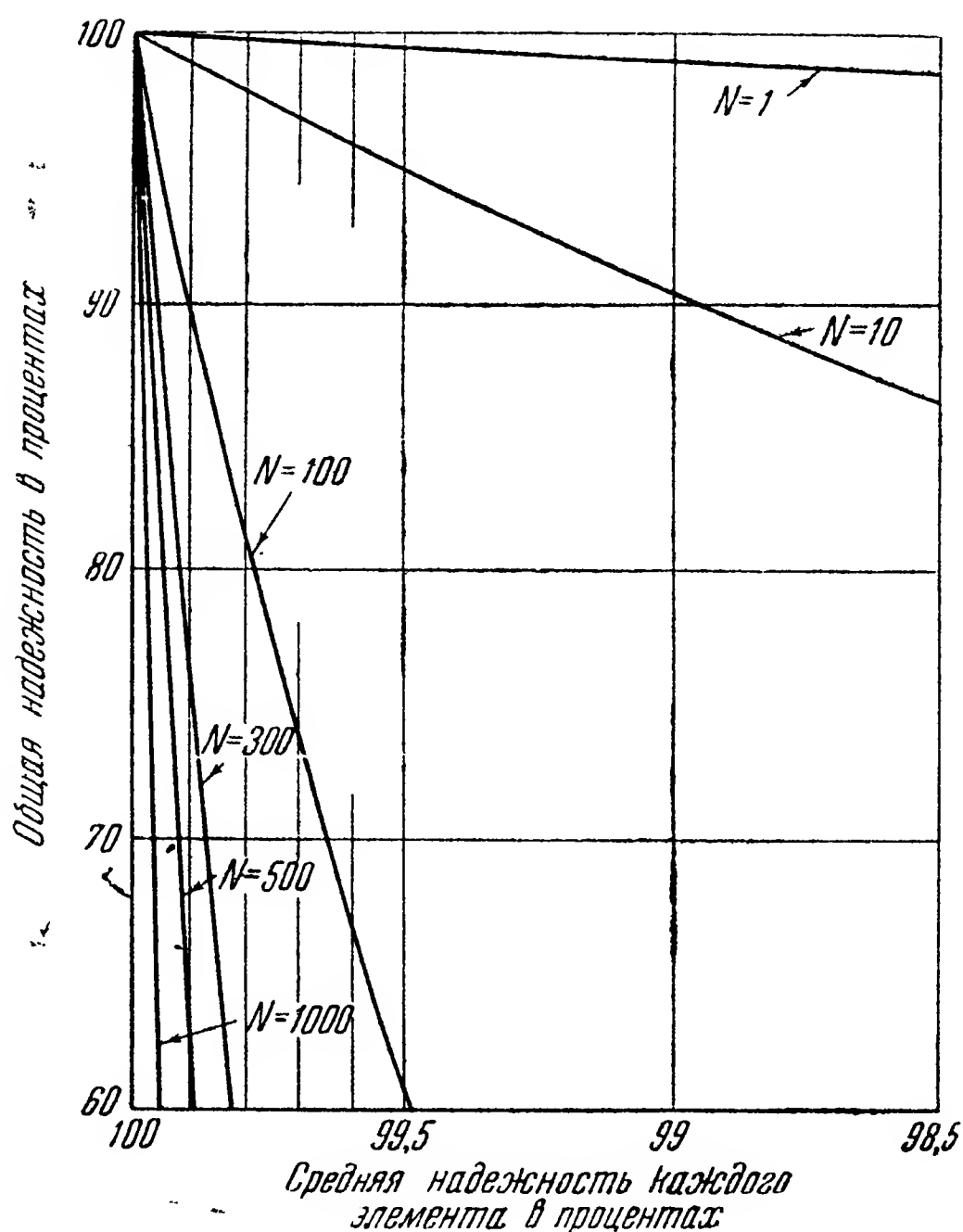


Рис. 15.7. Общая надежность управляемого снаряда как функция средней надежности его элементов в случае возможности отказа только одного из элементов ( $N$  — число элементов).

чае обошлось во много сотен тысяч долларов плюс годы потерянного времени. Когда снаряд отказывает, убытки составляют не только из стоимости самого снаряда, но в известной пропорции из общей стоимости программы вооружения, обучения и содержания личного состава, а также строительства оборонительных сооружений. Войны могут быть длительными, но использование оружия в бою отдельной воинской частью обычно ограничивается очень коротким промежутком времени, иногда порядка минут. Оружие во что бы то ни стало



должно быть надежным, когда этот короткий промежуток времени наступает.

Ниже излагаются некоторые соображения, которые могут помочь обеспечению надежности боевого применения комплексов управляемых снарядов.

а) Выбор метода управления. Неблагоприятные внешние условия менее опасны для работы той части системы управления, которая находится вне снаряда, чем для работы бортовой управляющей аппаратуры. Отсюда следует, что тот метод управления, который сводит к минимуму количество бортовой аппаратуры, при прочих равных условиях может считаться более надежным, чем метод, который требует наличия на снаряде большего количества управляющей аппаратуры.

б) Простота системы. Из рис. 15.7 видно, что чем меньше отдельных элементов имеется в системе, тем меньшие требования можно предъявлять к их надежности. Отсюда следует, что из двух систем, имеющих элементы одинаковой средней надежности, при прочих равных условиях та из них будет более надежной, которая состоит из меньшего числа элементов. Простые системы, вдобавок к увеличению надежности, имеют и другие преимущества: упрощается обучение личного состава, падает стоимость самого оборудования и запасных частей к нему. При проектировании всегда следует использовать наиболее простые устройства из возможных.

в) Перечень внешних условий. Этот перечень должен быть составлен на основе опытов, статистически обработанных и дополненных такими расчетами, которые окажутся необходимыми. Перечень должен представлять собой реалистическое определение наиболее невыгодных условий, возникновение которых в действительности может считаться вероятным.

г) Проектирование. Ответственность за надежность или отсутствие ее падает главным образом на систему управления снарядом. Поэтому: 1) Необходимо применять достаточные коэффициенты безопасности с таким расчетом, чтобы были учтены как производственные допуски на отдельные элементы, так и некоторое ухудшение обслуживания при переходе аппаратуры из рук заводских инженеров в руки военных. 2) В технических условиях на отдельные элементы должны входить только такие допуски, которые совместимы с требованиями надежности. 3) Выбор электрических схем должен основываться на том, чтобы аппаратура была надежной не только в лаборатории, но и в действительных боевых условиях. 4) Наконец, при проектировании необходимо интенсивно использовать исследования на внешние условия в качестве средства усовершенствования аппаратуры.

д) Новая техника. Новую технику следует испытывать и применять как при разработках, так и в серийном производстве



в том случае, если путем многочисленных испытаний будет неопровержимо доказано, что таким путем можно улучшить надежность при обеспечении высокого качества.

Полупроводниковые приборы и печатные схемы, не являющиеся сами по себе особенно новыми, показательны в качестве типа усовершенствования, проведение которого в жизнь может улучшить надежность. Одобренный Морским ведомством проект Tinkertoy<sup>1)</sup>, разработанный Бюро стандартов, представляет собой метод автоматического производства электронных элементов и схем, включая сюда и производственный контроль. Начиная с необработанных материалов или полуфабрикатов, машины автоматически изготавливают керамические материалы и угольные сопротивления, печатают схемы и монтируют сопротивления, емкости и другие миниатюрные элементы на стандартных стеатитовых панелях. Панели стыкуются между собой примерно как блоки, из которых строители собирают дом, и образуют полосковую ячейку<sup>2)</sup>, которая выполняет все функции одного или нескольких электронных каскадов. Собранная полосковая ячейка есть стандартизованная, взаимозаменяемая подборка, в которой все свойства электронной схемы сочетаются с прочностью, надежностью и чрезвычайной компактностью. Каждая ячейка вообще состоит из нескольких (от 4 до 6) тонких керамических панелей, несущих на себе различные полосковые схемы, необходимые в некотором электронном каскаде; несколько таких ячеек соединяются вместе и образуют более крупную сборку. Это оказывается возможным, потому что в современном электронном оборудовании всюду существует большое сходство между схемами и частями схем. В течение времени автоматического изготовления каждого каскада предусматривается полный автоматический производственный контроль. Печатные схемы, сопротивления и емкости проверяются и до и после сборки. Это выполняется при помощи электронных вычислительных устройств, мостовых схем и других сравнивающих устройств. После окончательной сборки готовая полосковая ячейка снова проверяется, чтобы установить, укладываются ли ее характеристики в пределы установленных допусков.

е) Серийное производство. Производственные приспособления должны строго соответствовать техническим условиям, в особенности в части допусков и процесса подбора. На всех стадиях производства и сборки должен осуществляться тщательный контроль качества.

ж) Приемочные испытания. Методика приемочных испытаний должна быть установлена в соответствии с результатами

---

<sup>1)</sup> Summary Technical Report 1824—A, National Bureau of Standards, Washington, D. C., September 1953.

<sup>2)</sup> См., например, сборник: Печатные схемы сантиметрового диапазона, М., 1956. (Прим. перев.)

исследований на внешние условия и из других соображений. Эта методика должна быть тщательно проанализирована с целью убедиться, что она действительно дает возможность обнаружить те явления, для обнаружения которых она предназначена.

з) Предстартовая проверка. Проверки, которые производятся непосредственно перед стартом, представляют собой средство убедиться в последний раз в том, что оборудование работает удовлетворительно. Проверки должны быть просты, но обязательно эффективны. Если они не будут правильно указывать неудовлетворительную работу некоторого элемента системы, в статистике снаряд будет записан как отказавший в бою, в то время как на самом деле это мог быть отказ, вызванный плохим уходом за аппаратурой.

---

## ГЛАВА 16

### СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A$ — площадь антенны радиолокатора.	$P_s$ — излучаемая мощность для полуактивной системы.
$A_1$ — антилогарифм $_{10}$ ( $^{1/10}$ потерь мощности при распространении в дб).	$P_t$ — пиковая излучаемая мощность.
$G$ — выигрыш антенны радиолокатора.	$P_{t1}$ — потребная излучаемая мощность на выходе, в ваттах.
$G_r$ — выигрыш приемной антенны снаряда.	$P_{\min}$ — минимальная мощность, необходимая для приема.
$G_t$ — выигрыш передающей антенны.	$R$ — дальность в морских милях.
$H_1$ — высота одной из станций (передатчика или приемника) в футах.	$R_a$ — надежная дальность сопровождения активной системы при любом ракурсе цели.
$H$ — высота второй станции в футах.	$R_r$ — расстояние от приемника на снаряде до цели.
$K$ — коэффициент пропорциональности (постоянная).	$R_s$ — надежная дальность сопровождения полуактивной системы при любом ракурсе цели.
$P_a$ — излучаемая мощность для активной системы.	$R_t$ — дальность от передатчика до цели.
$P_r$ — принятая мощность на входе приемника, в ваттах.	$R_{\max}$ — максимальная дальность действия радиолокатора.
$P_{r1}$ — чувствительность приемника, необходимая для удовлетворительной работы системы, в ваттах.	$\lambda$ — длина волны.
	$\sigma$ — эффективная площадь цели.

В предыдущих главах настоящей книги было показано, что управление снарядами может быть основано на излучении и распространении энергии, содержащей управляющую информацию;

что управляющая информация может быть получена также от земных или астрономических ориентиров; что, наконец, управление снарядами представляет собой задачу из области следящих систем. Было показано, каким образом может быть принята и использована управляющая информация. Рассматривались принципы и соображения, которых в большинстве случаев должен придерживаться конструктор системы управления. Где это оказывалось возможным, элементы, входящие в систему, описывались при помощи их частотных характеристик.

Мы не уделяли внимания подробному описанию проектирования отдельных элементов системы. Существует много книг, которые занимаются способами проектирования этих элементов как отдельных единиц. В настоящей книге мы отдавали предпочтение системе в целом, рассматривая каждый элемент лишь с точки зрения его главных параметров и его вклада в работу системы.

В этой главе мы займемся различными системами управления, которые можно получить путем комбинирования отдельных элементов. Эти системы управления следует рассматривать лишь как иллюстрации наиболее обычных из подобных комбинаций; в действительности их существует бесконечное множество. Рассмотрение каждой из систем мы доведем до блок-схемы, достаточно подробной для того, чтобы был ясен вклад каждого элемента в работу системы в целом. Будут рассмотрены автопилотный контур и контур системы управления снарядом. Каждую из систем управления мы рассмотрим лишь в общих чертах, в свете соображений, высказанных в предыдущих главах. Каждый метод управления мы рассмотрим с точки зрения возможности его использования в четырех основных классах управляемых снарядов.

### 16.1. Соображения о проектировании систем управления

Главное внимание при проектировании системы управления снарядами следует обратить на то, чтобы она была устойчива, точна и надежна как при установившихся, так и при неустановившихся воздействиях, которые могут возникнуть в боевых условиях<sup>1)</sup>. Следует рассматривать каждый элемент системы с точки зрения его работы в системе как в целом. Проект каждого элемента должен предусматривать устойчивость, точность и надежность системы в целом. Устойчивость, точность и надежность системы уже рассматривались в предыдущих главах этой книги.

Обычно при проектировании системы сначала рассматриваются установившиеся воздействия. Однако этого недостаточно. Рассмотрим,

---

<sup>1)</sup> Следует отметить, что нигде в книге не дается ни определения устойчивости системы при постоянно действующих возмущениях, ни методов ее расчета. (Прим. перев.)

например, систему воздух — воздух. Пусть выведены дифференциальные уравнения системы и найдены средства автоматического решения этих уравнений в счетно-решающем приборе. Недостаточно, если счетно-решающий прибор окажется в состоянии решать задачу только при установившихся возмущениях. Он должен решать заданную систему уравнений с необходимой точностью при любых входах. Самолет-носитель может иметь различные ускорения, самолет-цель может маневрировать. Элементы системы управления, которые подают входные функции к счетно-решающему прибору (например, дальность, углы и их производные), могут не только вырабатывать правильные значения входных функций, но и сопровождать их шумами. Поэтому счетно-решающий прибор, хотя бы и дающий правильные решения при установившихся возмущениях, в общем случае не будет пригоден, если он не сможет решать задачу также и при любых входных функциях, возможных на практике.

Подробное рассмотрение действительных условий, возникающих на практике, нередко приводит к существенным упрощениям. Продолжая тот же пример, предположим, что исследование всевозможных входов счетно-решающего прибора показало, что точность системы управления зависит главным образом от качества выработки входных функций. Тогда в некоторых случаях система исходных уравнений может быть упрощена, а счетно-решающий прибор перепроектирован для решения только этой упрощенной системы уравнений вместо точной, применявшейся вначале. Эта последняя система будет проще, легче и значительно надежнее, причем точность системы в целом не будет ухудшена.

## 16.2. Системы управления с самонаведением

*Система управления с самонаведением* может быть определена как такая система управления, в которой снаряд наводится на цель с помощью устройства, находящегося на самом снаряде и приводимого в действие некоторым признаком, отличающим цель<sup>1)</sup>. Самонаведение разделяется на три главных типа: активное самонаведение, полуактивное самонаведение и пассивное самонаведение. Возможны различные видоизменения и комбинации этих трех типов в зависимости от намечаемого применения. Самонаведение может также применяться совместно с другими способами управления; например, возможно, что в течение одного полета снаряда используется несколько различных способов управления. Некоторые из подобных комбинаций будут рассмотрены в § 16.8.

Под *системой с активным самонаведением* понимают такую, в которой и источник энергии, облучающий цель, и приемник

---

<sup>1)</sup> Glossary of Guided Missile Terms, 20 September 1949, p. 50, разработанный Комитетом по управляемым снарядам (Committee on Guided Missiles).

энергии, отраженной от цели, помещаются на снаряде. Это пояснено на рис. 16.1.

Система с активным самонаведением в ее простейшей форме состоит из передатчика и приемника энергии, которые дают возможность снаряду обнаружить присутствие цели, затем счетно-решающего прибора, который определяет будущее положение цели, и, наконец, рулевых устройств, которые по сигналам счетно-решающего прибора наводят снаряд на цель. Энергия, которой облучают цель, может быть в форме радио-, световых, тепловых или звуковых волн. Снаряд, использующий активное самонаведение, после начала самонаведения полностью автономен, так как снаряду не

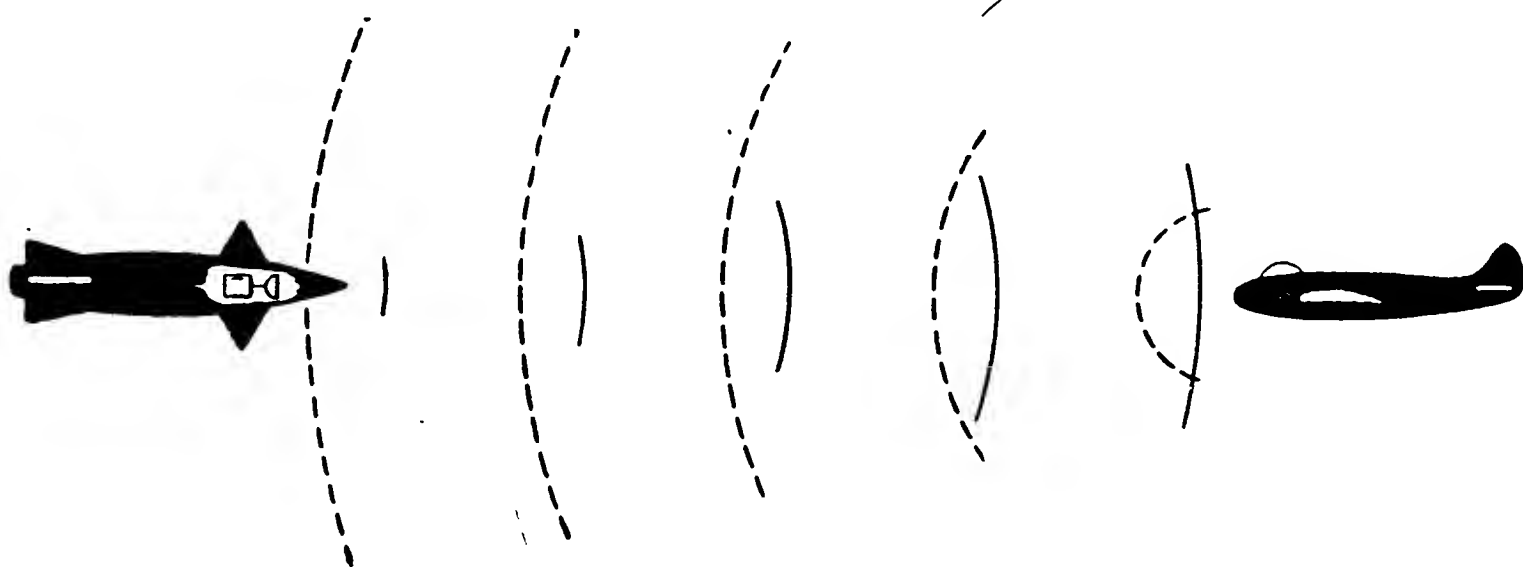


Рис. 16.1. Активное самонаведение.

требуется никаких внешних источников энергии или дополнительной управляющей информации.

Под *системой с полуактивным самонаведением* понимают такую, в которой цель облучается источником энергии, установленным вне снаряда, а отраженная от цели энергия попадает в приемник, установленный на снаряде. Этот способ пояснен на рис. 16.2. Система с полуактивным самонаведением состоит из приемника, установленного на снаряде и обнаруживающего присутствие цели, счетно-решающего устройства (также на снаряде), вычисляющего будущее положение цели, органов управления, направляющих снаряд вдоль желаемой траектории вплоть до накрытия цели, и, наконец, передатчика, облучающего цель и установленного вне снаряда. Этот передатчик может быть расположен около стартовой установки или где-нибудь в другом месте; он может быть установлен как на поверхности Земли, как показано на рис. 16.2, так и на самолете. Подобно случаю активного самонаведения, он может излучать энергию в форме радио-, световых, тепловых или звуковых волн. Принципиальное различие между активной и полуактивной системами состоит в том, что последняя уже не является независимой от внешних источников. Теперь управляющая информация вырабатывается при помощи энергии, переданной из точки, находящейся вне снаряда. Соображения, по которым делается выбор



между той или иной системой, будут разъяснены ниже в настоящей главе.

Существует модификация полуактивной системы самонаведения, состоящая в том, что передатчик помещается на снаряде, а приемник отраженной энергии — вне снаряда. Все вычисления, необходимые для определения желаемой траектории, производятся также вне снаряда и соответствующие команды передаются на снаряд. Такую систему управления называют *квазиактивным самонаведением*. Поскольку устройства этих двух систем сходны

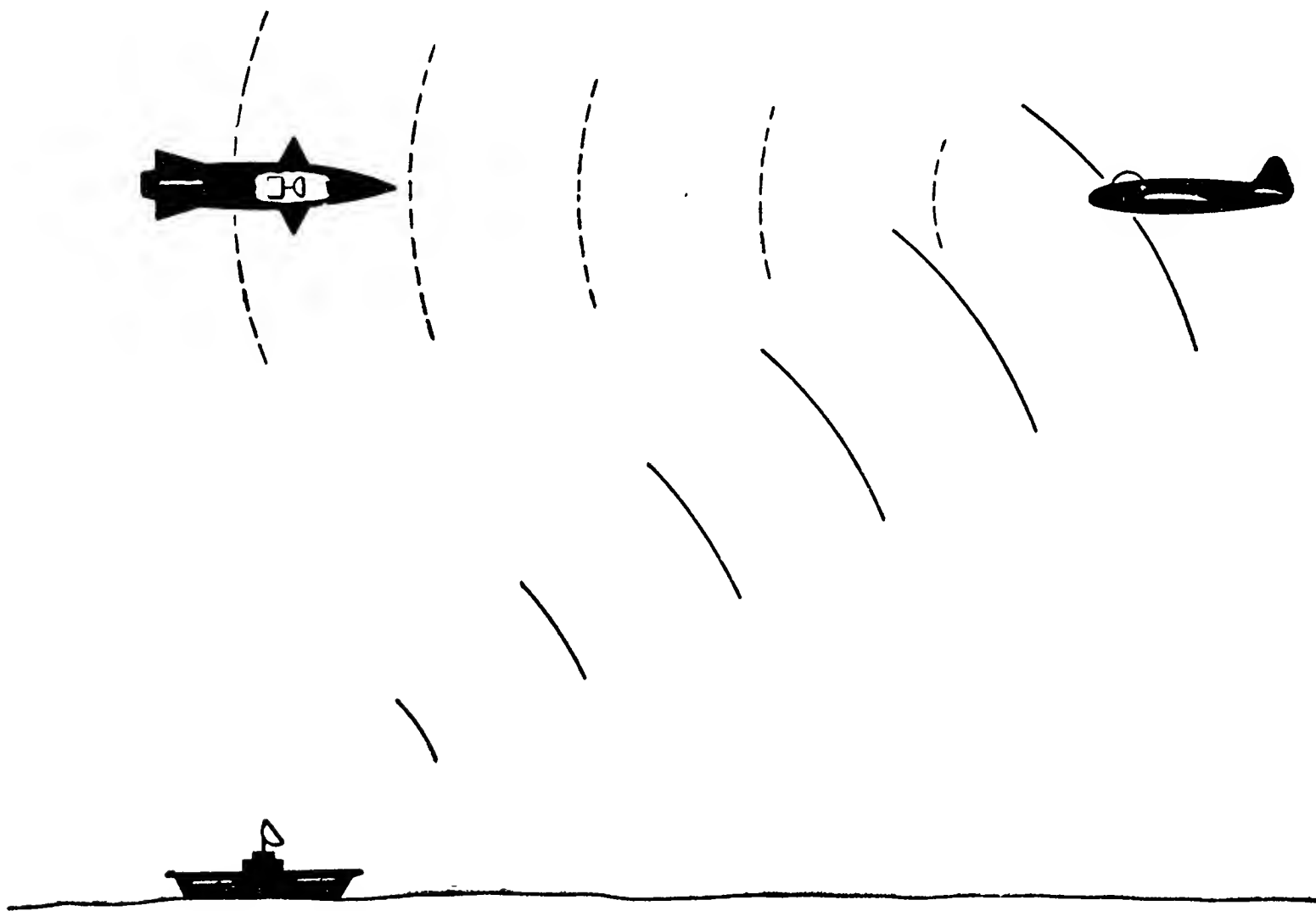


Рис. 16.2. Полуактивное самонаведение.

между собой, рассматривать отдельно квазиактивную систему мы не будем.

Под *системой с пассивным самонаведением* понимают такую, в которой приемник, установленный на снаряде, использует энергию, излучаемую самой целью. Она поясняется на рис. 16.3. Основное различие между пассивной системой и предыдущими двумя состоит в том, что в пассивной системе энергия, из которой вырабатывается управляющая информация, генерируется самой целью, поэтому не требуется никакого дополнительного источника энергии. В пассивной системе приемник, счетно-решающий прибор и рулевые устройства играют ту же роль, что и в первых двух системах. Энергия, используемая для самонаведения, может быть в форме тепловых, световых, звуковых или радиоволн.

Ниже мы рассмотрим применение этих трех основных типов систем управления с самонаведением.

Общее устройство системы управления с самонаведением. Прежде чем изучать отдельные типы систем с самонаведением, целесообразно рассмотреть те устройства, которые

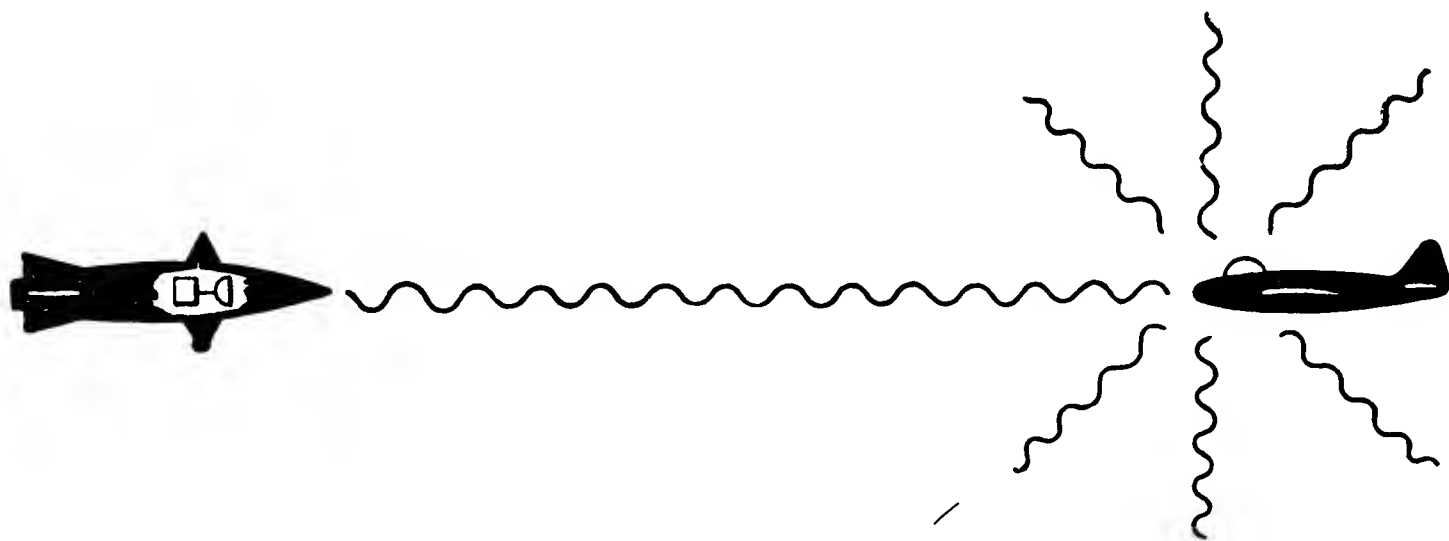


Рис. 16.3. Пассивное самонаведение.

являются общими и необходимыми для удовлетворительной работы любой системы с самонаведением. Блок-схема таких общих устройств системы управления с самонаведением показана на рис. 16.4

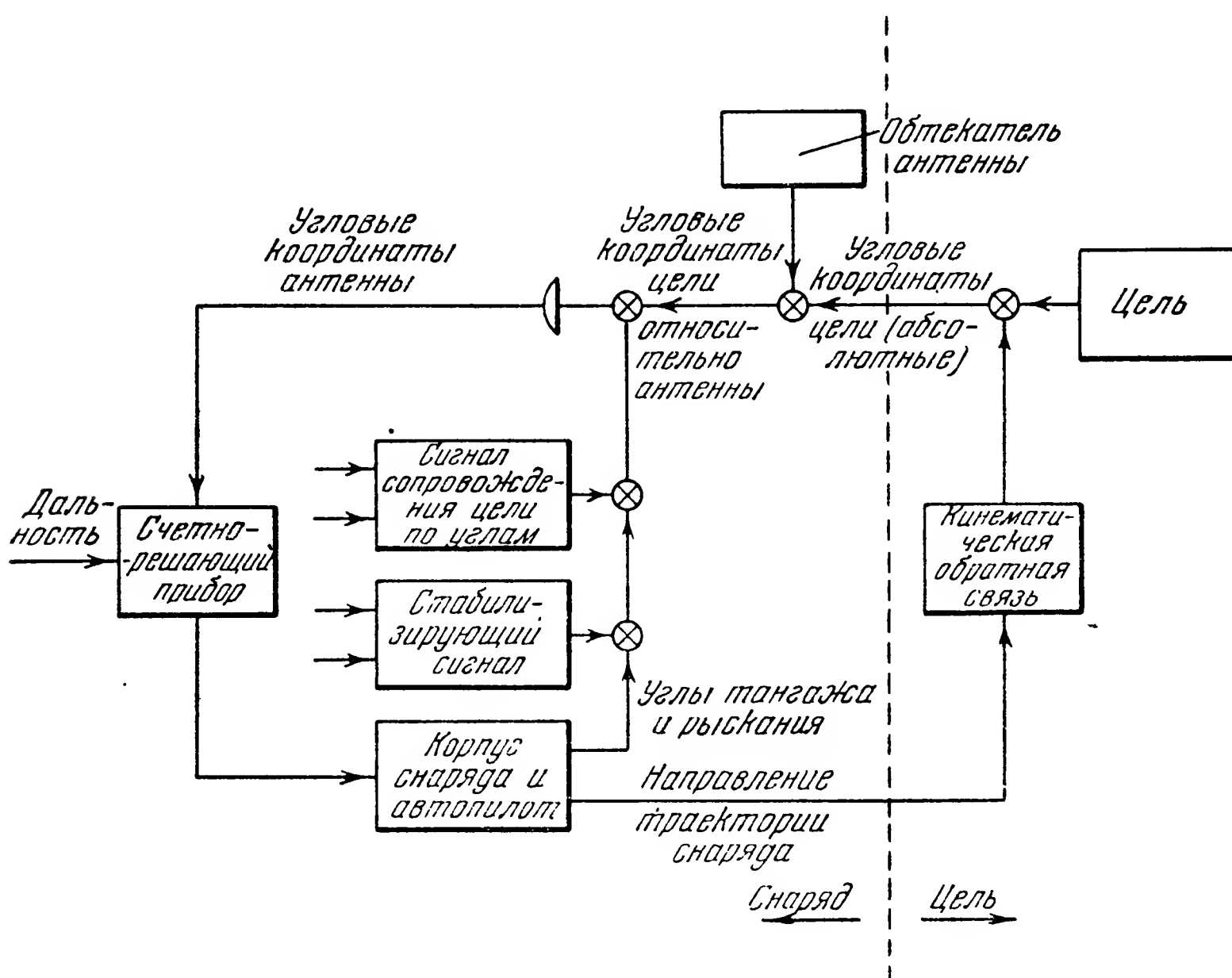


Рис. 16.4. Общее устройство систем с самонаведением.

В основном все системы с самонаведением сходны между собой. Информация об относительном расположении снаряда и цели и их движении собирается внутри снаряда и на основании этой информации вырабатывается желаемая траектория снаряда. Пусть, например,

для системы, изображенной на рис. 16.4, чувствительным элементом является антенна радиолокатора, следящая за целью. Углы, определяющие положение антенны, подводятся к счетно-решающему устройству. В зависимости от типа последнего для решения задачи могут быть использованы как углы, так и угловые скорости. Эта информация может быть получена или из непосредственного определения положения антенны и его изменений, или путем использования выхода радиолокационного приемника. Информация об углах используется в счетно-решающем приборе таким образом, чтобы получить команды для осуществления желаемой траектории. Вычислительные операции будут неодинаковыми для различных систем в зависимости от желаемой траектории и тактического назначения снаряда.

Выходы счетно-решающего прибора подводятся к автопилоту в качестве сигнала, управляющего направлением вектора скорости снаряда. Когда снаряд меняет свою ориентацию в пространстве под действием автопилота, антенна должна отработать это изменение, повернувшись в противоположную сторону, так что она остается непрерывно направленной на цель, несмотря на движение снаряда. Изменения в направлении движения снаряда могут появиться также и вследствие внешних причин, таких, как воздушные течения или болтанка. Поправки, вносимые в этом случае чувствительными элементами снаряда, носят название *стабилизации*. Стабилизирующая информация может быть получена от антенны радиолокатора (путем измерения ее положения относительно неподвижной системы отсчета) или путем измерения ориентации снаряда (автопилотные прецессионные гироскопы). Стабилизирующая команда сравнивается с положением оси снаряда. Их разность сравнивается с сигналом автосопровождения цели. При этом предполагается, что снаряд стабилизирован по крену. Если это не имеет места, необходимо введение поправки на угол крена. Таким образом, независимо от маневрирования снаряда, намеренного или ненамеренного, антенна продолжает быть направленной на цель.

Изменения направления в пространстве линии снаряд — цель учитываются при помощи кинематической обратной связи. Сигнал этой обратной связи сравнивается с движением цели, чтобы получить углы, определяющие положение цели в пространстве. Для этого необходимы два похожих друг на друга канала, один для угла тангажа и один для угла рысканья.

На многих снарядах необходимо предусматривать специальные защитные устройства для приемников энергии. Эти защитные устройства называются *обтекателями*<sup>1)</sup>. Влияние обтекателя на

---

<sup>1)</sup> В оригинале два различных термина: *radome* для обтекателей антенн радиолокаторов и *irdome* для обтекателей приемников инфракрасного излучения. (Прим. перев.)

распространение энергии рассмотрено в главе 4. Обтекатель может внести ошибку в управляющий сигнал, вызванную прохождением энергии через вещество обтекателя. Эта ошибка, как видно из рис. 16.4, может сдвинуть относительное положение цели. На быстро летящем снаряде необходим вытянутый обтекатель (см. рис. 4.15, б). Поэтому ошибка, вызываемая обтекателем, будет зависеть от углов, которые составляет ось антенны с осью симметрии обтекателя. В результате получится, что наблюдаемая угловая скорость линии снаряд — цель будет отличаться от истинной. Обтекатель должен быть сконструирован с таким расчетом, чтобы эта ошибка не выходила из пределов, допустимых для данной системы.

Необходимо учитывать и другие тонкости. Например, вследствие интерференции и других явлений могут существовать периоды *замирания цели* (уменьшение или пропадание сигнала). Следящая система должна иметь контуры, которые заставляли бы антенну в течение замирания продолжать двигаться с той угловой скоростью, которая имелаась в начале замирания. Такое устройство называют *памятью*.

Необходимо исследовать все входы системы управления и все ее внутренние контуры. Как и при проектировании обыкновенных приемников, желательно, чтобы каждый контур имел минимально возможную полосу пропускания, совместимую с требованиями точности, так как в этом случае уменьшается влияние шумов. Изучению требуемой полосы пропускания будут посвящены главы 17 и 18.

Выбор частоты электромагнитных колебаний для систем с самонаведением. Для самонаведения может быть использован спектр от радиочастот до ультрафиолетового света. Рассмотрим распространение волн этих частот через атмосферу. Из рис. 5.12 (гл. 5) мы видим, что в ультрафиолетовой области ( $\lambda < 0,4\mu$ ) имеется сильное ослабление. Пригодные для использования «окна» имеются в видимой и инфракрасной частях спектра. На рис. 4.13 (гл. 4) показано ослабление на радиочастотах; из него видно, что существуют широкие полосы пригодных частот. Таким образом, для самонаведения в качестве переносчика информации можно использовать как видимый и инфракрасный свет, так и обычные радиочастоты.

В дополнение к условиям распространения для какой-нибудь конкретной частоты необходимо рассмотреть помехи (шумы) от фона. Если фон, на котором находится цель, излучает независимо или отражает энергию на рабочей полосе системы, то цель может оказаться не отличимой от фона, и, таким образом, никакой ценной информации о цели мы не получим.

Поскольку управляющая аппаратура систем с самонаведением устанавливается на снаряде, всегда очень остро стоит вопрос о габаритах. Необходимо также добиваться минимального веса. Как общее правило, габариты и вес получающей информацию аппаратуры тем больше, чем больше используемая ею длина волны. Отсюда следует,

что для самонаведения желательными являются высокие радиочастоты или частоты из видимого и инфракрасного спектра.

Когда конструктор снаряда выбирает тип электромагнитной энергии для использования в системе с самонаведением, он должен принимать во внимание сложность системы. Например, в активных и полуактивных системах передатчик может быть чрезвычайно сложен для одних частот и относительно прост для других.

Основные типы радиолокаторов, применяемые в системах с самонаведением. Вопросы проектирования радиолокаторов, использующих измерение скорости (Допплер) или измерение дальности, рассматривались в главе 10. В системах управления снарядами, использующих радиолокатор для обнаружения присутствия цели, выбор типа радиолокатора зависит от тактической обстановки, в которой предполагается использовать снаряд. Некоторые из факторов, определяющих этот выбор, таковы: число и расположение целей в пространстве, поведение цели и ее контрастность, шумы, габарит и сложность аппаратуры.

Часто тип радиолокатора, используемого в самонаведении, определяется исключительно требованиями к габаритам и простоте оборудования. Например, радиолокатор с непрерывным излучением требует разрешения проблемы о том, чтобы на приемник попадала не излучаемая энергия, а лишь отраженная от цели. По принципу действия такой установки приемник и передатчик должны работать в одно и то же время. Это означает, что передающая и приемная антенны должны быть разделены либо механически, либо электрически. Идеальная система с непрерывным излучением должна иметь передающую и приемную антенны разделенными механически, путем разнесения их друг от друга на достаточно большое расстояние. В системе с активным самонаведением может оказаться невозможным достаточно далеко разнести антенны. Тогда можно использовать разделение антенн электрическим путем, но в этом случае оборудование получается более сложным, чем у импульсного радиолокатора. Другая проблема в активной системе с непрерывным излучением состоит в отражении от обтекателя. Так как приемник открыт все время и так как энергия, отраженная от обтекателя, всегда больше отраженной от цели, возникает много интерференционных проблем. Эти два примера показывают, что для *активного* самонаведения более желателен импульсный радиолокатор.

Существует еще много соображений, влияющих на выбор радиолокатора. Для заданной конкретной области применения снаряда один какой-нибудь тип радиолокатора по сравнению с другим может иметь и преимущества и недостатки. В этой главе мы примем, что во всех рассматриваемых системах используется импульсный радиолокатор.

**Активное самонаведение.** Блок-схема общего устройства системы управления с самонаведением (рис. 16.4) одинаково при-



годна для всех трех основных типов самонаведения. Ниже мы рассмотрим лишь главные различия между этими тремя типами. Основное различие состоит в контуре сопровождения цели. На рис. 16.5 изображена блок-схема контура сопровождения при активном самонаведении. Этот контур состоит из передатчика, приемника, антенны, формирующей луч и принимающей отражение, и управляющего блока, который держит антенну все время направленной на цель. Излучаемая энергия вырабатывается внутри снаряда. Принимаемая энергия будет содержать в себе побочную информацию такого типа, как отражение от местных предметов или от других целей, находящихся в том же районе вместе с интересующей нас целью. Чтобы

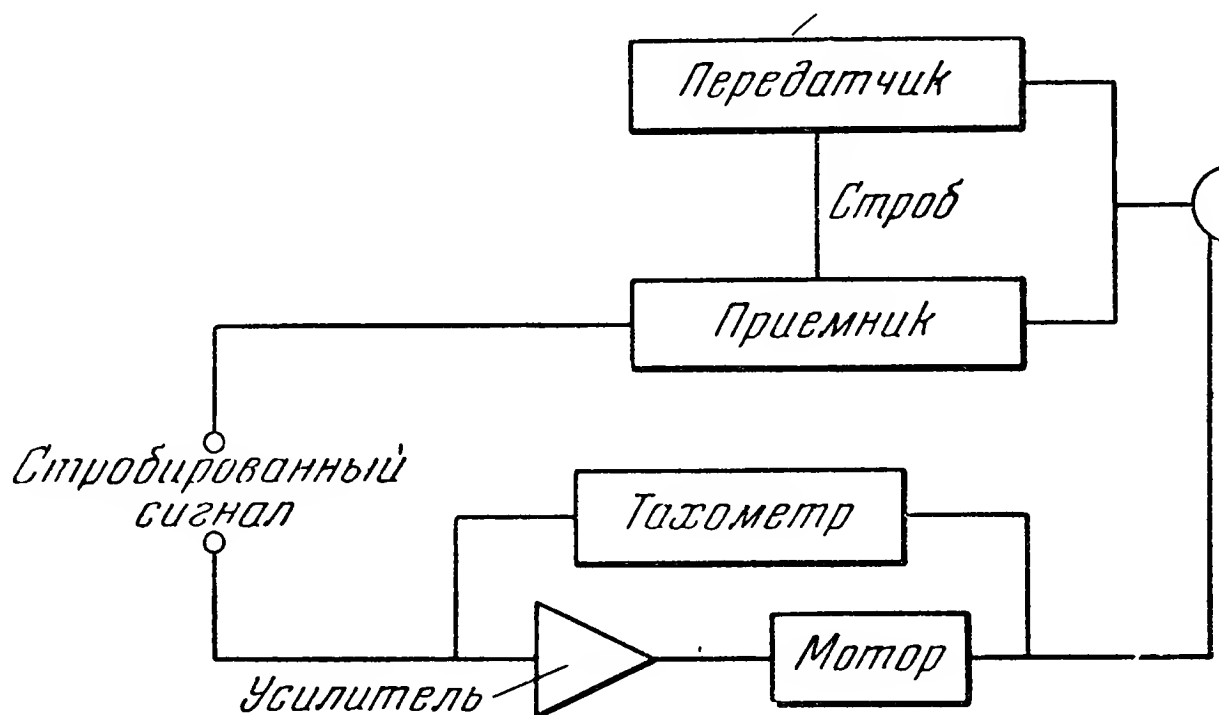


Рис. 16.5. Контур сопровождения системы активного самонаведения.

исключить эту побочную информацию, внутри системы генерируется строб; тогда исключаются все отраженные сигналы, кроме тех, которые лежат внутри строба. Интересующая нас цель стробируется, т. е. удерживается внутри строба. Сигналы ошибки по углам, необходимые для приведения в действие следящих систем, теперь вырабатываются при помощи стробированного сигнала.

Стробирование или захват цели в снаряде можно осуществить многими способами. Например, в активной системе класса воздух — воздух, использующей радиолокатор, антенна последнего может следить за антенной радиолокатора самолета-носителя. Тогда в радиолокаторе снаряда строб-импульс по дальности будет осуществлять поиск до тех пор, пока не произойдет захват цели. Чтобы быть уверенным в захвате именно нужной цели, стробированный сигнал может быть сопоставлен с сигналом самолетного радиолокатора. С того момента, как цель захвачена, необходимая для сопровождения информация вырабатывается уже внутри снаряда.

Трудная проблема, с которой встречается конструктор активной системы самонаведения, состоит в том, чтобы уложиться в объем, которым может располагать система управления внутри снаряда.



Это особенно трудно для снарядов класса воздух — воздух, где сам снаряд невелик по размерам. Важность этой проблемы может быть показана при помощи обычной формулы дальности действия радиолокатора

$$R_{\max} = \left( \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{64 \pi^3 P_{\min}} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (16.1)$$

где  $R_{\max}$  — максимальная дальность действия радиолокатора,  $P_t$  — пиковая излучаемая мощность,  $\sigma$  — эффективная площадь цели,  $G$  — выигрыш антенны радиолокатора,  $\lambda$  — длина волны,  $P_{\min}$  — минимальная мощность, потребная для приема. Выигрыш антенны радиолокатора есть

$$G = K \frac{A}{\lambda^2}, \quad (16.2)$$

где  $K$  — коэффициент пропорциональности,  $A$  — площадь антенны. Поэтому

$$R_{\max} = \left( \frac{R_t A^2 \sigma K^2}{64 \pi^3 P_{\min} \lambda^2} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (16.3)$$

Для заданной длины волны  $\lambda$  и размера цели  $\sigma$  максимальная дальность есть функция минимальной мощности, необходимой для приема, размера антенны радиолокатора и излучаемой мощности. Минимальная мощность, необходимая для приема, зависит от шумов приемника. Минимальный уровень шумов приемника определяется шумами, генерируемыми в его входных цепях; так как на снаряде объем и вес аппаратуры очень ограничены, то и размер антенны радиолокатора также весьма ограничен. Увеличение излучаемой мощности вызывает также возрастание габарита и веса аппаратуры. Кроме того, для увеличения дальности в два раза нужно увеличить излучаемую мощность в 16 раз. Отсюда видно, что активное самонаведение с радиолокатором пригодно только для сравнительно коротких расстояний.

Тактическое применение активного самонаведения в задаче класса воздух — воздух. Выше был описан принцип действия системы с активным самонаведением. Интересно изучить применение активного самонаведения в каждом из четырех основных классов управляемых снарядов. Рассмотрим сначала снаряды класса воздух — воздух. Снаряд запускается с самолета (перехватчика или бомбардировщика) по цели, которая может быть самолетом или другим снарядом. Ниже мы в качестве самолета-носителя будем рассматривать перехватчик. С того момента, как система управления снарядом захватила цель, она может решать задачу встречи самостоятельно. Таким образом, как только снаряд пущен, перехватчик вполне свободен и может оторваться от атакуемой цели.

На рис. 16.6 показано одно из возможных применений активного самонаведения в задаче класса воздух — воздух. Перехватчик, выпустив снаряд, уходит из боя. До момента пуска снаряда должна быть проделана изложенная ниже цепочка действий. Теоретически обнаружение и захват цели могут быть выполнены несколькими различными способами:

а) Радиолокатором снаряда. Активная система самонаведения может работать самостоятельно. Поэтому радиолокатор снаряда может автоматически осуществлять поиск и захват цели. Информа-

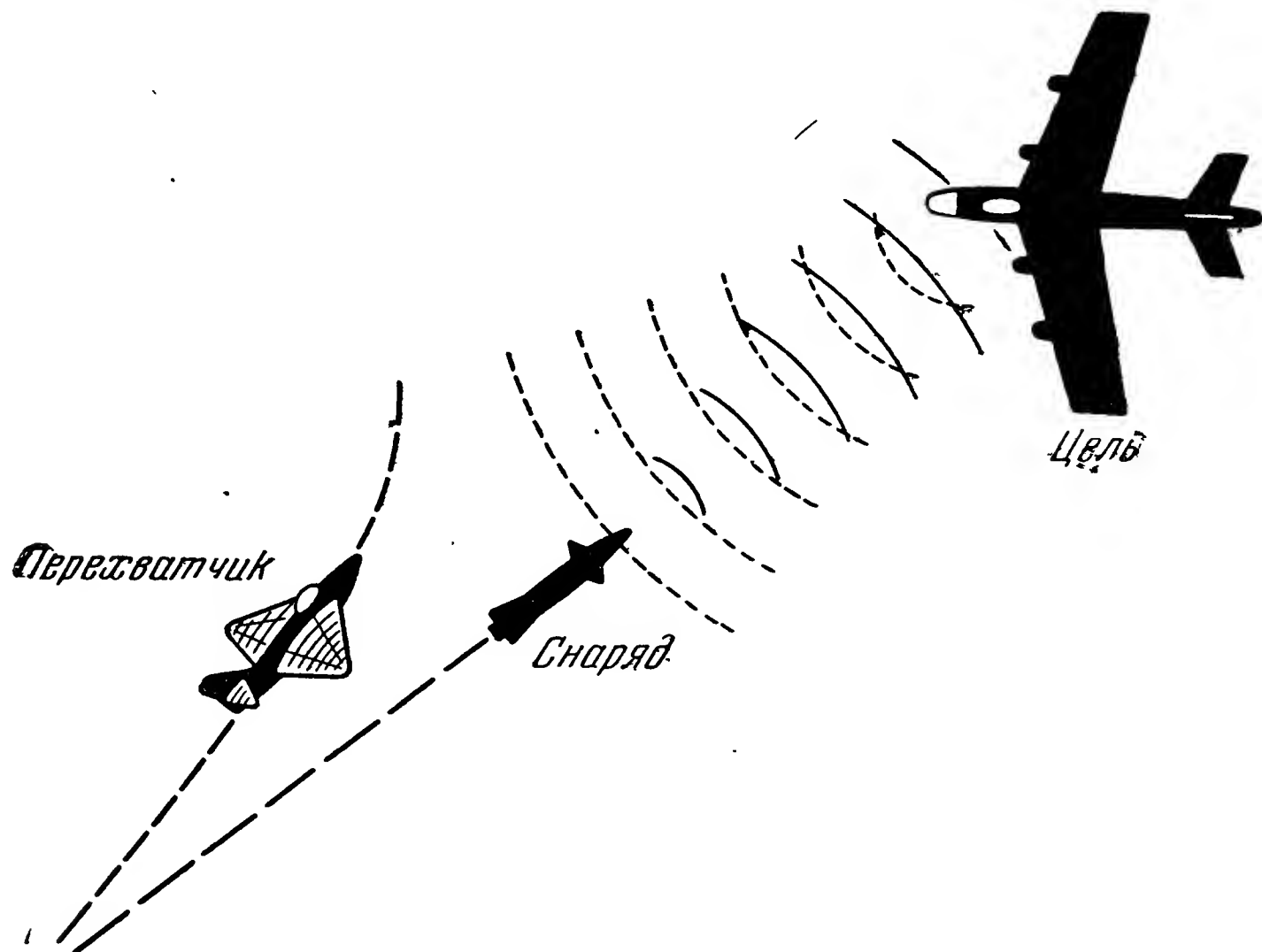


Рис. 16.6. Применение активного самонаведения в задаче класса воздух — воздух.

ция о цели, получаемая этим радиолокатором, может быть передана на индикатор, находящийся у летчика; этот последний получает возможность проверить, что захвачена именно нужная цель.

б) Оптической системой. Другой способ обнаружения и захвата цели в системе активного самонаведения состоит в том, что летчик обнаруживает сначала все цели визуально. Антенна бортового радиолокатора снаряда управляется от оптического прицела летчика или следит за ним. Строб в радиолокаторе снаряда автоматически осуществляет поиск цели вплоть до ее захвата. Летчик проверяет, что система действительно захватила именно намеченную цель.

в) Радиолокатором перехватчика. Активная система самонаведения может быть использована вместе с некоторым радиолокатором, находящимся вне снаряда. Например, перехватчик может иметь радиолокатор большей мощности и с большим размером антенны, чем

снаряд. Поэтому дальность действия радиолокатора, установленного на перехватчике, будет больше, чем у бортового радиолокатора снаряда. Визуальная система, только что описанная, имеет меньшую дальность действия, чем система, работающая вместе с радиолокатором перехватчика. Кроме того, визуальная система не выгодна в плохую погоду или в ночное время.

Для дальнейшего рассмотрения применения активного самонаведения в задаче класса воздух — воздух мы предположим, что летчик перехватчика при обнаружении и сопровождении цели, а также при решении задачи встречи пользуется самолетной аппаратурой управления огнем. Тогда летчик будет вести самолет именно так, как необходимо для правильного пуска снаряда. Потребная точность вывода перехватчика на позицию, с которой можно пустить снаряд, зависит от ограничений, свойственных данному типу системы (максимальная допустимая скорость поворота снаряда, допустимая ошибка при старте, вызываемая ошибкой прицеливания и ожидаемым рассеиванием, пределы свободного поворота антенны бортового радиолокатора снаряда). Поэтому летчик должен сближаться с целью до того момента, когда бортовой радиолокатор снаряда захватит цель или будет иметься большая вероятность ее захвата. Тогда летчик пускает снаряд, после чего он может или выйти из боя, или пустить следующий снаряд.

Пропускная способность активной системы самонаведения ограничивается только количеством снарядов, имеющих на перехватчике, и временем, потребным на подготовку пуска снаряда. Например, теоретически перехватчик имеет возможность выстрелить больше чем одним снарядом по одной и той же цели. Но он также имеет возможность выпустить один снаряд по одной цели, а затем уйти и выпустить второй снаряд по другой цели.

Несомненно, что количество целей, которые могут быть атакованы, и количество снарядов, которые можно выпустить по одной и той же цели, зависят от времени, которое необходимо для обнаружения, захвата и решения задачи встречи радиолокационной установкой перехватчика, а также от времени, необходимого для обнаружения и захвата цели бортовым радиолокатором снаряда, и, наконец, от времени, необходимого на самый пуск снаряда. Все эти времена должны быть доведены до минимума.

Число атак, которые может провести перехватчик, зависит от числа несомых им снарядов. Это количество определяется конструктивными параметрами снаряда, такими, как лобовое сопротивление, габарит и вес. Однако число снарядов, которое можно выпустить по одной и той же цели, ограничивается не только запасом снарядов на перехватчике, но и возможностью возникновения интерференционных явлений. Интерференционные явления могут появиться как вследствие взаимной интерференции между радиолокационными установками снарядов, так и вследствие интерференции между ними

и радиолокатором перехватчика. Эти явления можно ослабить, если заставить радиолокаторы снарядов работать на частотах, несколько отличающихся друг от друга.

Однако число возможных атак, которые можно выполнить по одной или различным целям, определяется главным образом все-таки условиями, порождаемыми тактической обстановкой (скорость цели и перехватчика, высота, ракурс). Перехватчик должен иметь достаточную информацию о положении и намерениях цели, чтобы вступить в бой, прежде чем враг выполнит свое основное задание.

Очевидно, что вследствие ограниченности места и полезной нагрузки на перехватчике снаряд должен быть невелик по габариту и весу. Вообще снаряд класса воздух — воздух, использующий активное самонаведение, имеет сравнительно малую дальность действия. Поэтому конструктор должен тщательно рассмотреть ожидаемую тактическую обстановку, чтобы определить зоны эффективных атак по заданной цели и предусмотреть средства, предохраняющие от выхода снаряда из этих зон (подробности см. в одном из последующих томов этой серии).

Снаряды на перехватчике могут быть размещены в подкрыльных кассетах или в фюзеляже (в бомбовом отсеке). Если снаряды подвешены снаружи, конструктор должен убедиться в том, что предусмотрены устройства для поддержания внутри снаряда нормальной рабочей температуры, не зависящей от внешних условий.

Тактическое применение активного самонаведения в задаче класса воздух — поверхность. На рис. 16.7 представлено типичное применение снаряда класса воздух — поверхность с использованием активного самонаведения. В этом примере снаряд, пущенный с самолета-перехватчика, самонаводится активным образом на корабль. В реальных условиях цели могут быть весьма разнообразными по размерам: от такой большой, как целый город, до таких малых, как мост или плотина.

Порядок выполнения атаки сходен с тем, который уже был рассмотрен в случае задачи класса воздух — воздух. Главная разница состоит в том, что теперь цели имеют значительно меньшие скорости. Вследствие этого вопрос о времени, необходимом для проведения операции, не будет стоять так остро.

В большинстве случаев обнаружение цели будет входить в обязанности радиолокатора, установленного на самолете-носителе. Решение задачи встречи будет выполняться самолетной системой управления огнем; пользуясь этим решением, самолет сможет лететь по верной траектории, пока бортовой радиолокатор снаряда не захватит цель; после этого можно пускать снаряд. Пустив снаряд, самолет свободен в выборе: он может либо уйти и атаковать новую цель, либо продолжать атаку той же самой цели.

Возможность применения метода активного самонаведения для снаряда класса воздух — поверхность определяется свойствами ата-

куемой цели и типом боевой части снаряда. Вообще, для того чтобы такая система была осуществимой, необходимо, чтобы цель имела некоторый признак, отличающий ее от окружающего фона и относящийся к ее размерам или движению. Активная система целесообразна для действий по одиночной цели, такой, как корабль

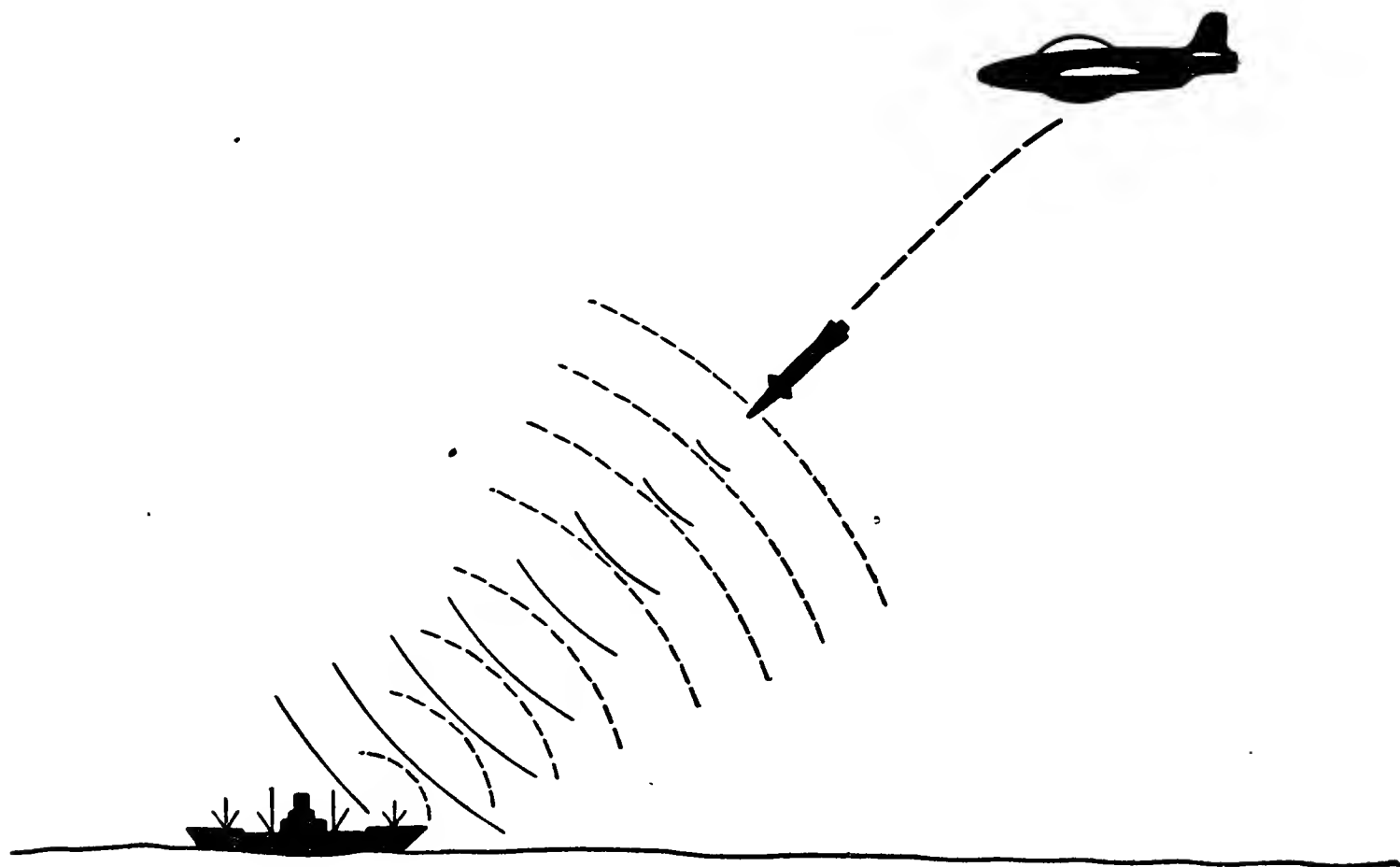


Рис. 16.7. Применение активного самонаведения в задаче класса воздух — поверхность.

в море. Если снаряд имеет боевую часть с разрушающей силой, достаточной для поражения на больших площадях, то большой точности от системы не требуется.

Возможно, что в случае снаряда класса воздух — поверхность более подходящими будут другие системы, описанные ниже в этой главе. Благодаря чрезвычайной трудности для снаряда удержать захваченную цель после пуска, вероятно, наиболее подходящей будет такая система, в которой летчик самолета-носителя сможет удерживать управление снарядом за собой и после пуска. Подобные системы рассматриваются ниже.

Тактическое применение активного самонаведения в задаче класса поверхность — поверхность. На рис. 16.8 показан пример применения активного самонаведения в задаче класса поверхность — поверхность. На этом рисунке снаряд стартует с корабля и осуществляет активное самонаведение по другому кораблю. К этому случаю применимы вообще соображения, высказанные выше для задачи класса воздух — поверхность, потому что после старта снаряд как бы начинает относиться к классу воздух — поверхность.

Хотя ограничения по габариту и весу в случае снаряда класса поверхность — поверхность уже не так строги, как в снарядах



классов воздух — воздух и воздух — поверхность, все же, применяя одно только активное самонаведение, он остается снарядом сравнительно малой дальности. Очевидно, что снаряд класса поверхность — поверхность, рассчитанный на большую дальность, должен использовать другие средства управления, различные для конечного этапа и для этапа сближения с целью, в процессе которого снаряд лишь подводится к цели на расстояние, допускающее использование системы управления конечного этапа. Если в качестве метода управления на конечном этапе используется активное самонаведение, цель, как уже было указано выше, должна иметь какой-то отличительный признак, выделяющий ее из окружающего фона, поскольку радиолокатор снаряда должен захватить цель. Очевидно, что дальность захвата цели бортовым радиолокатором снаряда должна быть тщательно согласована с точностью метода управления на этапе сближения. При этом бортовому радиолокатору может потребоваться работа в режимах поиска и сопровождения.

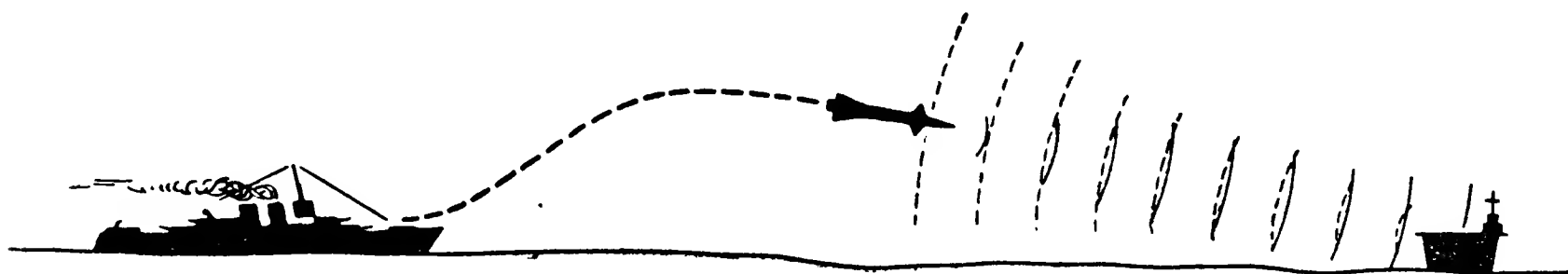


Рис. 16.8. Применение активного самонаведения в задаче класса поверхность — поверхность.

Для операций малой дальности бортовой радиолокатор снаряда, находящегося еще на стартовой установке, может быть направлен на цель с помощью радиолокатора управления огнем, который обнаруживает цель раньше. С момента захвата цели системой активного самонаведения снаряд становится совершенно автономным.

Тактическое применение активного самонаведения к задаче класса поверхность — воздух. Пример такого применения показан на рис. 16.9. Снаряд может быть пущен с наземной установки или с корабля против самолета или другого снаряда. В этом случае перед стартом антенна бортового радиолокатора снаряда должна следить за антенной корабельного радиолокатора, сопровождающего цель. Когда цель будет захвачена бортовым радиолокатором снаряда, можно давать старт. Хотя для этого случая ограничения габарита и веса аппаратуры не столь строги, как для снарядов, запускаемых с самолета, использование активного самонаведения делает снаряд способным действовать лишь на сравнительно малых дальностях.

Полуактивное самонаведение. На рис. 16.10 представлена блок-схема контура сопровождения для полуактивного самонаведения. В этом случае вне снаряда находится некоторое устройство, подсвечивающее и сопровождающее цель, а также передающее на



снаряд синхронизирующие сигналы. Мы предположим, что этим устройством является радиолокатор. Сопровождающий контур на снаряде состоит из головной антенны с приемником, принимающей

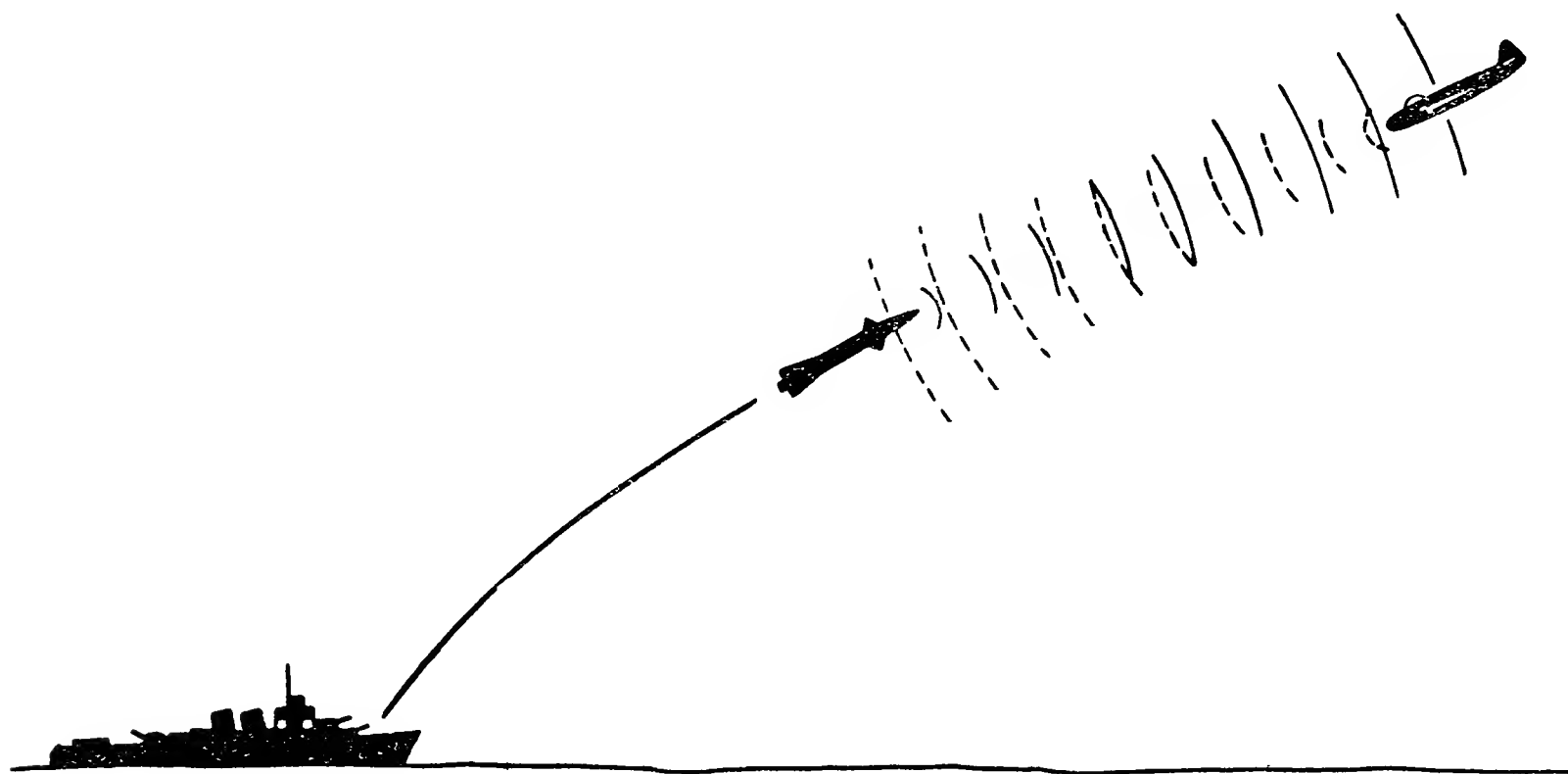


Рис. 16.9. Применение активного самонаведения в задаче класса поверхность — воздух.

энергию, отраженную от цели, и хвостовой антенны с приемником, принимающей энергию непосредственно от подсвечивающего радиолокатора. Хвостовая антенна и приемник используются для синхро-

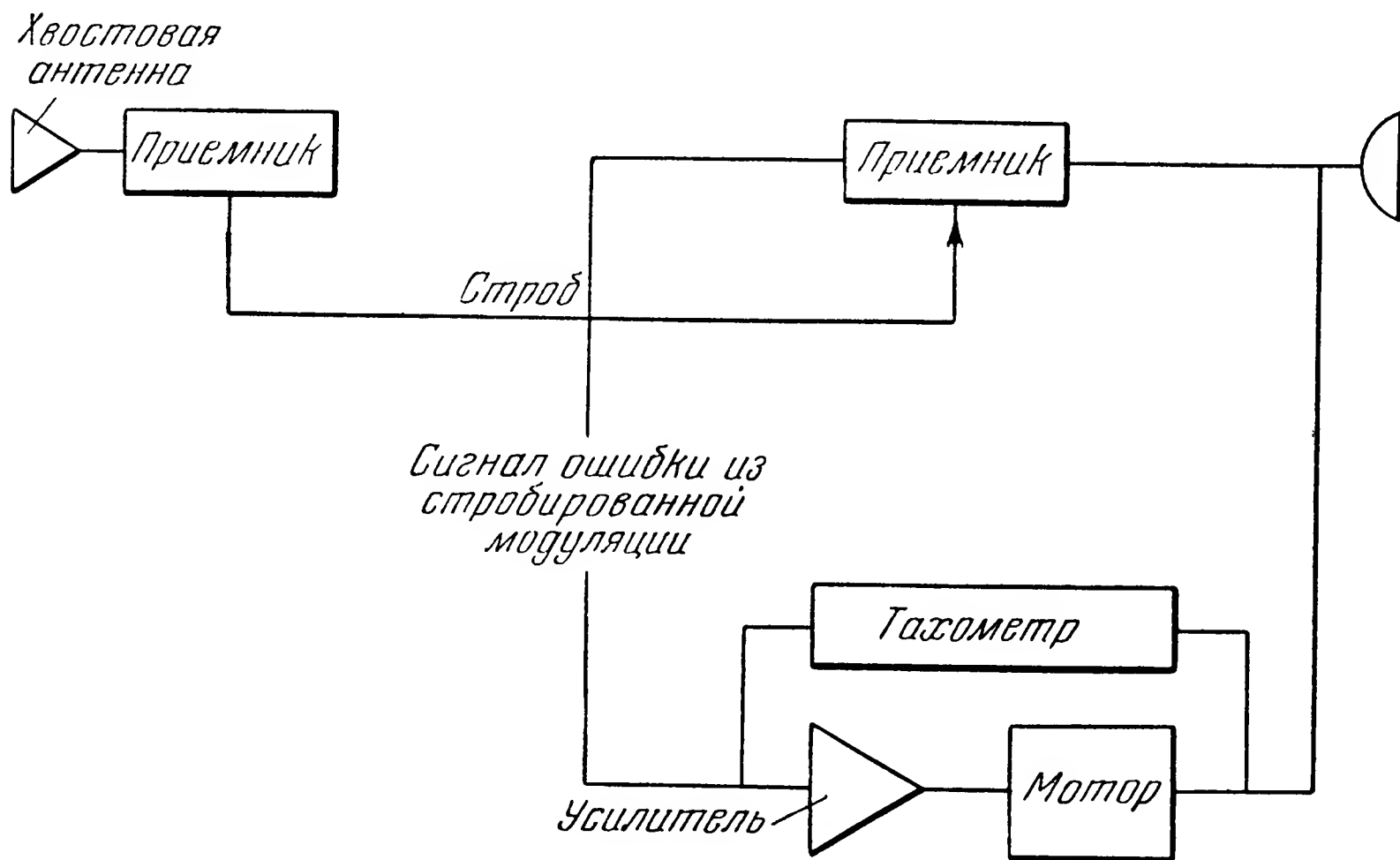


Рис. 16.10. Контур сопровождения систем полуактивного самонаведения.

низации системы управления и подсвечивающего радиолокатора, чтобы определение дальности, ее производной и доплеровские измерения могли производиться непосредственно на снаряде. В системе

вырабатывается строб, при помощи которого селектируется только та цель, которая нужна. Цель может быть селектирована по дальности (импульсная система) или по скорости (доплеровская система). Способ селекции аналогичен тому, который уже был описан выше в системах активного самонаведения.

Сравнение дальностей активного и полуактивного самонаведения. Выше было показано, что снаряды, использующие активное самонаведение, имеют сравнительно малую дальность действия. Ограничения по дальности получаются за счет размеров антенны, которые допустимы для головной части снаряда, и за счет максимальной мощности, которой можно располагать на снаряде с учетом имеющихся ограничений габарита и веса бортовой аппаратуры.

Ограничения по максимальной дальности могут быть несколько смягчены, если радиолокационный передатчик удален со снаряда, что и делается в полуактивном самонаведении. Поскольку стартовая станция может нести значительно более тяжелое и громоздкое оборудование, чем снаряд, в этом случае можно увеличить и мощность передатчика и размеры передающей антенны.

Максимальную дальность действия полуактивной системы мы получим из рассмотрения уже приводившегося выше основного уравнения радиолокации

$$R_{\max} = \left( \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{64 \pi^3 P_{\min}} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (16.1)$$

Поскольку в нашем случае переменными являются только излучаемая мощность и выигрыш антенны, введем обозначение

$$\frac{\sigma \lambda^2}{64 \pi^3 P_{\min}} = C = \text{const}. \quad (16.4)$$

Поэтому

$$R_{\max} = (P_t G^2 C)^{\frac{1}{4}}. \quad (16.5)$$

Для активной системы  $R_{\max}$  определяет расстояние от передатчика до цели. В случае полуактивной системы ее дальности связаны между собой следующим образом:

$$R_t R_r = (P_t G_t G_r C)^{\frac{1}{2}}, \quad (16.6)$$

где  $R_t$  — дальность от передатчика до цели (рис. 16.11),  $R_r$  — дальность от бортового приемника снаряда до цели,  $P_t$  — излучаемая мощность,  $G_t$  — выигрыш передающей антенны,  $G_r$  — выигрыш приемной антенны снаряда.

Величина  $R_t R_r$  называется *произведением дальностей* полуактивной системы (рис. 16.11). В пределах дальности сопровождения подсвечивающего радиолокатора изменение дальностей  $R_t$  и  $R_r$  подчинено лишь тому условию, что их произведение должно оставаться

постоянным; в остальном они произвольны. Например, пусть произведение дальностей равно 200 (морских миль<sup>2</sup>). Тогда, если снаряд должен начинать самонаведение непосредственно после старта,

$$R_t = R_r = \sqrt{200} = 14,4 \text{ морской мили.}$$

С другой стороны, если самонаведение начинается, когда подсвечивающий радиолокатор находится на расстоянии 20 морских миль от цели, то

$$\begin{aligned} R_t &= 20 \text{ морских миль,} \\ R_r &= 200 : 20 = 10 \text{ морских миль.} \end{aligned}$$

Такой способ может быть применен в комплексах, использующих одну за другой различные системы управления, причем полуактивное самонаведение применяется на конечном этапе полета снаряда.

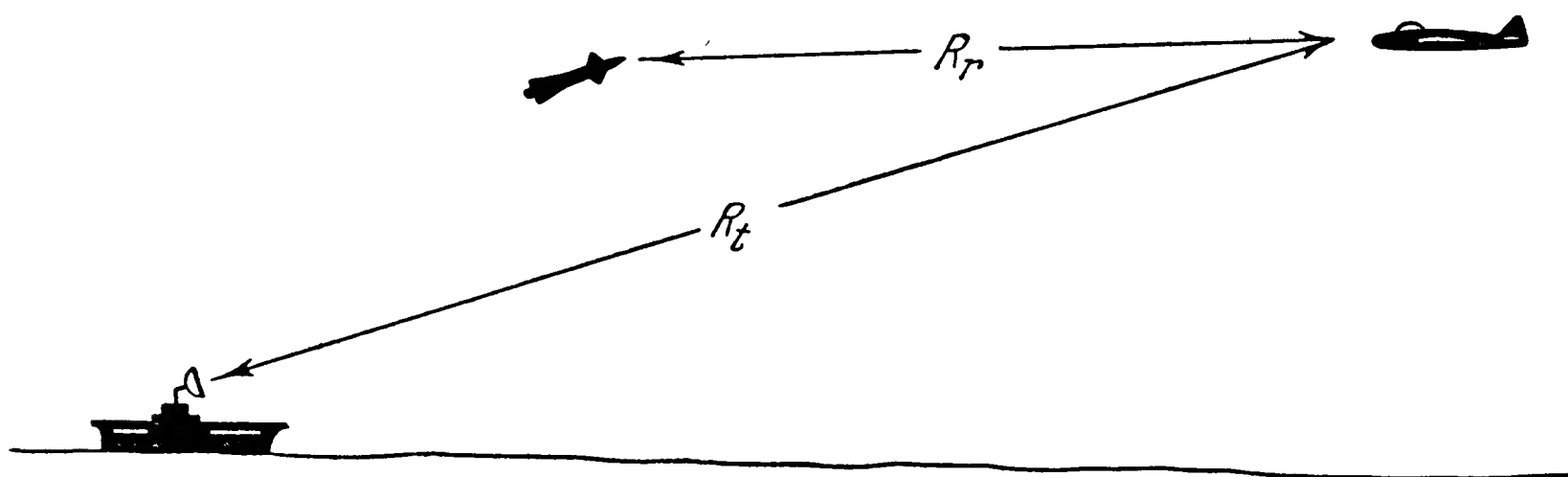


Рис. 16.11. Геометрия полуактивного самонаведения.

Чтобы сравнить возможные дальности двух систем, из которых одна активная, а другая полуактивная, с источником подсвета, расположенным в точке старта, перепишем равенство (16.5) так:

$$R_a = (P_a G_r^2 C)^{\frac{1}{4}}, \quad (16.7)$$

где  $P_a$  — излучаемая мощность активной системы,  $R_a$  — надежная дальность сопровождения активной системой при любом ракурсе цели,  $G_r$  — выигрыш общей приемно-передающей антенны. Кроме того,

$$R_s = (P_s G_t G_r C)^{\frac{1}{4}}, \quad (16.8)$$

где  $R_s$  — надежная дальность сопровождения полуактивной системой при любом ракурсе цели,  $P_s$  — излучаемая мощность полуактивной системы,  $G_t$  — выигрыш передающей антенны,  $G_r$  — выигрыш приемной антенны (тот же самый, что и у активной системы).

Отношение этих двух дальностей равно

$$\frac{R_s}{R_a} = \left( \frac{P_s G_t}{P_a G_r} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (16.9)$$

Если излучаемая мощность у полуактивной системы может быть сделана в пять раз больше, чем у активной, то будем иметь:

$$\frac{R_s}{R_a} = 1,495 \left( \frac{G_t}{G_r} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

Если выигрыш по мощности передающей антенны в полуактивной системе может быть сделан в двадцать раз больше, чем в активной, то будет:

$$R_s = 3,16 R_a. \quad (16.10)$$

Таков порядок увеличения дальности, возможный в полуактивной системе. В этом и состоит ее главное преимущество.

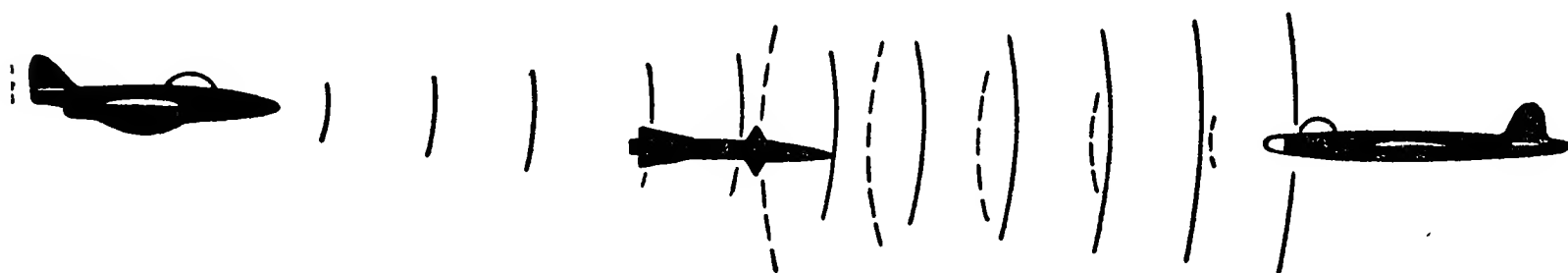


Рис. 16.12. Применение полуактивного самонаведения в задаче класса воздух — воздух.

Система класса воздух — воздух, использующая полуактивное самонаведение. Такая система изображена на рис. 16.12. Снаряд запускается с перехватчика, который продолжает подсвечивать цель до момента ее накрытия снарядом. Целью может быть самолет или другой снаряд.

При полуактивной системе управляющая информация получается при помощи энергии, отраженной от цели. Поэтому подсвечивающий радиолокатор (предполагается, что он работает в режиме сопровождения цели) должен быть все время направлен на цель. Очевидно, что система может работать только по одной цели, но с несколькими снарядами (в пределах грузоподъемности самолета-носителя). Преимущество этой системы перед описанными выше активными состоит в возможности получить большую дальность самонаведения, поскольку на перехватчике может быть установлен передатчик большей мощности и антенна больших размеров, чем на снаряде.

Порядок действий при захвате цели и пуске снаряда остается тем же, что и при активной системе. Однако требования, предъявляемые системой управления к поведению перехватчика после пуска снаряда, становятся теперь совершенно другими. В активной системе после пуска снаряда самолет-носитель совершенно свободен; он может уйти, или продолжать атаку той же цели, или атаковать другую цель. Этого уже нельзя сделать в случае полуактивной системы. Подсвечивающий радиолокатор должен быть направлен на цель непрерывно до момента ее накрытия снарядом и подавать синхронизирующий сигнал на снаряд через его хвостовую антенну. Это, естественно,

накладывает некоторые ограничения на маневрирование перехватчика, зависящие от маневренной способности снаряда, ширины луча и так называемого «угла подсвечивания» (угол между траекторией полета перехватчика и линией визирования цели), а также от числа пущенных снарядов.

Типы сближения перехватчика с целью во время атаки при полуактивной и активной системах могут быть существенно различными. Поскольку подсвечивающий радиолокатор после пуска снаряда должен быть непрерывно направлен на цель, допустимое для перехватчика маневрирование должно быть основательно изучено. Его маневрирование должно быть совместимо с работой всех элементов системы управления. Конечно, перехватчику желательно сохранить некоторую свободу маневрирования для того, чтобы он мог избежать защитного огня противника.

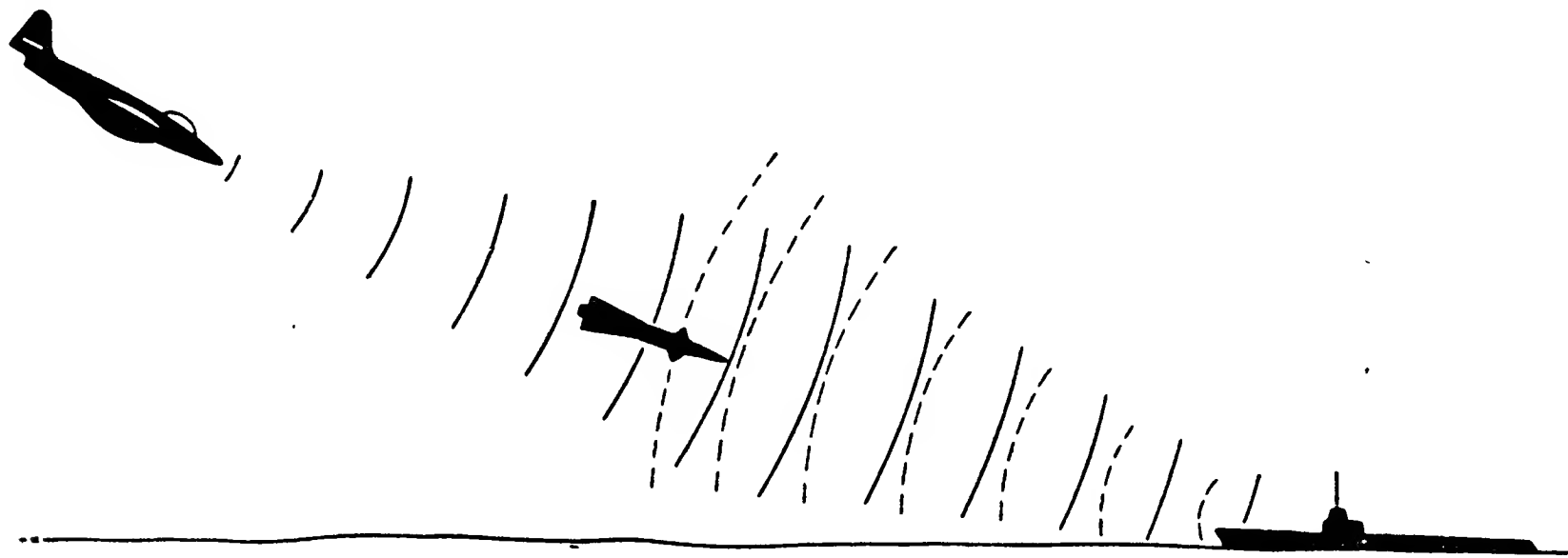


Рис. 16.13. Применение полуактивного самонаведения в задаче класса воздух — поверхность.

Системы класса воздух — поверхность, использующие полуактивное самонаведение. Такая система изображена на рис. 16.13. Здесь снаряд стартует с самолета, который продолжает подсвечивать цель до накрытия ее снарядом. Характер и размер цели могут изменяться от отдельного моста до целого города. На рис. 16.13 целью является корабль.

Относительно цели можно снова высказать соображения, уже приведенные выше для соответствующего примера активного самонаведения. Цель должна иметь некоторый признак, выделяющий ее из окружающего фона, чтобы были возможны селекция и сопровождение. Однако имеется и существенная разница между обеими системами, так как в случае полуактивной системы летчик может непрерывно контролировать работу радиолокатора, чтобы убедиться, что он подсвечивает именно нужную цель.

Так как вообще в рассматриваемом случае цели будут иметь сравнительно малую скорость, вопрос времени не будет стоять здесь столь остро, как в задаче класса воздух — воздух. Поэтому баланс времени не будет серьезно ограничивать пропускную способность

системы; однако в течение полета какого-нибудь снаряда система может работать только против одной цели. Возможны повторные атаки одной и той же цели, так как преимущество в скорости ставит перехватчик в очень выгодное положение.

Системы класса поверхность—воздух, использующие полуактивное самонаведение. Снаряд стартует с установки, расположенной на поверхности Земли, и самонаводится на цель, которую подсвечивает радиолокатор, установленный также на поверхности Земли. Стартовая установка может быть расположена как на суше, так и на корабле. Целью может быть самолет или другой снаряд. Этот случай показан на рис. 16.14.

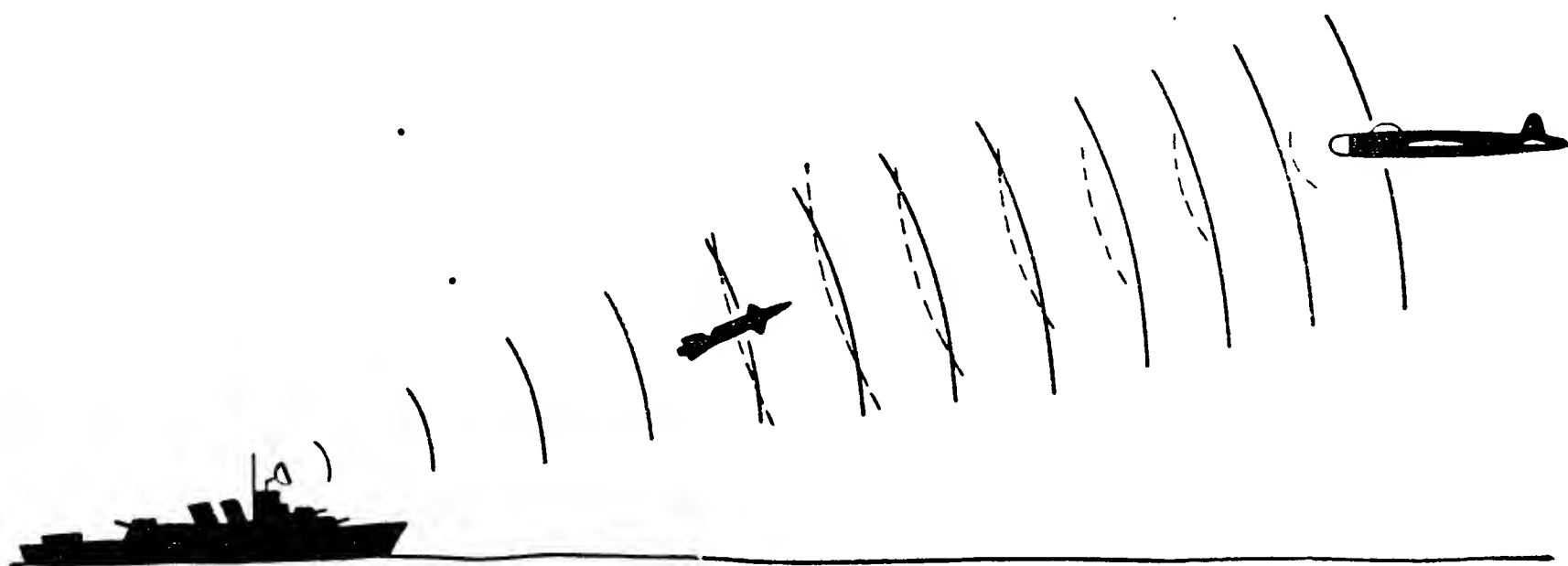


Рис. 16.14. Применение полуактивного самонаведения в задаче класса поверхность—воздух.

Выше было показано, что система с полуактивным самонаведением представляет собой систему с относительно большой дальностью действия. Возможность получения от полуактивной системы преимущества в смысле увеличения дальности действия особенно резко выражена в случае задачи класса поверхность—воздух. Как на суше, так и на корабле можно иметь очень мощные подсвечивающие радиолокационные установки с большими антеннами. Поэтому можно получить относительно большую дальность самонаведения при любом ракурсе цели.

В задаче поверхность—воздух с применением полуактивной системы самонаведения можно, используя сначала какой-нибудь другой метод управления, выводить снаряд на такую позицию относительно цели, с которой уже становится удобным применение самонаведения. Это дает возможность использовать гибкость системы, понятие о которой дает рис. 16.11.

Как и в двух описанных ранее системах с полуактивным самонаведением, здесь возможна атака одной и той же цели несколькими снарядами. Но так как подсвечивающий радиолокатор должен все время сопровождать цель, то, пока хотя бы один снаряд находится в полете, возможна атака только одной цели.



Система класса поверхность — поверхность, использующая полуактивное самонаведение. Такая система представлена на рисунке 16.15. На этом рисунке, снаряд стартует с корабля и полуактивно самонаводится на другой корабль. Вообще, конечно, целью может служить любой объект на поверхности Земли. Сам снаряд может стартовать как с корабля, так и с наземной установки.

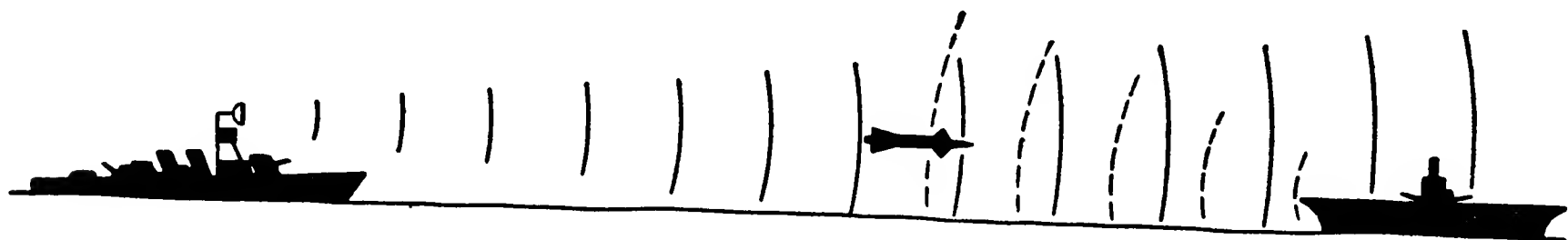


Рис. 16.15. Применение полуактивного самонаведения в задаче класса поверхность — поверхность.

Как и в случае системы класса воздух — поверхность, цель должна иметь некоторый отличительный признак. Пропускная способность системы остается такой же.

Пассивное самонаведение. Блок-схема сопровождающего контура системы с пассивным самонаведением представлена на рис. 16.16. Из трех основных систем самонаведения пассивная система требует наименьшего количества оборудования на самом снаряде.

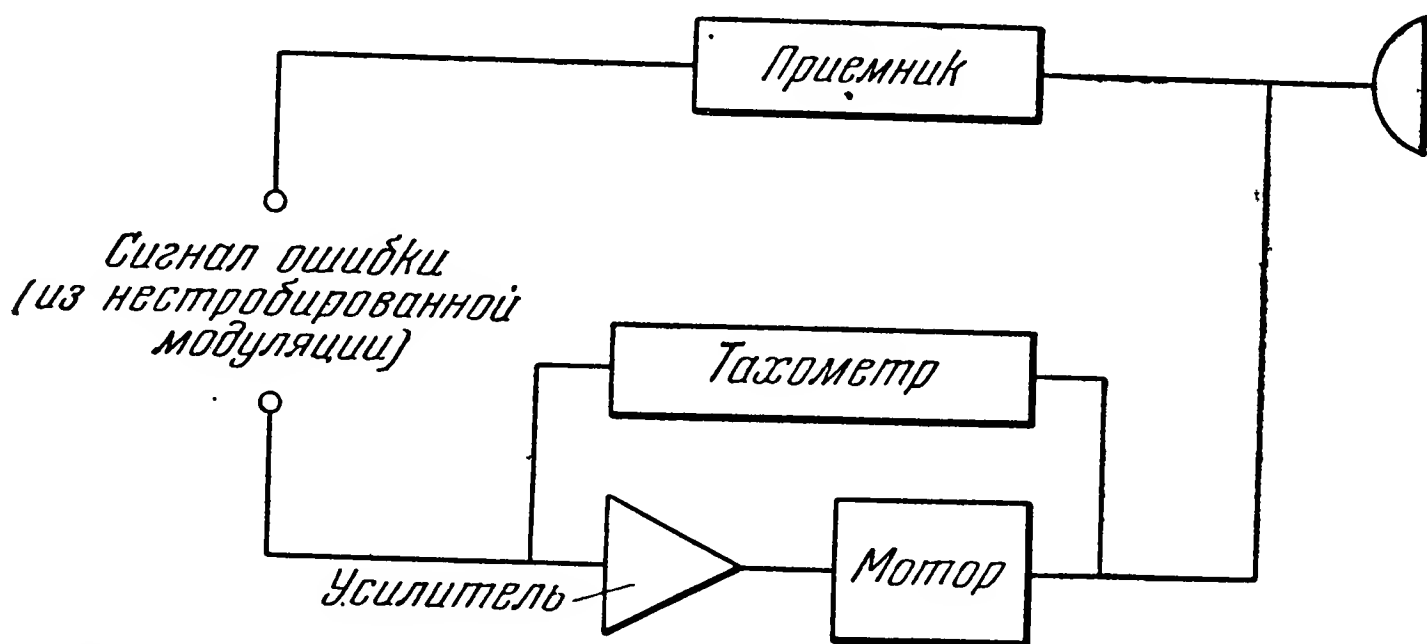


Рис. 16.16. Контур сопровождения систем пассивного самонаведения.

Так как в данном случае цель сама является источником энергии, используемой для управления, никакого передатчика не требуется. Эта энергия может быть энергией звуковых, световых, тепловых или радиоволн. Системы, использующие звук, рассматриваются ниже, в § 16.7. Так как вообще оборудование для системы самонаведения при помощи видимого или инфракрасного света в принципе одинаково, мы будем рассматривать обе системы как одну и ту же. Контур сопровождения состоит из устройства, собирающего энергию (так называемая следящая головка), приемника и привода. Сиг-

нал ошибки вырабатывается из нестробированной модуляции и служит для того, чтобы привод все время держал следящую головку направленной на цель.

Тепловое (на инфракрасных лучах) пассивное самонаведение. Пусть в системе, изображенной на рис. 16.16, в качестве приемника использовано некоторое устройство, чувствительное к тепловому излучению, например болометр или какое-нибудь другое устройство из рассмотренных в главе 5. Для сопровождения цели и получения переносчика информации можно применить сканирование, как было описано в главе 10. При этом основные принципы передачи информации остаются такими же, как в радиолокации, однако вследствие другого диапазона частот необходимо использовать и другие типы приборов. Самая существенная разница между применением инфракрасных и видимых частот, с одной стороны, и радиочастот — с другой, состоит в том, что в инфракрасной области нельзя применить гетеродинирование<sup>1)</sup> и получить связанную с ним чувствительность.

При помощи соответствующих схем можно сравнить амплитуды инфракрасных сигналов, принятых в четырех квадрантах, и, таким образом, выработать управляющие сигналы в направлениях право — лево и вверх — вниз; эти сигналы могут быть использованы для управления следящей головкой. Так как для этого необходимо иметь на снаряде вертикаль, следящая головка должна быть стабилизирована.

Пассивное самонаведение на радиочастотах. Одним из самых обычных устройств пассивного определения направлений является радиопеленгатор. Его можно применить и на управляемом снаряде. Необходимая информация может быть получена при помощи фазометрических устройств, если форма энергии, излучаемой целью, допускает их использование. Например, если на цели работает импульсный радиолокатор, применение фазометрических устройств возможно. Другой способ состоит в том, чтобы использовать сравнение амплитуд принимаемого от цели сигнала за один период сканирования.

Применение таких приемов возможно только при том условии, что нам известна полоса частот, на которой работает цель. Кроме того, необходимо предусматривать настройку приемника снаряда на частоту цели.

Тактическое применение пассивного самонаведения. Один из примеров использования пассивного самонаведения показан на рис. 16.17. В этом случае снаряд принадлежит к классу воздух — воздух. До пуска снаряда необходимо снова выполнить все те действия, которые были описаны выше для систем класса

---

<sup>1)</sup> Возможно, что это неверно. См., например, Боровицкий С. И. и Горелик Г. С., Гетеродинирование света, Успехи физических наук, т. LIX, вып. 3, 1956, стр. 543. (Прим. перев.)

воздух — воздух. Обнаружение цели может происходить при помощи какой-нибудь установки на перехватчике или при помощи бортовой аппаратуры самого снаряда. После обнаружения цели перехватчик должен занять правильную исходную позицию для пуска снаряда. Поскольку пассивная система не требует излучения перехватчиком какого-нибудь вида энергии, сразу же после пуска снаряда перехватчик оказывается свободен и может уйти.

На рис. 16.17 показано только одно из возможных применений пассивного самонаведения, однако оно может быть использовано и в остальных трех классах управляемых снарядов. Главное преиму-

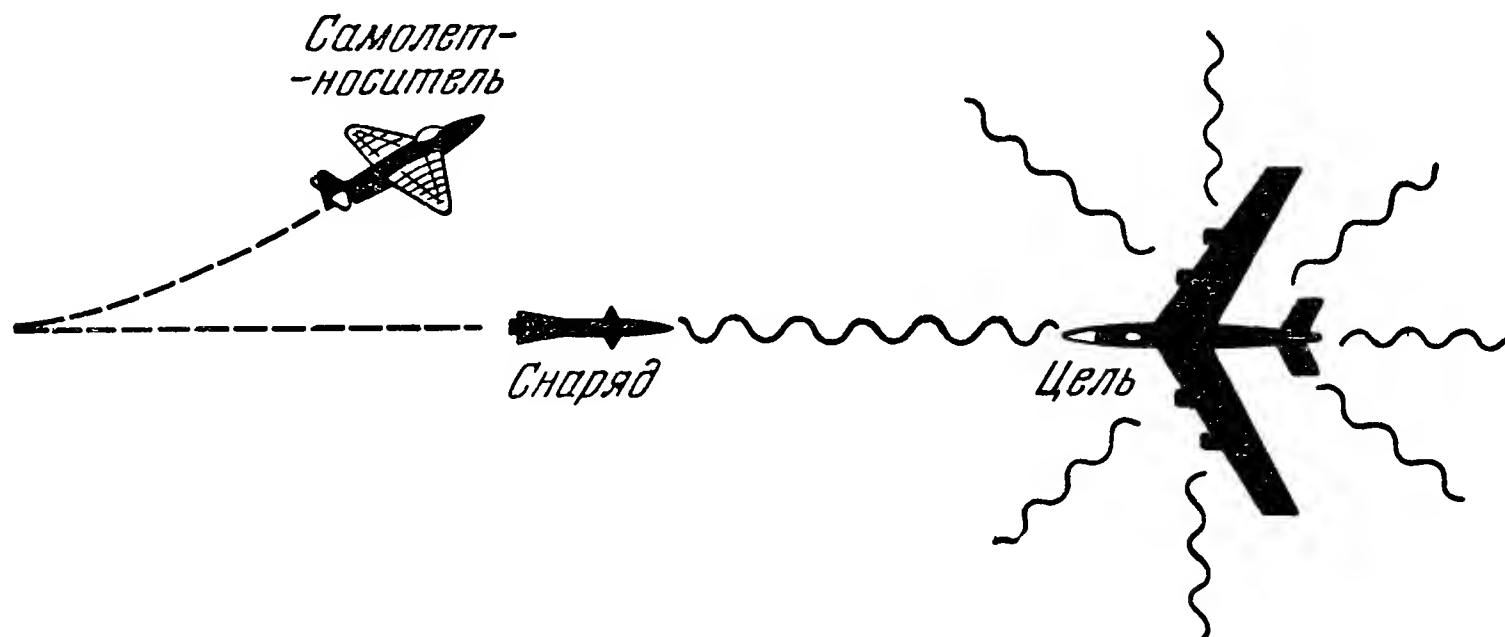


Рис. 16.17. Применение пассивного самонаведения в задаче класса воздух — воздух.

щество пассивной системы состоит в простоте бортовой управляющей аппаратуры. На снаряде не нужен передатчик. Все следящее оборудование на снаряде может быть сделано очень компактным. Второе преимущество состоит в том, что после захвата цели пассивная система становится совершенно автономной.

Для использования пассивной системы необходимо, чтобы цель излучала энергию, пригодную для выработки управляющей информации, и чтобы имелись достаточные сведения о действительных излучениях цели. Например, применение пассивного самонаведения на радиочастотах основано на предположении, что противник будет излучать такую энергию в необходимое для нас время. Очевидно, что если цель замолчит на время атаки, эта форма пассивного самонаведения не сможет быть использована.

Применение пассивного самонаведения на видимых или инфракрасных лучах предполагает наличие у цели некоторого признака, выделяющего ее из окружающего фона. Метеорологические условия, тип и ракурс цели, свойства фона — вот причины, от которых зависит удачное или неудачное использование системы. Радиус действия обеих указанных систем может чрезвычайно сильно уменьшаться в случае тумана или дымки. Если цель не излучает света или тепла, достаточно отличающегося от излучения фона, пассивная

система неприменима. Все изложенные соображения одинаково относятся ко всем типам систем управления, использующим пассивное самонаведение. Конечно, кроме того, каждый тип имеет свои индивидуальные особенности.

### 16.3. Системы управления при помощи команд

*Система управления при помощи команд* состоит в том, что управляющая информация передается на снаряд из внешнего источника, вследствие чего снаряд движется по предписанной ему траектории. Вообще эта система требует наблюдения за движением снаряда извне (а если цель движется, то и за ней также), чтобы каждое отклонение снаряда от предписанного сближения было ему сообщено и преобразовано его бортовой аппаратурой в такие действия, которые исправят траекторию и обеспечат накрытие цели. Система управления при помощи команд возможна во многих вариантах, простых и сложных. Однако она может оказаться самой простой из всех рассмотренных выше систем управления. Поэтому система управления при помощи команд была вообще первой из систем управления, примененных для дистанционного управления на поверхности Земли такими объектами, как лодки, танки и автомобили, а в воздухе — для управления самолетами-снарядами и планирующими бомбами. Управление с помощью команд является наиболее широко распространенным и применяется не только для управления снарядами, но и многими другими механизмами. Ее самый главный недостаток с точки зрения управления снарядами — малая пропускная способность. В каждый момент времени такая система управления может решать только одну задачу; это значит, что в течение определенного интервала времени система может наводить только один снаряд и только по одной цели. Интервал времени, в течение которого система занята, играет весьма важную роль при рассмотрении этого метода управления.

Системы управления при помощи команд разделяются на две большие группы: первая, называемая *системой с сопровождающими радиолокаторами*, в которой информация о движении цели и снаряда получается при помощи сопровождающих радиолокаторов, и вторая, называемая *системой с оптическим сопровождением*, где то же самое выполняется при помощи оптики. На рис. 16.18 изображен принцип устройства системы с сопровождающими радиолокаторами.

Система, изображенная на рис. 16.18, предусматривает сопровождение снаряда и цели при помощи отдельных радиолокаторов. По результатам сопровождения вычисляется отклонение снаряда от предписанной ему траектории, и эти ошибки передаются на снаряд при помощи специальной передающей станции. Величина и направление переданной ошибки используются бортовой управляющей

аппаратурой на снаряде, чтобы при помощи устройства, эквивалентного автопилоту, исправить траекторию. Ниже будут рассмотрены некоторые модификации этой системы.

Применение к задаче класса воздух — поверхность пояснено на рис. 16.19. Здесь относительное положение снаряда и цели определяется оптическим путем при помощи специальной прицельной системы на самолете-носителе. Отклонение снаряда от желаемой траектории наблюдается через прицельную систему и результаты сообщаются на снаряд (обычно в прямоугольных координатах) при

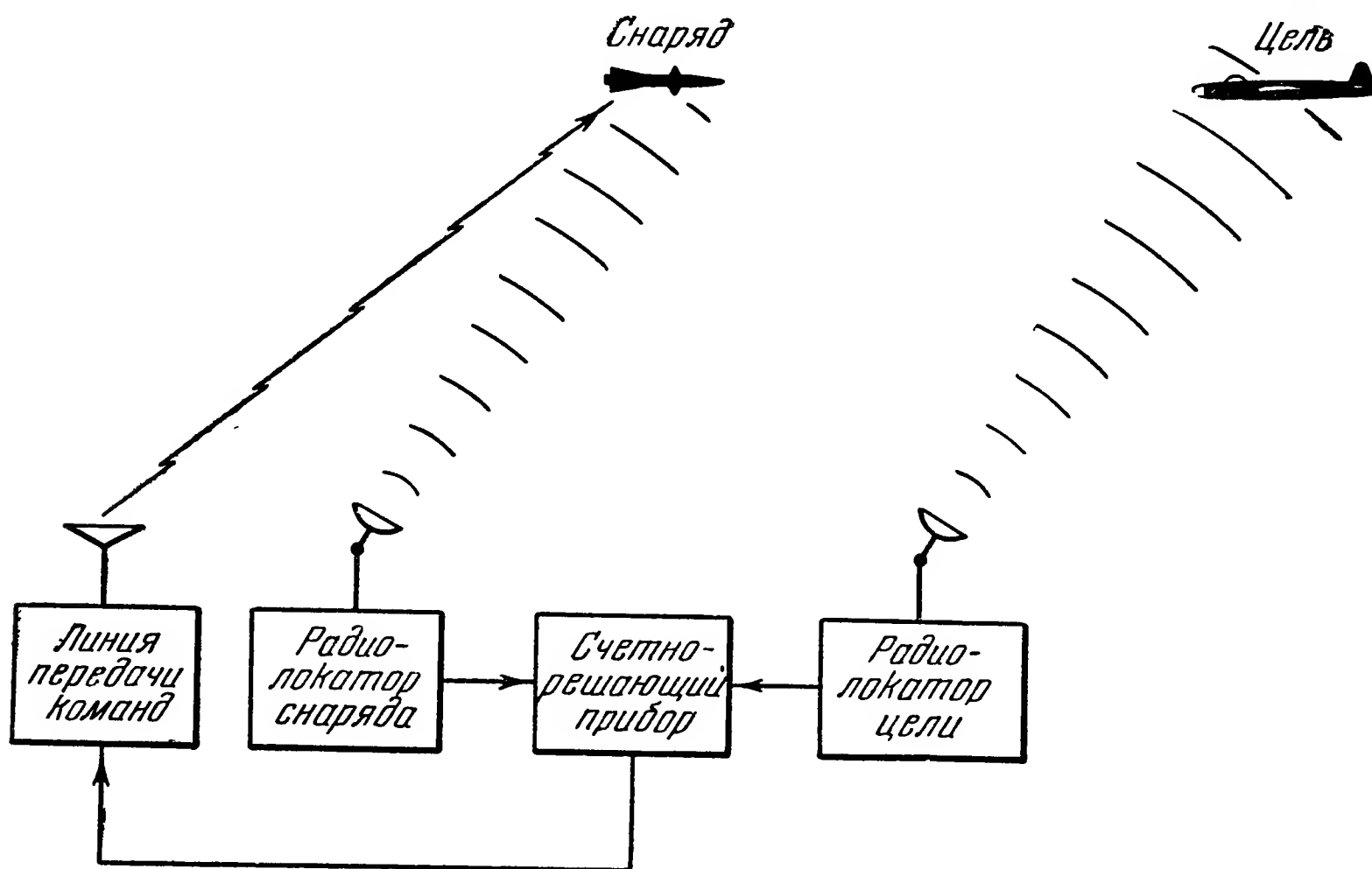


Рис. 16.18. Принцип устройства системы управления при помощи команд с использованием сопровождающих радиолокаторов.

помощи специальной радиолинии. Средства осуществления этой операции, обычные для всех систем управления при помощи команд (визирование, вычисления, передача команд и собственно управление снарядом), допускают много вариантов в зависимости от характера тактической задачи, состояния техники и вкусов конструктора.

Общее устройство системы управления при помощи команд. Выше, в главе 9, были изложены способы, при помощи которых характеристики системы управления связываются с тактическими требованиями. Поскольку мы рассматриваем только само управление, главными функциями, выполняемыми системой управления при помощи команд, являются наблюдение, сопровождение, вычисление ошибки траектории снаряда, передача ошибки на снаряд и, наконец, прием и преобразование ее на снаряде в действия, исправляющие траекторию. На рис. 16.20 в виде блок-схемы показано, как эти операции связаны между собой во всякой системе управления при помощи команд. Сравнение этого контура управления



с рассмотренными ранее (для случая самонаведения) показывает, что в них много сходства. Главное отличие системы управления при помощи команд, изображенной на рис. 16.20, от систем самонаведения состоит в том, что измерение относительного положения и элементов движения цели выполняется вне снаряда. Поэтому в рассматриваемой системе управления дополнительными задачами является выбор подходящей координатной системы и передача на расстояние управляющих команд. Это усложнение смягчается тем, что вне снаряда не существует таких жестких требований к габаритам управляющей аппаратуры, как внутри него.

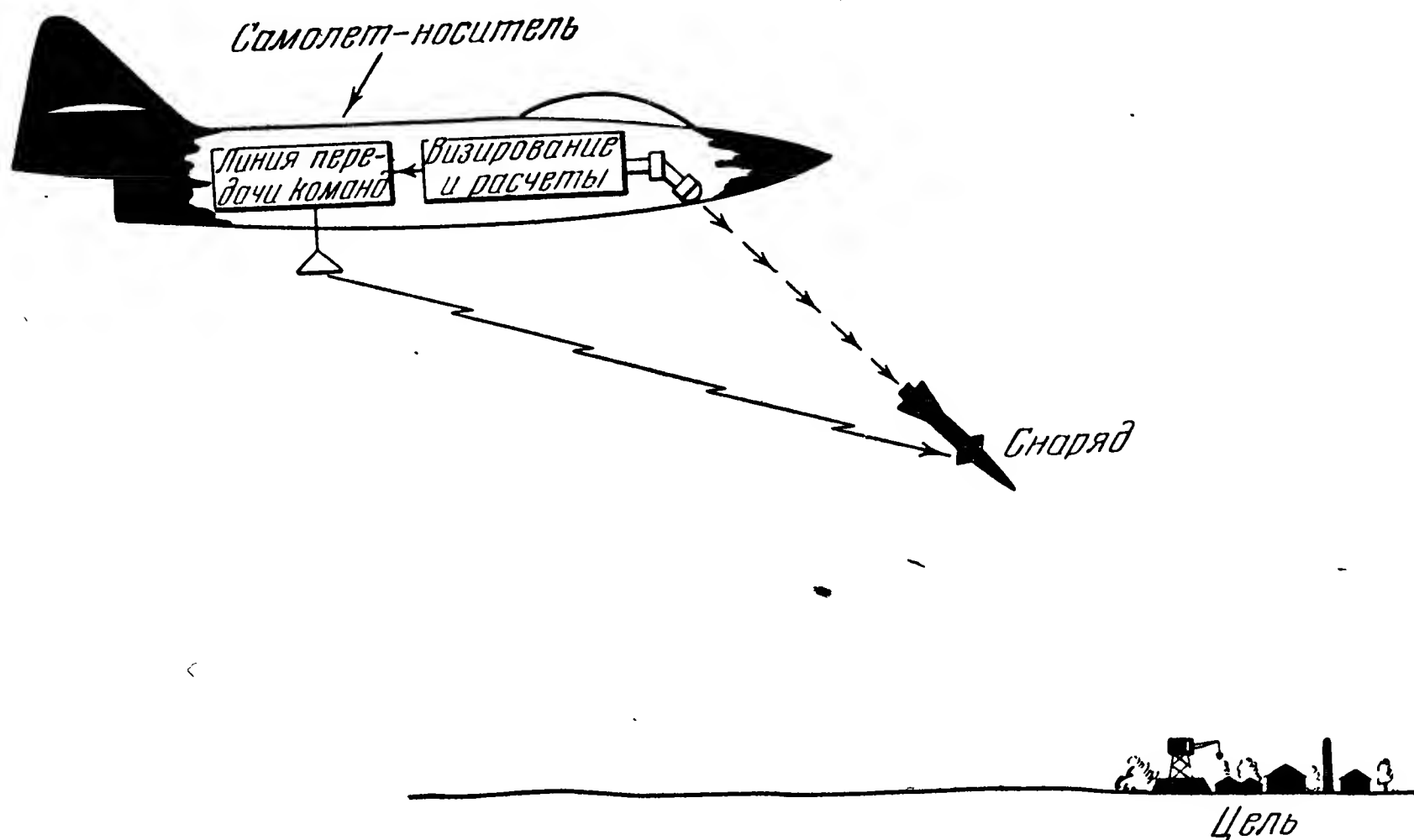


Рис. 16.19. Принцип устройства системы управления при помощи команд с использованием оптического сопровождения.

Рассмотрим типичные свойства следующих элементов системы: контура управления и стабилизации снаряда (автопилотного контура), чувствительных и сопровождающих устройств, блока преобразования координат, счетно-решающего прибора, вырабатывающего управляющую информацию, и линии передачи управляющей информации.

Контур управления и стабилизации снаряда во многих отношениях сходен с обычным автопилотом, имеющим приспособления для дополнительного управления через него от руки «оператора». Поскольку в нашем случае «оператор» вынесен за пределы самого снаряда, на снаряде должна быть специально создана отметка направления, например такая, как «выше», действующая для всего контура в течение всего времени управления. Это выполняет блок *N* на рис. 16.20, что достигается: применением какого-нибудь устройства маятникового типа, в котором опорной системой отсчета является гравитационное поле Земли; предварительным согласованием бортового



гироскопа (или гироскопов) с системой отсчета, принятой для управляющей станции; или, если время полета очень невелико, просто аэродинамической устойчивостью снаряда. Обычно такая отметка вводится на снаряд путем предварительного согласования его гироскопов, которые, таким образом, становятся элементами контура управления и стабилизации снаряда. Состояние автопилотной техники заметно продвинулась вперед и не требует подробного рассмотрения в этой книге. Управляющая информация передается на снаряд в виде модуляции несущей; на снаряде она демодулируется. Из этой информации вырабатываются величина, скорость

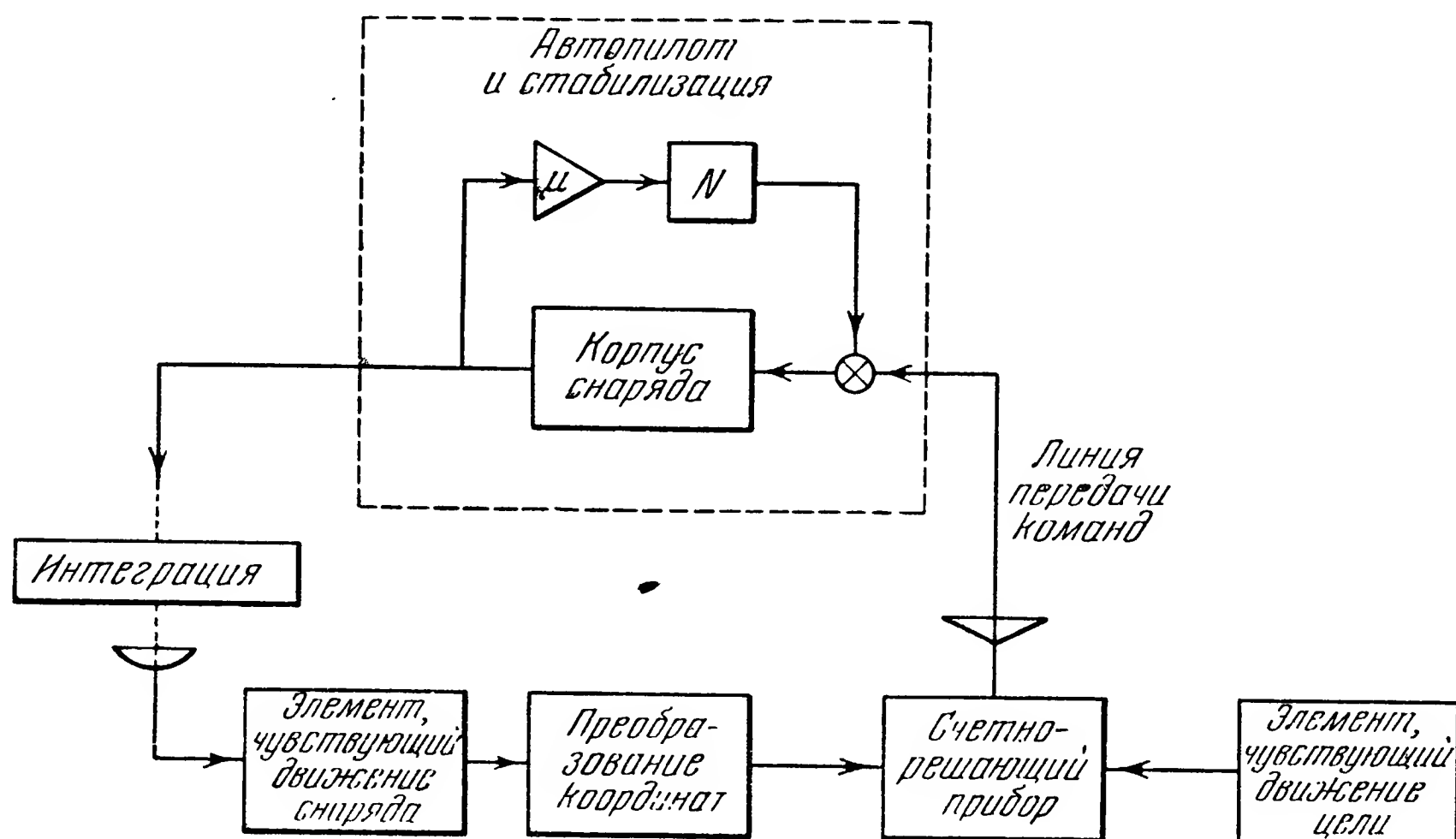


Рис. 16. 20. Общее устройство систем управления с помощью команд.

и направление необходимой поправки траектории снаряда. Так как управляющая информация — электрического типа, она должна быть преобразована в механические перемещения органов управления снарядом. Поэтому контур управления и стабилизации (автопилотный контур) в принципе должен состоять из приемника-демодулятора, рулевых машинок, корпуса снаряда и обратной связи через автопилот, осуществляющий стабилизацию и обеспечение опорных отметок. Этот контур входит в качестве звена в полную систему управления; его характеристики частично предписаны типом траектории, которая в свою очередь определяется тактическими соображениями и такими летными свойствами снаряда, как его скорость и отклик на возмущение<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> В подлиннике скорость названа «постоянной», что, конечно, не имеет места в действительности. (Прим. перев.)

В системе управления необходимо устройство, сопровождающее снаряд для определения его положения и элементов движения. Этим устройством в системах класса поверхность — воздух является обыкновенный радиолокатор, работающий в режиме сопровождения снаряда. Он должен выдавать счетно-решающему прибору дальность снаряда, угловые координаты и их производную по времени. Обычно еще до поступления этих данных в счетно-решающий прибор выполняется преобразование координат.

Подобные же данные необходимо иметь и для цели. Естественные свойства цели и характер ее движения определяют тип устройства, обладающего способностью ощущать цель. Для целей на поверхности Земли, у которых скорость движения невелика, это может быть простейшее визирное устройство. Если цель неподвижна, непрерывное наблюдение за ней вообще может оказаться ненужным. Такая цель, как самолет, требует непрерывного наблюдения, обычно осуществляемого сопровождающим радиолокатором. При этом нормальной последовательностью операций являются обнаружение, захват и сопровождение. Обнаружение, кроме того, можно разделить на поиск, опознание, целеуказание и затем захват цели средствами системы управления. Более подробно об этом будет сказано ниже, при рассмотрении конкретных систем. Для вычислений в счетно-решающем приборе необходимо, чтобы координаты снаряда и цели задавались в одной и той же системе отсчета; эта система координат, общая для снаряда и цели, определяется характером системы управления.

Назначением счетно-решающего прибора является выработка управляющих команд, которые в идеальном случае обеспечивали бы прямое попадание снаряда в цель. Входная информация счетно-решающего прибора используется для выработки передаваемого по радио сигнала, зависящего от ошибки снаряда относительно желаемой траектории полета. Поскольку геометрические соотношения в большинстве систем сходны, требования к счетно-решающему прибору также будут близкими.

Счетно-решающий прибор получает информацию о координатах и скоростях (вместе с шумами), предсказывает наивыгоднейшую точку встречи и вырабатывает управляющие команды, которые должны заставить снаряд сближаться с целью заданным образом. Типичное требование, выставляемое во многих системах к счетно-решающему прибору, состоит в том, чтобы по результатам сопровождения снаряда и цели он вычислял угловую скорость линии снаряд — цель. Если снаряд управляется таким образом, что угловая скорость линии снаряд — цель равна нулю, мы имеем параллельное сближение. В этом случае команды управления стремятся свести к минимуму вращение линии снаряд — цель. Это, конечно, только один из бесконечного множества способов сближения. Кроме выработки управляющей команды, счетно-решающий прибор может иметь

еще много других назначений, например, управление положением стартовой установки до момента старта, баллистические расчеты и учет параллаксов или выработка последовательности во времени всех операций, предшествующих старту. Таким образом, счетно-решающее устройство может иметь разные варианты, заметно отличающиеся по сложности; его характеристики определяются специфическими свойствами данного комплекса управляемого снаряда.

Передача управляющей информации на снаряд обычно осуществляется при помощи специальной радиолинии. По-видимому, это наиболее легкая часть проекта системы управления. Требования к полосе пропускания, числу каналов, несущей частоте, мощности и т. п. совершенно ясны, не содержат в себе ничего невыполнимого с точки зрения современного состояния радиотехники и не вызывают необходимости в новой технике. С другой стороны, линия передачи команд есть существенный элемент системы управления и не настолько проста, чтобы ее проект мог быть взят готовым из архива.

Линия передачи команд. Таким образом, каждая система управления при помощи команд требует некоторой линии связи между управляющей станцией и снарядом. Эта линия служит для передачи снаряду управляющих команд и, если нужно, других приказов. Практически осуществление линии связи ограничено применением радио или проводной связи. Для сверхзвуковых снарядов применение проводной линии связи наталкивается, естественно, на серьезные трудности, поэтому здесь остается возможной только радиосвязь. При проектировании линии связи нужно учитывать следующие важные факторы: требования к количеству и скорости преобразования информации, к точности воспроизведения, а также дальность, надежность, помехозащищенность, несущую частоту, мощность, габарит, вес.

Преобразование информации. В дополнение к управляющей информации может потребоваться передача на снаряд и других приказов. Эти последние определяются специфическими особенностями данного комплекса и могут состоять, например, во взведении взрывателя, установке усиления приемника, взрыве боевой части снаряда вблизи цели, самоликвидации в случае угрозы со стороны снаряда силам наших друзей и т. п. Прежде всего необходимо выяснить требования к типу управления (да — нет или пропорциональный), количеству, скорости и точности преобразования информации. После этого можно определить число необходимых каналов, временное разделение команд и требуемую полосу пропускания. Метод кодирования временного разделения и модуляции несущей для передатчика, а также методы демодуляции временного разделения и декодирования для приемника являются вытекающими отсюда конструктивными подробностями.

Дальность, несущая частота и мощность. Выбор несущей частоты и мощности на практике определяется заданной

дальностью действия системы управления, а также высотой передатчика и приемника над поверхностью Земли. Габариты отдельных блоков системы управления вообще уменьшаются с увеличением частоты, поэтому несущую частоту нужно выбирать достаточно высокой.

Таким образом, несущая частота и мощность зависят от проектной дальности действия системы управления, от характера пути радиоволн между передатчиком и приемником и от размеров отсеков, которые могут быть отведены под аппаратуру внутри снаряда.

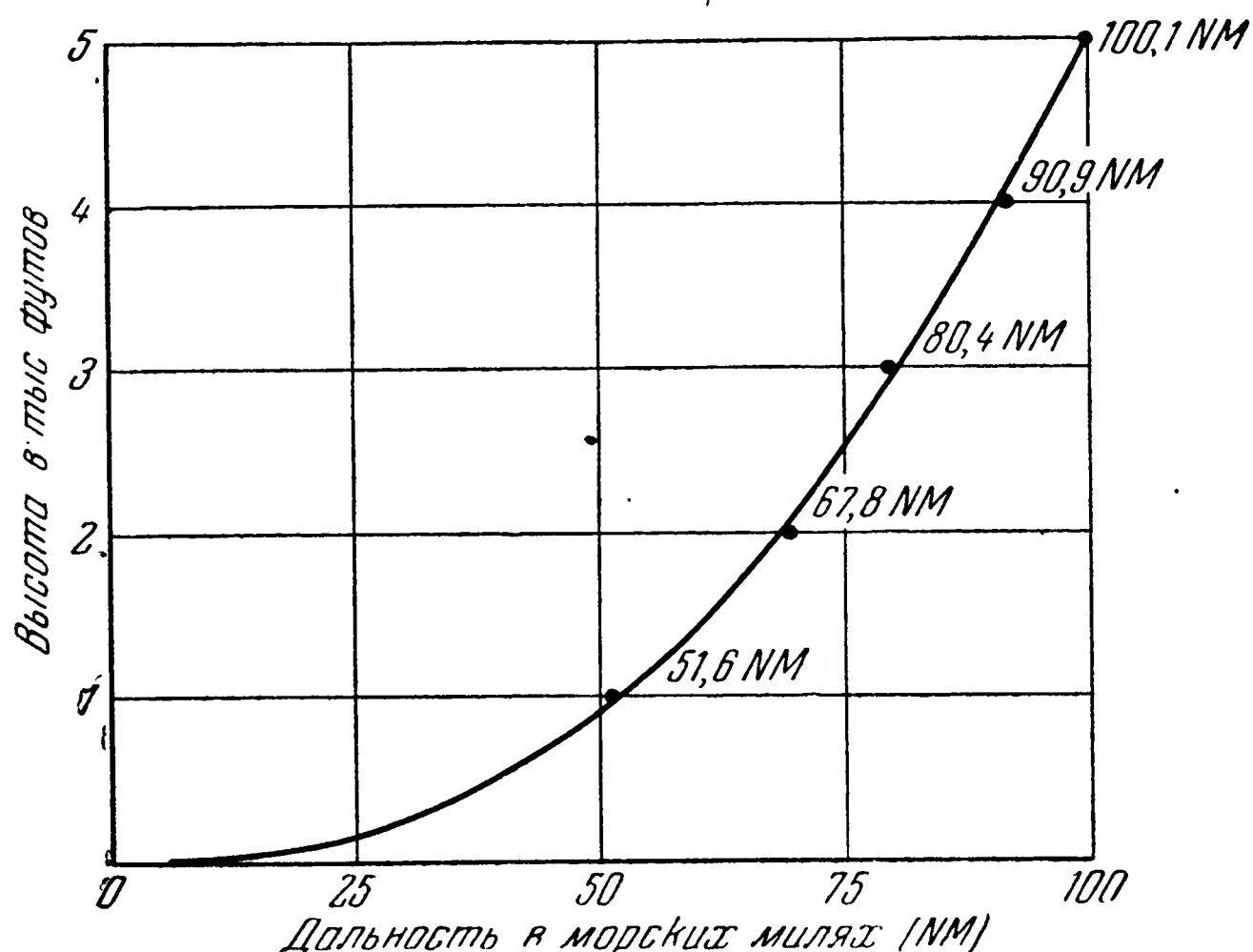


Рис. 16.21. Дальность радиогоризонта  $R = 1,24 (\sqrt{H} + \sqrt{H_1})$  для очень высоких — ультравысоких частот в зависимости от высоты приемника  $H$  (высота передатчика  $H_1 = 100$  футов).

Полосы частот, представляющие для нас интерес, относятся к высоким частотам (3—30 мггц), очень высоким частотам (30—300 мггц) и ультравысоким частотам (300—3000 мггц). Передача на частотах примерно выше 50 мггц возможна только по прямой без отражений от ионизированных слоев атмосферы; поэтому дальность передачи ограничивается длиной прямой линии от передатчика к приемнику. На рис. 16.21 представлена приближенная кривая дальности для частот выше 50 мггц в зависимости от высоты приемника в том случае, если высота передатчика равна 100 футов ( $\approx 30$  м). График на рис. 16.21 получен по приближенной формуле

$$R = 1,24 (\sqrt{H} + \sqrt{H_1}), \quad (16.11^1)$$

<sup>1)</sup> См. формулу (4.6) для определения дальности в уставных милях.

где  $R$  — дальность в морских милях,  $H$  — высота одной станции (передающей или приемной) в футах,  $H_1$  — высота другой станции в футах.

Отсюда видно, что частота не ограничивает возможной дальности, если одна или обе станции расположены достаточно высоко. В качестве примера ограничений дальности, накладываемых выбором высокой несущей частоты при небольших высотах станций, возьмем высоту передатчика в 50 футов и приемника (снаряда) в 100 футов. Тогда

$$R = 1,24(\sqrt{100} + \sqrt{50}) = 21,2 \text{ морской мили.}$$

Конечно, кроме влияния несущей частоты дальность определяется мощностью передатчика, направленностью и размером приемной и передающей антенны, чувствительностью бортового приемника снаряда, уровнем шумов приемника и условиями распространения радиоволн от передатчика к приемнику.

Надежность. Однако эти данные получены нами просто из общих требований к системе управления и не могут рассматриваться независимо от степени надежности, с которой они достижимы при современном состоянии радиотехники. Таким образом, необходимо определить степень надежности, при которой система управления может работать удовлетворительно. Если для работы системы необходима непрерывная передача управляющих команд, то это требует от линии передачи большей надежности, чем в случае управления прерывистыми командами. Не рассматривая пока чувствительность приемника, мы можем сказать, что главным параметром, определяющим надежность передачи, является уровень отношения сигнал — шум у приемной станции. Этот уровень в свою очередь определяется мощностью передатчика, направленностью антенны, условиями распространения и дальностью. За исключением условий распространения (возникновение интерференции и шумов), все эти факторы находятся в руках конструктора и отчасти определяются требуемой степенью надежности системы.

Защита от помех. Обеспечение защищенности линии передачи от помех должно занимать при проектировании первое место. Обычно линия передачи является наиболее уязвимым местом системы с точки зрения намеренных помех. Введение нового оружия немедленно вызывает у противника стремление к его уничтожению или, в случае управляемого снаряда, к разработке мер противодействия управлению. Поэтому можно предполагать, что противник будет пытаться принимать и анализировать команды управления и постарается подавить или спутать их. Конструктор линии передачи поэтому должен стараться насколько возможно затруднить прием и анализ команд управления. На легкость приема команд противником влияют направленность сигнала, его длительность и амплитуда.



Габарит и вес. Габарит и вес бортового приемника снаряда и ограничения по мощности совершенно твердо определяются диаметром корпуса снаряда и размерами отсеков, отводимых на нем под аппаратуру. Габарит и вес поэтому являются главными факторами, определяющими конструкцию бортовой аппаратуры. Совершенно очевидно, что для передающей стороны вопрос о габарите стоит не столь остро, как для приемной. Поэтому нужно стараться сосредоточить все, что практически возможно, на стороне передатчика.

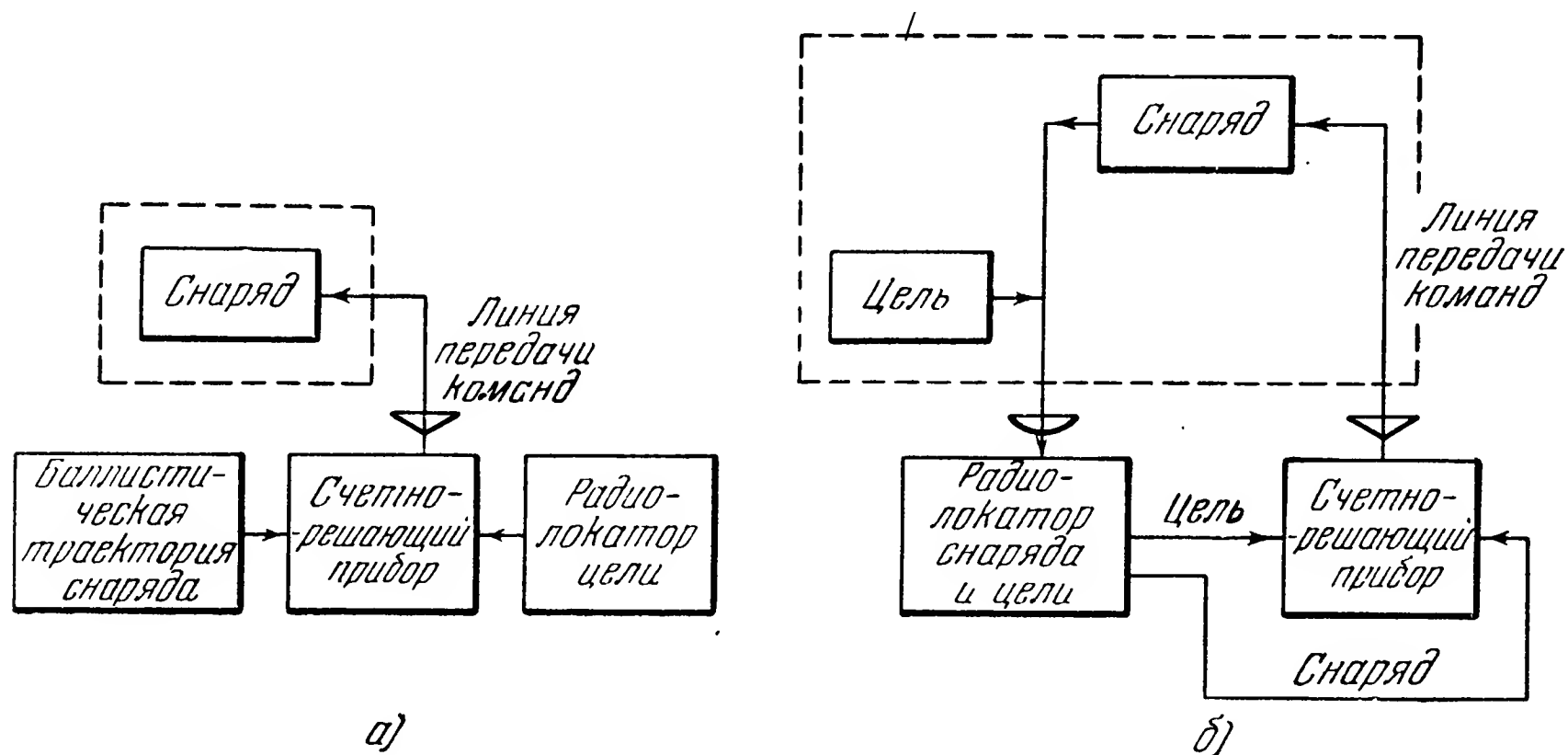


Рис. 16.22. Системы управления с одним радиолокатором для случая подвижной цели.

Дальность действия снаряда и сложность команды управления, принятые для какой-нибудь системы управления, часто находятся вне сферы влияния конструктора линии передачи. Они скорее относятся к области системы в целом, а для линии передачи представляют твердое задание, которое просто необходимо выполнять. В качестве способов уменьшения габарита приемника можно указать временное разделение команд, которое может быть применено в пределах ограничений, накладываемых требованиями к непрерывности команд. Кроме того, можно применять одновременную передачу различных команд на нескольких поднесущих.

Система управления с одним сопровождающим радиолокатором. 1. Случай подвижной цели. На рис. 16.22, а представлена блок-схема системы управления с одним сопровождающим радиолокатором. В этом случае радиолокатор определяет только положение и элементы движения цели; положение и элементы движения снаряда не определяются из прямого эксперимента, но предсказываются на основании статистики баллистических характеристик снаряда. Так как большинство факторов, определяющих движение снаряда, на управляющей станции известно, относительное положение снаряда и цели все же может быть определено



более или менее точно. Наиболее важными из этих факторов являются скорость, снос (ветер), направление старта и время. Имея эти данные, можно непрерывно вычислять, хотя и не особенно точно, траекторию снаряда. Вычисленную таким образом баллистическую траекторию можно сравнить с данными, полученными от сопровождения цели. Отклонение цели от ее предсказанного будущего положения может быть обнаружено и передано на снаряд в виде команды, исправляющей траекторию. Очевидно, что некоторая неопределенность положения снаряда вносит в решение задачи встречи ошибку, эквивалентную той, которая получается в навигации по счислению пути.

На рис. 16.22, б представлена система управления с одним сопровождающим радиолокатором, причем на снаряд поставлен ответчик для того, чтобы сделать возможным одновременное определение радиолокатором элементов движения и цели и снаряда. Один

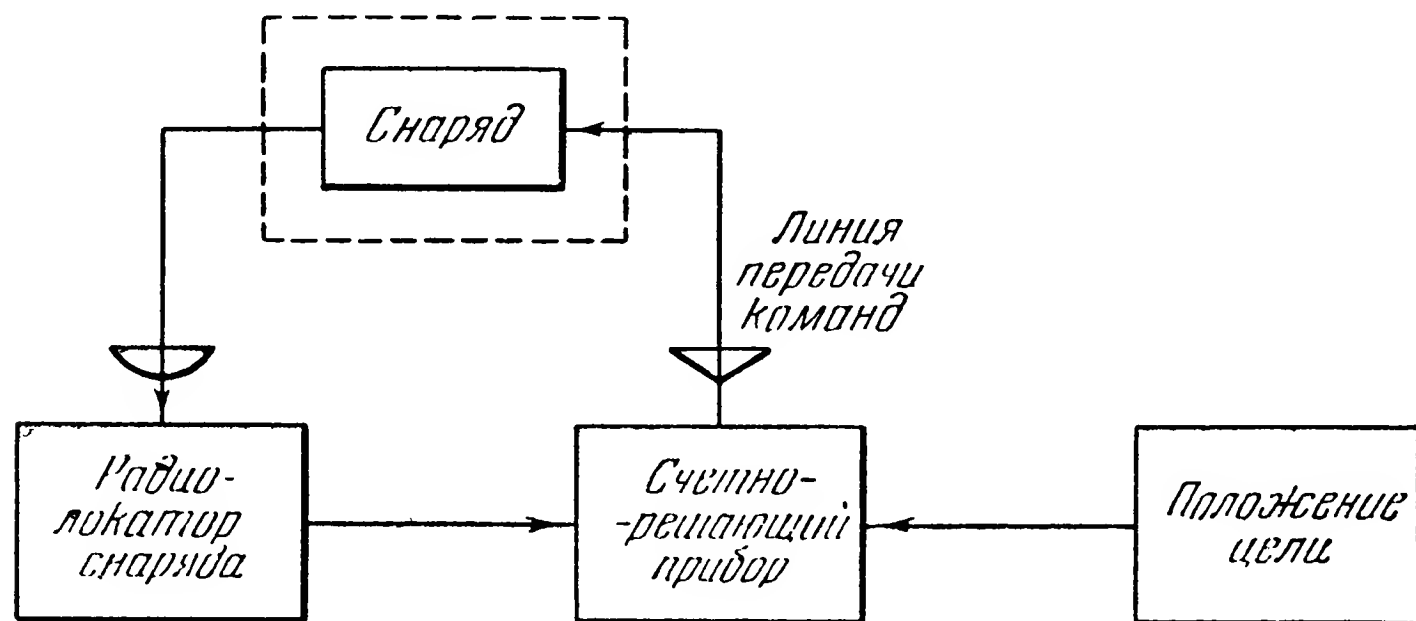


Рис. 16.23. Система управления с одним радиолокатором в случае неподвижной цели.

и тот же относительно узкий луч должен подсвечивать и снаряд и цель. Управляющие команды будут заставлять снаряд лететь по такой траектории, когда он все время остается на линии снаряд — цель. Такая система и задача ее разработки аналогичны системе наведения снаряда по лучу. Старт, разгон, захват и тип траектории в обеих системах весьма сходны. Некоторым недостатком по сравнению с наведением по лучу является то, что в рассматриваемом случае на снаряде должен быть не только ответчик, но и приемник команд. Вычисление ошибки траектории, производимое вне снаряда, осуществляется более сложными средствами и будет, по-видимому, менее точным. Сопровождающий радиолокатор должен иметь два приемника для снаряда и цели порознь; практически в каждом луче может находиться только один снаряд.

2. Случай неподвижной цели. На рис. 16.23 показана простейшая блок-схема системы управления с одним радиолокатором, в которой элементы движения снаряда непрерывно опреде-

ляются при помощи радиолокатора; относительно положения цели предполагается, что оно неизменно и заранее известно. При помощи этих данных определяется отклонение снаряда от траектории, обеспечивающей попадание в цель, и через радиолинию на снаряд передаются поправочные команды. Эта система относительно проста; в ней существует некоторая принципиальная неопределенность положения цели относительно управляющей станции. Чтобы проводить необходимые для управления снарядом расчеты, относительное положение этих двух точек должно быть точно известно. Если цель не наблюдаема из точки управления, относительное положение цели приходится оценивать каким-то другим способом, и возможная точность управления снарядом уменьшается благодаря погрешностям этой оценки.

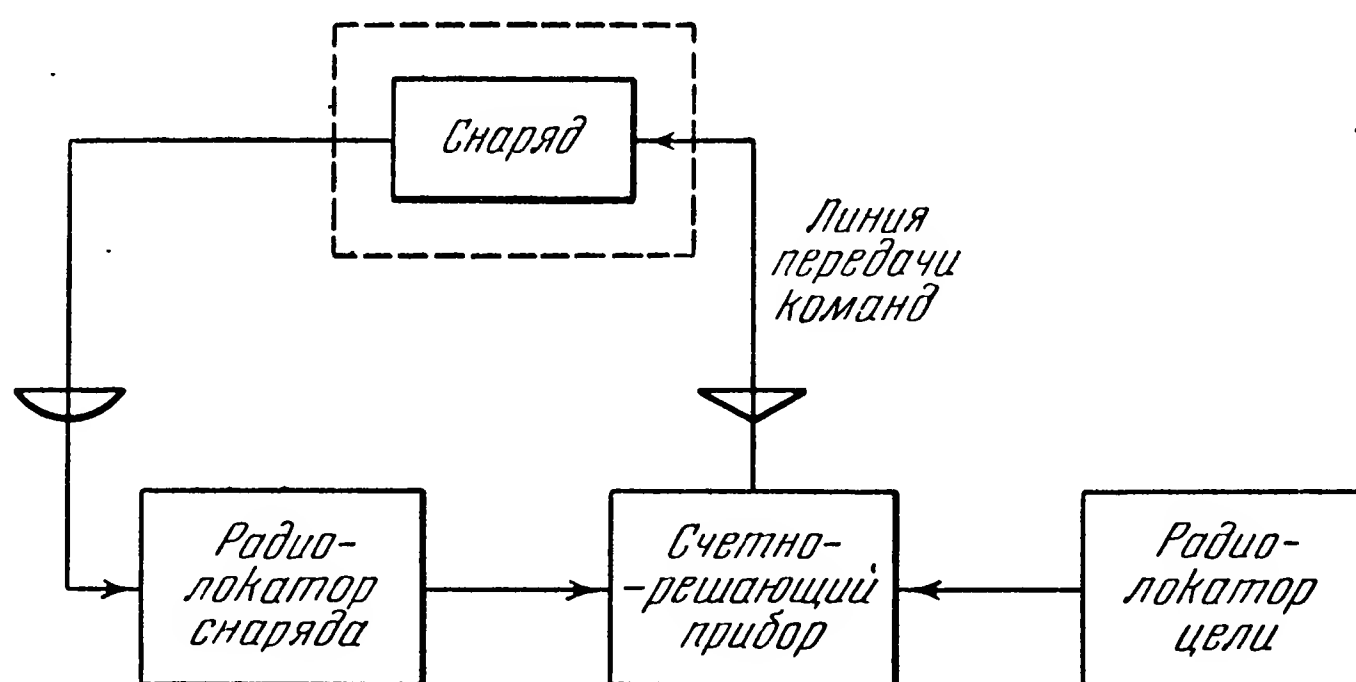


Рис. 16.24. Система управления с двумя радиолокаторами.

Система управления с двумя радиолокаторами. На рис. 16.24 представлена упрощенная блок-схема системы управления с двумя радиолокаторами. Главными элементами системы являются снаряд, радиолокатор, сопровождающий цель, радиолокатор, сопровождающий снаряд, счетно-решающий прибор и линия передачи.

Система с двумя радиолокаторами является более гибкой и для подвижных целей более точной, чем система с одним радиолокатором. По сравнению с предыдущей системой принципиально новым является непрерывное раздельное наблюдение движений снаряда и цели. Конструктивные проблемы сходны у обеих систем.

Система управления с оптическим сопровождением. В этих системах относительное расположение снаряда и цели непрерывно определяется человеком, который посылает на снаряд по радио команды, направляющие его в цель. Очевидно, что дальность таких систем ограничена пределами видимости. Свойства системы управления здесь отчасти определяются свойствами человека

как звена в контуре управления. С точки зрения конструктора системы, самым неопределенным звеном в контуре управления является именно человек. Устройство системы с оптическим сопровождением и описанной выше системы с одним радиолокатором аналогично. На рис. 16.25 представлен контур управления системы с оптическим сопровождением.

Оператор измеряет элементы относительного движения снаряда и цели оптическим путем из некоторой точки, которая сама может быть подвижной (например, в случае пуска снаряда с воздуха). Мысленное предсказание наиболее выгодного пути снаряда

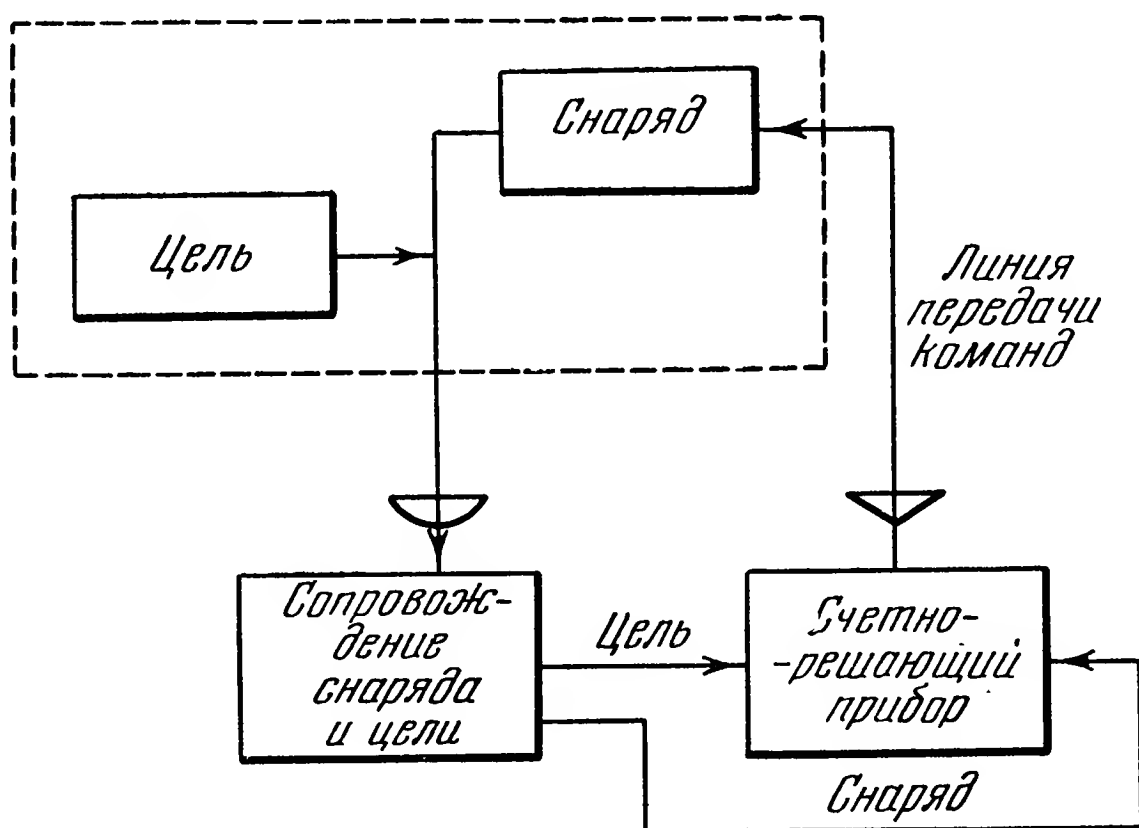


Рис. 16.25. Система управления с оптическим сопровождением.

в этой сложной динамической задаче лежит за пределами способностей человека. Более легко осуществимый способ управления состоит в том, чтобы непрерывно удерживать снаряд на линии оператор — цель. В этом случае оператор наблюдает отклонения снаряда от линии визирования и через радиолинию передает команды, корректирующие траекторию снаряда в двух направлениях. Бортовой контур управления снарядом остается примерно таким же, как и в других системах управления при помощи команд.

Область применения систем с оптическим сопровождением ограничена требованием, чтобы и цель и снаряд были видимы одновременно и чтобы относительная угловая скорость линий оператор — цель и оператор — снаряд была невелика. Таким образом, применение системы ограничено небольшой дальностью и условиями хорошей видимости и, кроме того, дополнительно ограничено способностями оператора. Невыгодность этих ограничений несколько уравнивается тем преимуществом, что система получается конструктивно простой. Если мы предположим, что оператор хорошо

натренирован, то сложность (и стоимость) контура управления сводятся к минимально возможным, за счет чего несколько повышается надежность системы. Этим объясняется применение подобных систем немцами во время второй мировой войны.

Система управления с оптическим сопровождением и наблюдением цели из снаряда. Эта система является частным случаем системы с оптическим сопровождением. Она переносит элемент, ощущающий цель (а иногда видящий цель), из места, где находится оператор, на снаряд. На рис. 16.26 представлена блок-схема этой системы.

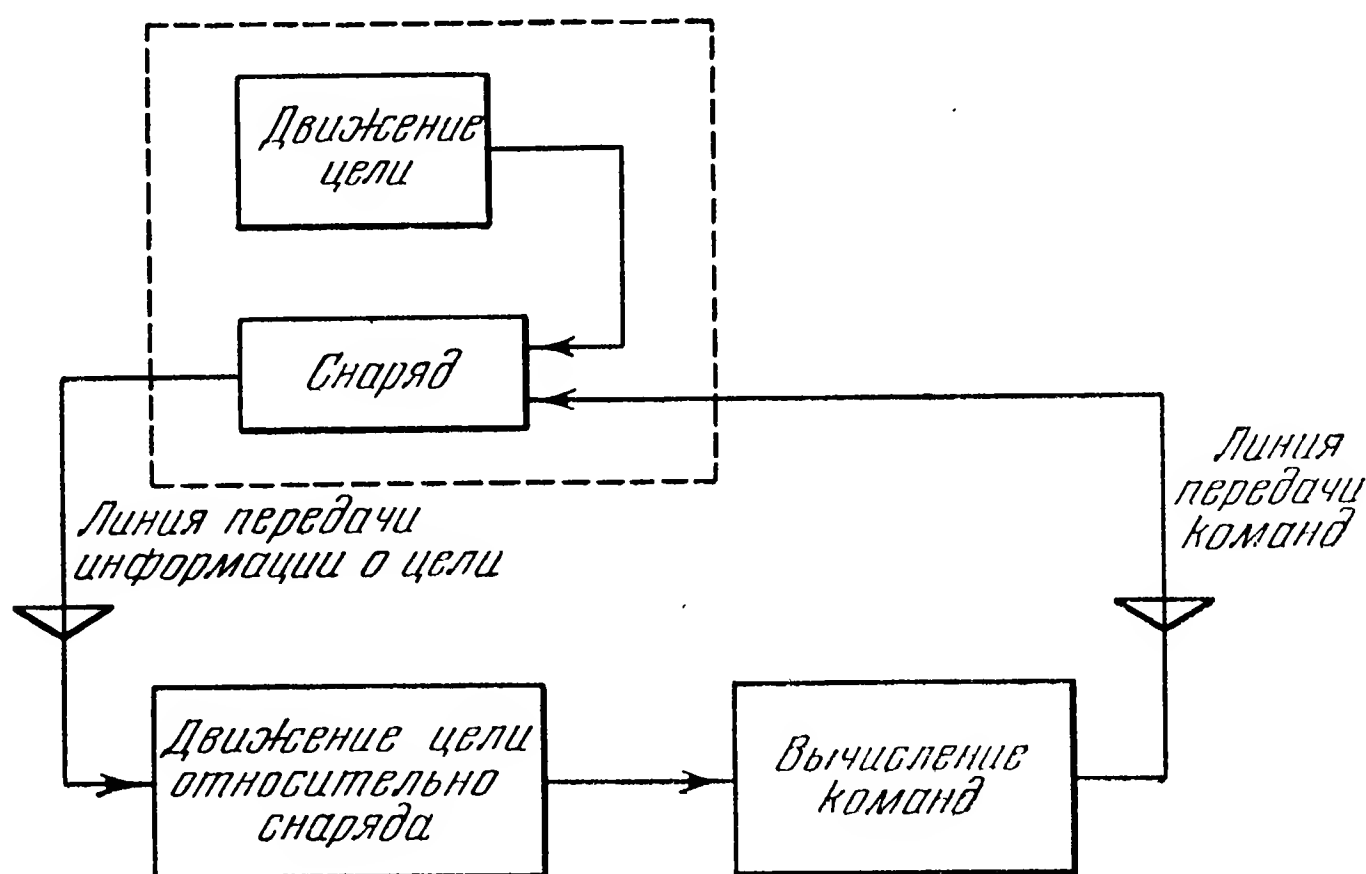


Рис. 16.26. Система управления с оптическим сопровождением для случая, когда наблюдение за целью ведется из снаряда.

Общий случай системы управления с оптическим сопровождением, рассмотренный выше, предполагает невыгодную и непрактичную траекторию снаряда, при которой размер необходимых поправок траектории растет при полете снаряда к цели. Траектория определялась тем требованием, чтобы снаряд находился на линии оператор — цель; она совпадала с траекторией при наведении по лучу. Если наблюдение за целью может быть выполнено из снаряда, а результаты наблюдения переданы наблюдателю (например, при помощи телевидения), то возникает много дополнительных возможностей. Теперь имеются положение и элементы движения цели, определенные относительно снаряда, и уже не требуется определять положение снаряда относительно оператора. Поэтому выработка наиболее подходящего движения снаряда становится более удобной. Однако существование оборудования, наблюдающего за целью из снаряда, и линии связи от снаряда к оператору заметно увеличивает

сложность бортового оборудования снаряда. Задачи, возникающие при проектировании линии передачи команд, бортового приемника и прочей бортовой управляющей аппаратуры, не отличаются от рассмотренных выше.

#### 16.4. Системы наведения по лучу

*Система наведения по лучу* может быть определена как система, использующая для управления направленный известным образом в пространстве луч, причем снаряд должен всегда находиться

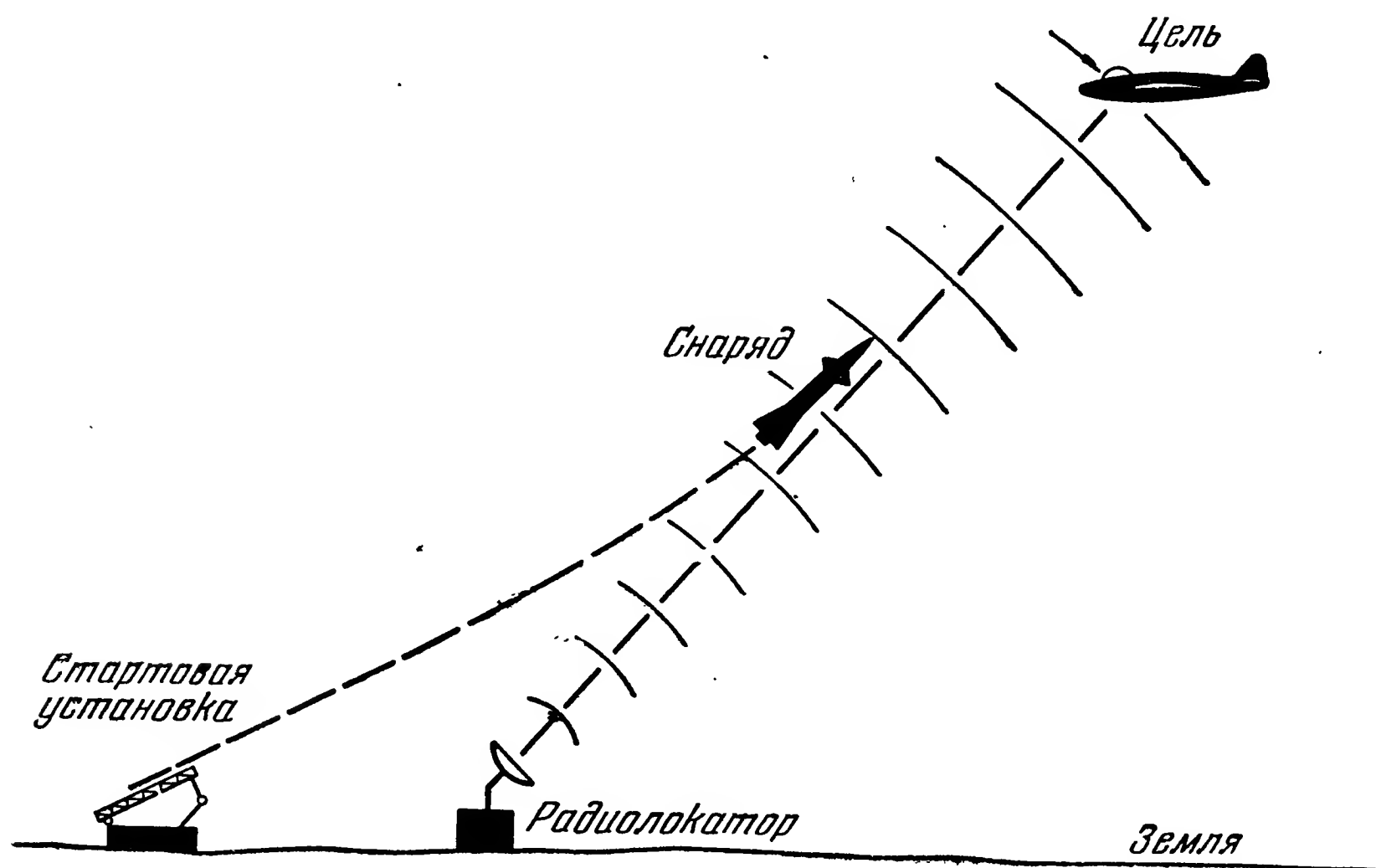


Рис. 16.27. Система наведения по лучу.

на оси этого луча<sup>1)</sup>. Луч может быть радиолокационным или световым, подвижным или неподвижным. На снаряде расположено оборудование, которое может определять, когда он находится на оси луча, а когда — нет, а также измерять размер и направление этого отклонения. Кроме того, на снаряде имеются соответствующие электронные схемы, рулевые машинки, связанные с органами управления снаряда, и другое оборудование, такое, что снаряд по своей собственной инициативе возвращается на ось луча, если какая-нибудь причина вызвала его отклонение от нее.

На рис. 16.27 показана система наведения по лучу в варианте поверхность — воздух для того случая, когда наводящим лучом служит луч радиолокатора. Этот метод управления может быть применен и к системам других классов.

<sup>1)</sup> Glossary of Guided Missile Terms, 20 September 1949, p. 49.

В связи с данным выше определением изображенное на рис. 16.27 не нуждается в пояснениях. Радиолокатор применяется для образования луча, вдоль которого снаряд обязан двигаться. Антенна радиолокатора направлена всегда так, что ось луча проходит через цель. Стартовая установка используется для придания снаряду такого начального направления, чтобы он вошел в луч. Наводимый по лучу снаряд имеет на себе устройство, описанное ниже в этой главе, которое позволяет снаряду измерять свое положение относительно оси луча, т. е. ошибку, и направить полет таким образом, чтобы свести эту ошибку к нулю.

Общие требования к элементам системы. Из рис. 16.27 мы видим, что в системе класса поверхность — воздух имеется четыре главных элемента: сопровождающий и наводящий радиолокатор, стартовая установка, снаряд и цель. Требования к этим элементам связаны между собой и определяются тактическим назначением системы. Требования к системам класса поверхность — воздух отличаются от требований к системам классов воздух — воздух, воздух — поверхность и поверхность — поверхность. Однако некоторая часть требований является общей для систем различного тактического назначения. Например, всегда должна существовать возможность прямого видения по линии радиолокатор — цель и радиолокатор — снаряд независимо от тактического назначения системы, в то время как требования к дальности действия радиолокатора в случаях стационарного или самолетного радиолокаторов будут различными.

На рис. 16.28 представлена блок-схема одного из возможных способов осуществления наводящего радиолокатора. Он должен удовлетворять двум основным требованиям. Во-первых, радиолокатор должен иметь устройство, позволяющее ему непрерывно сопровождать цель по азимуту и углу места независимо от любого относительного движения цели и антенны радиолокатора. Во-вторых, луч должен содержать в себе информацию о положении снаряда в луче, которую можно было бы использовать в бортовом приемнике снаряда для возвращения последнего на ось луча.

При сопровождении цели в свободном пространстве главными задачами являются достаточная чувствительность и достаточная точность. Термин «свободное пространство» в данном случае означает, что цель находится достаточно далеко от всех других предметов, включая поверхность Земли, так что луч радиолокатора работает только по одной цели. Это условие выполняется для одиночного самолета, летящего в пределах дальности действия радиолокатора на высоте, соответствующей углу места, в несколько раз превосходящему ширину луча. В нашем случае точность сопровождения и наведения означает угловую точность. Радиолокаторы точного сопровождения, такие, как применяемые для управления огнем, имеют узкий луч, поскольку это необходимо для высокой угловой



точности. Вообще эти же радиолокаторы пригодны и для наведения снаряда по лучу.

Во многих тактических применениях цель не будет находиться в свободном пространстве. Возникающие отсюда проблемы весьма сложны, как уже указывалось в § 10.35. Влияние шумов как причины уменьшения точности сопровождения рассмотрено в главе 11. Серьезность этих проблем для разработки аппаратуры в значительной степени зависит от тактического назначения комплекса.

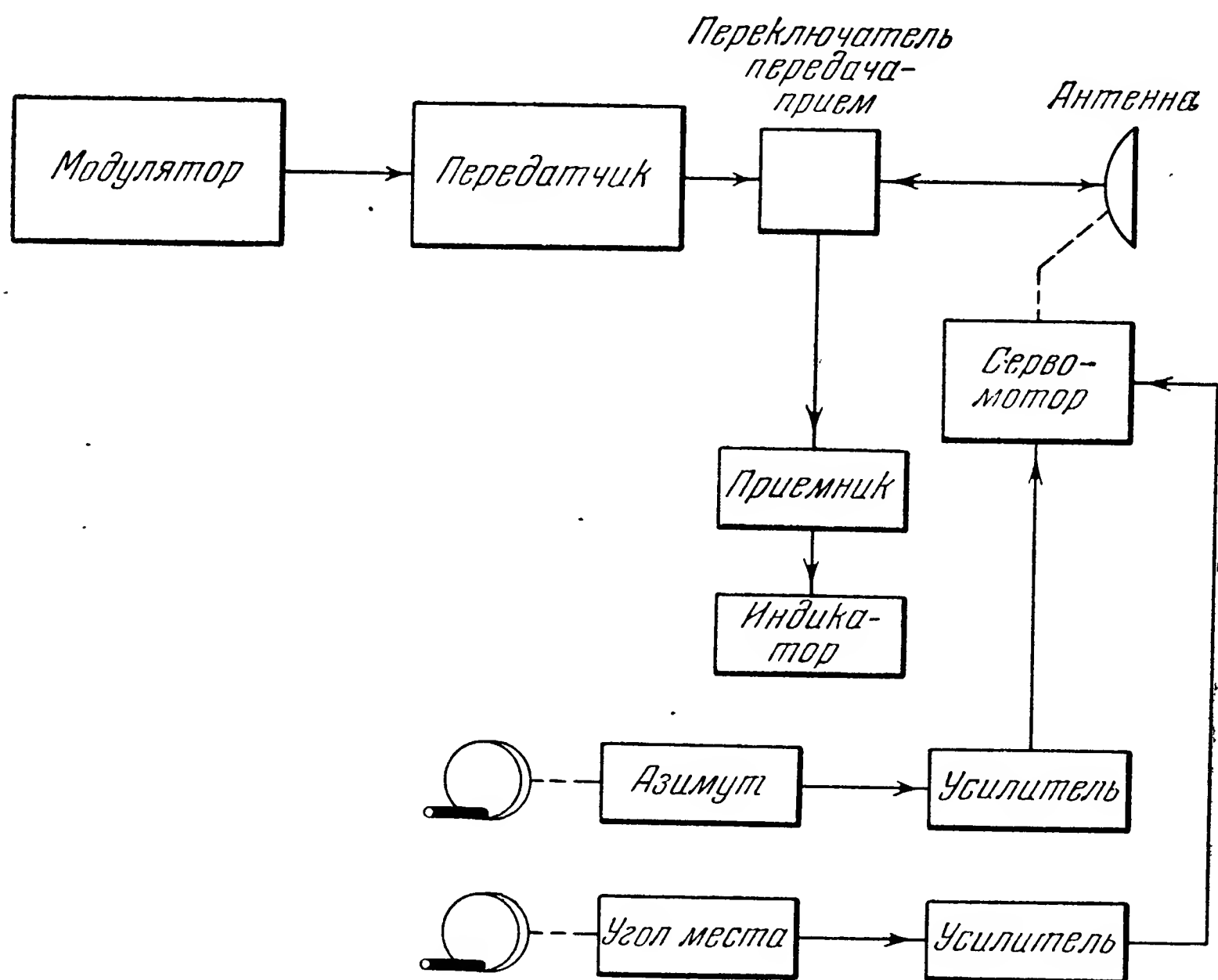


Рис. 16.28. Радиолокатор для наведения по лучу.

Если мы имеем дело с радиолокатором, установленным на поверхности Земли, его дальность ограничена только радиогоризонтом. Антенна может быть сделана, вообще говоря, любых размеров. Однако, если речь идет о радиолокаторе самолетного типа, то немедленно появляются серьезные трудности. Размеры антенны ограничены возможностью установки на самолете и будут меньшими, чем для наземной установки. Если размеры антенны и требуемая ширина луча фиксированы, то тем самым фиксирована и частота, так как чем больше отношение диаметра антенны к длине волны, тем меньше ширина луча. Другие трудности состоят в располагаемой мощности. Самолетные радиолокаторы строго ограничены первичной мощностью, отпускаемой для источников питания, чего нет в наземных установках. Это обстоятельство, естественно, ограни-

чивает дальность действия самолетного радиолокатора. К несчастью, причины этих ограничений обычно находятся вне сферы влияния конструктора системы управления. Для применения системы наведения по лучу в задачах класса воздух — воздух и воздух — поверхность эти ограничения весьма значительны и должны быть кем-то утверждены; тогда в соответствии с утвержденными ограничениями должно планироваться тактическое применение системы.

**Стартовая установка.** Стартовая установка должна быть ориентирована таким образом, чтобы движение снаряда при старте происходило на возможно меньшем расстоянии от оси луча и возможно ближе к ее направлению. В пользу этого имеются два соображения. Во-первых, существует некоторый промежуток времени после начала старта, в течение которого снаряд имеет скорость ниже минимума, обеспечивающего достаточную эффективность рулей, спроектированных для работы при нормальной скорости снаряда. В течение этого времени правильная траектория сохраняется только благодаря естественной устойчивости снаряда. Если угол входа снаряда в луч окажется слишком большим, снаряд может пройти через луч насквозь и будет потерян, так как наведение без захвата снаряда лучом невозможно.

Во-вторых, когда органы управления снаряда станут эффективными и начнет работать система управления, в траектории снаряда возникнет некоторый переходный процесс. Чем лучше согласование между направлениями оси снаряда и оси луча, тем меньше будет этот переходный процесс и тем скорее снаряд может придти на ось луча. Больше того, если старт снаряда плохо подобран, то боковые лепестки будут стремиться увести его от оси луча.

Если стартовая установка и радиолокатор являются стационарными, то, как уже сказано, для лучшего согласования направлений старта и луча желательна наводка стартовой установки. Если стартовая установка и радиолокатор относятся к самолетному типу, то старт должен произойти в направлении полета самолета-носителя. К моменту, когда снаряд будет иметь достаточную скорость для наведения по лучу, самолет-носитель должен находиться в таком месте, чтобы снаряд и цель оказались внутри луча; он должен поддерживать такое состояние до тех пор, пока не произойдет попадание снаряда в цель.

**Снаряд для наведения по лучу.** На рис. 16.29 показана блок-схема, содержащая основные элементы наводимого по лучу снаряда. Прием информации от луча производится при помощи обращенной назад хвостовой антенны; затем эта информация проходит через приемник и координатный детектор, который выделяет сигналы, соответствующие азимуту и углу места. Эти сигналы усиливаются и приводят в действие рулевые машинки, которые поворачивают рули высоты и направления с таким расчетом, чтобы заставить снаряд возвратиться к оси луча.

Может быть, на первый взгляд не очевидно, что система управления представляет собой замкнутую следящую систему. Возможно, что это легче объяснить словами, чем при помощи блок-схемы. Величина сигналов ошибки, принятых антенной, будет зависеть от положения антенны относительно оси луча. Сигналы ошибки, происходящие от этого рассогласования, вызывают движение рулей, которые изменяют направление полета снаряда таким образом, что он стремится приблизиться к оси луча. Это движение снаряда с закрепленной на нем антенной вызывает уменьшение сигнала ошибки, потому что антенна приближается к лучу. Следовательно,

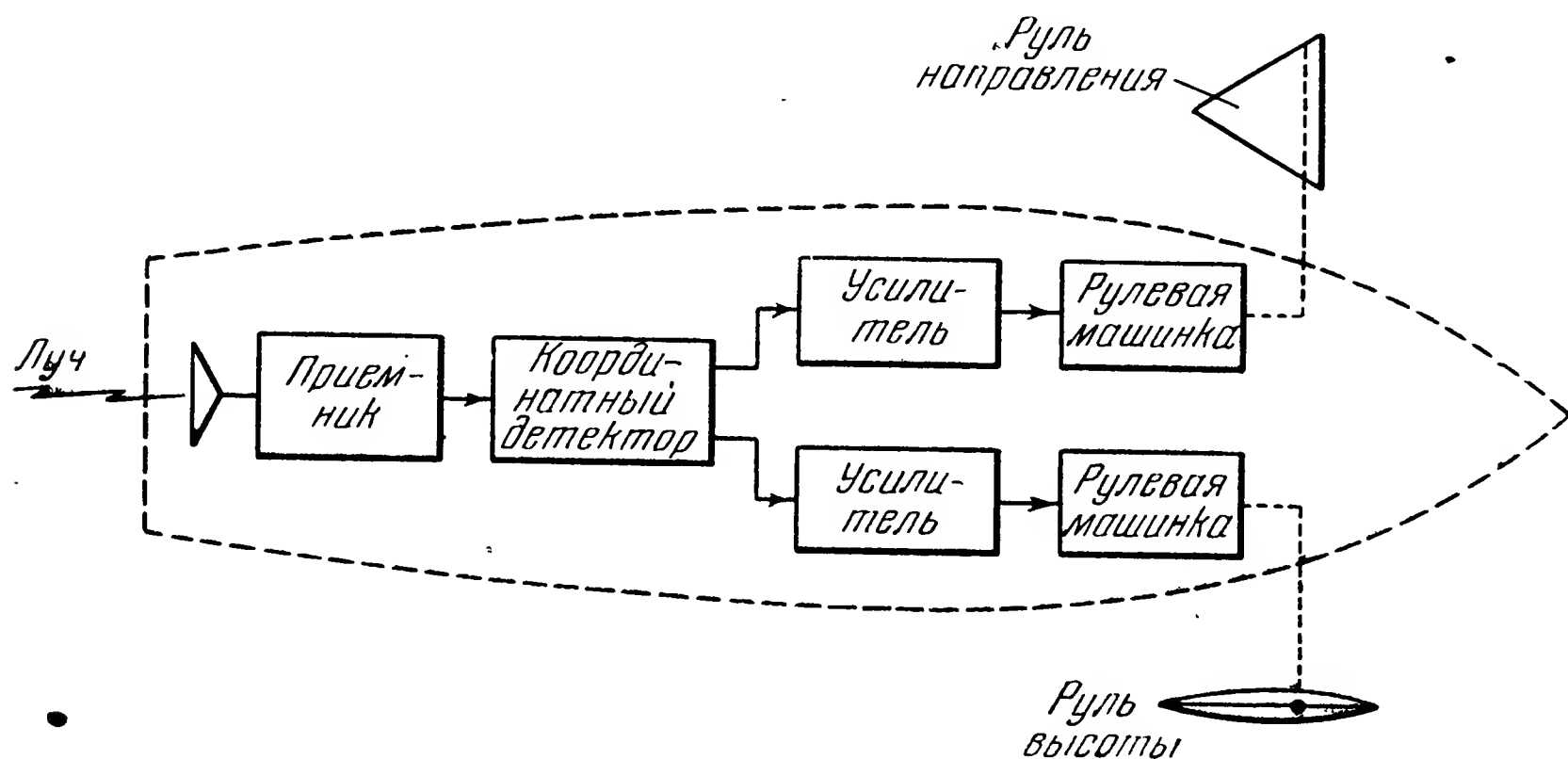


Рис. 16.29. Управляемый снаряд для наведения по лучу.

мы имеем замкнутый контур, в котором вход есть информация о координатах, получаемая от луча, а выход изменяет направление движения снаряда таким образом, чтобы уменьшить величину сигнала ошибки.

Так как эти движения происходят в пространстве, существует одно дополнительное обстоятельство. Вследствие обтекания воздухом, переходных процессов и шумов в электрических цепях управления снаряд может совершать движение по крену. Если величина крена достигает  $90^\circ$ , рули высоты и направления меняются местами, а сигнал, который должен был бы изменять угол тангажа, теперь будет изменять угол рысканья. Следовательно, снаряд должен быть стабилизирован по крену. Одно из возможных устройств такой стабилизации показано на рис. 16.30. Выход гироскопа усиливается и приводит в действие элероны снаряда, которые парируют тенденцию к возникновению крена. Если характеристики снаряда таковы, что он имеет постоянную тенденцию к крену, это компенсируется при помощи триммера.

Однако удовлетворительная траектория может быть получена и в том случае, если снаряд намеренно вводится в крен. Это потре-

бует введения некоторых переключателей в систему управления и существования в течение всего времени управления некоторой системы отсчета, общей для радиолокатора и снаряда; тогда разложение сигнала ошибки внутри снаряда будет всегда выполнено верно. Так, немцы применяли стабилизацию снаряда вращением вокруг продольной оси. Прежде чем применять такой метод, необходимо установить, не появятся ли при этом дополнительные усложнения в системе управления.

Цели. Цель для любого управляемого снаряда должна иметь некоторый отличительный признак. Часто таким признаком является бо́льшая способность цели отражать излучение по сравнению с окружающими предметами. Например, самолет, летящий в свободном

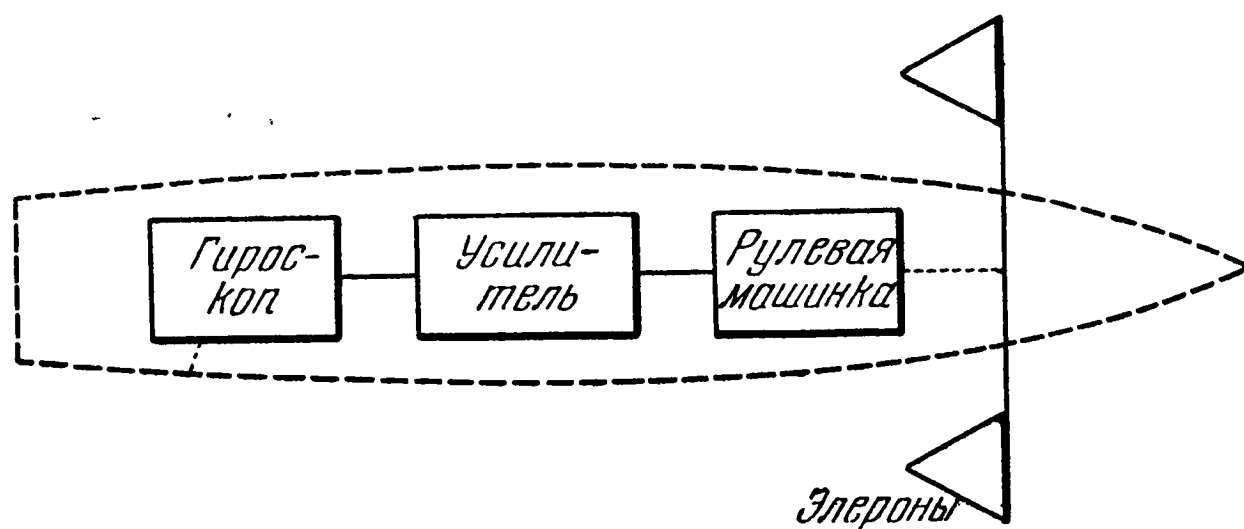


Рис. 16.30. Стабилизация снаряда по крену.

пространстве, имеет высокую отражательную способность для радиоволн по сравнению с его окрестностями и потому является для радиолокатора хорошей целью.

Управляющая информация при наведении по лучу. Выше уже было указано, что луч должен содержать в себе информацию о положении в нем снаряда, которую можно было бы использовать для управления. Мы рассмотрим некоторые методы получения такой информации в луче и некоторые методы ее детектирования.

Управляющая информация должна позволить снаряду использовать две величины: амплитуду ошибки и ее направление. Имея эти данные, снаряд сможет исправить свое положение относительно оси луча, конечно, в пределах точности управляющих устройств.

Рассмотрим обыкновенный радиолокационный луч с коническим сканированием (рис. 16.31). Ось сканирующего лепестка образует некоторый угол с осью сканирования; лепесток вращается вокруг оси сканирования так, что за каждый цикл сканирования его ось описывает круглый конус, а каждая его точка — круг. Если поместить некоторый приемник на оси сканирования, то принятый сигнал будет оставаться постоянным в течение всего цикла сканирования. Если несколько сместить приемник с оси сканирования, амплитуда

принимаемого сигнала будет модулирована с частотой сканирования.

На рис. 16.32 показано изменение амплитудной модуляции, происходящее от перемены места приемной антенны внутри луча, для трех различных ее положений относительно оси сканирования. Когда приемная антенна находится в точке *a*, наблюдается синусообразная модуляция с такой фазой, что максимальная амплитуда получается на  $90^\circ$ . Соответственно, когда приемная антенна помещена в точке *b*, амплитуда модуляции становится меньше, а фаза

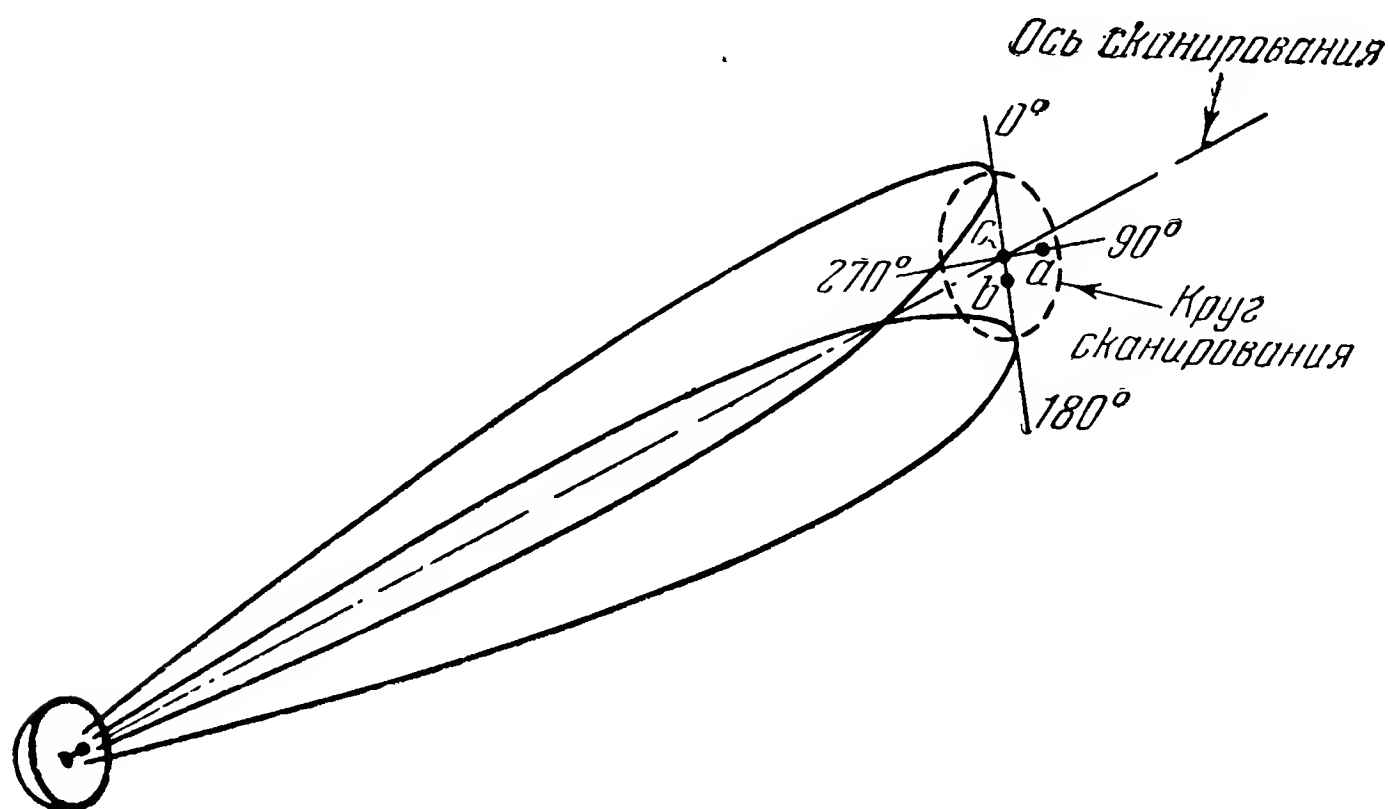


Рис. 16.31. Коническое сканирование.

такова, что максимальная амплитуда получается при  $180^\circ$ . В точке *c*, когда приемная антенна находится на оси сканирования, сигнал не модулирован и сохраняет постоянную величину.

Зависимость между глубиной модуляции сигнала и величиной смещения приемной антенны относительно оси сканирования показана на рис. 16.33. Мы замечаем, что при малых смещениях относительно оси сканирования эта зависимость близка к линейной, но затем отклоняется от линейности. Это означает, что если приемная антенна удерживается вблизи оси сканирования, то глубина модуляции пропорциональна угловому отклонению приемной антенны от оси сканирования. Используя эту глубину модуляции, приемник на снаряде получает меру величины своего собственного смещения относительно оси сканирования.

Однако знания только одного модуля отклонения недостаточно. На рис. 16.32 приведен опорный сигнал, представляющий собой также результат некоторой модуляции на частоте сканирования, причем максимальная амплитуда соответствует  $0^\circ$ . Сравнивая фазу сигнала ошибки с фазой опорного сигнала, получаем направление ошибки.

Опорный сигнал должен быть синхронизирован со сканированием радиолокатора и передан на снаряд. Это можно сделать многими способами. Поскольку сам радиолокатор использует генератор опорного напряжения для той же самой цели (получить опорный сигнал, который мог бы быть использован для определения ошибки сопровождения в полярных координатах), естественно использовать тот же генератор и для выработки опорного сигнала, который затем может быть передан на снаряд. Для передачи пригоден любой способ, если только он позволяет легко отделить сигнал ошибки от опорного сигнала.

На рис. 16.34 в сильно упрощенной форме показано разделение опор-

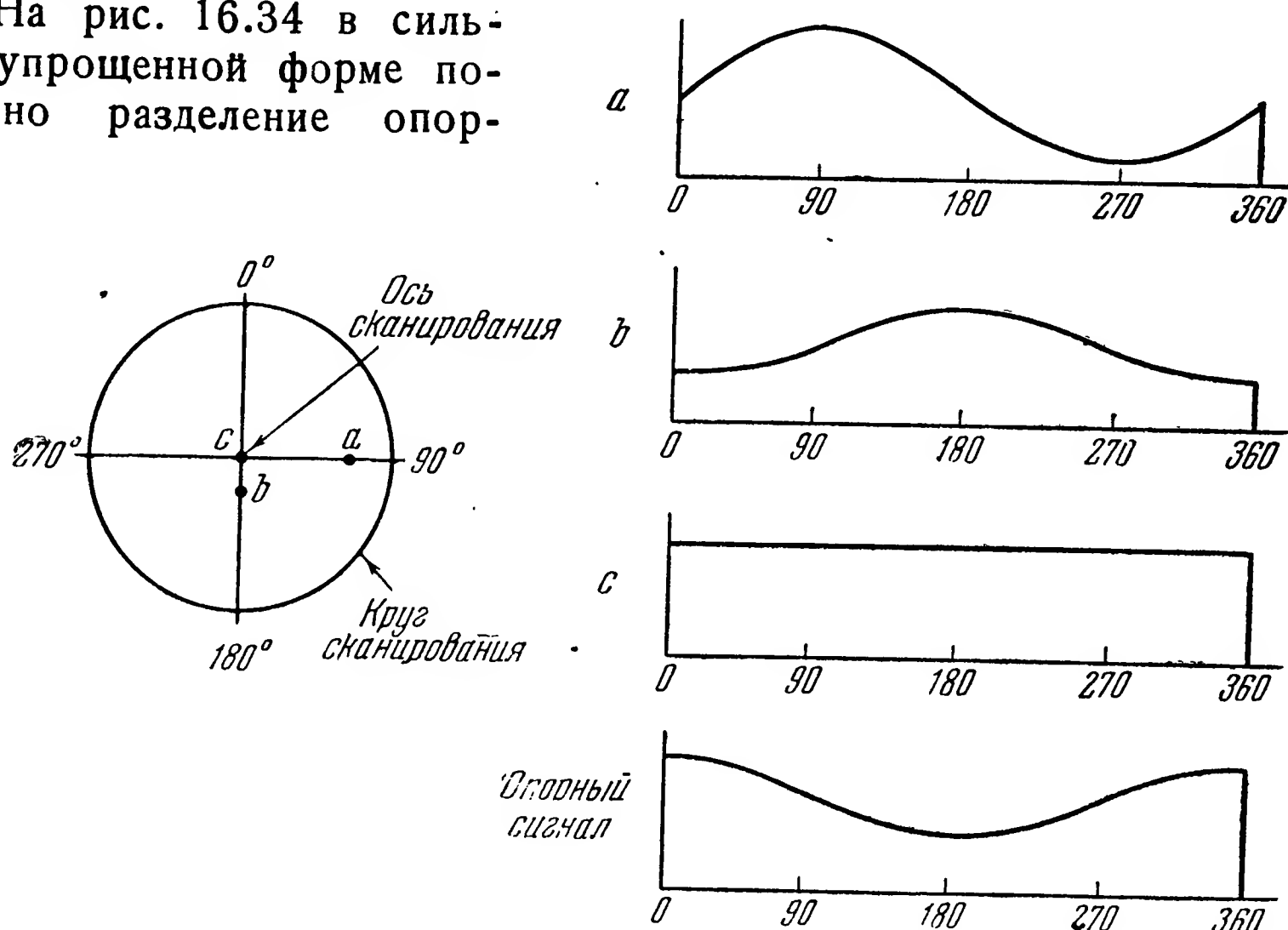


Рис. 16.32. Сигнал ошибки и опорный сигнал.

ного сигнала и сигнала ошибки с последующим преобразованием координат. После того, когда сигналы разделены, они проходят амплитудный детектор и детектор опорного сигнала. Выход амплитудного детектора есть напряжение, пропорциональное смещению приемной антенны относительно оси сканирования луча. Выход детектора опорного сигнала есть напряжение, пропорциональное полярному углу приемной антенны в луче, отсчитанному от некоторого произвольного неподвижного начала. Эти два напряжения представляют ошибку положения приемной антенны, или, что то же самое, снаряда относительно оси сканирования, выраженную в полярных координатах. Для использования этой информации при управлении снарядом по углу тангажа и углу рыскания ее необходимо преобразовать к прямоугольным координатам. Это преобразование выполняется при помощи указанного на схеме вычислительного



устройства путем умножения величины ошибки на  $\sin \theta$  и  $\cos \theta$ . После этого информация, полученная от луча, пригодна для непосредственного управления снарядом.

Некоторые тактические соображения. Бортовая управляющая аппаратура снаряда в случае наведения по лучу проще, чем в большинстве других систем управления. Она заметно проще, чем у снарядов, несущих на себе и приемник и передатчик. Простота бортовой аппаратуры есть фактор, повышающий надежность системы.

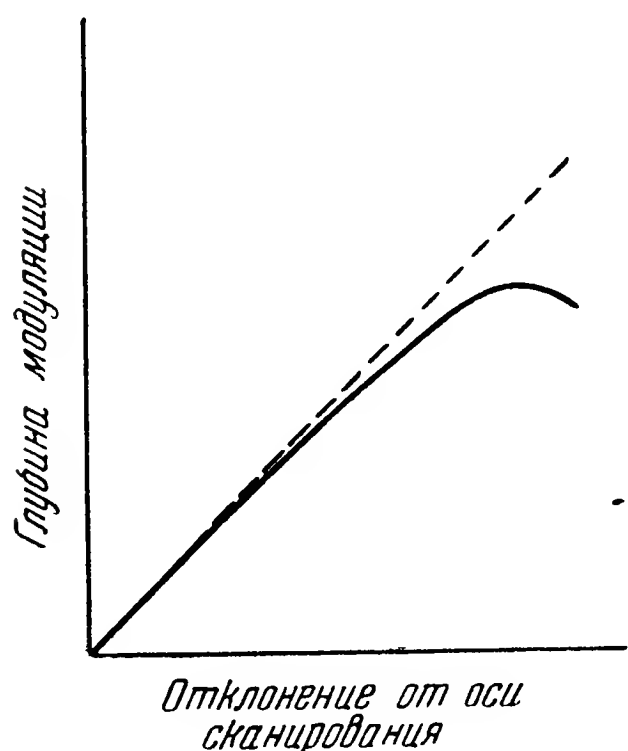


Рис. 16.33. Глубина модуляции как функция отклонения от оси сканирования.

Луч радиолокатора, сопровождающий цель и наводящий снаряд, в течение всего полета снаряда должен быть направлен на цель. В случае системы класса воздух—воздух это требование ограничивает маневрирование самолета-носителя. Траектория самолета-носителя в идеальном случае должна быть такой, чтобы вызывать наименьшее поперечное движение снаряда. Однако самолет-носитель, не следующий по идеальной траектории, также может наводить снаряд. Для этого

должно выполняться лишь условие, чтобы после захвата снаряда лучом в течение всего времени полета снаряда цель и снаряд вместе находились в луче.

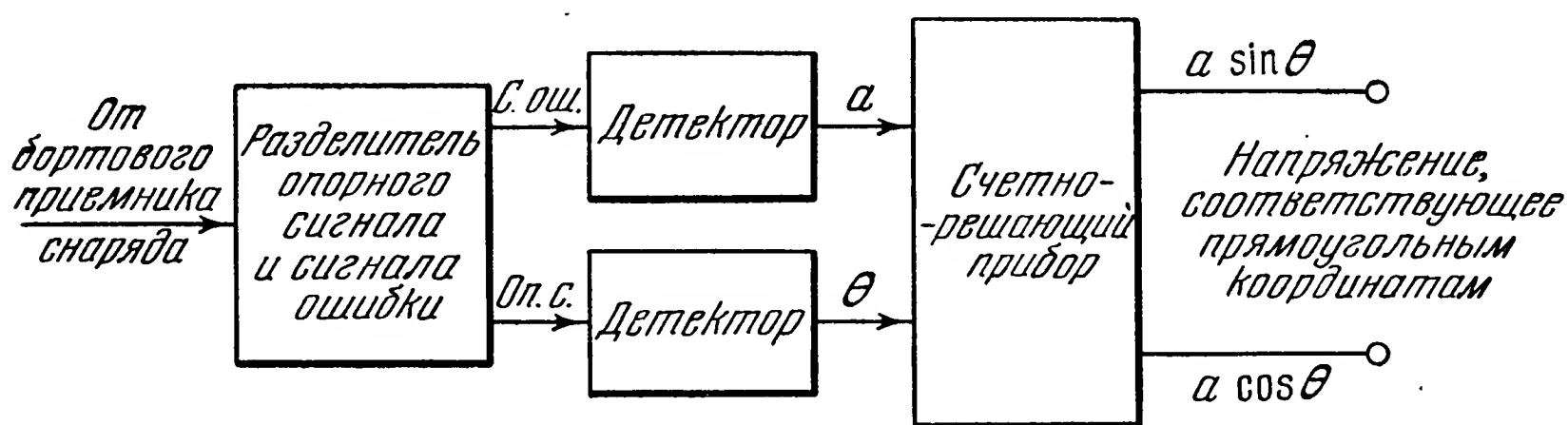


Рис. 16.34. Координатный детектор.

Для каждой цели, которую необходимо атаковать, требуется свой радиолокатор, но по лучу одного радиолокатора могут наводиться несколько снарядов. Радиолокатор остается занятым с момента захвата снаряда лучом вплоть до момента накрытия цели. Если на небольшой площади должны быть использованы несколько сходных радиолокаторов, то может возникнуть взаимная интерференция; вследствие этого точность сопровождения, а следовательно, и вероятность выполнения снарядом своей задачи могут очень сильно упасть.

### 16.5. Системы управления с использованием инерции, земных и астрономических ориентиров

**Инерционно-гравитационная система.** Под *инерционной системой управления* мы понимаем систему, не использующую никакой внешней информации, кроме той, которую может доставить гравитационное поле Земли. Чувствительные элементы этой системы используют непосредственно второй закон Ньютона<sup>1)</sup>. В любой системе управления, где управляющая информация получается не путем преобразования энергии, переданной из точки старта или от цели, должна иметься возможность отнести движение цели и снаряда к одной и той же системе отсчета. Простейшая инерционная система может быть устроена следующим образом. По азимуту снаряд управляется гироскопом, заранее поставленным на некоторый курс. Траектория снаряда в вертикальной плоскости предвычисляется в старте; она выбирается такой, чтобы полет снаряда заканчивался попаданием в цель. Угол тангажа снаряда управляется по некоторой программе при помощи гироскопа с двумя степенями свободы, прецессия которого заставляет снаряд лететь по желаемой траектории. Очевидно, что это — система управления, примененная на V-2; более подробное ее описание можно найти в главе 2.

Другим примером инерционной системы является снаряд, управляемый по высоте при помощи высотомера, а по азимуту — при помощи гироскопа. Дальность полета измеряется при помощи простого счетчика (например, воздушного лага). Ось гироскопа заранее устанавливается вручную на желаемый курс и его выход используется для управления снарядом по курсу.

Система управления, в которой заданная траектория снаряда осуществляется при помощи чувствительного элемента, помещенного в снаряде и реагирующего на какое-нибудь свойство (поле), связанное с Землей, например магнитное или гравитационное поле, называется *системой управления по земным ориентирам*<sup>2)</sup>.

Система управления, в которой управляющая информация получается из гравитационного поля Земли и из ускорений, получающихся в соответствии со вторым законом Ньютона относительно инерциальной системы отсчета, называется *инерционно-гравитационной системой управления*.

**Принцип инерционно-гравитационной системы.** В рассмотренных только что инерционных системах движение снаряда относительно Земли задается путем предварительной установки некоторых элементов в системе управления с учетом поправок на

1) Glossary of Guided Missile Terms, 20 September 1949, p. 51.

2) Напомним еще раз, что в этой книге термину «ориентир» приписано более широкое значение, чем обычно принято в нашей литературе; см. прим. перев. на стр. 77 и 335. (Прим. перев.)

ветер и гравитационных эффектов. Но когда снаряд, управляемый подобным методом, уже находится в полете, многие внешние факторы могут вызвать ошибку. Например, при больших дальностях может оказаться затруднительным предсказать ветер. Для системы управления снарядами дальнего действия нужно привязать движение снаряда к некоторой системе отсчета, которая в свою очередь связана с целью.

Направление силы веса в каждой точке поверхности Земли различно. Всюду в настоящем параграфе это направление мы будем называть вертикалью. Поскольку вертикаль в каждой точке индивидуальна, то чувствительный элемент, который измеряет направление вертикали в точке, где в данный момент находится снаряд, и

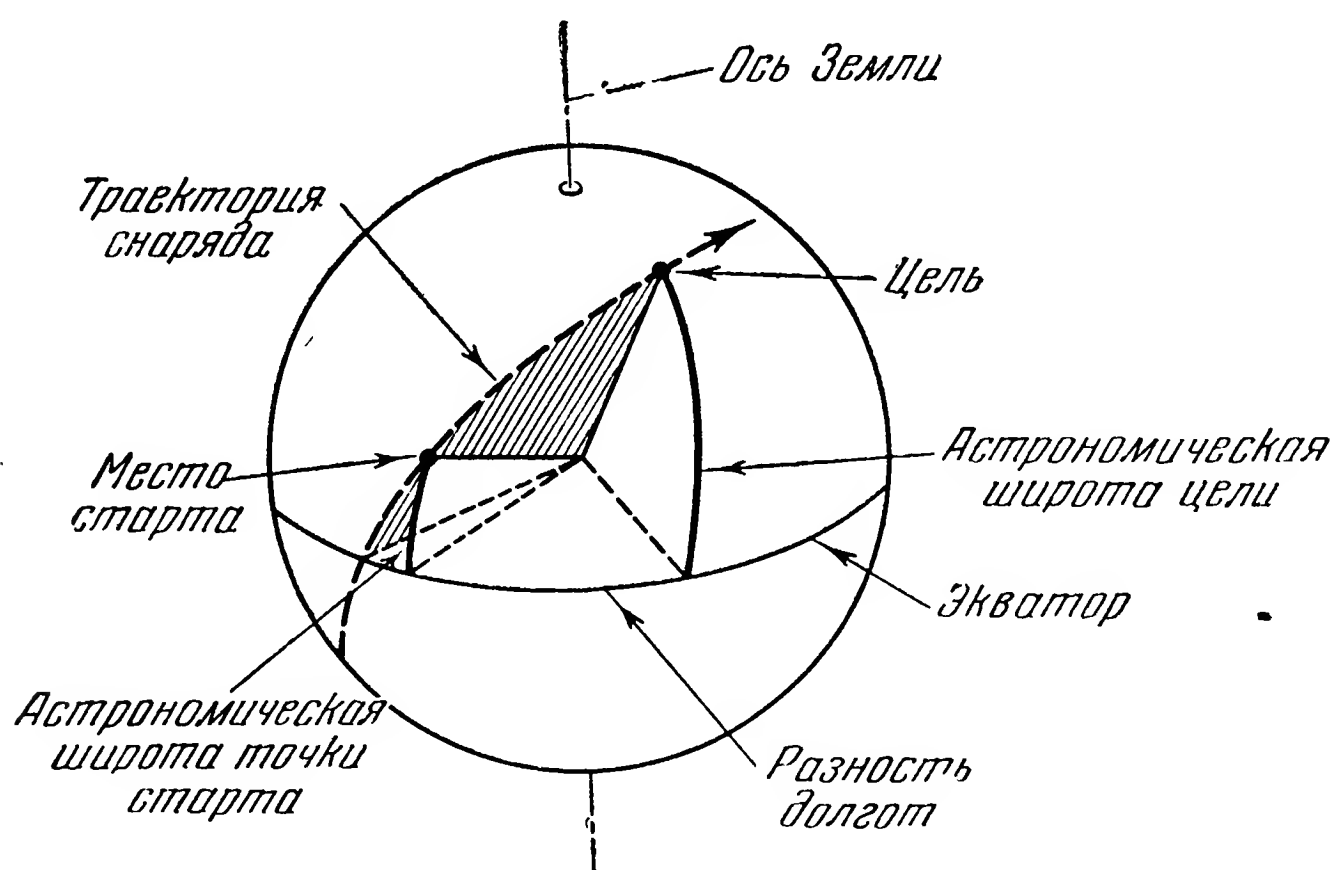


Рис. 16.35. Геометрические соотношения в инерционно-гравитационной системе управления.

сравнивает его с направлением вертикали в точке, где находится цель, может быть использован для управления снарядом. Систему управления, которая использует этот метод, мы и называем инерционно-гравитационной. Так, маятник можно использовать для определения направления вертикали в любой точке. Широта и долгота точки на поверхности Земли могут быть получены очень точно из астрономических наблюдений.

Геометрические соотношения в инерционно-гравитационной системе. Применяя инерционно-гравитационную систему, мы сталкиваемся с двумя главными проблемами. Первая состоит в том, чтобы связать географическое положение двух точек: цели и места старта. Вторая состоит в измерении элементов движения снаряда относительно Земли. Предположим пока, что Земля есть неподвижный шар, причем сила веса всегда направлена к его центру. На рис. 16.35 представлены основные геометрические соот.

ношения в задаче инерционно-гравитационного управления. Мы предположим, что снаряд имеет дальность в несколько тысяч миль. Выше было указано, что направление силы веса в каждой точке индивидуально, чем мы и пользуемся для определения географического места этой точки. Из рассмотрения сферы на рис. 16.35 очевидно, что траектория полета снаряда (большой круг на этой сфере) может быть определена, если известны астрономические широты (углы между вертикалью и плоскостью экватора) и разность долгот двух точек.

В действительности Земля вращается, а ее форма более близка не к сфере, как мы это выше предполагали, а к сплюснутому сфероиду. Представляет интерес определить ошибки и поправки, вытекающие из нашего упрощающего предположения. На рис. 16.36

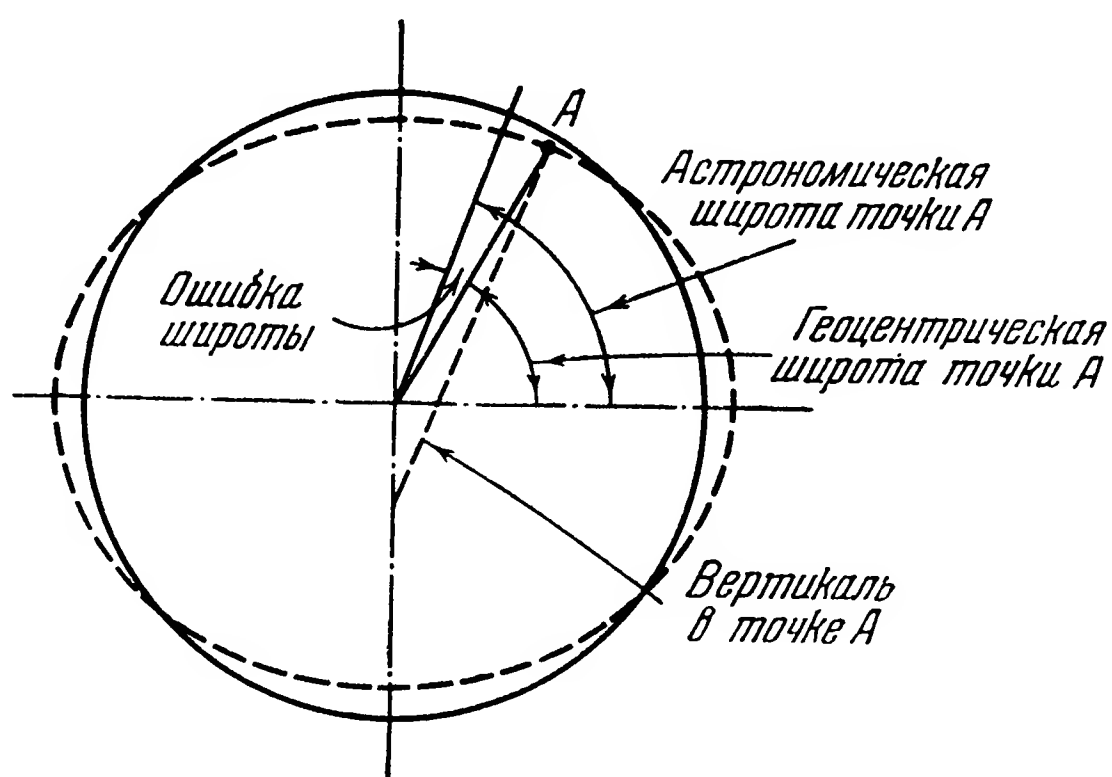


Рис. 16.36. Ошибка, вытекающая из предположения о сферичности Земли.

Земля представлена в двух видах. Сплошная линия изображает введенную нами для упрощения сферу, а пунктирная представляет общепризнанную фигуру Земли. Вертикаль в точке А не проходит через центр Земли вследствие ее сплюснутости и влияния центробежной силы, вызываемой вращением. Таким образом, если мы пользуемся нашей сферой, возникает ошибка по широте. Вследствие этой ошибки точки большого круга, проведенного между двумя пунктами на поверхности воображаемой сферической Земли, должны быть сдвинуты по направлению к экватору действительной Земли. Плоскость, определяющая большой круг на сферической Земле, на сплюснутом сфероиде окажется немного изогнутой. Это означает, что в действительности снаряд между точкой старта и целью полетит не по большому кругу, а по несколько искривленной траектории. Ошибки по широте равны произведению синуса удвоенной широты на относительное сжатие Земли. В главе 3 было указано,

что относительное сжатие Земли составляет  $0,339\%$ . Искривление плоскости большого круга может быть измерено при помощи некоторого радиуса, длина которого оказывается очень большой (приблизительно миллион миль); вызываемое этим обстоятельством ускорение оказывает лишь очень слабое влияние на направление вертикали, определяемое некоторым прибором, чувствительным к направлению силы веса. Поэтому, если положение вертикали в точке старта может быть измерено точно, а разности астрономических широт и долгот точки старта и цели известны, то можно выработать траекторию наведения снаряда.

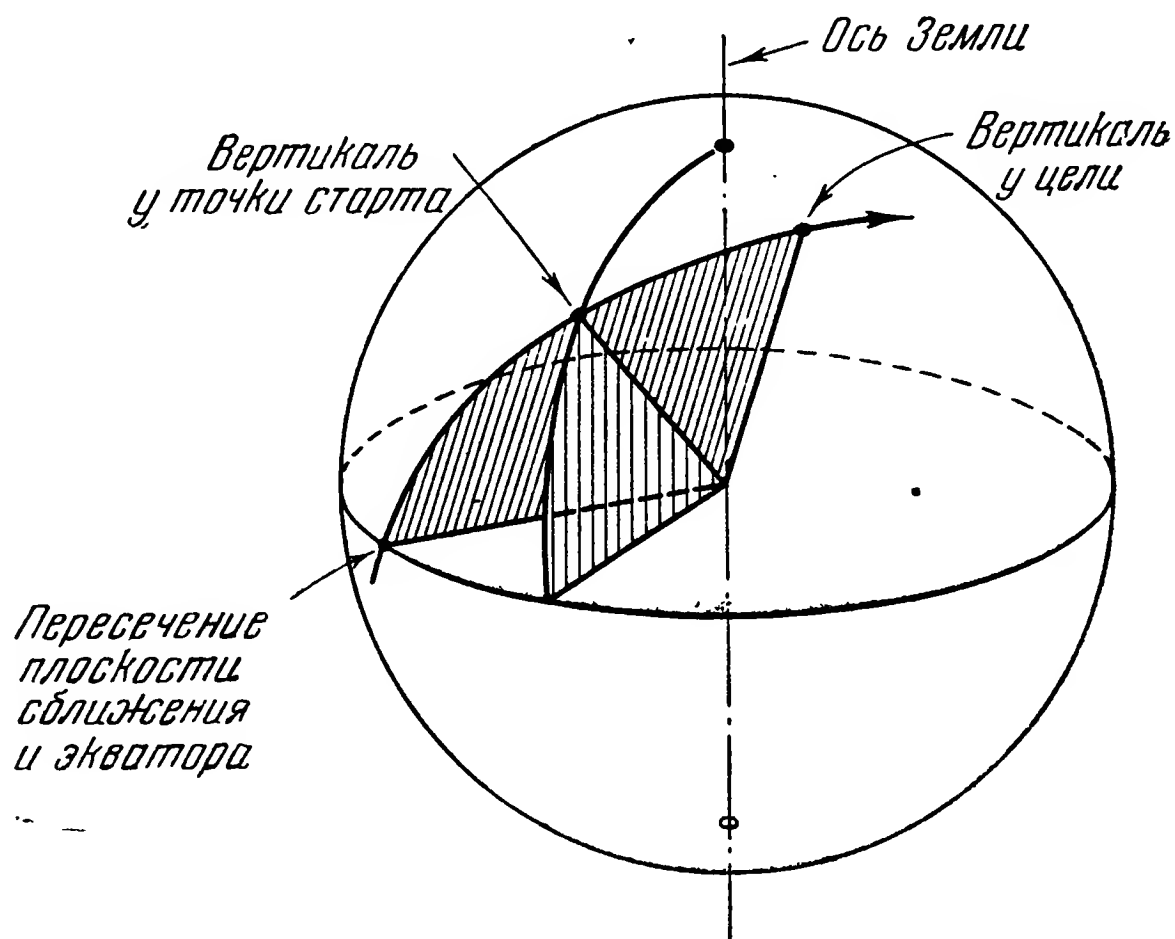


Рис. 16.37. Опорные точки для инерционно-гравитационной системы.

Вторая главная задача при разработке инерционно-гравитационной системы управления состоит в конструировании механизма, который мог бы связать движение снаряда с движением Земли. Назовем плоскость, проходящую через обе вертикали (в точке старта и цели), *плоскостью сближения*; она пересекает Землю по большому кругу. Необходимо построить систему управления, которая вела бы снаряд по этой дуге большого круга. Предположим, что проблема управления снарядом решена и его центр инерции движется в плоскости сближения; тогда остается еще решить проблему определения расстояния, которое пролетел снаряд от точки старта. Каждое отклонение снаряда от желаемой траектории является сигналом ошибки и подводится к автопилоту, вследствие чего вырабатывается соответствующая поправка в курс снаряда.

Необходимо выбрать подходящую систему координат, к которой и должна быть отнесена работа системы управления. Удобные для этого точки показаны на рис. 16.37. Нам известно направление

земной оси, вертикали в месте старта и вертикали в месте цели; можно определить вертикаль в точке пересечения экватора с плоскостью сближения и восстановить перпендикуляр к этой последней. Если на снаряде возможно создание стабилизированной платформы, то подобная координатная система может быть реализована путем соответствующей подвески гироскопов.

Общее устройство инерционно-гравитационной системы управления. На рис. 16.38 в виде блок-схемы показано общее устройство инерционно-гравитационной системы управления. *Направление силы веса* или мгновенное положение вертикали в течение полета снаряда измеряется при помощи элемента,

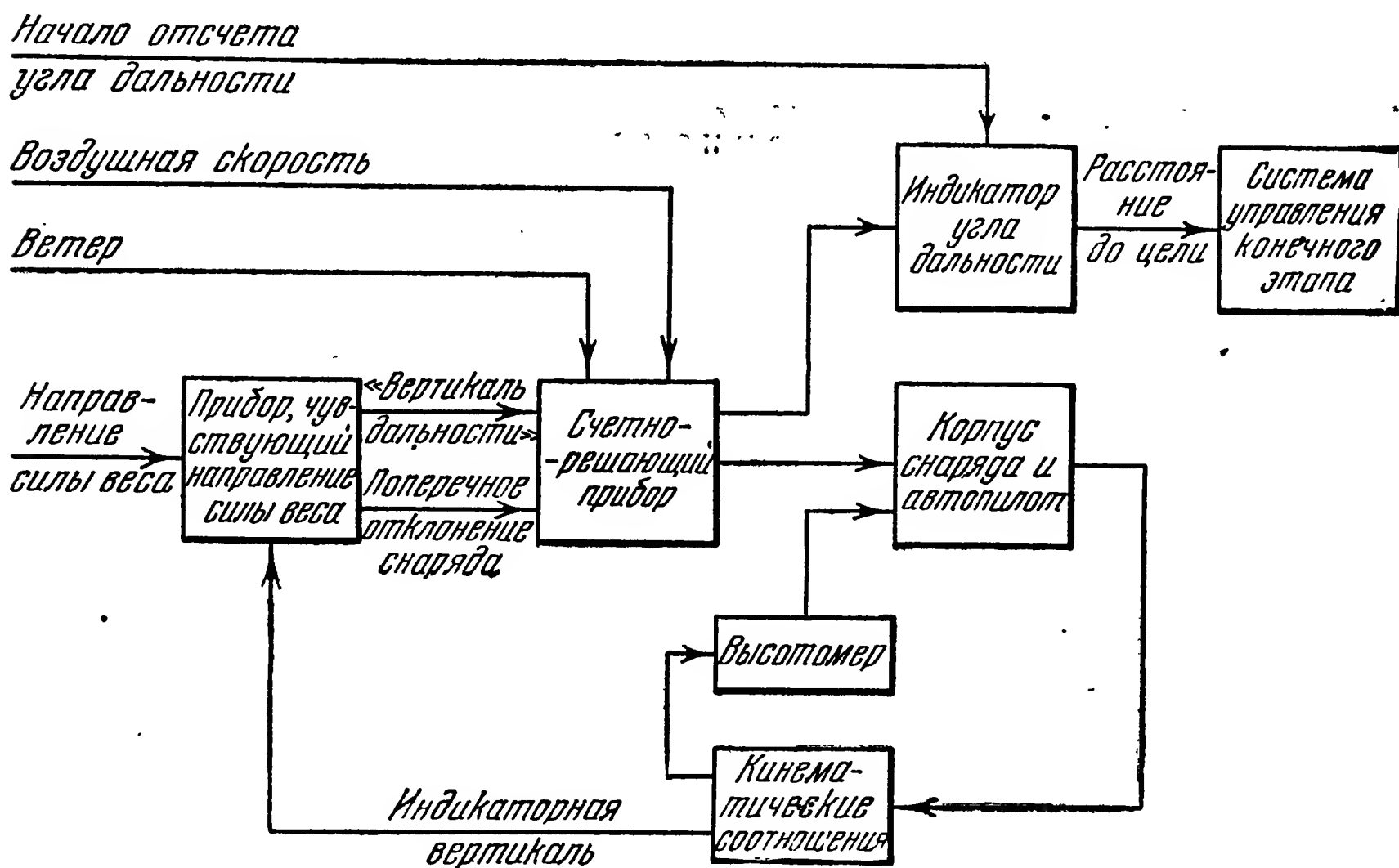


Рис. 16.38. Инерционно-гравитационная система управления.

чувствительного к направлению вертикали. Первым выходом этого чувствительного элемента является *вертикаль дальности*, т. е. мгновенное положение вертикали, измеряемое в плоскости сближения. Это направление через счетно-решающий прибор сравнивается в индикаторе угла дальности с направлением вертикали в месте цели. Совпадение этих двух направлений означает, что снаряд находится у цели или на заданном расстоянии от нее, если предусматривается отдельная система управления на конечном этапе полета. В последнем случае эта отдельная система управления включается индикатором угла дальности.

Вторым выходом из элемента, чувствительного к направлению вертикали, является ошибка сближения, представляющая собой поперечное отклонение снаряда от плоскости сближения. Эта ошибка



используется в счетно-решающем приборе вместе с данными о воздушной скорости и ветре для выработки поправок траектории полета снаряда. Если ошибка сближения существует, счетно-решающий прибор через автопилот вызывает соответствующую поправку. Автопилот вместе с корпусом снаряда находится в цепи обратной связи элемента, чувствительного к направлению вертикали.

На схеме показан также высотомер, заставляющий снаряд лететь на заданной постоянной высоте. Отклонение от заданной высоты, измеряемое высотомером, является входным сигналом автопилота, который и выдерживает заданную высоту полета.

В элемент, чувствительный к направлению вертикали, может быть введена коррекция на вращение Земли и, в частности, на ускорение Кориолиса, как это указывалось в главе 3.

Тактическое применение инерционно-гравитационной системы управления. Сложность системы зависит от дальности действия снаряда. Для снарядов, предназначенных на короткие дистанции, могут быть сделаны некоторые упрощения. Например, можно учесть ветер и внести заранее соответствующие поправки. Для снарядов дальнего действия этого, вероятно, сделать нельзя.

Главное преимущество инерционно-гравитационной системы управления состоит в оперативной свободе, которую она предоставляет. Такая система не зависит ни от каких излучений цели или наличия специальных источников излучения. Она не подвержена влиянию условий погоды и может применяться как днем, так и ночью. Она не подвержена намеренным помехам. Однако величина ее ошибок возрастает с увеличением времени полета снаряда. Кроме того, локальные гравитационные аномалии (см. гл. 3) могут вызвать вариации в направлении вертикали, которые нельзя точно предсказать. Цели, по которым можно применять эту систему, должны оставаться неподвижными относительно Земли в течение времени полета снаряда.

Инерционно-астрономическая система управления. Система управления, в которой соответственно оборудованный снаряд может следовать по заданному пути, используя для этого положение снаряда относительно некоторых заранее выбранных светил, называется *инерционно-астрономической системой управления*<sup>1)</sup>. Инерционно-астрономическую систему управления можно рассматривать как инерционно-гравитационную, в которой неподвижные звезды образуют систему отсчета. Некоторые основные положения, уже рассмотренные в этом параграфе и относящиеся к инерционно-гравитационной системе, могут быть в равной мере применены к инерционно-астрономической системе. Поэтому ниже мы рассмотрим

---

<sup>1)</sup> См. сноску <sup>1)</sup> на стр. 627.

только те положения, которые являются специфическими для инерционно-астрономической системы.

Геометрические соотношения в инерционно-астрономической системе. В инерционно-астрономической системе управления, так же как и в инерционно-гравитационной, необходимо определять направление вертикали. Главная разница между двумя системами состоит в способе, которым земные (подвижные) координаты связываются с неподвижными. В инерционно-астрономической системе управления линии, соединяющие снаряд со светилами, вместе с астрономическими данными об этих светилах определяют внутри снаряда некоторую систему отсчета, с которой можно сравнивать

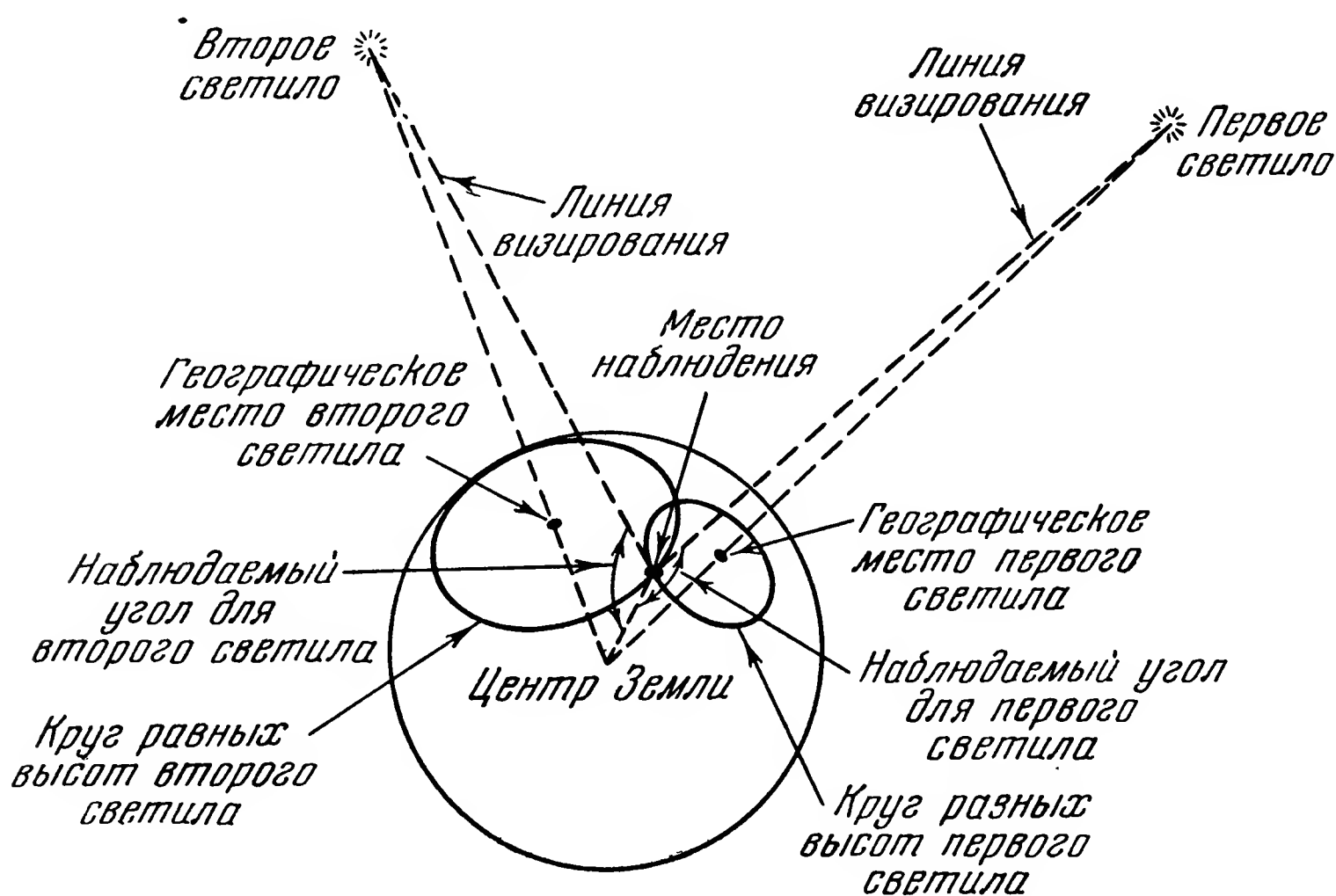


Рис 16.39. Геометрические соотношения в инерционно-астрономической системе управления.

направление вертикали, извлекая из этого сравнения управляющую информацию. В главе 3 мы рассматривали навигацию при помощи астрономических средств. Для нашей настоящей задачи мы сделаем предположение, что производятся наблюдения двух светил. Геометрические соотношения для этого случая показаны на рис. 16.39. Мы измеряем углы между местной вертикалью с направлениями на две неподвижные звезды. Для каждой из этих неподвижных звезд наше наблюдение определяет позиционную линию, в каждой точке которой измеренный угол должен иметь одно и то же значение. Две такие позиционные линии вообще пересекаются в двух точках, одна из которых сразу исключается, если известно приближенное место снаряда. Оставшаяся точка пересечения определяет астрономическую широту и долготу точки наблюдения. Та точка на поверхности Земли, в которой вертикаль параллельна направлению на

звезду, называется *географическим местом звезды*; географические места звезд приводятся в астрономических таблицах в виде функций времени в зависимости от астрономических координат звезды. В астрономии принято именовать широту *склонением*, долготу — *часовым углом*. Направление на звезды всегда остается неподвижным вследствие огромных расстояний до них. Поэтому при помощи астрономических таблиц можно перейти от неподвижных координат, связанных со звездами, к подвижным географическим координатам. Направления на звезду, проведенные из ее географического места и из мгновенного места снаряда, параллельны между собой благодаря огромной величине расстояний до звезд. Расстояние в морских милях от географического места звезды до места снаряда равно углу между местной вертикалью и направлением на звезду, измеренному в минутах. Этот угол называется *зенитным расстоянием* звезды.

Таким образом, очевидно, что место на земной поверхности может быть получено из астрономических наблюдений. Остается задача провести снаряд из одной точки в другую: от точки старта и до цели. Функции, определяющие сигнал ошибки и используемые для управления снарядом, а также для определения момента прибытия снаряда к цели, могут быть получены при помощи способов, аналогичных описанным для случая инерционно-гравитационной системы. Основное различие между этими двумя системами состоит в способе создания стабилизированной платформы. Если она может быть устроена так, чтобы оставаться непрерывно перпендикулярной к вертикалям желаемой траектории, то угол между направлением на звезду (или звезды) и платформой будет давать истинную высоту звезды вдоль желаемой траектории. Если, кроме того, в течение полета измеряется угол между направлением на звезду и вертикалью по прибору, установленному на снаряде, то мы получим данные о действительной высоте звезды. Если теперь сравнить эти два результата, то получится сигнал ошибки, при помощи которого можно изменить курс снаряда таким образом, чтобы заставить его лететь по желаемой траектории. Другой прибор, измеряющий направление вертикали, может быть применен для измерения угла дальности, как это было в инерционно-гравитационной системе, и таким образом указывать расстояние до цели. При наблюдении двух звезд одновременно, как показано выше, двойственности траектории снаряда существовать не может. Если в дополнение к аппаратуре, следящей за звездами, на стабилизированной платформе установлены еще гироскопы, то система сможет удовлетворительно работать как инерционно-гравитационная в течение тех промежутков времени, когда сопровождение звезд почему-либо невозможно.

Если, кроме высоты, измеряется еще и азимут светила (т. е. угол между меридианом снаряда и большим кругом, соединяющим снаряд с географическим местом светила), то для системы управления

достаточно наблюдать только одну звезду, потому что высота звезды определяет позиционную линию, а азимут — точку на этой позиционной линии.

Общее устройство инерционно-астрономической системы. На рис. 16.40 представлена блок-схема общего устройства только что описанной инерционно-астрономической системы. Большая часть этой схемы совпадает с изображенной на рис. 16.38.

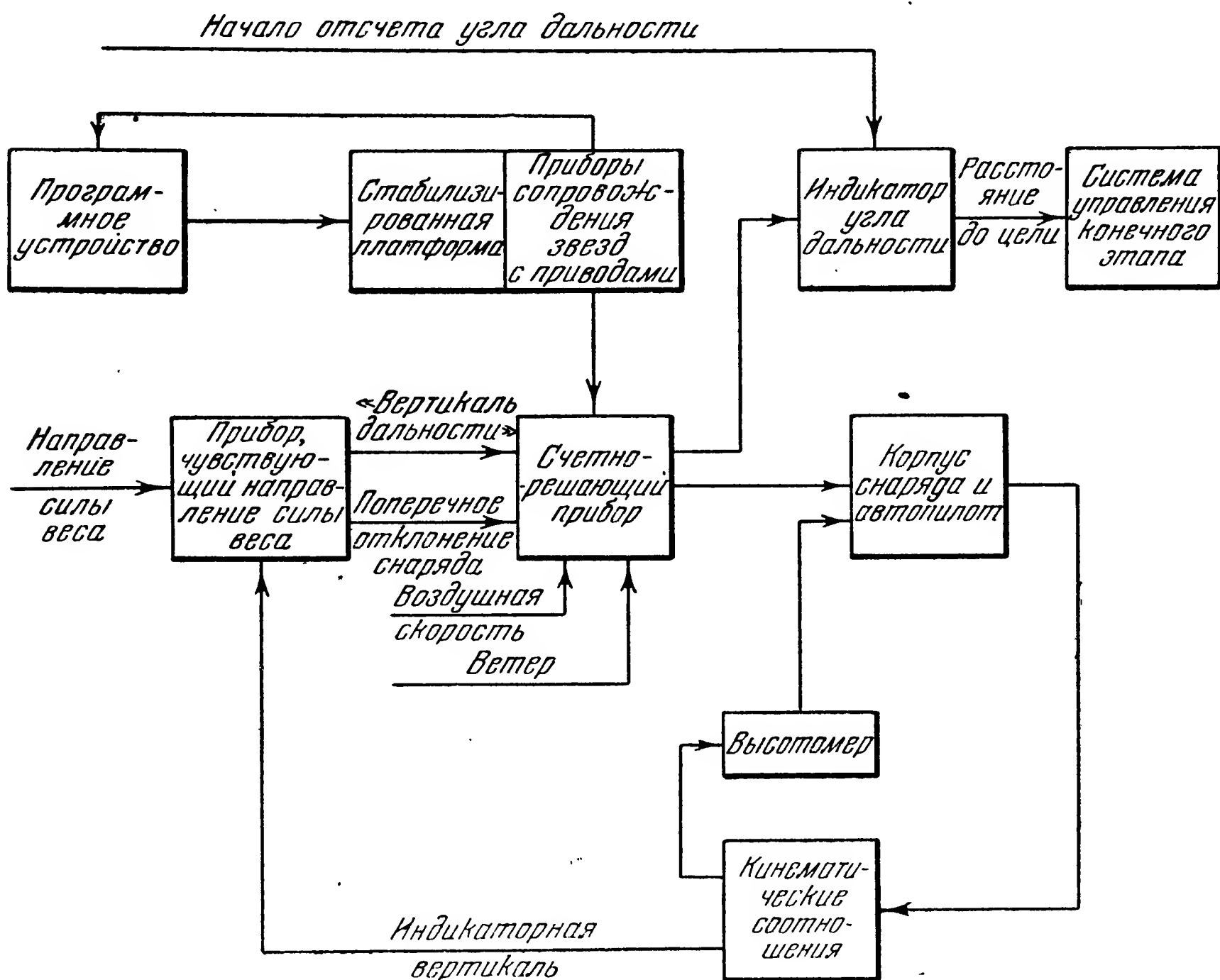


Рис. 16.40. Инерционно-астрономическая система управления.

Очевидно, что подобная система может работать удовлетворительно и как простая инерционная система управления, по крайней мере, в течение коротких промежутков времени, длина которых определяется выходами из строя остальной части системы.

Приборы, сопровождающие звезды, вместе со следящими приводами должны быть стабилизированы при помощи соответствующей платформы. Приборы, сопровождающие звезду, по своей сущности являются оптическими приборами. В начале работы системы сопровождающие приборы приводятся в движение при помощи некоторого запоминающего устройства до тех пор, пока звезды не будут захвачены; с этого момента начинается автоматическое сопровождение. Выходные сигналы непрерывно дают угол между следящими

приборами и местной вертикалью вдоль программированной траектории снаряда. Эти сигналы служат для согласования положения платформы с углами, заданными вдоль желаемой траектории, путем изменения угла между следящими приборами и стабилизированной платформой. Направление силы веса, т. е. мгновенное направление вертикали в течение полета снаряда, определяется при помощи специального прибора. Выходом этого прибора является угол между действительной местной вертикалью и стабилизированной платформой, т. е. поперечное отклонение снаряда от плоскости сближения. В счетно-решающем приборе этот выход сравнивается с выходами приборов, следящих за звездами. Результат, исправленный на ветер и скорость снаряда, представляет собой ошибку в курсе снаряда. Если ошибка имеется, курс снаряда по сигналу счетно-решающего устройства соответственно исправляется при помощи автопилота.

Метод измерения расстояния до цели остается тем же самым, что и в случае инерционно-гравитационной системы. Как уже говорилось, мгновенное положение вертикали в плоскости сближения определяется выходом прибора, чувствительного к направлению вертикали. После введения соответствующих поправок в счетно-решающем приборе этот выход сравнивается с опорным сигналом, представляющим положение вертикали у цели. Когда эти две вертикали совпадают, снаряд находится на должном расстоянии от цели. Если используется особая система управления на конечном этапе, она включается при помощи индикатора угла дальности.

Для того чтобы снаряд летел на определенной высоте, применяется высотомер, который измеряет отклонение снаряда от заданной высоты. Это отклонение используется как команда автопилоту, вызывающая исправление высоты.

Тактическое применение инерционно-астрономической системы управления. Цели должны быть ограничены теми, которые в течение времени полета снаряда остаются неподвижными относительно Земли. Сложность системы будет зависеть от предполагаемой дальности системы. Например, для системы дальнего действия могут оказаться необходимыми поправки на вращение Земли и на ветер. Кроме того, может оказаться желательным установить на стабилизированной платформе гироскопы, чтобы система могла работать в качестве инерционно-гравитационной в течение тех промежутков времени, когда звезды невидимы для сопровождающих устройств. В случае малых дальностей поправками на ветер и вращение Земли, вероятно, можно пренебречь; способность системы работать в качестве инерционно-гравитационной может также оказаться ненужной.

Инерционно-астрономическая система имеет по сравнению с инерционно-гравитационной то преимущество, что в ней возможно получить стабилизированную платформу с непрерывной коррекцией. Поэтому дрейф системы не оказывает существенного влияния на



окончательную точность наведения снаряда. Следует отметить, что приборы, следящие за звездами, должны быть прикрыты обтекателем; поэтому возникают рефракционные проблемы, сходные с теми, с которыми мы имели дело в обтекателях радиолокаторов.

**Земномагнитная система управления.** Характер магнитного поля Земли описан в главе 3. Применение этого поля в качестве системы отсчета настолько широко развито в навигации, что возможность его использования для управления снарядами была замечена уже давно.

Место на земной поверхности обычно определяется при помощи произвольной географической координатной системы, например, экватора, первого (нулевого) меридиана, широты и долготы. Широты — это расстояния к северу и югу от экватора, который проходит на равных расстояниях от северного и южного полюсов. Долготы — это расстояния к востоку и западу от некоторого меридиана, принимаемого за первый (нулевой), обычно от Гринвичского меридиана.

В магнитном поле Земли устанавливается аналогичная система координат, однако соответствующие опорные линии устанавливаются не произвольно, как в географической системе, а при помощи действительных измерений. Для того чтобы полностью определить магнитное поле Земли, необходимо измерить три величины: 1) напряжение горизонтальной составляющей; 2) угол между напряжением горизонтальной составляющей и географическим меридианом, называемый *магнитным склонением*; 3) угол между горизонтальной плоскостью и полным напряжением магнитного поля Земли, называемый *магнитным наклонением*. Эти величины определяются при помощи магнитометра.

Линии, которые соединяют места с равным магнитным склонением, называются *изогонами* и являются аналогами меридианов в географической системе координат. Существуют две изогоны, вдоль которых магнитное склонение равно нулю. Они являются аналогами нулевого меридиана и меридиана  $180^\circ$ . Линия, соединяющая места, в которых магнитное наклонение равно нулю, называется *магнитным экватором*. Линии, проведенные через места с одинаковым магнитным наклонением, называются *изоклинами*. Изоклины, грубо говоря, параллельны магнитному экватору и являются аналогами кругов равных широт. Наконец, линии, соединяющие места с равными значениями горизонтальной составляющей, называются *изодинамами*. Изоклины и изодинамы могут не совпадать между собой, так как полное напряжение магнитного поля Земли не всюду одинаково.

Положение магнитных полюсов определяется значительно менее четко, чем географических. Если принять за определение положений полюсов равенство нулю горизонтальной составляющей, то в каждом из полушарий существуют по две области, удовлетворяющие этому определению. Если же определить полюс как пересечение изогон, то в каждой полусфере оказывается только по одной области,



удовлетворяющей этому условию. Поэтому последнее принимают за определение *магнитных полюсов Земли*. Положение магнитных полюсов является не вполне точно определенным.

Все описанные магнитные линии имеют неправильный характер; их форма зависит от местных условий, например от залегания железных руд. Поэтому в действительности положение любой из магнитных линий может быть определено только путем последовательных измерений от точки к точке. Это может оказаться совершенно невыполнимой задачей вследствие очень большого числа измерений, которые нужно произвести для подробного построения магнитных линий в заданной области. Отметим, что вообще эти неправильности увеличиваются по мере приближения к магнитным полюсам.

Кроме неправильностей в направлении магнитных линий, существует несколько типов вариаций или ходов полного напряжения магнитного силового поля. Так, существует суточный ход напряжения и направления магнитных силовых линий, годовой и вековой ход склонения. Кроме этого, существуют неправильные и непредсказуемые вариации, которые называются *магнитными бурями*. В некоторых случаях магнитные бури связаны с солнечными пятнами.

Следует отметить, что любая попытка построить систему управления снарядами, используя только магнитное поле Земли, приведет к большим затруднениям. В самом деле, все элементы земного магнетизма, которые можно было бы использовать для системы управления, совершенно непредсказуемы. Несмотря на это, возможна разработка отдельных приборов управления, в которых используется земной магнетизм.

Элементы системы управления, использующие земной магнетизм. Первый прибор, на который следует указать, есть магнитный компас. Он может быть подвешен так, чтобы свобода его движения в горизонтальной плоскости ничем не ограничивалась. Должен быть известен магнитный пеленг цели, который и вводится в систему управления таким образом, что любое отклонение курса снаряда от заданного направления вызывает появление сигнала ошибки. Этот сигнал ошибки может быть использован для того, чтобы вернуть снаряд на верный курс.

Немецкий самолет-снаряд V-1 использовал магнитный компас в качестве элемента системы управления. Эта система (описанная в гл. 2) была устроена таким образом, что магнитный компас управлял только курсом снаряда. По высоте снаряд управлялся при помощи барометрического высотомера и по дальности при помощи воздушного лага.

Если магнитная стрелка подвешена так, что она имеет две степени свободы, можно измерять одновременно склонение и наклонение. Если мы заранее рассчитаем желаемое склонение и наклонение вдоль траектории и запишем это на магнитной ленте, то можно будет измерять разность между теми значениями, которые для некоторого

момента времени заданы, и теми, которые имеются фактически. Полученный таким образом сигнал ошибки можно использовать для наведения снаряда по любой желаемой траектории, если только имеется возможность получить достаточную информацию о магнитном поле вдоль траектории.

Магнитное поле Земли можно использовать в качестве поля генератора постоянного тока. Если ось вращения генератора направлена вдоль силовой линии магнитного поля, напряжение на выходе будет равно нулю. Если имеется некоторый угол между осью вращения и направлением силовой линии, появится напряжение. Может оказаться возможным применить подобную систему в качестве средства управления снарядом вдоль силовой линии магнитного поля Земли, используя описанную выше систему программирования. Другие приборы, в которых магниты используются совместно со стабилизирующими гироскопами, описаны в главе 9.

Любая система управления с использованием магнитных приборов будет сравнительно неточной вследствие неправильностей и вариаций магнитного поля Земли. Если окончательная точность системы не увеличена за счет применения специальной системы управления на конечном этапе полета, то цели, против которых она могла бы быть применена, должны занимать сравнительно большие площади. Но, с другой стороны, применение системы управления, использующей магнитное поле Земли, приводит к сравнительно простым системам, которым трудно помешать извне.

### 16.6. Использование радионавигационной техники для управления снарядами

Наиболее широко применяемые радионавигационные системы можно разделить на три класса: радиальные, круговые и гиперболические. Перед второй мировой войной радионавигация в основном ограничивалась средствами пеленгации. Это обычный прием, при помощи которого корабельный штурман определяет свое место по пеленгам двух предметов (передатчиков), положение которых известно; затем нужно построить обратные пеленги из обоих передатчиков. Системы, работающие на этом принципе, мы отнесем к классу *радиальных*. В течение войны немцы разработали более сложную радиальную систему, называющуюся *Sonne*. При помощи подбора относительного размещения, переключения и фазирования трех неподвижных вертикальных антенн оказалось возможным создать диаграмму направленности, состоящую приблизительно из дюжины секторов, в одних из которых слышны последовательности точек, а в других — последовательности тире<sup>1)</sup>. Вдоль радиуса,

---

<sup>1)</sup> Подробнее см. Пестряков В. Б., Радионавигационные угломерные системы, Госэнергоиздат, 1955, стр. 281 и след. (Прим. перев.)

разграничивающего эти секторы, слышен постоянный тон (равносигнальная зона). Точки и тире передаются по одной в секунду в течение одной минуты, а диаграмма направленности медленно вращается при помощи сдвига фаз двух крайних антенн, вследствие чего к концу минуты каждый «сектор точек» оказывается на месте соответствующего «сектора тире» и обратно. В течение следующей минуты средняя антенна передает всенаправленный постоянный тон, после чего все повторяется. Оператор определяет свой пеленг просто по числу точек и тире, слышимых им от начала периода до того момента, когда через его место проходит равносигнальная зона. Найдя свое положение в секторе, оператор может определить свой сектор при помощи простой пеленгации<sup>1)</sup>.

Место корабля или самолета можно определить при помощи его положения на круге или кругах, описанных относительно центров, место которых известно. Это — *круговой метод* радионавигации. В эксплуатации находятся несколько таких систем; среди них можно назвать Овое, Micro-N и Shoran. Система Овое часто применялась во время второй мировой войны для слепого бомбометания. Расстояние до самолета в этой системе определялось при помощи двух неподвижных радиолокаторов; самолету передавались сигналы, обеспечивающие его полет по заданному кругу с центром в одном из радиолокаторов. Когда расстояния самолета от обеих станций совпадали с расстояниями от цели до тех же станций, давался сигнал сбрасывания бомб. Эта система сложна и имеет ограниченную пропускную способность. Системы Micro-N и Shoran основываются на том же самом принципе, за исключением того, что устройство, измеряющее дальность, помещено на самолете, а два маяка — в заданных точках на суше. В системе Micro-N в качестве устройства, измеряющего дальность, применяется радиолокатор; в системе Shoran дальность определяется при помощи более простого устройства.

*Гиперболическая навигация* есть общий метод определения позиционных линий при помощи измерения разности расстояний от двух или более станций, координаты которых известны. Измеряя разность времени приема сигналов, находят разность расстояний; линия равных разностей расстояний есть гипербола. Некоторые из подобных систем находятся сейчас в эксплуатации: Десса, использующая непрерывное излучение, Loran и Gee, использующие импульсный метод. Основные характеристики этих систем одинаковы.

Поскольку в радионавигационных системах применяются маяки, представляет интерес рассмотреть уравнение дальности маяка. При передаче в одну сторону принимаемая мощность может быть выра-

---

<sup>1)</sup> Pierce, McKenzie and Woodward, Loran, pp. 4—5, Radiation Laboratory Series, vol. 4.

жена следующим образом:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} - A_1. \quad (16.12)$$

Потребная мощность передатчика будет:

$$P_{t1} = \frac{(P_{r1} + A_1) (4\pi R)^2}{G_t G_r \lambda^2}, \quad (16.13)$$

где  $P_r$  — мощность на входе приемника в ваттах,

$P_{r1}$  — потребная чувствительность приемника в ваттах (чувствительность, необходимая для удовлетворительной работы всей системы),

$P_t$  — мощность на выходе передатчика в ваттах,

$P_{t1}$  — потребная мощность передатчика в ваттах,

$G_r$  — выигрыш приемной антенны по сравнению с изотропным излучателем,

$G_t$  — выигрыш передающей антенны по сравнению с изотропным излучателем,

$R$  — дальность в любых единицах,

$\lambda$  — длина волны в тех же единицах, что и  $R$ ,

$A_1$  — антилогарифм по основанию 10 ( $1/10$  потеря мощности при распространении, в дб).

Необходимо соблюдать известную осторожность в обращении с величинами, входящими в уравнения (16.12) и (16.13). Например, если радиолокатор автоматически сопровождает цель точкой пересечения диаграмм, лежащей на 3 дб ниже максимума, то максимальный выигрыш антенны должен быть уменьшен на 3 дб. Вообще, если одна из антенн может в течение полета работать не точно в направлении своей оси, то необходимо учесть соответствующее уменьшение ее выигрыша. Потери мощности при передаче, учитываемые величиной  $A_1$ , должны включать в себя все без исключения потери, имеющиеся между передатчиком и приемником. Более подробно об этом см. в §§ 10.38—10.42.

Для управления снарядами пригодна как круговая, так и гиперболическая навигация; обе они рассматривались в предыдущих главах. Интересующиеся подробностями должны воспользоваться любым курсом радионавигации.

Геометрические соотношения в гиперболической навигации. Основные геометрические соотношения в гиперболической навигации показаны на рис. 10.5. Линиями постоянных разностей расстояний от двух передатчиков  $A$  и  $B$  являются гиперболы, потому что по определению гипербола есть геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух заданных неподвижных точек постоянна. Две неподвижные точки (в нашем случае передатчики  $A$  и  $B$ ) являются фокусами гиперболы. Линия равных расстояний от  $A$  и  $B$  есть прямая, т. е. гипербола нулевой

кривизны; остальные будут вогнутыми по направлению к ближайшей станции. Все эти гиперболы принадлежат к семейству, порождаемому одной парой станций. На практике одна из станций есть ведущая, другая — ведомая. Цикл передачи начинается всегда на ведущей станции. Система Logan на каждую ведущую станцию имеет только одну ведомую, в системах Десса и Гее каждая ведущая имеет по две ведомые станции.

Применение гиперболической навигации к управлению снарядами. Гиперболическая навигация может быть

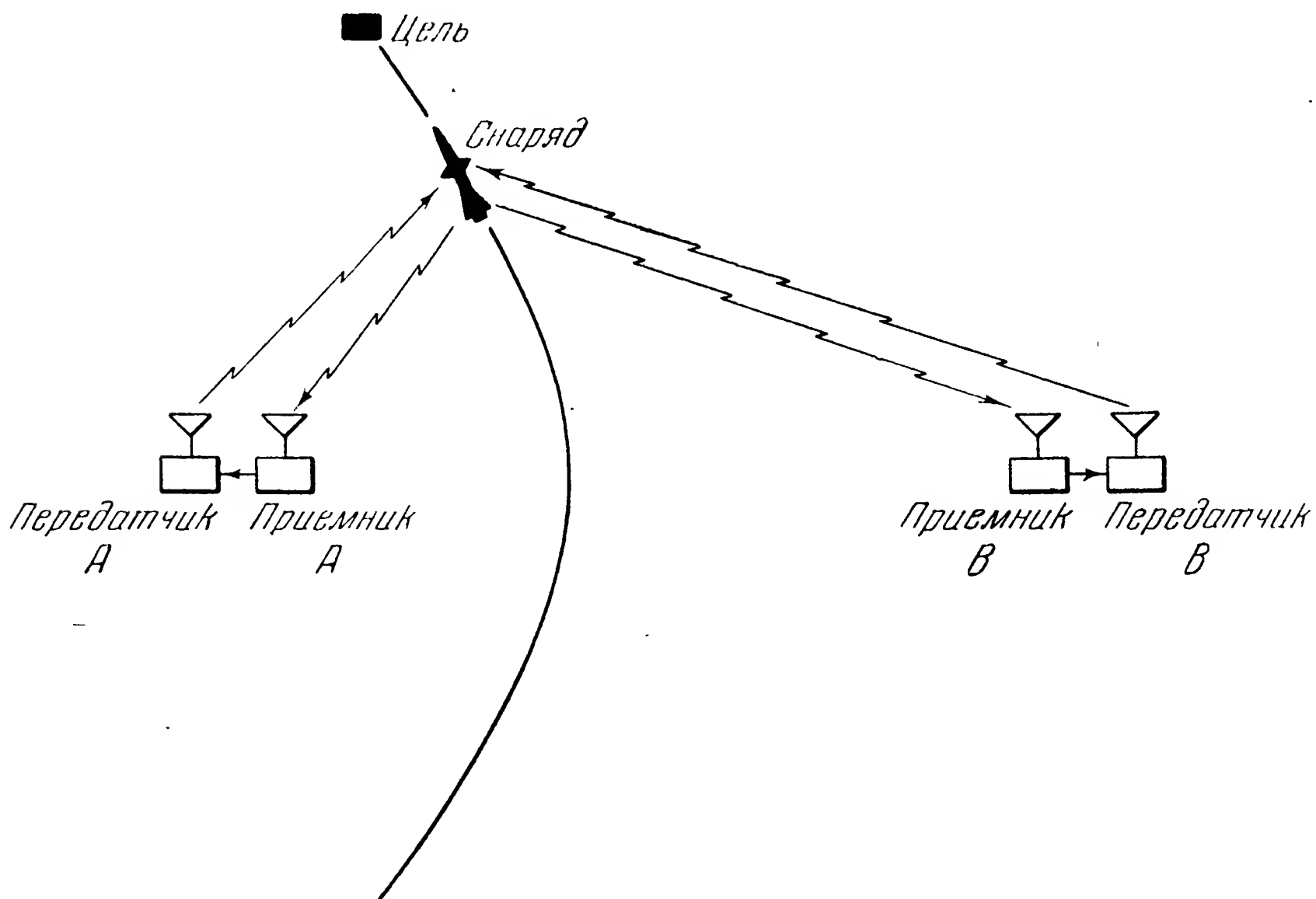


Рис. 16.41. Применение гиперболической навигации к управлению снарядами.

использована для управления снарядом только в двух измерениях. Один из возможных способов осуществления такого управления показан на рис. 16.41. В этом способе ведущий передатчик установлен на снаряде. Снаряд излучает сигнал, который принимается на двух ведомых станциях. После этого каждая из ведомых станций излучает сигнал, принимаемый на снаряде. Сравнивая моменты приема сигналов, можно получить управляющую информацию. Снаряд должен лететь по гиперболе, которая проходит через цель.

На рис. 16.42 представлена более подробная блок-схема подобной системы. Бортовое оборудование снаряда состоит из ведущего передатчика, двух приемников, временного компаратора со счетно-решающим прибором, корпуса снаряда с автопилотом и высотомера. Каждая из ведомых станций состоит из приемника и передатчика.



Кроме того, одна из ведомых станций имеет прибор для вычисления дальностей. Сигнал, принятый ведомой станцией от снаряда, отпирает передатчик. Чтобы исключить на снаряде возможность ошибки, передатчики А и В должны работать на различных частотах. Поэтому на снаряде необходимы два приемника. Сигналы от ведомых станций принимаются на снаряде и там сравниваются между собой.

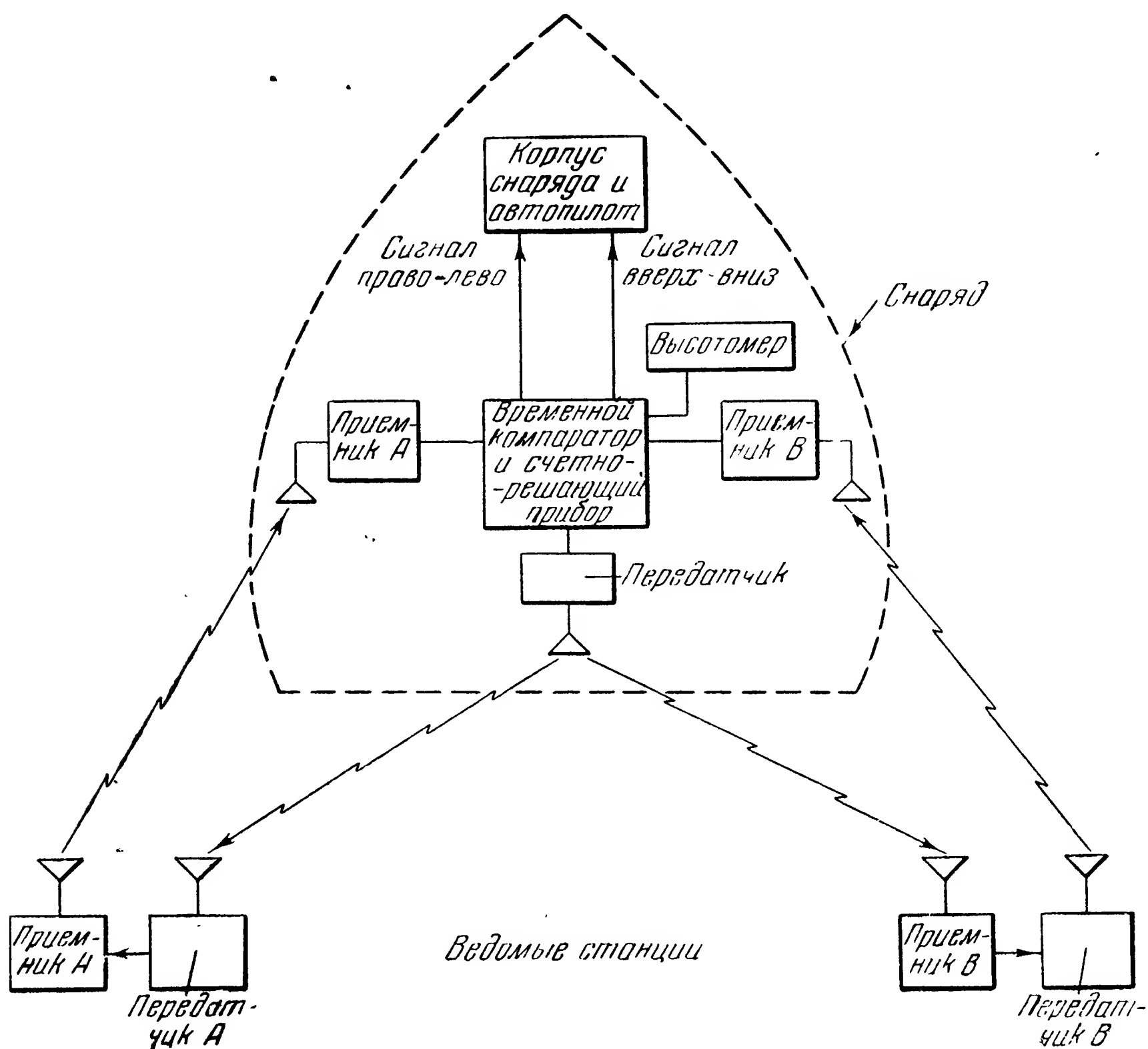


Рис. 16.42. Гиперболическая навигационная система управления.

Если разность времени (т. е. разность расстояний) не та, которая должна быть при полете по заданной гиперболе, вырабатывается сигнал «право» или «лево», который и заставляет снаряд возвратиться на верную траекторию. Кроме того, необходимо применить некоторые средства, заставляющие снаряд лететь на правильной высоте. Это может быть сделано при помощи высотомера. Выход высотомера вводится в счетно-решающий прибор, который вырабатывает сигнал «вверх» или «вниз», удерживающий снаряд на заданной высоте.



Описанная система имеет возможность заставить снаряд лететь по заданной траектории и на заданной высоте. Однако этого недостаточно. Необходимо еще определить, когда снаряд находится над целью. Это можно сделать при помощи счетно-решающего прибора на снаряде следующим образом. Определяется дальность снаряда от одной из ведомых станций путем сравнения по времени сигналов, принятых от снаряда и от другой ведомой станции. Когда это расстояние совпадает с заранее заданным (т. е. с расстоянием от ведомой станции до цели), должна начать работать специальная система управления на конечном этапе, если она применяется. Эта система управления может использовать какой-нибудь тип самонаведения из числа описанных выше. Можно и просто заставить снаряд перейти в пикирование.

Преимущества гиперболической системы. Если снаряд управляется по гиперболической системе, то не требуется взаимодействия между стартовой командой и управляющей группой; пропускная способность системы практически неограничена. После старта снаряды могут быть введены в сетку гипербол при помощи инерционной или какой-нибудь другой системы управления и при этом в любом количестве; старт может происходить во многих точках, разбросанных на большой площади. Таким образом, большое количество стартовых точек может независимо друг от друга посылать снаряды для следования вдоль одной и той же гиперболы, без какой бы то ни было взаимной координации. Эти снаряды будут следовать по своим независимым траекториям, пока они не войдут в зону влияния заданной гиперболы. После этого снаряды меняют свой курс почти по экспоненциальному закону и переходят на заданную линию следования<sup>1)</sup>.

Бортовое оборудование снаряда в этом случае может быть очень простым и компактным (рис. 16.42). Частоты ведомых станций могут быть очень близки друг к другу, что дает возможность использовать одну общую приемную антенну вместо двух, показанных на рис. 16.42. Оборудование ведомых станций состоит из простого передатчика и приемника. Поскольку все необходимые параметры заранее установлены на самом снаряде, ни на ведомых станциях, ни в точке старта не требуется никаких сведений о траектории снаряда.

Тактические соображения. Очевидно, что положение цели относительно двух ведомых станций должно быть известно с достаточной степенью точности. Эта точность зависит от площади, которую в состоянии поразить боевая часть снаряда, и от размера цели. Так как цель должна оставаться неподвижной относительно ведомых станций, то, конечно, система может работать

---

<sup>1)</sup> См. стр. 116—117 работы, цит. на стр. 640.

только по целям, которые остаются на одном месте в течение времени полета снаряда.

Применение круговой навигации к управлению снарядами. На рис. 16.43 показано одно из возможных применений круговой навигации к управлению снарядами. Снаряд летит вдоль линии постоянного расстояния от передатчика, т. е. по кругу, который должен проходить через цель. Блок-схема одной

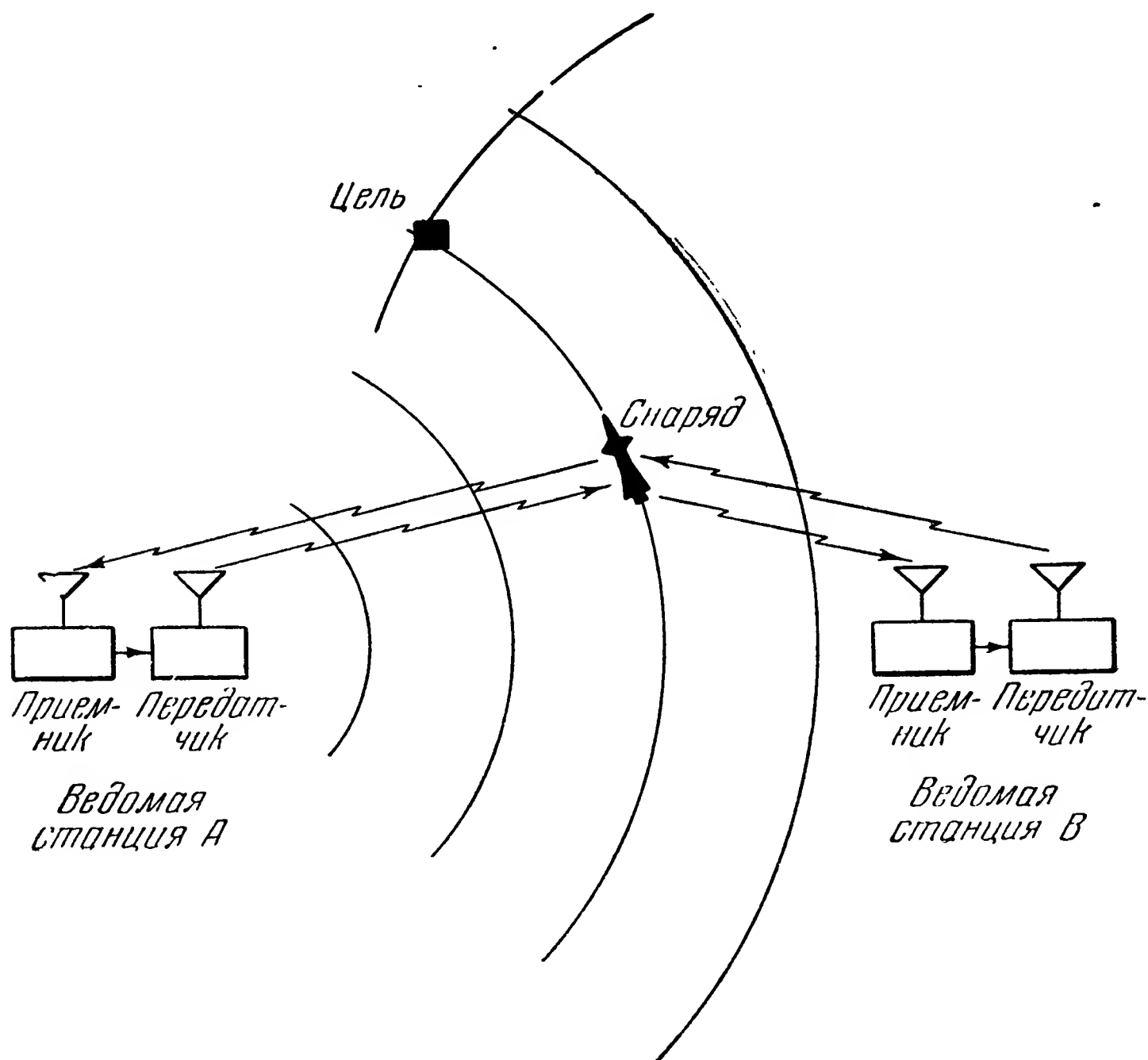


Рис. 16.43. Применение круговой навигации к управлению снарядами.

из возможных систем, использующих этот метод, показана на рис. 16.44. В этой системе ведущая станция находится на снаряде. Сигнал, переданный снарядом, принимается на ведомой станции А и запускает передатчик этой станции. Сигнал ведомой станции принимается на снаряде. Измеряя время, которое необходимо сигналу, чтобы пройти от снаряда до станции А и обратно, и вычитая время задержки системы, можно определить расстояние до этой ведомой станции. Сравнивая в компараторе этот результат с заданной постоянной дальностью, можно получить сигнал «право — лево», который и заставит снаряд лететь по кругу, проходящему через цель. Информация о высоте полета получается из показаний высотомера, которые в счетно-решающем приборе сравниваются

с заданной высотой; вследствие этого снаряд летит также и на заданной высоте. Вторая ведомая станция *В* в системе необходима для определения момента, когда должна начать функционировать специальная система управления конечного этапа полета снаряда. Это должно произойти, когда расстояние от снаряда до станции *В* окажется равным заранее установленному в счетно-решающем приборе. В качестве системы управления конечного этапа

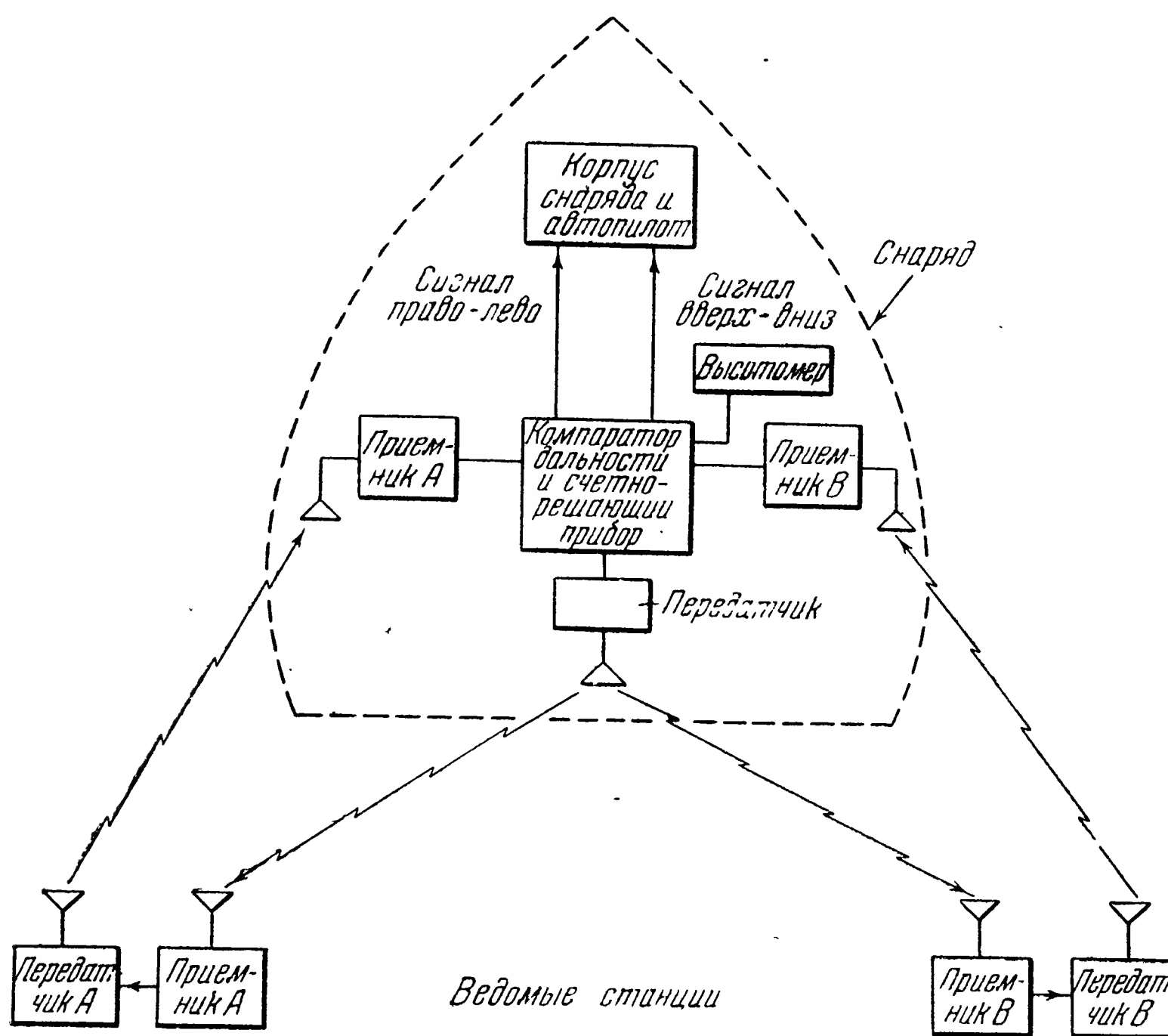


Рис. 16.44. Круговая навигационная система управления.

можно использовать одну из описанных выше систем самонаведения; можно и просто перевести снаряд в пикирование. Ведомые станции должны работать на слегка различных частотах, вследствие чего на снаряде необходимы два различных приемника. Пока снаряд находится вблизи линии, соединяющей обе ведомые станции, он не должен вести никакой передачи, чтобы избежать возможной неоднозначности в определении дальности, на которой должен начаться конечный этап полета.

Преимущества круговой системы состоят в том, что она требует очень малой координации между соответствующими наземными воинскими подразделениями, имеет очень большую пропускную

способность при очень простом бортовом оборудовании снаряда и очень простом наземном оборудовании.

Очевидно, что к круговой системе остаются применимыми те же самые тактические соображения, которые были высказаны выше по поводу гиперболической системы. Цель должна быть неподвижной в течение полета снаряда. Положение цели относительно ведомых станций должно быть известно с достаточной степенью точности.

### 16.7. Управление снарядами при помощи акустических средств<sup>1)</sup>

Существование резкого акустического различия между самолетом и окружающим пространством, а также тот факт, что движение самолета неразрывно связано с излучением акустической энергии, привело к соображениям о возможности использования акустических средств для управления снарядами. Как и в случае применения инфракрасного излучения, здесь цель сама вырабатывает сигнал и поэтому против нее может быть использована сравнительно простая пассивная система.

Характеристики излучения цели. Сигнал цели может заключаться в пределах от 100 дб (при начальном уровне  $10^{-16}$  вт/см<sup>2</sup>) для поршневых моторов, преобразующих 10% своей механической мощности в акустическую, до 140 дб для турбореактивного двигателя с дожиганием и 1% преобразуемой механической энергии<sup>2)</sup>. Несмотря на то, что эти уровни получены вблизи самолета, каждый знает, что обычно самолет легко обнаруживается на значительном расстоянии даже при наличии нормального уличного шума в 80—90 дб. Спектр частот, характеризующий винтовые самолеты, имеет максимум в области 150—200 гц и падает в области более высоких частот. Для реактивных самолетов звук распределен более равномерно. Самолетный шум распространяется направленно, причем в статических условиях у самолетов с поршневыми двигателями — преимущественно в сторону, а у реактивных — главным образом назад (рис. 16.45).

Теоретически очевидно, что во время полета звук несколько сдвигается вперед в зависимости от скорости источника<sup>3)</sup>. Без углубления в теоретические тонкости нагляднее всего можно представить себе это явление, если вспомнить о скачке уплотнения, которой образуется впереди тела, скорость которого приближается

<sup>1)</sup> Этот параграф написал Martin H. Paiss, Aeronautical Electronic and Electrical Laboratory, U. S. Naval Air Development Center, Johnsville, Pa.

<sup>2)</sup> Von Gierke H. E., The Journal of the Acoustic Society of America, vol. 25, № 3, May 1953, pp. 367—380.

<sup>3)</sup> Lighthill M. J., Proceedings of the Royal Society of London, A211, pp. 564—587 (1953); Oestreich Hans L., CADO Technical Data Digest, September 1951, pp. 16—22.

к скорости звука. С другой стороны, поступательное движение источника звука вызывает возрастание частоты в направлении движения источника (эффект Доплера). Если мы предположим, что амплитуда смещения частичек среды постоянна, то сдвиг частоты

будет увеличивать средне-квадратичное отклонение скорости частичек относительно средней точки. Поскольку интенсивность пропорциональна этой скорости, а дивергенция звукового потока в направлении вперед меньше, чем в других направлениях, возникает увеличение интенсивности.

На рис. 16.46 показаны характеристики всенаправленного (в статических условиях) источника звука, движущегося с различными скоростями. Когда скорость источника (цели) становится больше звуковой, то звук больше не опережает цель,

и, хотя интенсивность в квадрантах, находящихся впереди цели, по-прежнему остается больше, принять звук теперь возможно только после прохода цели.

Тактические соображения. Предыдущие рассуждения показывают, что самонаведение по сверхзвуковым целям ограничено задними квадрантами, точнее их частью, расположенной внутри конуса Маха. Кроме того, вследствие малой (звуковой) скорости распространения сигнала сравнительно со скоростями снаряда и цели будет существовать значительная разница в положении действительной цели и источника звука. Рассмотрим, например, цель, движущуюся со звуковой скоростью, как показано на рис. 16.47.

Фронт звуковой волны здесь будет сферическим. Пусть в какой-нибудь момент времени испущен звуковой импульс. Самолет дви-

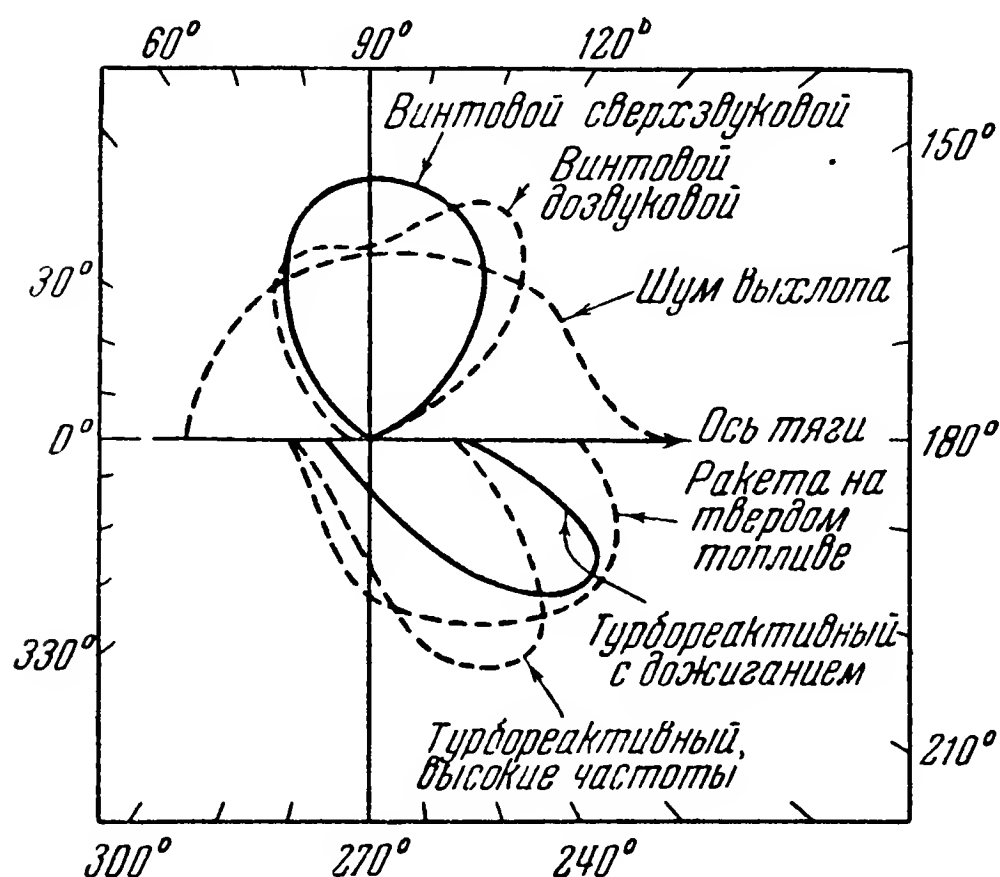


Рис. 16.45. Диаграммы направленности различных самолетов как источников звука (по амплитуде давления).

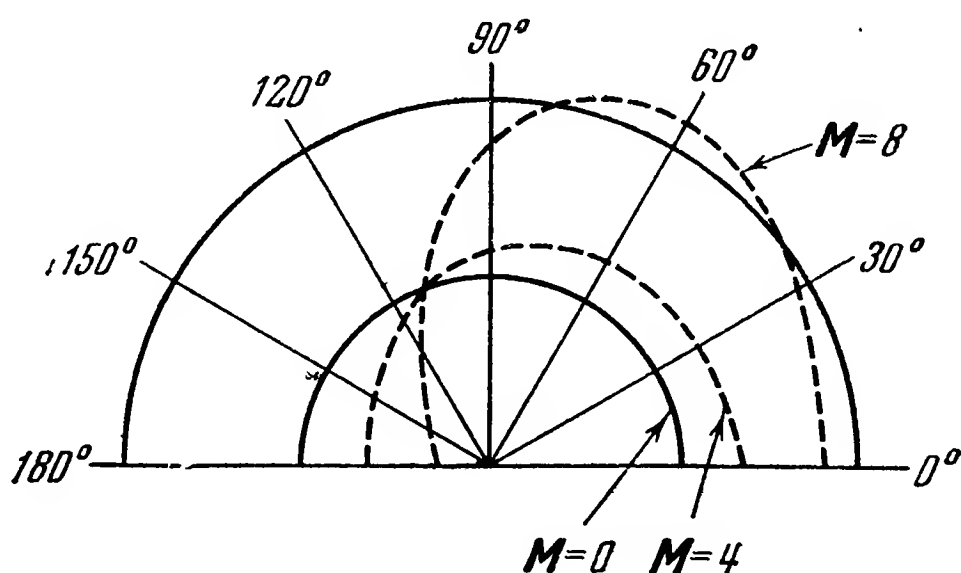


Рис. 16.46. Диаграммы направленности равномерно движущегося всенаправленного источника звука.

жется от точки испускания импульса с тою же скоростью, что и фронт звуковой волны. Следовательно, в тот момент, когда фронт достигает самонаводящегося снаряда, цель оказывается на том же расстоянии от источника звука, что и снаряд. Из рис. 16.47 ясно, что система самонаведения будет наводить снаряд на действительную цель только в случае, если снаряд находится точно за хвостом цели. Исключение составляет случай малых расстояний, когда источник звука находится вблизи действительной цели. Очевидно, что

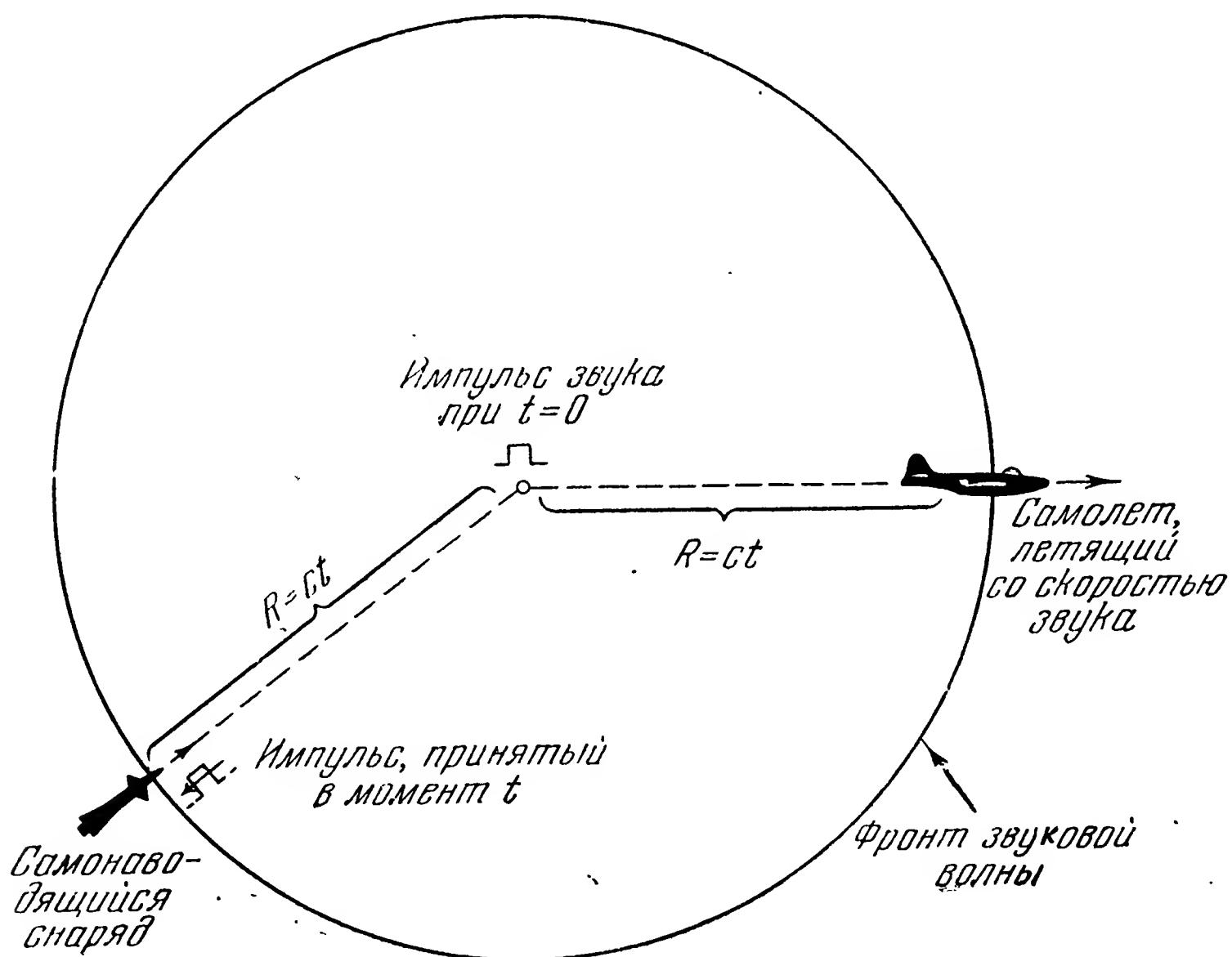


Рис. 16.47. Источник звука располагается сзади цели.

отношение расстояний от источника звука до цели к расстоянию от снаряда до источника звука равно числу Маха цели и не зависит от того, под каким ракурсом снаряд сближается с целью. Хотя разделение источника звука и действительной цели усложняет траекторию снаряда при акустическом самонаведении, но, по-видимому, здесь не существует непреодолимых трудностей, и система управления по этому методу может быть построена.

Явное преимущество акустического самонаведения состоит в сравнительной трудности создания искусственных помех приему. Для того чтобы отклонить снаряд от цели, требуются значительные количества акустической энергии, которые могут быть порождены лишь установками, мощность которых сравнима с мощностью самих самолетных силовых установок; поэтому на практике будет весьма трудно эффективно использовать отвлекающие устройства,



сбрасываемые с преследуемого самолета. Единственная эффективная помеха против такого снаряда состоит в полном выключении на некоторое время двигателей цели. Очевидно, что противнику это невыгодно.

Собственный шум и вопросы распространения. Существуют другие проблемы, которые ограничивают преимущества акустического самонаведения. Первая состоит в шуме, который создает собственный двигатель снаряда. Защита от него трудна; следовательно, снаряд должен быть сверхзвуковым. Это означает, что тактическое применение этих снарядов по медленным целям будет ограничено, потому что большие скорости сближения могут потребовать от снаряда чрезмерных маневров. Далее, вследствие сверхзвуковой скорости снаряда может появиться аэродинамический бафтинг, который в свою очередь может вызвать шумовой сигнал, достаточный для того, чтобы забить сигнал от цели.

Аномалии в распространении звука и тот факт, что при высоких акустических частотах звук ослабляется пропорционально квадрату частоты, также сокращают число типов целей, удобных для атаки акустическими снарядами. Существуют и другие проблемы, лежащие за пределами плана настоящей книги, которые делают разработку акустической системы самонаведения трудной и не обеспечивающей гарантии успеха.

Немецкие разработки. В течение второй мировой войны немцы занимались разработкой акустических устройств самонаведения. Два таких устройства были предназначены для снаряда Х-4. Оба они использовали по два звукоприемника, расположенных в разных местах снаряда; при помощи сравнения фазы падающих звуковых волн можно установить направление на источник звука. Фазосравнивающие схемы вырабатывали сигналы, заставлявшие снаряд двигаться так, чтобы фазы становились одинаковыми. Вследствие этого снаряд оказывался направленным точно на источник звука и осуществлял чистое преследование.

### 16.8. Комбинации различных систем управления

В предыдущих параграфах мы рассматривали технику управления в виде отдельных, изолированных систем управления. На практике для решения какой-нибудь одной тактической задачи может оказаться необходимым применять комбинации нескольких систем управления. Управление снарядом может быть разделено на три этапа: управление на этапе старта, управление при сближении с целью и управление на конечном этапе полета. В некоторых случаях два последних этапа могут быть объединены. Способ выбора комбинации систем управления для некоторого частного тактического назначения рассматривался в главе 8. Последующее представляет собой общий обзор возможных комбинаций систем

управления для четырех главных классов артиллерийских комплексов управляемого снаряда.

**Класс воздух — воздух.** Поскольку снаряды класса воздух — воздух обычно транспортируются на подвеске вплоть до малого расстояния от цели, они будут снарядами ближнего действия и для них потребуется единственная система управления. Можно применять систему наведения по лучу, пассивное, активное и полуактивное самонаведение или систему управления при помощи команд. Для тех случаев, когда применяется один из типов самонаведения, бортовая аппаратура снаряда может захватить цель еще до пуска. Поэтому управление снарядом при пуске должно выражаться только в том, чтобы снаряд был устойчив и летел по направлению к цели по такой траектории, которая к моменту достижения снарядом должной скорости не внесет ошибки столь большой, что ее устранение было бы выше возможностей системы управления. В случае системы управления при помощи команд в течение периода набора скорости снаряд должен оставаться в пределах досягаемости для оборудования (оптического или радиолокационного), которое вырабатывает управляющую информацию. В системе, использующей наведение по лучу, необходимо вычислять, под каким углом должен быть произведен старт снаряда, чтобы был обеспечен захват снаряда лучом. Естественная устойчивость снаряда должна поддерживать его на правильной траектории до тех пор, пока он не наберет скорость, достаточную для управления.

**Класс воздух — поверхность.** Совместное применение тех или иных систем управления в данном случае будет зависеть от предполагаемого радиуса операций снаряда. Если предполагается использование снаряда на малую дальность, системы управления на этапе сближения и на конечном этапе могут быть объединены. Для снарядов ближнего действия класса воздух — поверхность могут быть использованы следующие системы: наведение по лучу, самонаведение всех типов и управление при помощи команд.

Если имеется в виду снаряд дальнего действия, то на этапе сближения и на конечном этапе могут применяться две или несколько различных систем управления. Например, для этапа сближения может быть использовано наведение по лучу или управление при помощи команд. При увеличении дальности действия промах снаряда в этих системах управления также имеет тенденцию к увеличению. Если промах становится чрезмерным, необходимо применение отдельной системы управления на конечном этапе; в качестве последней можно применить активное или пассивное самонаведение. Управление при пуске, как и в предыдущем случае, может быть сведено просто к требованию устойчивости снаряда.

**Класс поверхность — воздух.** Поскольку в этом случае желательно сбить нападающий самолет раньше, чем он сможет эффективно использовать свое собственное оружие, потребный

радиус действия снаряда обычно будет больше того, на котором еще может служить оптика. Таким образом, в классе поверхность — воздух можно использовать полуактивное самонаведение, наведение по лучу и управление при помощи команд. Можно также применить активное или пассивное самонаведение, но это наложит ограничение по дальности. Если применяется какая-нибудь из систем самонаведения, не требуется никакой специальной системы управления на конечном этапе. Однако, если на этапе сближения используется наведение по лучу или радиолокационная система управления при помощи команд, предпочтительнее иметь отдельную систему управления на конечном этапе, если это необходимо для получения требуемой точности. Эта отдельная система может быть активным или пассивным самонаведением.

Поскольку имеющееся в распоряжении обороны время от момента обнаружения цели до попадания в нее снаряда весьма ограничено, снаряд, вероятно, должен стартовать в непосредственной близости от наземной управляющей аппаратуры. Таким образом, проблемы управления при старте в системе класса поверхность — воздух и в системах классов воздух — воздух и воздух — поверхность сходны. В случае системы класса поверхность — воздух стартовые проблемы будут проще, так как сама стартовая станция или неподвижна, или перемещается со сравнительно малой скоростью.

Класс поверхность — поверхность. Именно в системах дальнего действия класса поверхность — поверхность больше всего применяются комбинации различных систем управления. Возможно множество вариантов таких комбинаций, зависящих, в частности, от типа цели и разрушительной силы боевой части снаряда.

По условиям применения снарядов класса поверхность — поверхность часто бывает желательно иметь стартовую станцию на большом расстоянии от той точки, где начинается этап сближения и включается в работу соответствующая система управления. Например, в рассмотренных выше случаях использования радионавигационных систем может оказаться желательным пускать снаряд с корабля в открытом море, в то время как маяки, от которых получается управляющая информация на этапе сближения, установлены на суше. В этом случае мыслимо, чтобы стартовая система управления работала в течение длительного времени. Это может быть выполнено многими путями, примерами чего являются система управления при помощи команд или системы, использующие земной магнетизм.

Система управления на этапе сближения может использовать земной магнетизм, гравитационные или астрономические ориентиры, а также радионавигационные методы. Необходимость специальной системы управления на конечном этапе зависит от точности системы управления на предыдущем этапе и разрушительной силы боевой

части снаряда. Этой специальной системой может быть активное и пассивное самонаведение или программное маневрирование в зависимости от свойств цели.

**Взрыв.** Максимальная эффективность любой боевой части снаряда получается в том случае, если она взорвана в наивыгоднейший момент; это в особенности относится к воздушным целям. Поэтому для взрывателей необходима специальная информация о скорости сближения снаряда и цели, о расстоянии между ними и о ракурсе цели. Системы управления обычно доставляют всю эту информацию или часть ее в такой форме, что она может быть использована или непосредственно, или после соответствующей специальной обработки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Glossary of Guided Missile Terms, Prepared by the Committee on Guided Missiles, Department of Defense, Washington, D. C., 1949.
  2. Ridenour J. N., Radar System Engineering, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1947.
  3. MIT Radar School Staff, Principles of Radar, 2nd Ed. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1946.
  4. Pierce J. A., McKenzie A. A. and Woodward R. H. (Eds.), Loran, vol. 4, Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1948.
  5. Suydam V. A., Fundamentals of Electricity and Electromagnetism, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1940.
  6. Von Gierke H. E., The Journal of the Acoustic Society of America, vol. 25, № 3, pp. 367—385 May 1953.
  7. Lighthill M. J., Proceedings of the Royal Society of London, pp. 564—587, 1952.
  8. Oestreicher H. L., CADO Technical Data Digest, pp. 16—22, September 1951.
-

## ГЛАВА 17 О ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ

### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a$ — постоянная в уравнении диаграммы луча.	$R_2$ — сопротивление во втором каскаде.
$A_E$ — эффективная площадь цели, $m^2$ .	$R_{\max}$ — максимальная дальность действия радиолокатора.
$C_1$ — емкость в первом каскаде.	$s = \sigma + j\omega$ (см. гл. 6 и 7).
$C_2$ — емкость во втором каскаде.	$t$ — время.
$E_0$ — выходное напряжение.	$t_c$ — длительность памяти.
$\varepsilon(t) = \theta_i - \theta_0$ — величина ошибки (функция времени).	$V$ — горизонтальная скорость цели, узлы.
$F$ — частота повторения импульсов (число импульсов в секунду).	$x$ — угол, измеряемый от оси главного лепестка.
$G$ — выигрыш антенны (по сравнению с изотропным излучателем).	$\vartheta$ — угол, пеленг.
$G_R$ — выигрыш приемной антенны.	$\vartheta_s$ — угол смещения, угловое расстояние между противоположными крайними положениями вращающегося луча.
$G_T$ — выигрыш передающей антенны.	$\dot{\vartheta}_i$ — скорость изменения пеленга, рассматриваемого в качестве ввода.
$i_1$ — ток в первом каскаде.	$\ddot{\vartheta}_i$ — ускорение пеленга.
$K$ — коэффициент усиления.	$\ddot{\vartheta}_i$ — третья производная пеленга по времени.
$N$ — число.	$\lambda$ — длина волны, метры.
$\overline{NF}$ — фактор шумов приемника.	$\mu_1, \mu_2$ — коэффициенты усиления.
$P_{ax}$ — мощность по направлению $ax$ .	$\tau$ — длительность импульса в сек.
$P_{\max}$ — максимальная мощность.	$\varphi_0$ — угол места цели на траверзе.
$R_T$ — мощность передатчика в импульсе, ватт.	$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$ .
$R_0$ — наклонная дальность цели на траверзе.	$\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$ .
$R_1$ — сопротивление в первом каскаде.	



Занимаясь управляемыми снарядами, мы всюду встречаемся со стартовыми установками, поверочным и эксплуатационным оборудованием, поисковыми, сопровождающими, управляющими радиолокаторами и счетно-решающими приборами. Все это вместе составляет артиллерийский комплекс управляемого снаряда, который как оружие должен соответствовать требованиям, накладываемым на него свойствами цели и ее динамикой. Таким образом, все зависит от тактической задачи. Из ее рассмотрения вырабатываются тактические требования к комплексу. Исследование технической выполнимости этих требований основывается на предполагаемой тактике цели. Технические требования ко многим частям комплекса выдаются в виде определенных характеристик системы управления, необходимых для ведения боя с некоторым типом целей.

В настоящей главе мы рассмотрим процесс разработки характеристик системы управления, предназначенной для решения некоторой гипотетической тактической задачи. В качестве гипотетического примера мы предположим, что один из родов войск желает выдать заказ на разработку комплекса по определенным тактическим и техническим требованиям. В этой главе мы рассмотрим саму тактическую задачу, требования, предъявляемые к варианту оборудования, устанавливаемого на суше, включая поисковый радиолокатор, к сопровождающему радиолокатору, к следящей системе стартовой установки и к счетно-решающему прибору для вычисления угла упреждения при старте. Будет рассматриваться также бортовой радиолокатор снаряда. В главе 18 будет рассмотрен контур системы управления вместе с теми требованиями, которые этот контур предъявляет к снаряду в смысле управления по крену и к его рулевому тракту.

### 17.1. Тактическая задача

Полное описание тактической задачи в качестве основания для проектирования должно включать в себя: указания относительно места старта, типа цели и ее предполагаемой тактика, типа управляющей информации, который должен быть использован, и желательного типа системы управления; требования к дальности снаряда, к точности и общей надежности системы, а также к вероятности поражения. Обычно многие из этих указаний вырабатываются самим поставщиком; для нашей настоящей задачи мы их предположим уже известными, т. е. предположим, что некоторое правительственное учреждение выдало приведенные ниже требования (цифры в этом гипотетическом примере намеренно взяты нереальными).

**Место старта.** Место старта должно находиться на корабле (крейсере, переделанном специально под управляемые снаряды).

**Цель.** Целью является неманеврирующий средний бомбардировщик, т. е. его предполагаемая тактика состоит в полете по прямой с постоянной



скоростью и на постоянной высоте. Высота 30 000 футов ( $\approx 9000$  м), скорость 400 узлов ( $\approx 200$  м/сек), горизонтальная дальность прохода мимо точки старта 4000 ярдов ( $\approx 3600$  м).

**Снаряд.** Снаряд должен иметь максимальную дальность 40 000 ярдов ( $\approx 36000$  м), иметь на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м) скорость, соответствующую числу  $M = 2,64$ , иметь на борту управляющую аппаратуру полу-активной системы самонаведения и обладать такой боевой частью, чтобы можно было допустить в 80% случаев промах снаряда до 800 футов ( $\approx 240$  м)<sup>1)</sup>.

**Эффективность.** Вероятность поражения цели одним снарядом на максимальной дальности должна быть не ниже 50%.

**Надежность.** Надежность всего комплекса должна быть не ниже 90%.

Нужно считать, что изложенное выше есть выписка из полных требований, выдаваемых в качестве основания для планируемой разработки. Подобные требования обычно представляют собой результат исследования операций, проведенного в некотором правительственном учреждении. Допустим, что после изучения этих требований поставщик приходит к выводу, что ему необходимы дополнительно характеристики поискового и сопровождающего радиолокатора при работе по среднему бомбардировщику. Путем совещания поставщика и правительственного органа выясняются следующие факторы и желаемые параметры:

**Поисковый радиолокатор.** Максимальная дальность обнаружения 100 морских миль ( $\approx 185$  км), причем согласно опытам вероятность обнаружения цели на дальности в 38 миль ( $\approx 70$  км) равна 90%. Допустимо, чтобы с момента обнаружения на опознание, оценку обстановки и распоряжение (некоторому определенному сопровождающему радиолокатору) уходило 30 секунд.

**Сопровождающий радиолокатор.**

Тип импульсный.

Частота X-диапазон (трехсантиметровый).

Пиковая мощность 200 квт.

Длительность импульса 1 мсек.

Частота повторения импульсов 400 импульсов в секунду.

Частота сканирования 30 гц.

Диаметр антенны 5 футов.

Запаздывание (с момента назначения захвата) 20 сек.

**Цель.** Эффективная поверхность цели 40 м<sup>2</sup>

Теперь поставщик в состоянии проверить выполнимость предполагаемого проекта. На рис. 16.11 показаны геометрические соотношения при заданном методе управления. На рис. 17.1 представлены результаты исследования временных соотношений. Дальность обнаружения с вероятностью 90% составляет 38 морских миль. За 30 секунд, протекающих между обнаружением цели и назначением определенного сопровождающего радиолокатора, цель покроет расстояние

$$400 \cdot \frac{1}{3600} \cdot 30 = 3,33 \text{ морской мили} \quad (17.1)$$

<sup>1)</sup> См. § 18.7. (Прим. перев.)

и достигнет дальности 34,7 мили. В течение дополнительного времени, необходимого сопровождающему радиолокатору для захвата цели (20 сек), цель дойдет до дальности 32,4 мили; с этого момента мы будем отсчитывать время, т. е. положим, что дальность 32,4 мили соответствует  $t = 0$ . После старта с нулевой скоростью снаряд будет быстро разгоняться, чтобы набрать свою крейсерскую скорость. Определение точного закона, по которому происходит

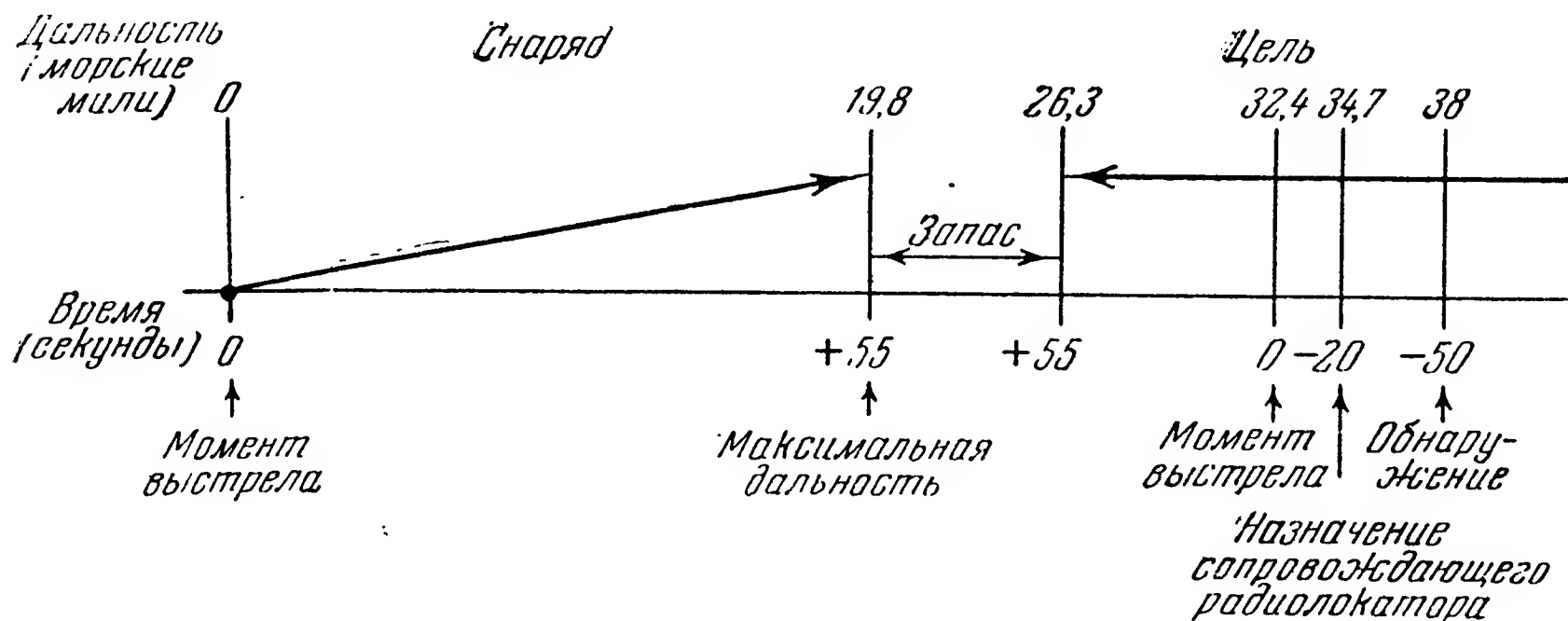


Рис. 17.1. Временные соотношения.

набор скорости, само по себе представляет нелегкую задачу. Для нашего случая мы примем, что через 6 сек после старта, пролетев расстояние в 0,5 морской мили, снаряд наберет скорость в 995 фут/сек ( $\approx 303$  м/сек), что соответствует по нормальной атмосфере скорости звука на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м). Далее, снаряд наберет скорость в 2627 фут/сек ( $\approx 800$  м/сек), что соответствует  $M = 2,64$  на высоте 30 000 футов ( $\approx 9000$  м), через 20 секунд после старта. Предположим, что в течение 14 сек снаряд шел со средней скоростью

$$\frac{1}{2}(995 + 2627) = 1811 \text{ фут/сек } (\approx 550 \text{ м/сек});$$

тогда за это время он покроет 4,2 мили и при  $t = 20$  сек будет иметь дальность в 4,7 мили ( $\approx 8,7$  км). Чтобы достигнуть своей максимальной дальности в 40 000 ярдов = 19,8 морской мили, снаряду потребуется дополнительное время

$$(19,8 - 4,7) \cdot \frac{6080,2}{2627} = 35 \text{ сек.} \quad (17.2)$$

Таким образом, снаряд будет иметь дальность 19,8 морской мили в момент  $t = 55$  сек. В течение этих 55 секунд цель пролетит еще 6,1 мили и приблизится на расстояние 26,3 мили ( $\approx 48,6$  км). С точки зрения достаточности времени, оказывается, существует

запас  $26,3 - 19,8 = 6,5$  морской мили, допускающий дополнительное мертвое время в 58 секунд без уменьшения дальности действия снаряда. Это можно рассматривать так же, как запас в смысле несколько более позднего обнаружения цели. Полученный здесь запас достаточен для того, чтобы не предпринимать никаких уточняющих расчетов, и показывает, что с точки зрения запасов времени система осуществима, если сопровождающий радиолокатор в состоянии выполнить предъявляемые к нему требования по дальности.

## 17.2. Вычисление дальности действия радиолокатора

Обычный способ определения дальности действия радиолокатора состоит в использовании специальной счетной линейки, работающей по формуле

$$R_{\max} = 5,44 \sqrt[4]{\frac{P_T G^2 \lambda^2 \tau F^{1/3}}{\overline{NF}}} A_E, \quad (17.3)$$

которая приведена под № 16 в «M-12 Radar Range Computer»<sup>1)</sup>, где

$R_{\max}$  — максимальная дальность радиолокатора в морских милях,

$P_T$  — излучаемая пиковая мощность в ваттах,

$G$  — выигрыш антенны по сравнению с изотропным излучателем,

$\lambda$  — длина волны в метрах,

$\tau$  — длительность импульса в секундах,

$F$  — частота повторения импульсов (число импульсов в секунду),

$\overline{NF}$  — фактор шумов приемника (безразмерный),

$A_E$  — эффективная площадь цели в  $m^2$ .

В рассматриваемом примере будет:

$$P_T = 200\,000 \text{ ватт},$$

$$G = \frac{G_t + G_r}{2} = \frac{41,5 + 27,4}{2} = 34,5 \text{ дб},$$

$$\lambda = 0,03 \text{ м}, \quad F = 400 \text{ импульсов в секунду}, \quad \tau = 1 \cdot 10^{-6} \text{ сек},$$

$$\overline{NF} = 15 \text{ дб}, \quad A_E = 40 \text{ м}^2.$$

Подстановка этих значений в (17.3) дает  $R_{\max} = 58$  морских миль; эта цифра основана на предположении, что вероятность обнаружения цели подсвечивающим радиолокатором и бортовым радиолокатором снаряда при их совместном действии равна 50%. Для

<sup>1)</sup> Nelson J. W., Jr., General Electric Company, 1951,

каждого из радиолокаторов мы должны воспользоваться произведением дальностей, равным  $58^2 = 3364$ . Если цель находится на расстоянии 34,7 миль от подсвечивающего радиолокатора, дальность действия бортового радиолокатора снаряда должна оказаться  $3364 : 34,7 = 97$  морских миль. Эта цифра может быть пересчитана на 90% вероятности при помощи кривой такого типа, как показано на рис. 8.3, но относящейся уже к данному конкретному радиолокатору. Если воспользоваться прямо кривой рис. 8.3, то при увеличении вероятности с 50 до 90% мы получим уменьшение дальности с 50 до 38; поэтому для рассматриваемого случая будет  $50 : 38 = 97 : R$ , откуда  $R = 74$  миль, что значительно перекрывает требование, обусловливаемое тактической задачей, именно дальность в 34,7 миль.

### 17.3. Артиллерийский комплекс управляемого снаряда

В артиллерийский комплекс управляемого снаряда должны входить следующие устройства, обладающие согласованными характеристиками: поисковый радиолокатор, система оценки обстановки и выработки распоряжений, подсвечивающий радиолокатор с характеристиками, соответствующими радиолокатору управления огнем, система окончательной оценки обстановки и окончательного назначения стартовой установки, счетно-решающий прибор для выработки правильного направления старта, стартовая установка, способная следовать за командами, получаемыми от счетно-решающего прибора. Кроме того, в комплекс входит система эксплуатации снаряда вместе со складами, сборочными помещениями и оборудованием для подготовки снаряда к пуску. Снаряд на себе самом имеет радиолокатор полуактивного самонаведения, способный работать в режиме поиска и затем захватить цель. Головка самонаведения относительно снаряда неподвижна. Чтобы в настоящей главе избежать рассмотрения вопросов, которые, возможно, выходят за пределы книги, посвященной лишь основам управления снарядами, мы предположим, что система самонаведения осуществляет чистое преследование. Такие факторы, как требования, налагаемые на следящие системы снаряда со стороны траектории цели, переходные процессы, появляющиеся в результате неточностей старта и изменения эффективности рулей в зависимости от скорости и высоты, будут рассмотрены в главе 18. Чтобы иметь отправные данные для определения полосы пропускания следящих систем радиолокатора, установленного на суше<sup>1)</sup>, мы предположим, что желательна минимальная дальность снаряда в 10 морских миль ( $\approx 18,5$  км).

<sup>1)</sup> О двух вариантах — корабельном и сухопутном — см. § 15.2, стр. 561. (Прим. перев.)



Кривые на рис. 7.7 в области  $\theta = 80^\circ$  недостаточно точны, и для нашего случая ими нельзя воспользоваться. Однако мы можем провести вычисления непосредственно по формулам (7.47) и (7.48), чтобы получить производные входного сигнала, порождаемого движением цели. Имеем:

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,5630, \\ V &= 400, \\ R &= 10\,770, \\ \cos \varphi_0 &= \frac{4000}{10\,770} = 0,3717, \\ \theta &= 80,59^\circ, \quad \cos \theta = +0,16361. \end{aligned}$$

Поэтому из уравнения (7.47) получим для момента старта:

$$\dot{\theta} = 57,291 \cdot \frac{0,5630 \cdot 400}{10\,770 \cdot \frac{4000}{10\,770}} 0,16361^2 = 0,086 \text{ град/сек.} \quad (17.4)$$

Из (7.48) получим:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -57,296 \cdot 0,0563^2 \cdot 0,16361^2 \cdot (-0,32254) = \\ &= 0,016 \text{ град/сек.} \end{aligned} \quad (17.5)$$

Как показано в главе 7, наиболее подходящей в качестве следящей системы сопровождения цели наземным радиолокатором при рассматриваемых тактических условиях будет «корректированная система первого основного типа», асимптотическая характеристика которой имеет чередование наклонов  $-1$ ,  $-2$ ,  $-1$ , как показано на рис. 7.10. Используя первые члены выражения (7.69), мы получим для ошибки сопровождения:

$$\varepsilon(t) = \frac{\dot{\theta}_i}{K\omega_1} + \frac{\ddot{\theta}_i}{K\omega_1^2} \left(1 - \frac{1}{N}\right). \quad (17.6)$$

Если мы выберем величины  $K$  и  $N$  при помощи метода, изложенного в главе 7, подходящими значениями в нашем гипотетическом примере будут  $K = 200$  и  $N = 10$ .

Прежде чем получить окончательный ответ на вопрос о полосе пропускания (сведенный теперь к выбору величины  $\omega_1$  в формуле (17.6)), необходимо установить максимальную допустимую величину ошибки  $\varepsilon(t)$ . Радиолокатор, работающий в X-диапазоне трехсантиметровом), с диаметром антенны в 5 футов имеет ширину



луча около  $1,6^\circ$ <sup>1)</sup>. Вопросы, связанные с требованиями к точности старта, разбираются в одном из последующих томов этой серии. Для работы бортового радиолокатора снаряда желательно, чтобы уровень сигнала высокой частоты оставался постоянным. Однако изменение ракурса цели относительно подсвечивающего радиолокатора и бортового радиолокатора снаряда вызывает значительные вариации. Чтобы уменьшить добавочные вариации силы сигнала, происходящие от ошибок в сопровождении цели подсвечивающим радиолокатором, обычно требуют их ограничения, например, величиной в 3 дб. Если принять это за оценку допустимой ошибки, то можно найти соответствующую угловую ошибку сопровождения. Свойства радиолокационных лучей рассмотрены в главе 10. Вообще форму луча поискового радиолокатора можно (для главного лепестка) с достаточной точностью описать при помощи соотношения

$$\frac{P_{ax}}{P_{\max}} = \left| \frac{\sin ax}{ax} \right|^2, \quad (17.7)$$

где  $x$  — угол, отсчитываемый от оси главного лепестка,  $a$  — постоянная,  $P_{ax}$  — мощность в направлении  $ax$ ,  $P_{\max}$  — максимальная мощность при  $ax = 0$ .

Определение направления по максимуму сигнала очень невыгодно, так как главный лепесток имеет сравнительно тупой максимум; лучше определять разность амплитуд сигналов в двух слегка смещенных лучах. Это смещение осуществляется при помощи вращения или переключения лепестков. Ширину луча обычно определяют как угол между направлениями на точки половинной мощности ( $b - b'$  на рис. 17.3); соответствующее этому значение  $ax$  можно определить из формулы (17.7):

$$\frac{1}{2} = \left| \frac{\sin ax}{ax} \right|^2, \quad (17.8)$$

откуда

$$ax \approx 79,73^\circ. \quad (17.9)$$

Поскольку рассматриваемая система имеет ширину луча в  $1,6^\circ$ , постоянная  $a$  определяется следующим образом:

$$a = \frac{79,73 \cdot 2}{1,6} = 99,66. \quad (17.10)$$

1) Величина  $1,6^\circ$  получена при помощи счетной линейки «G. E. Radar Range Computer». В книге: Ridenour L. N., Radar System Engineerings, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1947, p. 271 [или стр. 243 русского перевода (*Прим. перев.*)], приведена формула  $\theta \approx \frac{70\lambda}{D}$ , которая дает  $1,4^\circ$ . В книге: Silver Samuel, Microwave Antenna Theory and Design, McGraw-Hill Book Co., 1949, p. 437, делается различие между вертикальной и горизонтальной поляризацией: для горизонтальной  $\theta_H \approx \frac{72\lambda}{D}$ , для вертикальной  $\theta_E = \frac{80\lambda}{D}$ . Более точно ширину луча следует определять непосредственными измерениями.

Для сопровождающего радиолокатора угол смещения обычно выбирается из того условия, чтобы точка пересечения обеих диаграмм лежала на 1,5 дБ ниже максимума, как показано на рис. 17.3 точкой  $p$ . Если через  $\theta$  обозначить угол, определяющий действительное направление антенны относительно линии визирования цели, то

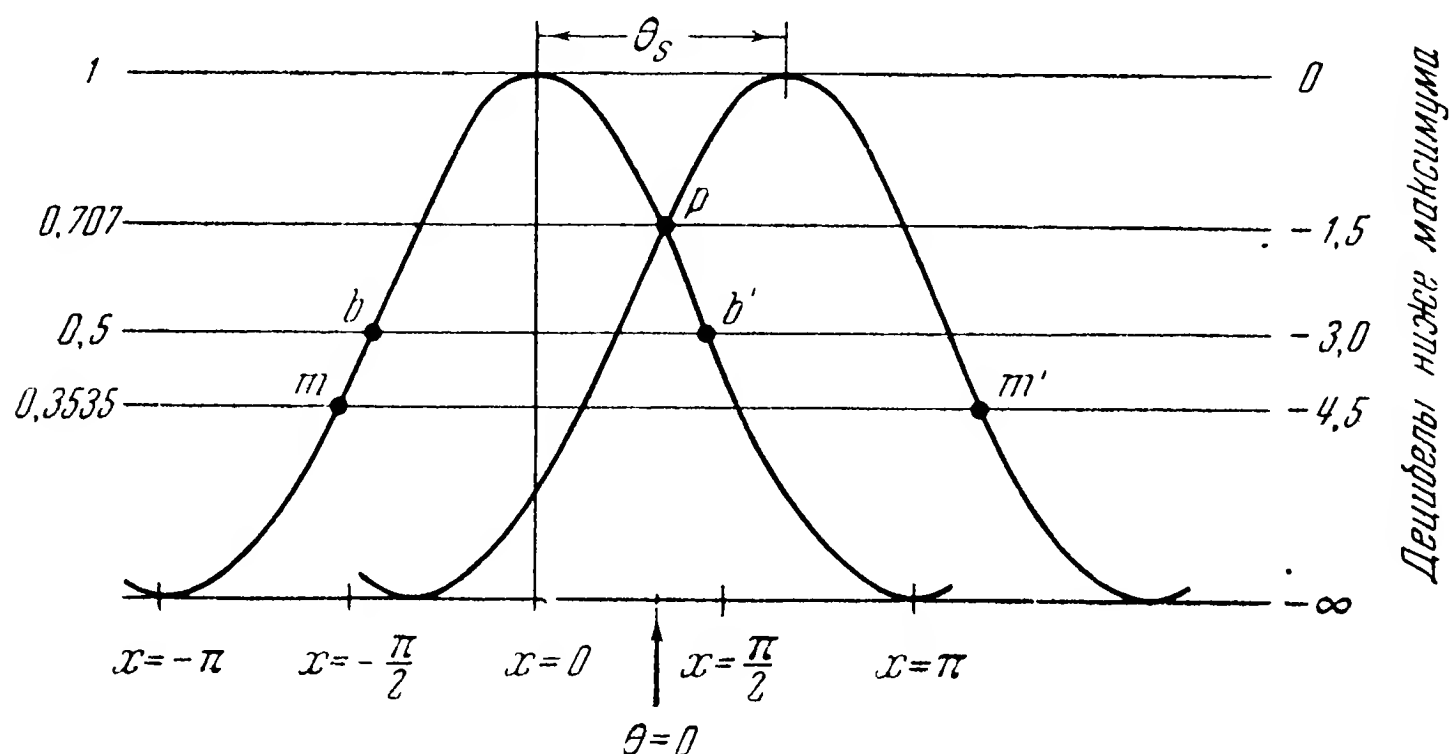


Рис. 17.3. Диаграмма направленности сопровождающей антенны.

точка  $\theta = 0$  показана на рис. 17.3, на котором главный лепесток представлен в его крайнем правом и крайнем левом положениях. Угол смещения  $\theta_s$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} 0,707 &= \left| \frac{\sin ax}{ax} \right|^2, \\ ax &= 57,41^\circ, \\ \theta_s &= 2ax = \frac{2 \cdot 57,41}{99,66} = 1,15^\circ. \end{aligned} \quad (17.11)$$

Представляет интерес найти угловое положение, при котором средняя мощность, полученная из крайних левого и правого положений лепестка, равна половине мощности при  $\theta = 0$ . Если левое положение описывается равенством (17.7), то для правого имеем:

$$\frac{P_{ax}}{P_{\max}} = \left| \frac{\sin(ax - 2 \cdot 57,41^\circ)}{ax - 2 \cdot 57,41^\circ} \right|^2. \quad (17.12)$$

Если мы напишем:

$$\text{«среднее»} = \frac{\text{лево} + \text{право}}{2},$$

то

$$2 \cdot \text{«среднее»} = \left| \frac{\sin ax}{ax} \right|^2 + \left| \frac{\sin(ax - 114,8^\circ)}{ax - 114,8^\circ} \right|^2. \quad (17.13)$$

Удвоенная средняя мощность при  $\theta = 0$  равна 1,414 от максимальной (в главном лепестке). Для случая предельной угловой ошибки

«среднее» равно половине значения при  $\theta = 0$ , или  $\frac{1}{2} \cdot 0,707 = 0,3535$ . Удвоенное «среднее» есть  $0,707$ . Поэтому из уравнения (17.13) получим:

$$0,707 = \left| \frac{\sin ax}{ax} \right|^2 + \left| \frac{\sin(ax - 114,8^\circ)}{ax - 114,8^\circ} \right|^2, \quad (17.14)$$

откуда

$$ax \approx 172,5^\circ, \quad (17.15)$$

$$\frac{172,5^\circ - 57,4^\circ}{99,66} = \frac{115,1^\circ}{99,66} = 1,155^\circ. \quad (17.16)$$

Таким образом, допустимая ошибка сопровождения есть  $\pm 1,155^\circ$  ( $m - m'$  на рис. 17.3) по сравнению с  $\pm 0,8^\circ$ , которая получилась бы при несканирующем радиолокаторе.

Возвращаясь теперь к уравнению (17.6), мы можем положить  $\epsilon = 1,155^\circ$ ,  $K = 200$ ,  $N = 10$ ,  $\dot{\theta}_i = 0,086$ ,  $\ddot{\theta}_i = 0,0016$ , откуда найдем желаемое значение  $\omega_1 = 0,0004 \text{ рад/сек}$ . Этот результат показывает, что система требует очень малой полосы пропускания. Таким образом, ясно, что определять полосу пропускания следящей системы радиолокатора будут не условия сопровождения цели до момента старта снаряда, а другие соображения.

Если корабль только наполовину переоборудуется под управляемые снаряды, то сопровождающие радиолокаторы системы управления снарядами могут быть использованы также в корабельных системах управления огнем. Тогда уже недостаточно, чтобы радиолокатор был предназначен только для управления снарядами; его характеристика должна удовлетворять также требованиям управления огнем. Таким образом, мы видим, что проектирование частного элемента системы должно быть подчинено более общим интересам.

Мы можем использовать тот же самый боковой курс цели для излучения требований, накладываемых на полосу пропускания следящей системы сопровождающего радиолокатора условиями сопровождения цели на траверзе, при реальном значении ошибки сопровождения.

Примем в качестве реально возможной ошибку сопровождения на траверзе равной  $\pm 0,00025 \text{ рад}$ . Тогда для

$$V = 400 \text{ узлов}, R_0 = 10\,770 \text{ ярдов}, \varphi_0 = \arctg \frac{10\,000}{4000} = 68,2^\circ$$

из рис. 7.8, пользуясь значением

$$\frac{V}{R_0 \cos \varphi_0} = \frac{400}{10\,770 \cdot 0,37137} = 0,1,$$

получим:

$$\dot{\theta}_{\max} = 3 \text{ град/сек}, \ddot{\theta}_{\max} = \ddot{\theta}_{\max} \approx 0.$$

Из рис. 7.7 видим, что  $\dot{\theta}_{\max}$  наблюдается на траверзе ( $\theta = 0$ ). Возвращаясь снова к уравнению (17.6) и подставляя туда

$$\varepsilon = 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot 57,296 = 0,014^\circ, \quad K = 200, \quad N = 10, \\ \dot{\theta}_i = 3 \text{ град/сек}, \quad \ddot{\theta}_i = 0,$$

находим

$$\omega_1 = 1,1 \text{ рад/сек.}$$

Изложенное выше показывает, какого рода исследования нужно провести для того, чтобы назначить полосу пропускания следящих систем радиолокатора. При действительном проектировании бывает нужно учесть еще много дополнительных соображений, так что для типового радиолокатора применяется полоса пропускания значительно более широкая, чем только что вычислено. Кроме того, помимо сопровождения по углам, существует еще сопровождение по дальности. Для него может быть использован прием, показанный в главе 7.

Полоса пропускания следящих систем стартовой установки не определяется из условий движения цели. Главными условиями, определяющими полосу, являются переброс оружия и качка. В течение 20 секунд, отведенных на захват цели после получения распоряжения об этом, стартовая установка должна следовать за радиолокатором без больших дополнительных ошибок. Удовлетворение этому условию и есть главное требование к полосе пропускания.

### 17.5. Стартовый счетно-решающий прибор

Этот счетно-решающий прибор предназначается для простого определения угла упреждения при гипотезе, что цель идет по прямой на постоянной скорости и высоте. Требования к его полосе пропускания — точно такие же, как и к следящим системам радиолокатора.

Очевидно, что это — обыкновенная задача управления огнем, которая рассмотрена в главе 2 и в которой угол упреждения вырабатывается путем интегрирования угловой скорости линии визирования, умноженной на некоторую постоянную, определяемую временем полета снаряда от момента старта до начала эффективного управления снарядом; к этому последнему моменту ось снаряда должна быть направлена прямо на цель.

В том случае, когда окажется, что угол упреждения невелик по сравнению с существующими стартовыми ошибками, можно обойтись без счетно-решающего прибора.

### 17.6. Стабилизация при качке корабля

Поскольку наша гипотетическая система управления — корабельная, существует проблема исключения качки корабля. При отсутствии стабилизации ошибка сопровождения будет увеличиваться за

счет бортовой и килевой качки. Система стабилизации использует гироскопы и может исключить влияние качки в любых условиях, если эти условия вообще допускают применение управляемых снарядов. Мы указываем здесь на эту проблему лишь в качестве примера вопросов, с которыми приходится сталкиваться при изучении систем управления снарядами.

### 17.7. Бортовой радиолокатор снаряда

Бортовой радиолокатор снаряда в нашем примере представляет собой только радиолокационный приемник (без передатчика), получающий сигналы от антенны, неподвижной относительно снаряда. Антенна монтируется в голове снаряда вместе с обтекателем. Диаграмма направленности антенны имеет нужный нам главный лепесток, который занимает впереди снаряда некоторый объем.

**Определение дальности.** Чтобы определить местонахождение цели, используется блок дальности. Объем, занимаемый в пространстве главным лепестком, разделяется на части правую и левую, верхнюю и нижнюю при помощи диаграммы направленности и, кроме того, по дальности, в направлении линии снаряд — цель — при помощи ширины строга. Таким путем сводится к минимуму возможность перемешивания сигналов, но для обеспечения надежности сопровождения и соответственно самонаведения необходимо принять еще дополнительные меры. Одной из таких мер является проектирование блока дальности не только в соответствии с характеристиками сигнала, получаемого от движущейся цели, но с расчетом на то, чтобы блок дальности продолжал работать некоторое время даже *при отсутствии сигнала*. Речь идет о том, чтобы наделить блок дальности своего рода памятью, которая позволила бы ему продолжать сопровождение в случае временного замирания сигнала от цели. В главе 7 мы связывали характеристики следящей системы с ее полосой пропускания. Поэтому сейчас желательно выразить свойство памяти через сопрягающие или опорные частоты, введенные в главе 7.

**Запоминание скорости.** При проектировании всякой следящей системы важно изучить свойства входного сигнала, чтобы правильно выбрать передаточные характеристики системы. В случае следящей системы блока дальности это можно сделать путем рассмотрения типичной тактической обстановки. Можно построить график зависимости дальности от времени и путем последовательного графического дифференцирования построить графики ее первой и второй производных. В инженерном приближении для вычисления ошибок обычно применяемых следящих систем достаточно этих трех величин: дальности и ее двух производных. Задача проектирования состоит в том, чтобы выбрать систему, которая дает ошибку, заключающуюся

внутри некоторых допустимых пределов, и одновременно с этим требует наименьшей полосы пропускания.

Желательно, чтобы в случае временной потери сигнала блок дальности продолжал обрабатывать дальность в соответствии со скоростью, существовавшей в момент исчезновения сигнала. Если предположить, что продолжительность исчезновения сигнала невелика, то подобное устройство позволяет осуществлять непрерывное сопровождение цели. Это свойство и называется *запоминанием скорости* или *памятью по скорости*. Желательно связать действие памяти по скорости с частотными характеристиками разомкнутого контура.

На рис. 17.4 показана эквивалентная схема рассматриваемого блока дальности в форме, пригодной для изучения характеристик. Эта система отнюдь не рекомендуется для практического применения

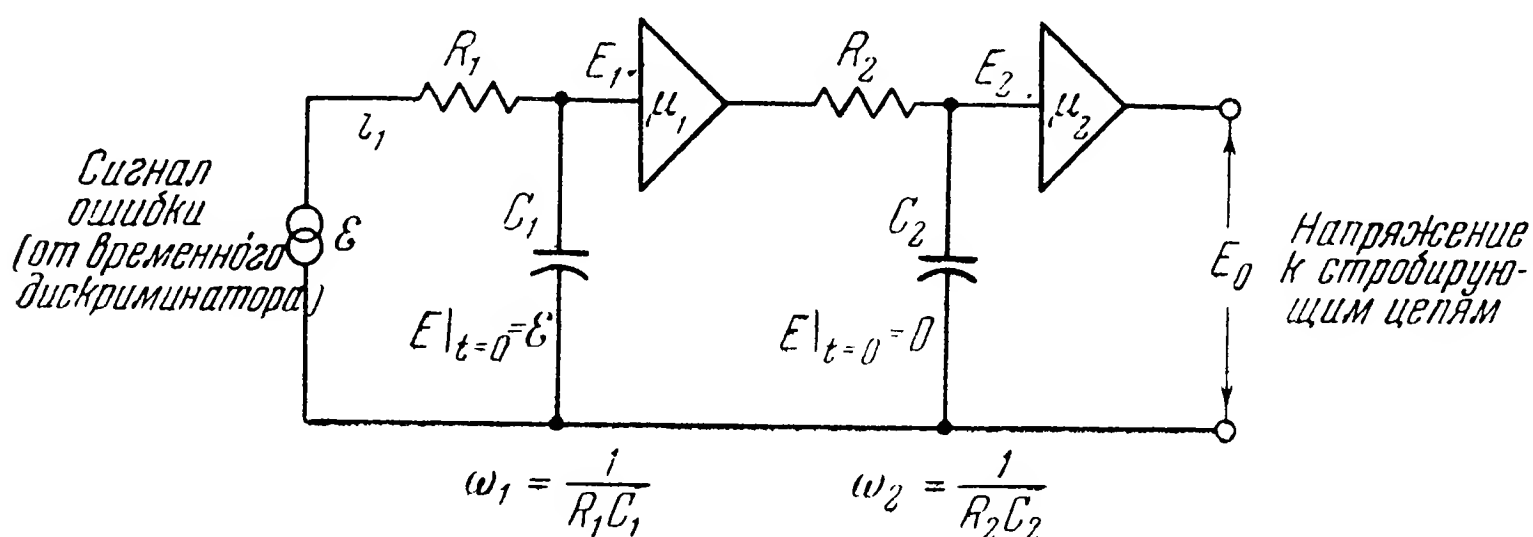


Рис. 17.4. Эквивалентная схема блока дальности.

и выбрана лишь для примера. Начальные условия мы выбираем в предположении, что сопровождение на постоянной скорости существовало достаточно долго для того, чтобы первый каскад можно было считать работающим в установившемся режиме. В соответствии с этим конденсатор  $C_1$  в момент  $t = 0$  (момент пропадания отраженного импульса) будет заряжен полным напряжением сигнала ошибки  $\mu_1 E_1$ . Поскольку на практике напряжение на втором конденсаторе  $C_2$  никогда не превосходит немногих процентов от напряжения  $\mu_1 E_1$ , мы предположим, что при  $t = 0$  напряжение на конденсаторе  $C_2$  равно нулю. Влияние переходного процесса на входе (потеря отраженного от цели сигнала) может быть изучено путем применения обычных приемов анализа переходных процессов. Для первой секции мы имеем:

$$i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt = \varepsilon. \quad (17.17)$$

Изображение уравнения (17.17) (напомним, что начальные условия ненулевые и что направление тока  $i_1$  изменяется на обратное)



будет:

$$I_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \frac{I_1}{s} = \frac{\varepsilon}{s}, \quad (17.18)$$

где для установившегося состояния  $s = j\omega$ . Вход первого усилителя есть

$$E_1 = I_1 R_1 = \frac{\varepsilon}{s} \frac{1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} R_1 = \frac{\varepsilon}{s + \frac{1}{C_1 R_1}} = \left( \frac{1}{s + \omega_1} \right) \varepsilon. \quad (17.19)$$

Для второго каскада мы имеем на фильтре вход  $\mu_1 E_1$ , сопрозожаемый усилением  $\mu_2$ . Поэтому

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\mu_1 E_1}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \cdot \frac{1}{sC_2} \mu = \\ &= \mu_1 \mu_2 E_1 \left( \frac{1}{1 + sC_2 R_2} \right) = \frac{\mu_1 \mu_2 E_1}{C_2 R_2} \left( \frac{1}{s + \frac{1}{C_2 R_2}} \right). \end{aligned} \quad (17.20)$$

Подставляя сюда выражение для  $E_1$  из (17.19) и вводя обозначение  $\frac{1}{C_2 R_2} = \omega_2$ , получим:

$$E_0 = \mu_1 \mu_2 \left( \frac{1}{s + \omega_1} \right) \left( \frac{\omega_2}{s + \omega_2} \right) \varepsilon. \quad (17.21)$$

Используя пару оригинал — изображение № 448 из «Fourier Integrals for Practical Application», Campbell and Foster, мы получим:

$$E_0 = \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) (e^{-\omega_1 t} - e^{-\omega_2 t}) \varepsilon. \quad (17.22)$$

Равенство (17.22) показывает, что выходное напряжение  $E_0$  имеет вид разности двух экспонент. На практике обычно  $\omega_1 \ll \omega_2$ , и график функции (17.22) имеет вид, показанный на рис. 17.5. Наклон этой функции находим дифференцированием:

$$\frac{dE_0}{dt} = \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) (-\omega_1 e^{-\omega_1 t} + \omega_2 e^{-\omega_2 t}) \varepsilon. \quad (17.23)$$

Максимальное значение  $E_0$  получается при  $t$ , определяемом из

$$-\omega_1 e^{-\omega_1 t} + \omega_2 e^{-\omega_2 t} = 0,$$

т. е.

$$t|_{\max E_0} = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \ln \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

или, переходя к десятичным логарифмам,

$$t|_{\max E_0} = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \cdot 2,3 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (17.24)$$

Само максимальное значение  $E_0$  будет:

$$E_{0 \max} = \varepsilon \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) \left( e^{-\frac{\omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \cdot 2,3 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}} - e^{-\frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \cdot 2,3 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}} \right). \quad (17.25)$$

В качестве типичного можно взять соотношение  $\omega_2 = 10\omega_1$ . Тогда

$$t|_{\max E_0} = \frac{2,3}{9} \cdot \frac{1}{\omega_1} = \frac{0,256}{\omega_1} \quad (17.26)$$

и

$$E_{0 \max} = \varepsilon \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) \left( e^{-\frac{2,3}{9}} - e^{-\frac{2,3}{0,9}} \right) = \varepsilon \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) 0,697. \quad (17.27)$$

Начальный наклон получим, положив в уравнении (17.23)  $t = 0$ . Это дает:

$$\left( \frac{dE_0}{dt} \right)_{t=0} = \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon. \quad (17.28)$$

Для цели, летящей с постоянной скоростью и сопровождавшейся до момента потери входного сигнала, имеем равенство

$$\left( \frac{dE_0}{dt} \right)_{t=0} t = \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon t, \quad (17.29)$$

что на рис. 17.5 показано пунктирной прямой.

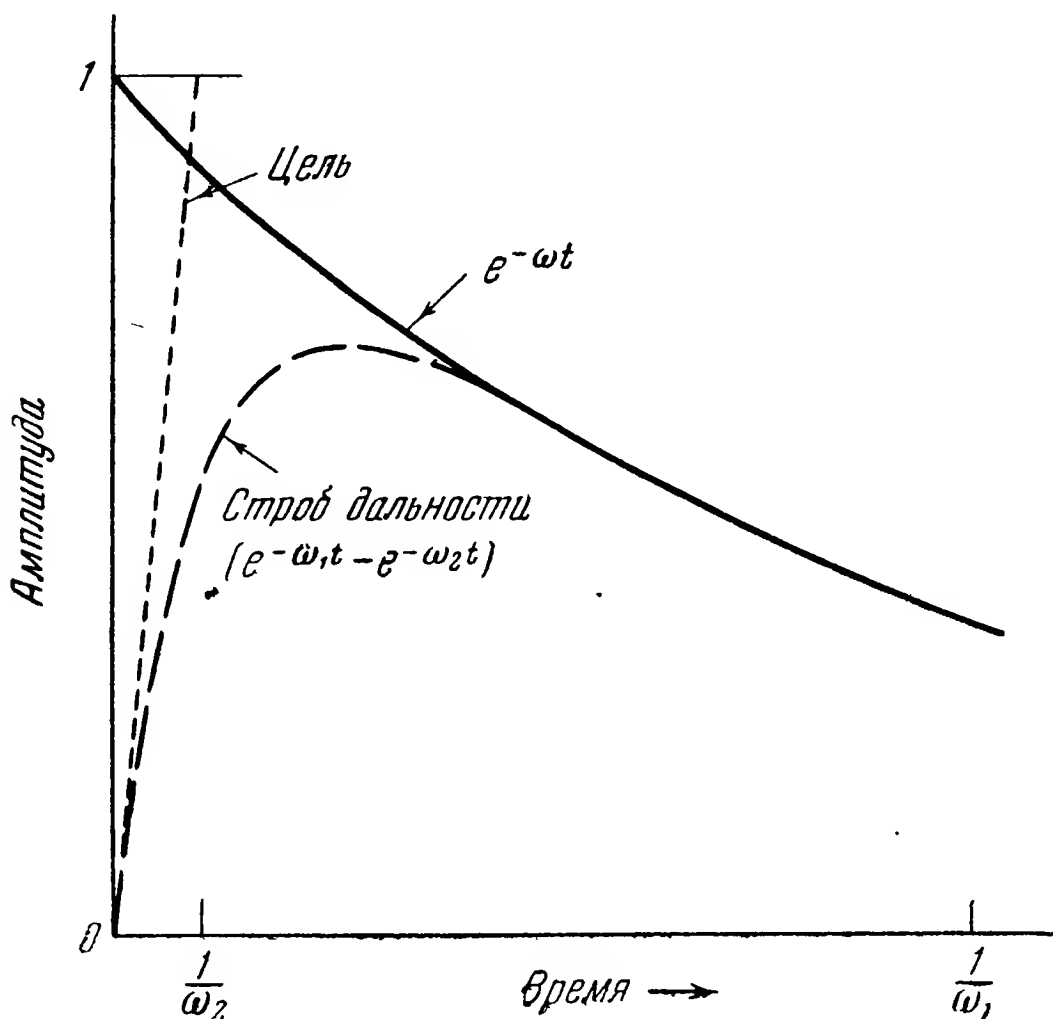


Рис. 17.5. Экспоненты в переходных процессах блока дальности.

Описанный здесь блок дальности с двумя интегрирующими контурами называется блоком, имеющим *память по скорости* в

противоположность блоку с одним контуром, имеющим только *память по положению*. Время, протекшее с момента потери сигнала, до того момента, когда расхождение между положением цели, движущейся с постоянной скоростью, и положением строба достигнет

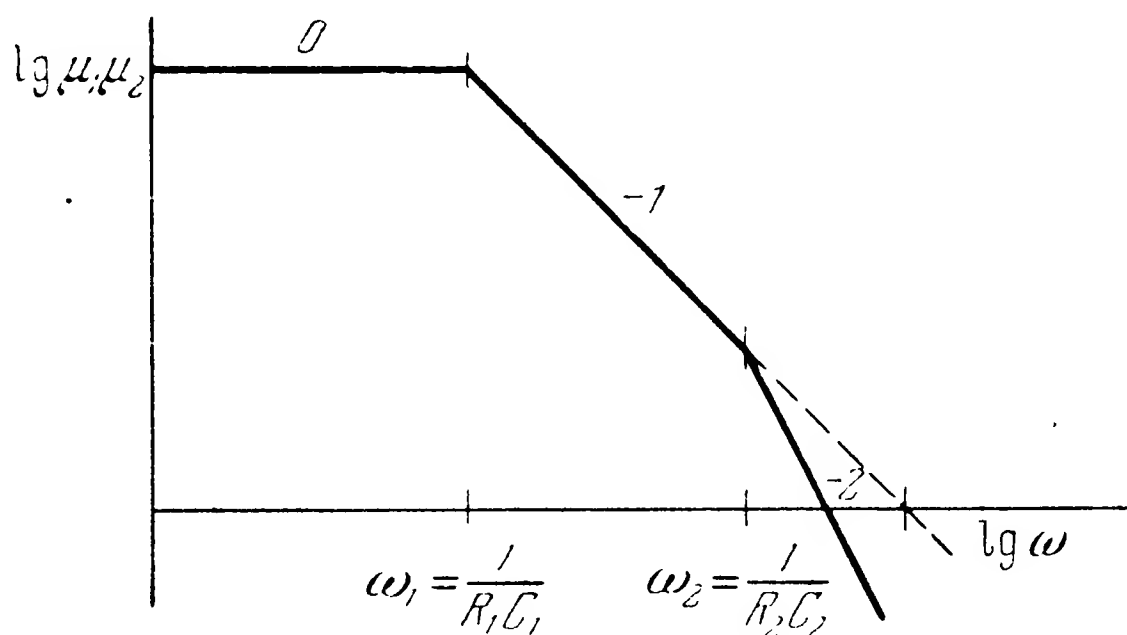


Рис. 17.6. Асимптотическая характеристика блока дальности.

заданной допустимой ошибки  $\varepsilon'$ , называется *длительностью памяти*. Из уравнений (17.29) и (17.22) мы имеем:

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon t - \mu_1 \mu_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \right) (e^{-\omega_1 t} - e^{-\omega_2 t}) \varepsilon = \\ &= \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon \left[ t - \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} (e^{-\omega_1 t} - e^{-\omega_2 t}) \right]. \end{aligned} \quad (17.30)$$

Чтобы решить это уравнение относительно  $t$  и получить время в явном виде, разложим его правую часть в ряд. Получим:

$$\varepsilon' = \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon \left[ t - \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \right) \left( 1 - \omega_1 t + \frac{\omega_1^2}{2} t^2 - \dots - 1 + \omega_2 t - \frac{\omega_2^2}{2} t^2 + \dots \right) \right],$$

или

$$\varepsilon' \approx \mu_1 \mu_2 \omega_2 \varepsilon \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \right) (\omega_1^2 - \omega_2^2) \frac{t^2}{2}. \quad (17.31)$$

Разрешая относительно  $t$ , имеем:

$$t_c = \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}}} \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon'}{\mu_1 \mu_2 \varepsilon}}, \quad (17.32)$$

где

$t_c$  — длительность памяти,

$\omega_1$  — сопрягающая частота первого интегрирующего контура,

$\omega_2$  — сопрягающая частота второго интегрирующего контура,

$\varepsilon'$  — ошибка по дальности после потери сигнала (часто берется равной половине ширины строба),

$\mu_1$  — усиление первого усилителя,

$\mu_2$  — усиление второго усилителя,

$\varepsilon$  — ошибка по дальности в момент потери сигнала.

Для разобранных выше примера ( $\omega_2 = 10\omega_1$ ) с ошибкой меньше 5% можно пользоваться формулой

$$t_c \approx \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{2\varepsilon'}{\mu_1\mu_2\varepsilon}}. \quad (17.33)$$

Амплитудно-частотная характеристика блока дальности с двукратным интегрированием представлена на рис. 17.6 (на котором показаны только асимптотические отрезки).

Длительность памяти изменяется обратно пропорционально частоте, с которой начинается наклон — 2. Это утверждение тем точнее, чем ближе к нулю отношение  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ . Точное выражение дается формулой (17.32).

### 17.8. Замечание

Не следует считать, что материал, приведенный в настоящей главе, исчерпывает весь объем исследований, необходимых для определения характеристик некоторой системы управления. Его нужно рассматривать просто как попытку показать тип и разнообразие соображений, с которыми приходится иметь дело. В следующей главе мы приведем соображения, касающиеся собственно снаряда той же самой гипотетической системы.

## ГЛАВА 18

### ПОЛОСА ПРОПУСКАНИЯ БОРТОВОГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДОМ

В настоящей главе продолжается изучение проблем, поставленных в предыдущей главе, в части, касающейся бортового контура управления, т. е. того контура, все элементы которого находятся на борту снаряда. В главе 17 поставлена тактическая задача, даны требования к гипотетическому комплексу управляемого снаряда и указан общий характер системы управления. В настоящей главе тактическая задача изучается с точки зрения выбора полосы бортового контура управления и определения окончательной точности системы. Рассматриваются переходные процессы, появляющиеся после старта. Исследуется бортовой контур для самонаводящегося снаряда, использующего метод чистого преследования. При изучении автопилотного контура рассматривается полоса органов управления снарядом и гироскопических элементов. Используется кинематика метода управления и самого снаряда. В дополнение к этому будет изучена полоса контура управления креном, увязанного с остальными частями системы.

#### 18.1. Общие вопросы

Тактическая постановка задачи состоит в следующем. Целью является бомбардировщик с эффективной отражающей площадью в 40 кв. футов<sup>1)</sup>. Цель летит прямолинейно со скоростью в 400 узлов ( $\approx 200$  м/сек), причем ее курс таков, что наименьшее расстояние от корабля-снарядоносца равно 4000 ярдов ( $\approx 3600$  м). Высота цели постоянна и равна 30 000 футов ( $\approx 9000$  м).

Предположим, что цель была обнаружена поисковым радиолокатором, находящимся или на корабле-снарядоносце, или на любом другом корабле соединения, что она уже захвачена поисковым радиолокатором корабля-снарядоносца и что ее вероятные намерения оценены. После опознания самолета как неприятельского бой с ним поручен кораблю-снарядоносцу, после чего положение цели

---

<sup>1)</sup> В главе 17 эффективная площадь была принята в 40 м<sup>2</sup>. (Прим. перев.)

и элементы ее движения переданы системе управления, которая уже подсвечивает цель при помощи радиолокатора системы управления. Стартовая установка, на которой находится снаряд с ускорителем ориентирована так, что снаряд направлен прямо на цель. .

Система управления в этом гипотетическом примере есть полу-активное самонаведение, причем антенна бортового радиолокатора жестко связана с корпусом снаряда и направлена точно вдоль его продольной оси. Приемник бортового радиолокатора начинает работать, когда снаряд еще находится на стартовой установке; однако до конца разгона сигнал, вырабатываемый радиолокационным приемником, еще не приводит в действие органы управления снаряда. Вследствие влияния ветра и других неопределенностей в баллистике снаряда, проявляющихся в течение разгона, к началу управления снаряд будет, с точки зрения системы управления, находиться в неправильном положении. Вследствие этого, когда управляющие сигналы будут, наконец, поданы к органам управления, появится переходный процесс; для того чтобы снаряд мог лететь к цели по желаемой траектории, этот переходный процесс должен затухнуть. Так как антенна бортового радиолокатора внутри снаряда неподвижна, то при функционировании системы управления сам снаряд всегда будет направлен на цель. Поэтому траектория снаряда будет траекторией чистого преследования<sup>1)</sup>.

Радиолокационный приемник на снаряде вырабатывает управляющий сигнал, пропорциональный отклонению оси снаряда от направления снаряд — цель. Когда снаряд находится на стартовой установке и цель захвачена, а также в продолжение разгона управляющий сигнал не поступает в бортовой контур управления. По окончании разгона какое-нибудь устройство выдержки времени или переключатель иного типа вводит этот сигнал в бортовой контур управления. В этот момент система может оказаться подверженной воздействию большого сигнала ошибки, пропорционального углу рассогласования между осью снаряда и направлением снаряд — цель. Сигнал подводится к автопилоту, контур которого состоит из рулевых машинок, рулей, корпуса снаряда и прецессионных гироскопов или других устройств, измеряющих элементы движения снаряда. Выходом автопилотного контура являются элементы движения корпуса снаряда. В настоящей главе мы рассмотрим только движение тангажа. Те же самые рассуждения могут быть применены и к движению рысканья, поскольку мы рассматриваем крестообразный (четыrehкрылый) снаряд. Выходом корпуса снаряда является угол тангажа, т. е. угол, который

---

<sup>1)</sup> Это не точно. При чистом преследовании на цель должен быть направлен вектор скорости снаряда, а не линия, связанная со снарядом, например его продольная ось, как принято в данном примере. Эти два направления совпадают только в том случае, когда угол атаки и угол скольжения оба тождественно равны нулю. (*Прим. перев.*)



ось антенны составляет с произвольным неподвижным направлением, принятым за ось координат.

При помощи соответствующего математического преобразования мы из угла тангажа можем получить угол наклона траектории снаряда, т. е. направление вектора его скорости. Отсюда путем интегрирования по времени мы получаем траекторию снаряда. Поскольку и снаряд и цель движутся, направление снаряд — цель будет переменным. Изменение направления снаряд — цель входит в контур управления в виде передаточных характеристик кинематического элемента. Мы рассмотрим передаточные характеристики каждого элемента в бортовом контуре управления, используя для этого характеристики корпуса снаряда из главы 14 применительно к тактической задаче, изложенной в главе 17.

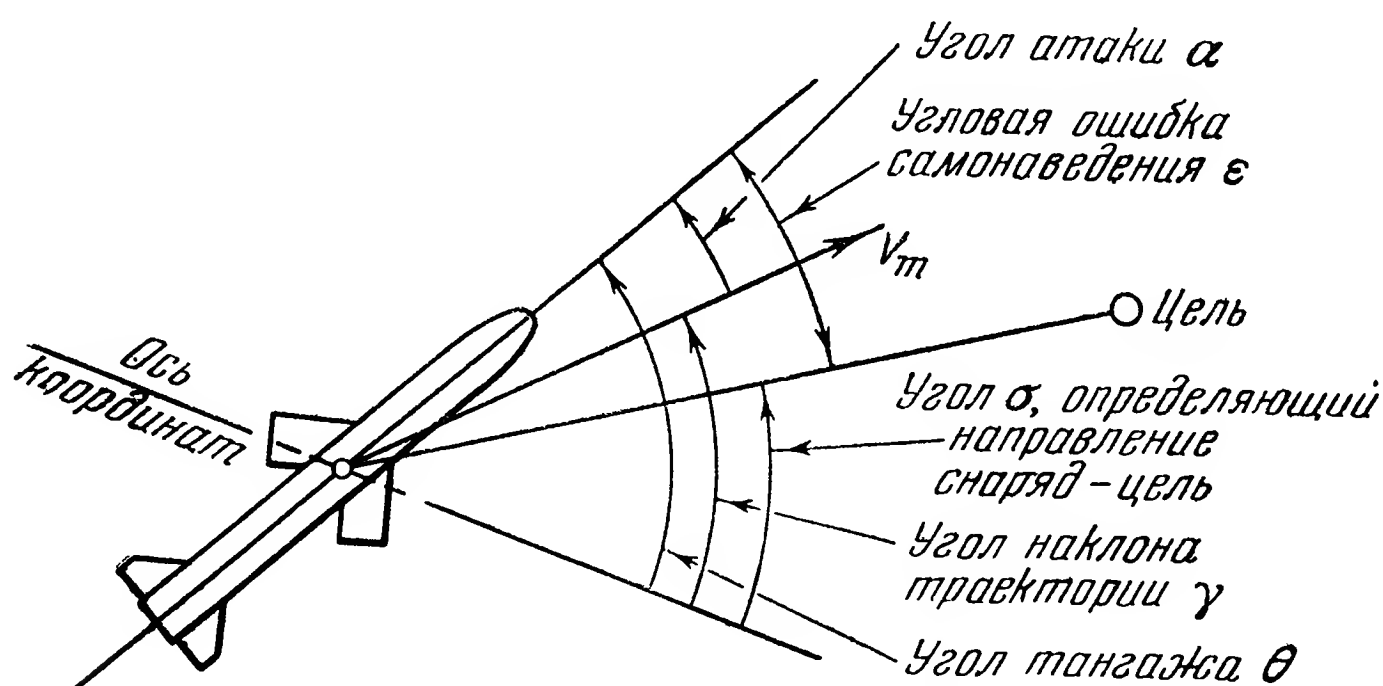


Рис. 18.1. Определение углов, используемых при решении задачи встречи.

Определения углов, входящих в нашу задачу, приведены на рис. 18.1. При отсутствии ошибки угол тангажа  $\theta$  и угол, определяющий направление снаряд — цель, совпадают. Угловая ошибка самонаведения, измеряемая бортовым радиолокатором, есть  $\epsilon$ . Центр инерции снаряда движется вдоль вектора скорости под углом  $\gamma$  к выбранной оси координат; угол  $\gamma$  есть угол наклона траектории. Разность между углом тангажа и углом наклона траектории есть угол атаки  $\alpha$ <sup>1)</sup>.

Упрощенная блок-схема бортового контура управления показана на рис. 18.2. Как уже говорилось, бортовая антенна направлена на цель, а ее ось совпадает с продольной осью снаряда. Эффект движения снаряда учитывается как обратная связь от кинематического элемента к направлению оси антенны (или оси снаряда, что одно и то же). Эффект движения цели учитывается как вход, образуемый

<sup>1)</sup> Если крыло установлено так, что его хорда параллельна продольной оси снаряда. (Прим. перев.)

углом наклона линии снаряд — цель. Выходами корпуса снаряда являются изменения угла тангажа и угла наклона траектории. Кине-

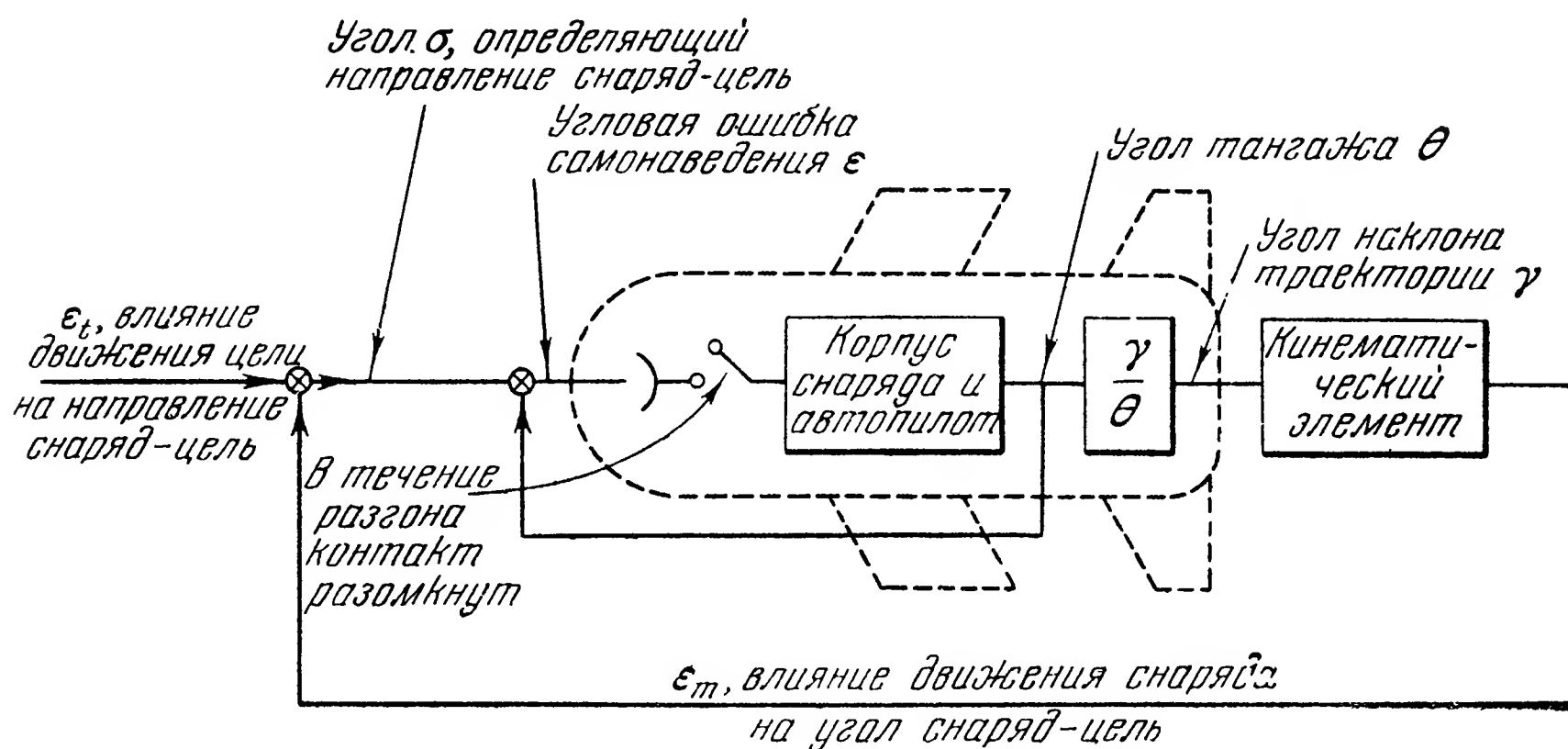


Рис. 18.2. Контур системы управления при чистом преследовании.

матический элемент представляет собой изменение наклона линии снаряд — цель, вызываемое изменением угла наклона траектории.

## 18.2. Геометрические соотношения и кинематика

На рис. 18.3 показан вектор скорости снаряда  $V_m$  и вектор скорости цели  $V_t$ . Используя составляющие этих векторов по нормали к направлению снаряд — цель, мы получим выражение угловой скорости вращения линии снаряд — цель:

$$-\dot{\sigma} = \frac{V_m \sin(\gamma - \sigma)}{R} + \frac{V_t \sin \beta}{R}, \quad (18.1)$$

где через  $R$  обозначено расстояние между снарядом и целью. Правая часть выражения (18.1) состоит из двух членов; в первый входит скорость снаряда  $V_m$ ; он определяет собой часть кинематического элемента в обратной связи, зависящую от движения снаряда; второй член содержит скорость цели  $V_t$ ; он определяет другую часть кинематического элемента, зависящую от движения цели.

Кинематика движения снаряда. Антенна в голове снаряда есть чувствительный элемент, подводящий к приемнику свой выход, пропорциональный углу между направлением оси снаряда и линии снаряд — цель. Этот сигнал ошибки или соответствующий ему угол определяет по величине и направлению угловую ошибку самонаведения. Чтобы найти передаточные характеристики кинематических элементов (рис. 18.2), предположим, что контур разомкнут и выход радиолокационного приемника не исправляет ошибку

самонаведения. Если корпус снаряда отклонен на некоторый угол от линии снаряд — цель, то это вызовет непрерывное появление напряжения ошибки на выходе приемника. Напряжение ошибки математически может быть выражено в виде  $E = K_1(\gamma - \sigma)$ . Кроме того, появляется угловая скорость  $\dot{\epsilon}$ , которая пропорциональна  $\gamma - \sigma$ . Математически это можно выразить так:  $\dot{\epsilon} = \omega_1(\gamma - \sigma)$ . Параметр  $\omega_1$  равен отношению скорости снаряда к расстоянию между снарядом и целью, умноженному на коэффициент пропорциональности  $K_2$ .

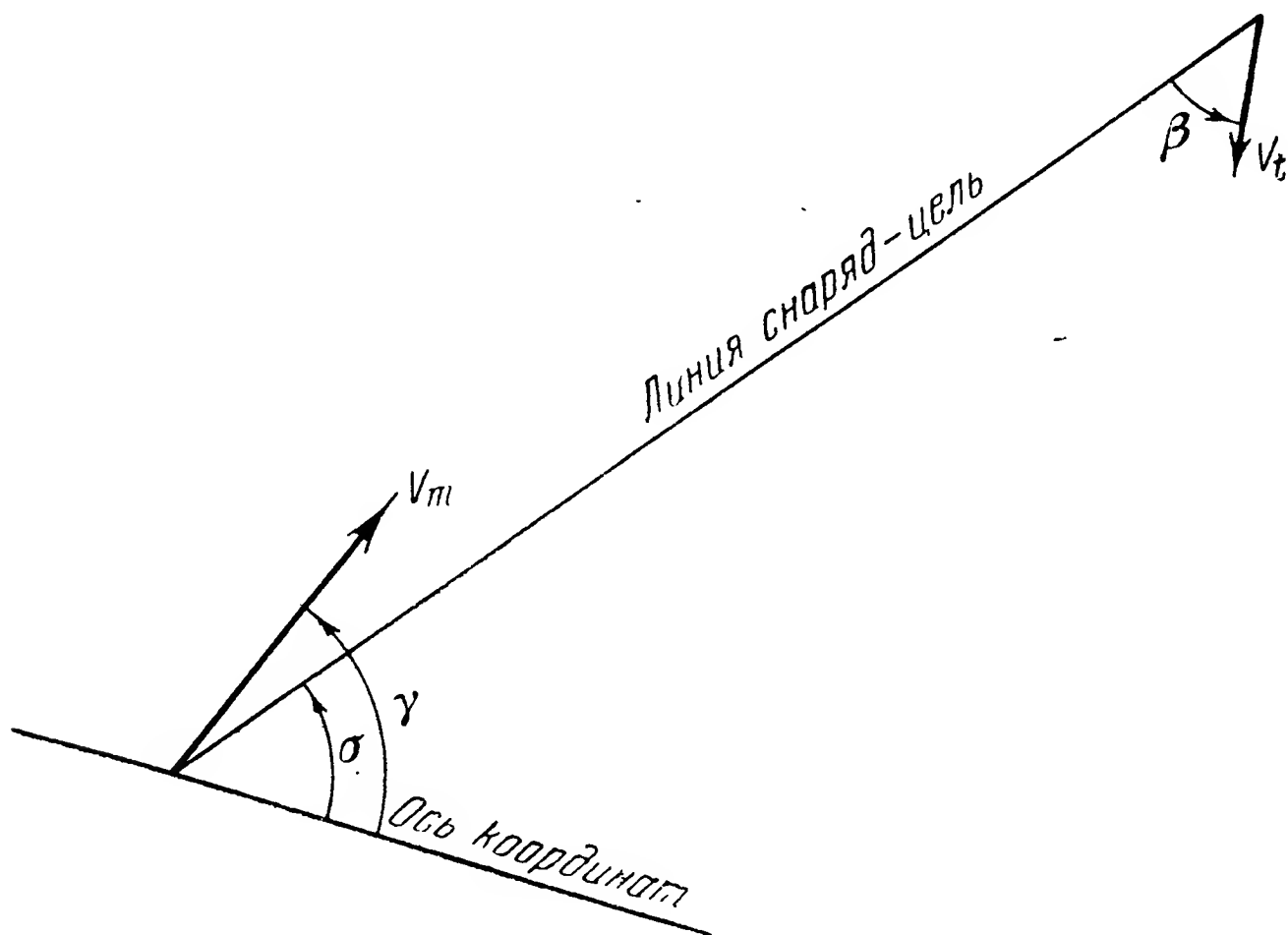


Рис. 18.3. Геометрические соотношения.

Общий сигнал ошибки равен сумме этих двух членов. Положив  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 1$  и интегрируя обе части выражения для  $\epsilon$ , получим передаточную функцию для угловой ошибки в виде

$$\frac{\epsilon_m}{\gamma - \sigma} = 1 + \frac{\omega_1}{s}, \quad (18.2)$$

где  $\omega_1 = \frac{V_m}{R}$ ,  $s$  — переменная в преобразовании Лапласа,  $\frac{\epsilon_m}{\gamma - \sigma}$  — постоянная (по предположению).

Когда расстояние между снарядом и целью велико, то  $\omega_1$  мало, поэтому  $\frac{\omega_1}{s}$  мало по сравнению с единицей. Отсюда видно, что при этих условиях влияние члена с интегралом невелико. Другими словами, угловая скорость линии снаряд — цель невелика. При уменьшении расстояния модуль  $\frac{\omega_1}{s}$  увеличивается. Связанный с этим членом сдвиг фазы на  $90^\circ$  при малых расстояниях может вызвать появление неустойчивости. По мере уменьшения расстояния фаза  $\epsilon_m$  все больше отстает от фазы входа.

Кинематика движения цели. Рассмотрим теперь второй член в формуле (18.1), именно  $\frac{V_t \sin \beta}{R}$ . Он выражает влияние движения цели на положение линии снаряд — цель, которое вызывает в направлении оси антенны ошибку  $\varepsilon_t$ . Мы можем написать:

$$\varepsilon_t = V_t \int_0^t \frac{\sin \beta}{R} dt. \quad (18.3)$$

Поскольку мы рассматриваем передаточную функцию, где  $\varepsilon_t$  является выходом, а угол  $\beta$  — входом, то можно написать:

$$\frac{\varepsilon_t}{\beta} = \frac{V_t}{\beta} \int_0^t \frac{\sin \beta}{R} dt. \quad (18.4)$$

Если мы сделаем предположение, что в течение некоторого промежутка времени угол  $\beta$  и расстояние  $R$  имеют некоторые определенные значения и не являются функциями времени, и поскольку  $\varepsilon_t$  можно также считать постоянной, мы можем уравнение (18.4) написать в форме

$$\frac{\varepsilon_t}{\beta} = \frac{\omega_2}{s}, \quad (18.5)$$

где

$$\omega_2 = \frac{V_t \sin \beta}{R\beta}.$$

Таким образом, мы видим, что влияние движения цели выражается в виде передаточной функции простого интегратора. Величина  $\omega_2$  зависит от скорости цели  $V_t$ , дальности  $R$  и угла  $\beta$ . На больших дальностях значение  $\omega_2$  невелико, так что движение цели мало влияет на угловую скорость линии снаряд — цель. Однако при малых дальностях небольшие возмущения в движении цели (а также и снаряда) могут вызвать большие вариации направления линии снаряд — цель. Это в свою очередь вызывает необходимость в больших поправках со стороны системы управления и в больших отклонениях рулей. Когда дальность стремится к нулю,  $\frac{\varepsilon_t}{\beta}$  стремится к бесконечности, вследствие чего потребная полоса системы также стремится к бесконечности; эти условия должны привести к неустойчивости. В главе 19, § 19.6 подобные же кинематические рассуждения будут проведены для случая наведения по лучу. Будет показано, что в случае наведения по лучу также появляется член

$$V_m \int_0^t \frac{1}{R} dt,$$

который типичен для кинематических элементов в обратной связи систем управления.

### 18.3. Автопилотный контур

Передаточные характеристики четырехкрылого снаряда были получены нами в главе 14. Рис. 18.4 и 18.5 повторяют рис. 14.12 и 14.13; они приведены здесь для удобства читателя. На них показаны передаточные функции от отклонения руля к углу тангажа

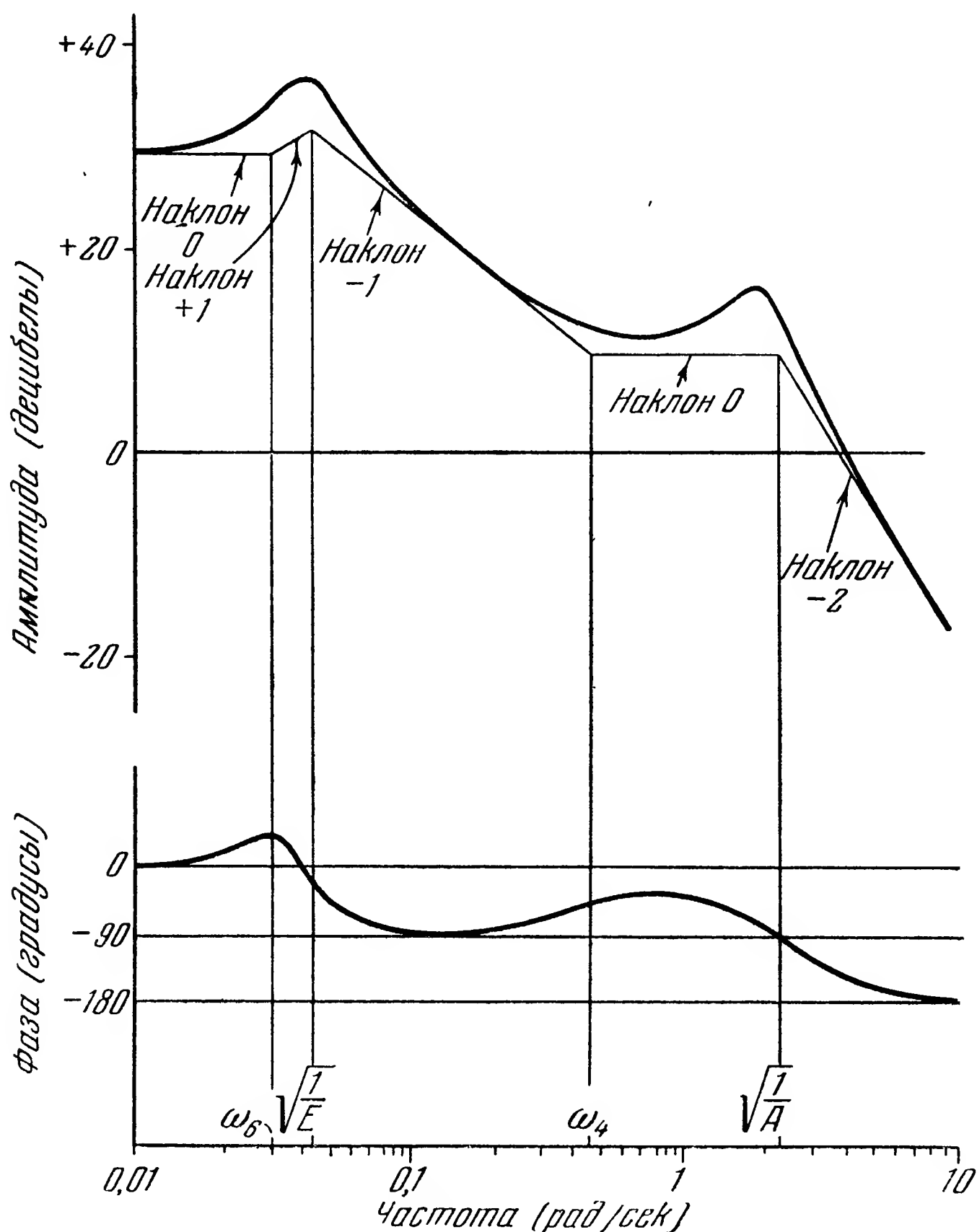


Рис. 18.4. Отклик угла тангажа  $\theta$  на отклонение руля  $\delta_E$ .

и углу наклона траектории. Наклон — 1 асимптотической характеристики для угла наклона траектории означает, что скорость вращения касательной к траектории пропорциональна отклонению руля. Желательно, чтобы эта пропорциональность сохранялась во всей полосе частот, которая используется в бортовом контуре управления. С этой целью следует корпус снаряда замкнуть обратной связью в виде автопилота. С точки зрения передаточной функции автопилот есть просто приспособление, которое измеряет угол тангажа или

угол наклона траектории, и при помощи результатов этого измерения модифицирует вход рулевых машинок так, чтобы получить более выгодное соотношение между откликом (изменением угла наклона траектории) и входным управляющим сигналом.

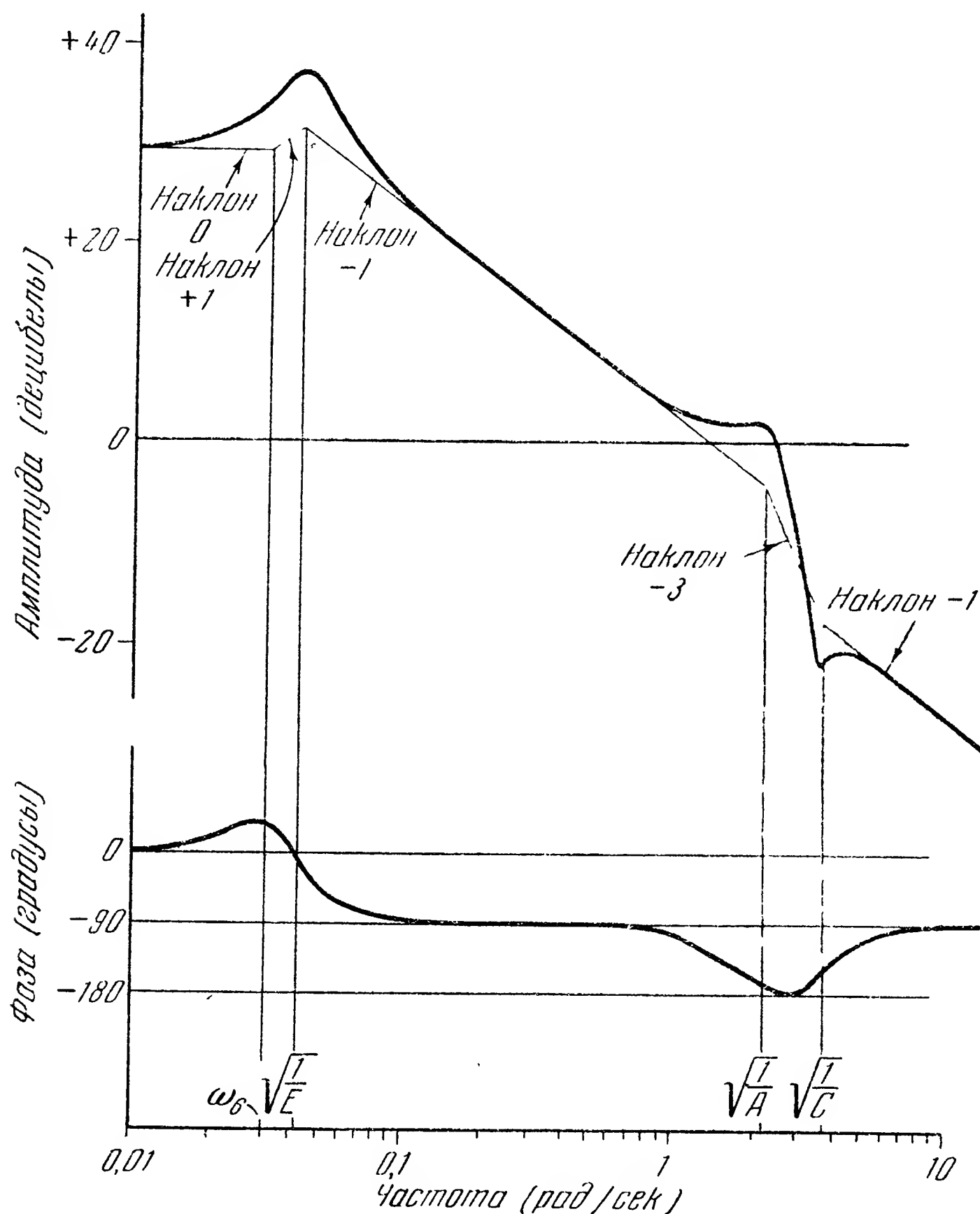


Рис. 18.5. Отклик угла наклона траектории  $\gamma$  на отклонение руля  $\delta_E$ .

На рис. 18.6 представлено устройство типичного автопилотного контура. Управляющая команда системы управления подводится к рулевой машинке. Поведение снаряда по тангажу измеряется прецессионным гироскопом, который представляет собой элемент обратной связи; его выход используется для модификации управляющей команды, подведенной к рулевой машинке.

Угол наклона траектории есть вход кинематического элемента; этот угол особенно важен для анализа работы системы управления.



Угол тангажа  $\theta$  определяет ориентацию снаряда в пространстве. Разность этих углов есть угол атаки снаряда, т. е. угол, под которым поток воздуха набегает на снаряд. До тех пор пока частота колебаний такова, что разность между углом тангажа  $\theta$  и углом наклона траектории  $\gamma$  невелика, стабилизация колебаний по одному углу означает стабилизацию и по другому<sup>1)</sup>. Без измерения угла атаки автопилот не может воздействовать непосредственно на колебания угла наклона траектории. Поскольку угол  $\theta$  в пределах используемых частот приблизительно равен углу  $\gamma$ , мы получаем удовлетворительное решение и при помощи описанного только что косвенного управления (по углу тангажа).

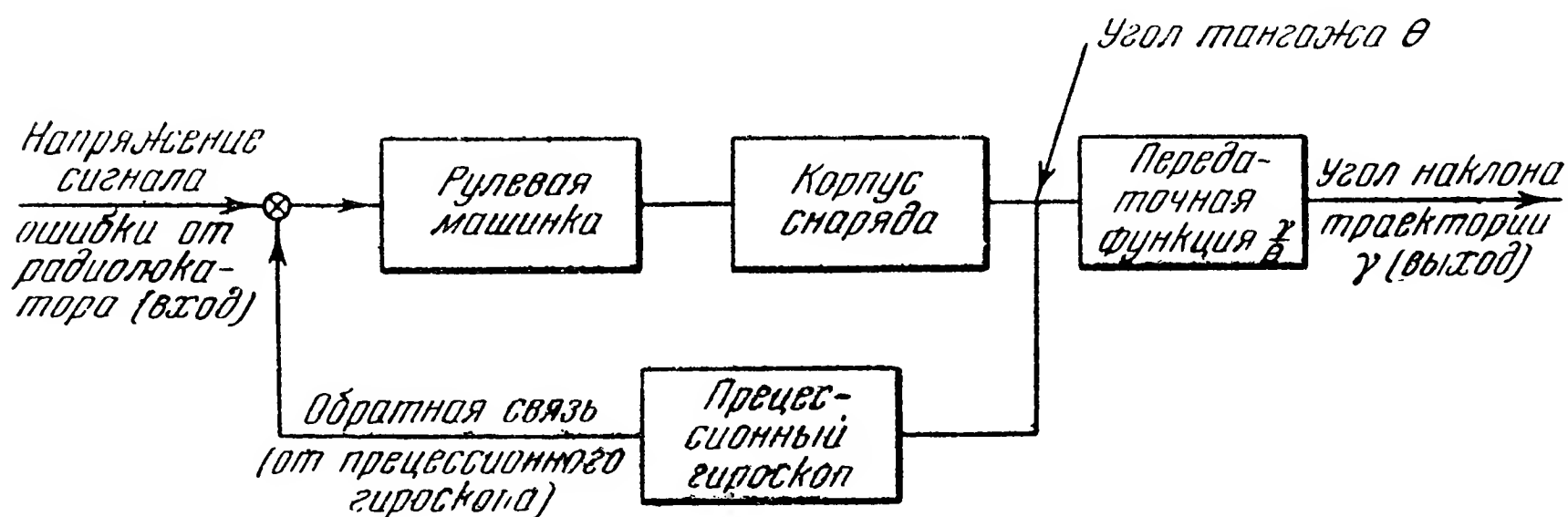


Рис. 18.6. Автопилотный контур.

Для принятых нами характеристик корпуса снаряда на самых низких частотах (ниже  $0,4 \text{ рад/сек}$ ) фактически не существует никакой разницы между выходом по углу тангажа и выходом по углу наклона траектории. Это означает, что угол атаки на низких частотах пренебрежимо мал. Используя уравнения (14.14) и (14.19), мы получим:

$$\frac{\gamma}{\theta} = (Hs^2 + Ds + 1) \left( \frac{\omega_4}{\omega_4 + s} \right). \quad (18.6)$$

Уравнение (18.6) дает передаточную функцию от угла тангажа к углу наклона траектории. Эта передаточная функция показана в виде отдельного элемента на рис. 18.2. На рис. 18.7 представлены амплитудная и фазовая частотные характеристики для выражения (18.6). Из них видно, что между частотами  $\omega_4 = 0,45 \text{ рад/сек}$  и частотой, соответствующей  $\sqrt{\frac{1}{H}}$ , т. е.  $2,5 \text{ рад/сек}$ , имеется отрицательный сдвиг фазы. Этот сдвиг фазы затрудняет стабилизацию контура управления на частотах выше  $0,8 \text{ рад/сек}$ . Поэтому нерационально

<sup>1)</sup> Напомним, что в линейной системе со многими степенями свободы устойчивость или неустойчивость могут существовать только для всех координат сразу, в данном случае совершенно независимо от величины угла атаки. (Прим. перев.)

пытаться проектировать автопилотный контур на частоты выше  $2 \text{ рад/сек}$ . Фактор, ограничивающий возможность стабилизации автопилотного контура при выбранных нами характеристиках корпуса снаряда, находится вне самого контура; это — кинематика принятого метода управления.

Прецессионный гироскоп автопилота. Таким образом, полоса автопилотного контура в разомкнутом состоянии будет  $2 \text{ рад/сек}$ . Прецессионный гироскоп не должен давать заметного

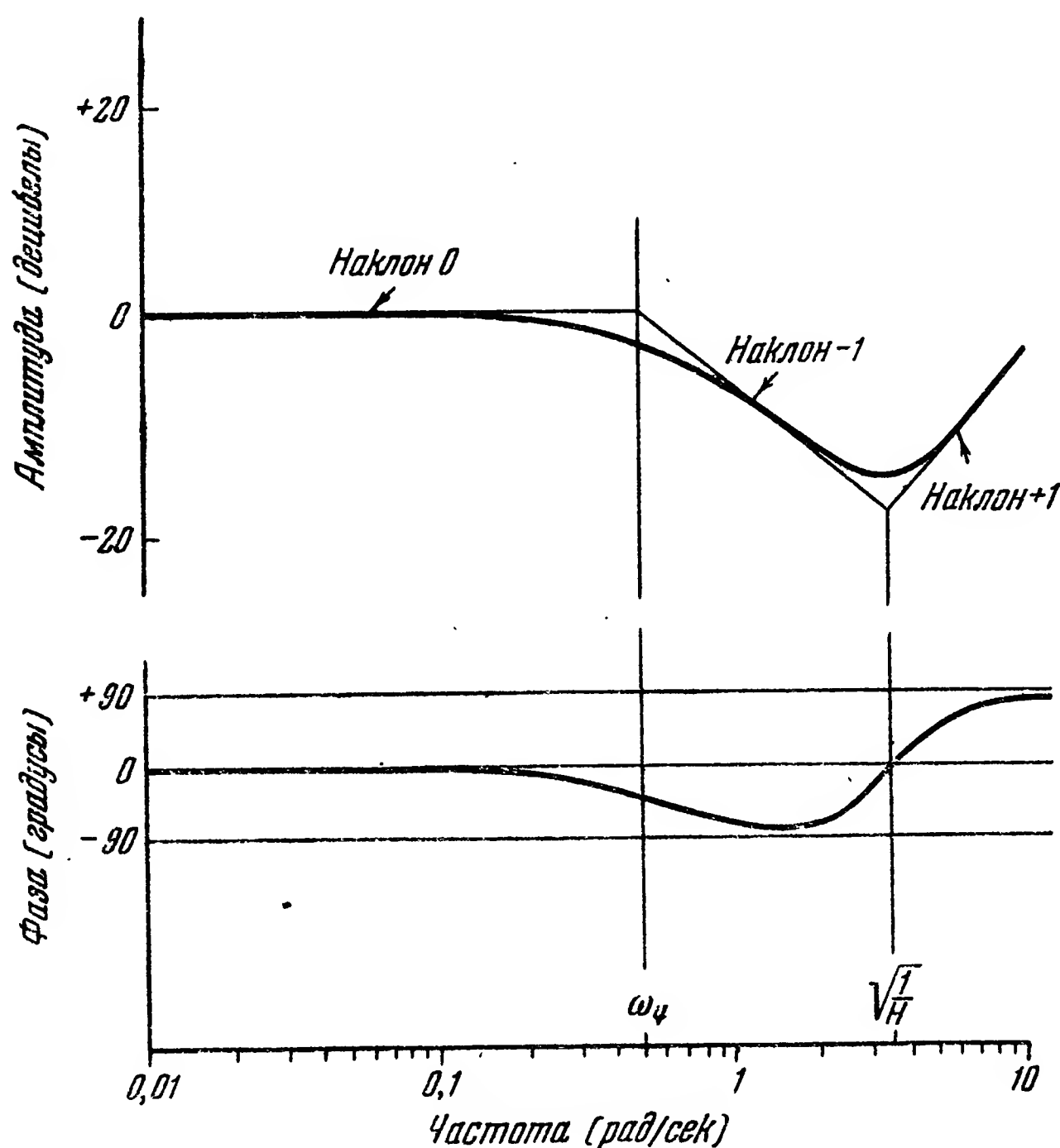


Рис. 18.7. Отклик угла наклона траектории  $\gamma$  на угол тангажа  $\theta$ .

сдвига фазы на этой частоте. Чтобы удовлетворить этому требованию, прецессионный гироскоп должен иметь коэффициент затухания (отношение постоянной затухания к ее критическому значению) приблизительно 0,6 и резонансную частоту, по крайней мере, на одну декаду выше рабочей частоты системы. Таким образом, резонансная частота прецессионного гироскопа должна быть выше  $20 \text{ рад/сек}$ . Сведения о прецессионных гироскопах, коэффициентах затухания и соответствующих фазовых характеристиках приведены в главе 9. На практике не представляет затруднений получить прецессионный гироскоп с резонансной частотой  $30 \text{ рад/сек}$  и выше. На рис. 18.8 приведены

амплитудная и фазовая характеристики корпуса снаряда совместно с прецессионным гироскопом; при этом использованы характеристики, приведенные на рис. 18.5. Мы видим, что включение прецессионного гироскопа в обратную связь автопилотного контура сохраняет наклон асимптотической характеристики — 1 вплоть до сопрягающей частоты.

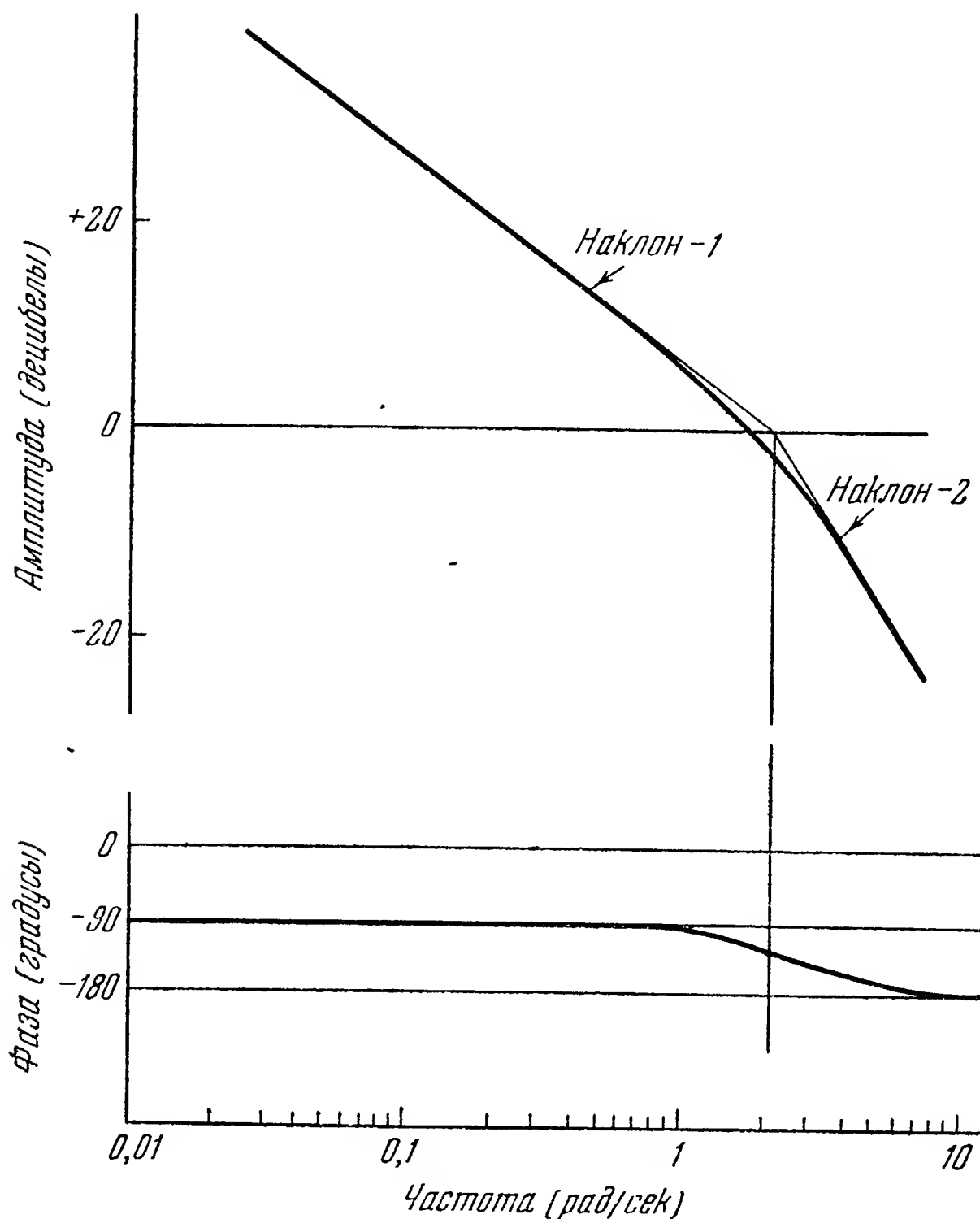


Рис. 18.8. Отклик угла тангажа на входной сигнал автопилота.

установленной нами в  $2 \text{ рад/сек}$ . На частотах, больших чем  $2 \text{ рад/сек}$ , характеристика имеет наклон — 2. Таким образом, эта характеристика отличается от характеристики одного корпуса снаряда тем, что члены, вызывающие резонанс, больше не участвуют в образовании выхода. На низких частотах исключены фугоидные колебания. На высоких частотах, где усиление автопилотного контура невелико, выходы одного корпуса и корпуса вместе с гироскопом сходны между собой. Таким образом, на всех используемых частотах характеристика автопилотного контура есть характеристика простого интегрирующего звена. Поэтому угловую скорость тангажа можно считать пропорциональной входному управляющему сигналу.

Характеристику для зависимости угла наклона траектории от входного управляющего сигнала можно получить, используя уравнение (18.6) и рис. 18.8. Эта характеристика приведена на рис. 18.9, из которого видно, что на входной частоте в  $2 \text{ рад/сек}$  разность фаз между входным сигналом автопилота и углом наклона траектории составляет  $170^\circ$ .

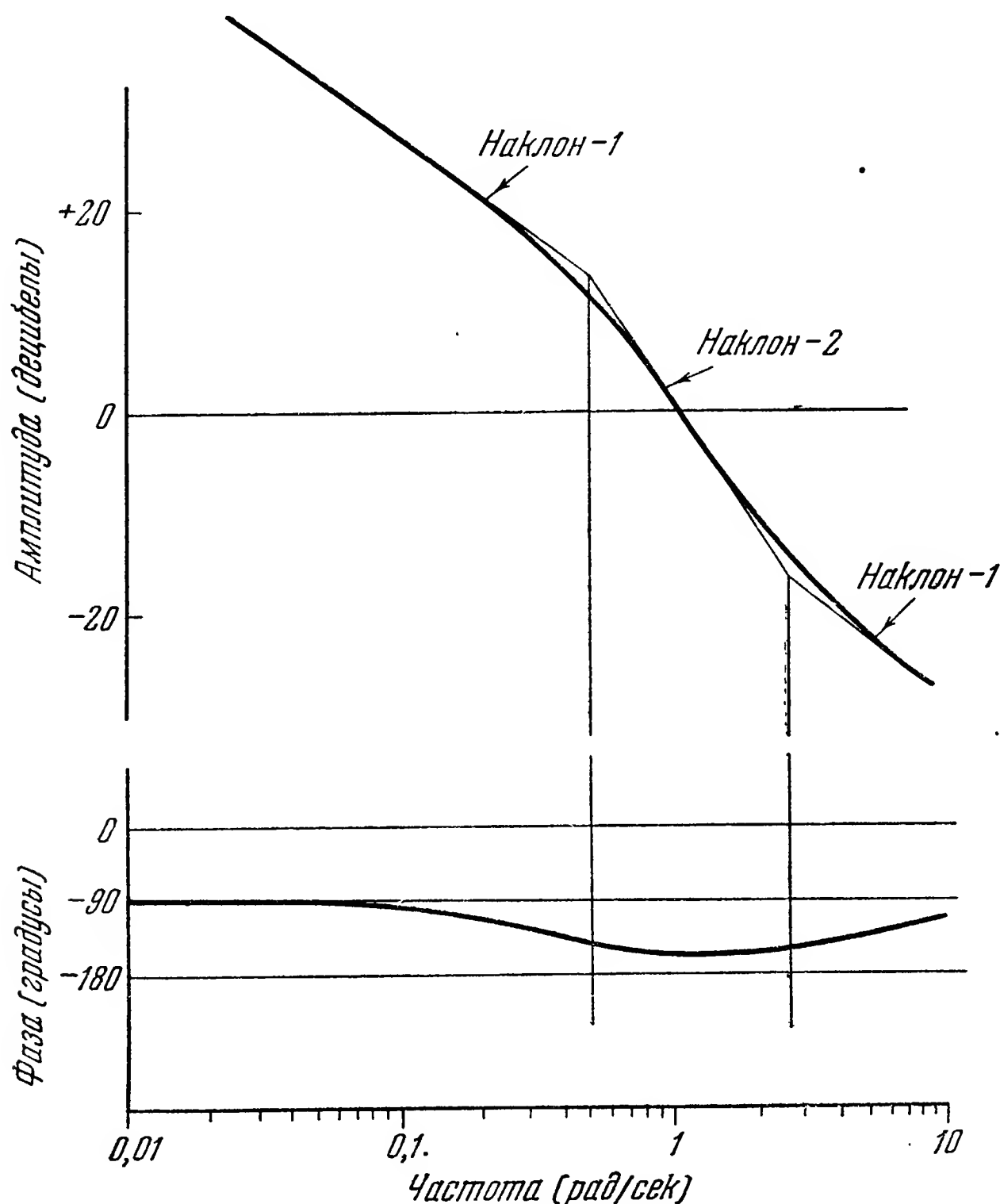


Рис. 18.9. Отклик угла наклона траектории на входной сигнал автопилота.

Рулевой контур. Контур рулевого привода показан на рис. 18.10. Главное требование к полосе привода состоит в том, чтобы он хорошо пропускал все частоты автопилотного контура и не вносил нежелательных искажений. Входной управляющий сигнал усиливается в усилителе  $K_1$ . Выход усилителя приводит в действие рулевую машинку, которая поворачивает руль. Отклонение руля измеряется потенциометром; результат этого измерения образует сигнал обратной связи, который после прохождения через компенсационную цепь смешивается со входным управляющим сигналом. Характеристика компенсационной цепи в обратной связи должна быть

такова, чтобы в усилителе появлялся центрирующий сигнал, т. е. всякий раз, когда нет управляющего сигнала, руль занимал нейтраль-

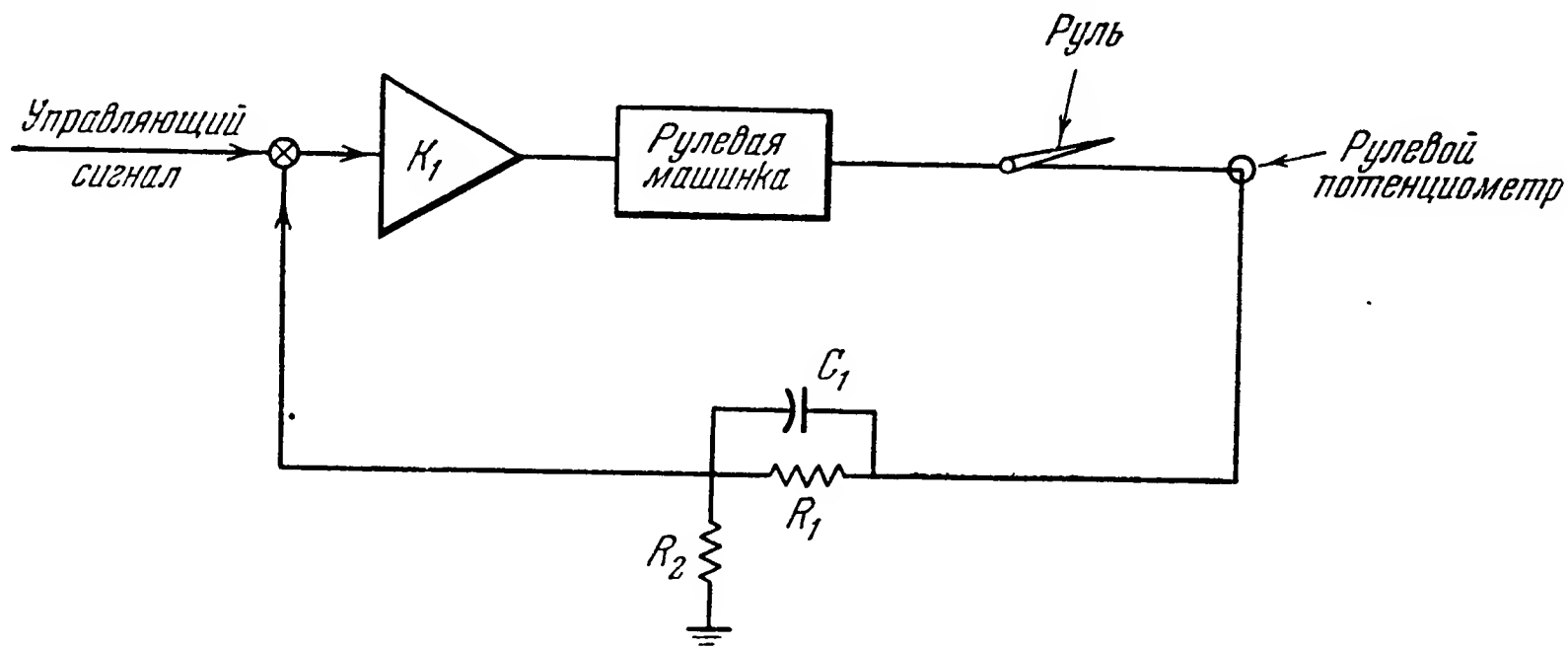


Рис. 18.10. Рулевой контур.

ное положение. Это осуществляется пропусканием сигнала в цепи обратной связи через сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ . Сопрягающие частоты

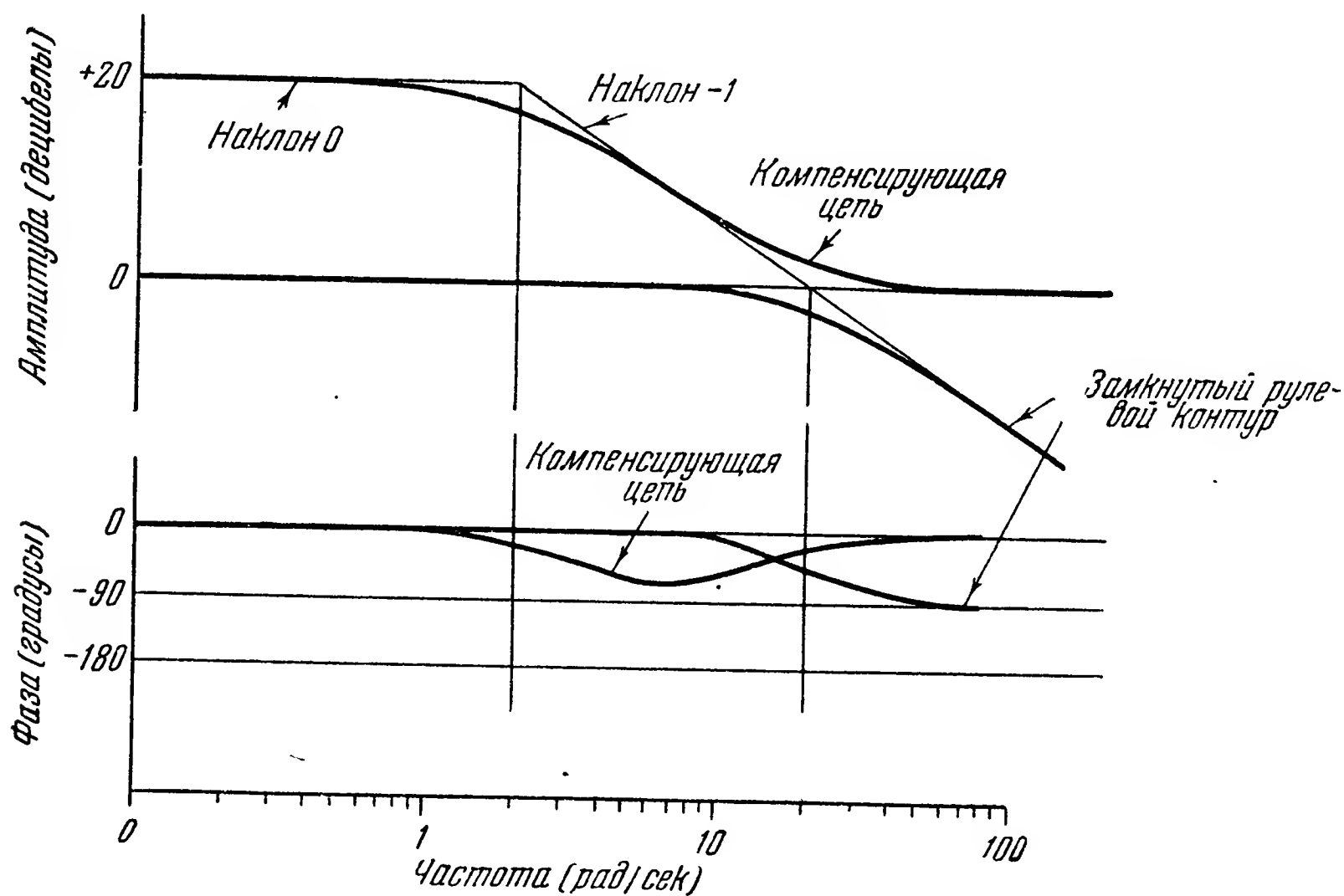


Рис. 18.11. Частотные характеристики компенсирующей цепи и замкнутого рулевого контура.

корректирующей цепи выбираются равными  $2 \text{ рад/сек}$  и  $20 \text{ рад/сек}$ . Передаточная функция цепи есть

$$\frac{E_0}{E_i} = \frac{\omega_3}{\omega_4} \left( \frac{\omega_3 + s}{\omega_3} \right) \left( \frac{\omega_4}{\omega_4 + s} \right). \quad (18.7)$$

На низких частотах эта цепь дает усиление; выбор сопрягающих частот ограничивает прохождение сигналов более высоких частот. Поэтому рулевой контур имеет достаточное усиление на низких частотах и не подвержен влиянию высокочастотных шумов. Полная характеристика рулевого контура приведена на рис. 18.11.

Частота среза подбирается равной  $20 \text{ рад/сек}$  путем изменения усиления управляющего усилителя  $K_1$ . Такой рулевой привод дает малый сдвиг фазы на частоте среза автопилотного контура; его передаточная функция не будет изменять характеристик автопилотного контура на всей его рабочей полосе.

При окончательной регулировке рулевого привода может появиться потребность в некотором уменьшении полосы с целью экономии энергии. Слишком широкая полоса будет вызывать отклик руля на сигналы со слишком широким спектром, вследствие чего энергия будет расходоваться напрасно. Отклик автопилотного контура следует проверить при окончательном моделировании системы и ввести необходимые поправки в параметры контура.

#### 18.4. Контур системы управления при движении снаряда в вертикальной плоскости

Угловая ошибка самонаведения  $\varepsilon$  вызывает сигнал ошибки в виде напряжения, которое подводится к автопилотному контуру, вследствие чего угол тангажа изменяется. Угол тангажа влияет двумя путями на угловую ошибку самонаведения, измеренную антенной: а) поскольку антенна жестко связана со снарядом, изменение угла тангажа непосредственно изменяет угловую ошибку самонаведения и б) угол тангажа вызывает появление производной  $\dot{\varepsilon}$ . Сумма этих величин представляет собой входное напряжение автопилотного контура, передаточные характеристики которого рассматривались в предыдущем параграфе.

Выше было показано, что кинематический элемент, входящий в контур системы управления, имеет передаточные характеристики, зависящие от расстояния между снарядом и целью. На больших расстояниях кинематический эффект состоит в очень медленном изменении направления снаряд — цель. По мере уменьшения расстояния, как это имеет место перед попаданием, влияние кинематического элемента на контур системы управления становится все сильнее; коэффициент усиления элемента растет, и системе управления становится все труднее следовать за изменением фазы. Передаточная функция кинематического элемента определяется уравнением (18.2), которое мы здесь повторяем:

$$\frac{\varepsilon_m}{\gamma - \sigma} = 1 + \frac{\omega_1}{s}. \quad (18.2)$$

Параметр  $\omega_1$ , являющийся главным в этой передаточной функции,



изменяется обратно пропорционально расстоянию:

$$\omega_1 = \frac{V_m}{R}. \quad (18.8)$$

После окончания разгона (в момент начала функционирования системы управления) расстояние до цели равно 115 600 футов ( $\approx 35\,000\text{ м}$ ), а скорость снаряда 2627 *фут/сек* ( $\approx 790\text{ м/сек}$ ), откуда

$$\omega_1 = \frac{2627}{115\,600} = 0,023\text{ рад/сек}.$$

По мере уменьшения расстояния до цели угловая скорость линии снаряд — цель, вызываемая движением снаряда, увеличивается; это выражается в увеличении  $\omega_1$ . На расстоянии 3290 футов ( $\approx 1000\text{ м}$ )  $\omega_1$  достигает значения 0,8 *рад/сек*. На этом расстоянии общий сдвиг фазы, вызываемый совместным действием кинематического элемента и автопилотного контура, достигает —  $180^\circ$ ; вследствие этого появляется неустойчивость. Таким образом, на расстоянии 3290 футов от цели контур управления должен быть разомкнут и автопилот должен быть использован для того, чтобы выдерживать прямолинейный полет снаряда. Это происходит всего за 2 секунды до встречи с целью, так что ошибка будет невелика.

В главе 12, § 12.2 было вычислено потребное нормальное ускорение для случая чистого преследования. За 2 секунды до встречи с целью ускорение начинает быстро возрастать. За этой точкой управление снарядом вообще невозможно вследствие его ограниченной маневренности. Для полета по желаемой траектории на расстоянии 1000 футов от цели требуется нормальное ускорение  $3g$ . Если в это время снаряд будет иметь максимальное ускорение, которое он вообще способен дать, и притом неверно направленное, то даже это не даст существенного увеличения промаха. Отсюда ясно, что ширина полосы контура системы управления в 0,8 *рад/сек* обеспечивает удовлетворительное управление.

### 18.5. Переходные процессы при старте

Допустим, что гипотетический снаряд стартует с расчетом на полет максимальной проектной дальности; система управления начинает функционировать, когда цель находится на расстоянии 115 000 футов ( $\approx 34\,500\text{ м}$ ). Вследствие ошибок при старте и аэродинамической асимметрии снаряда в момент начала управления будет существовать некоторая ошибка  $\varepsilon$ . Когда система управления включится, ошибка  $\varepsilon$  будет действовать, как скачкообразная входная функция. На рис. 18.12 показан отклик системы на этот вход, если снаряд находится на указанной выше дальности. Отметим, что угловая ошибка самонаведения за 0,4 *сек* уменьшается до 38% своего начального значения. Добавок, который вносит вращение линии снаряд —

цель, очень мал вследствие большой дальности. Характеристики управления снарядом в этом случае зависят в первую очередь от характеристик автопилотного контура. Усиление этого контура таково, что ошибка  $\varepsilon = 1^\circ$  вызывает изменение угла тангажа со скоростью  $2,5 \text{ град/сек}$ .

Тактическое задание, приведённое в главе 17, требует, чтобы минимальная дальность цели в момент старта была 20 000 ярдов

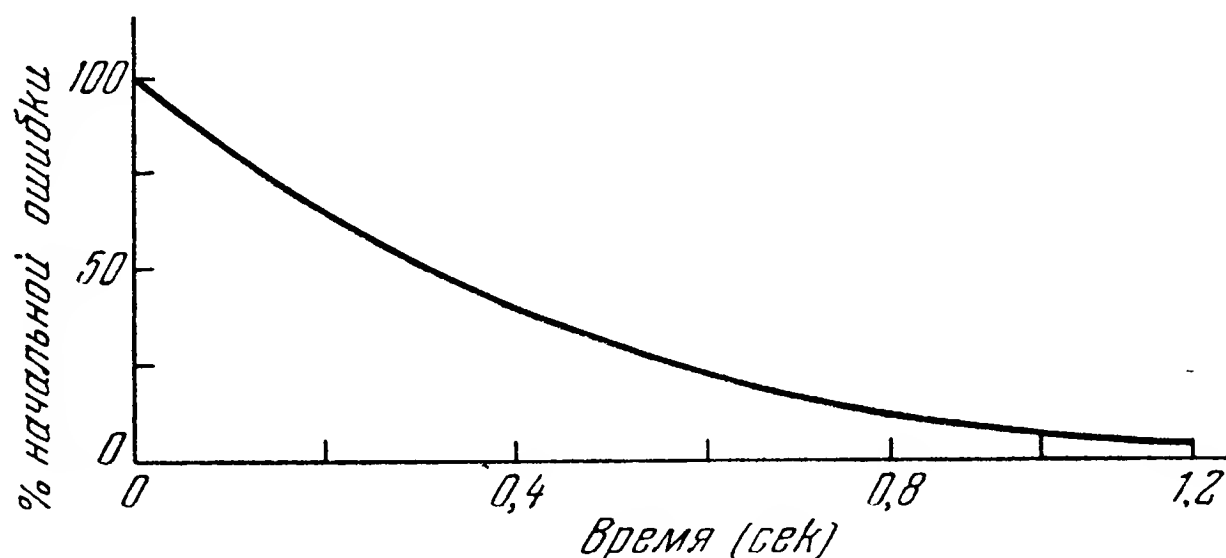


Рис. 18.12. Переходный процесс при старте.

( $\approx 18\,000 \text{ м}$ ). В конце разгона расстояние между снарядом и целью будет 57 800 футов ( $\approx 17\,400 \text{ м}$ ). Для этого случая получаем:

$$\omega_1 = \frac{2627}{57\,800} = 0,045 \frac{\text{рад}}{\text{сек}}.$$

На этой дальности добавок, происходящий от вращения линии снаряд — цель, также будет мал, поэтому главную роль в управлении будет играть автопилотный контур. Таким образом, переходный процесс, изображенный на рис. 18.12, будет пригоден и для этого случая.

### 18.6. Управление креном

Для того чтобы управляющие сигналы по тангажу не перепутывались сигналами по рысканью и наоборот, нужно ограничить угловую скорость снаряда по крену. Если частота колебаний снаряда по крену не будет значительно выше частоты колебаний по тангажу и рысканью, между этими последними каналами появится перекрестная связь. Нет необходимости в течение всего времени поддерживать угол крена равным нулю. Хотя даже медленное изменение крена вызовет перекрестную связь между каналами тангажа и рысканья, но эта связь не обязательно повлечет за собой значительную ошибку, если частота колебаний по крену будет выше частоты, на которую движения рысканья и тангажа в состоянии отвечать. В результате использования поперечного прецессионного гироскопа, а также вследствие различных неуравновешенностей в цепях, с ним связанных,

может получиться медленное вращение корпуса снаряда относительно продольной оси. Однако довольно простыми средствами можно поддерживать частоту колебаний снаряда по крену более высокой, чем по тангажу и рысканью.

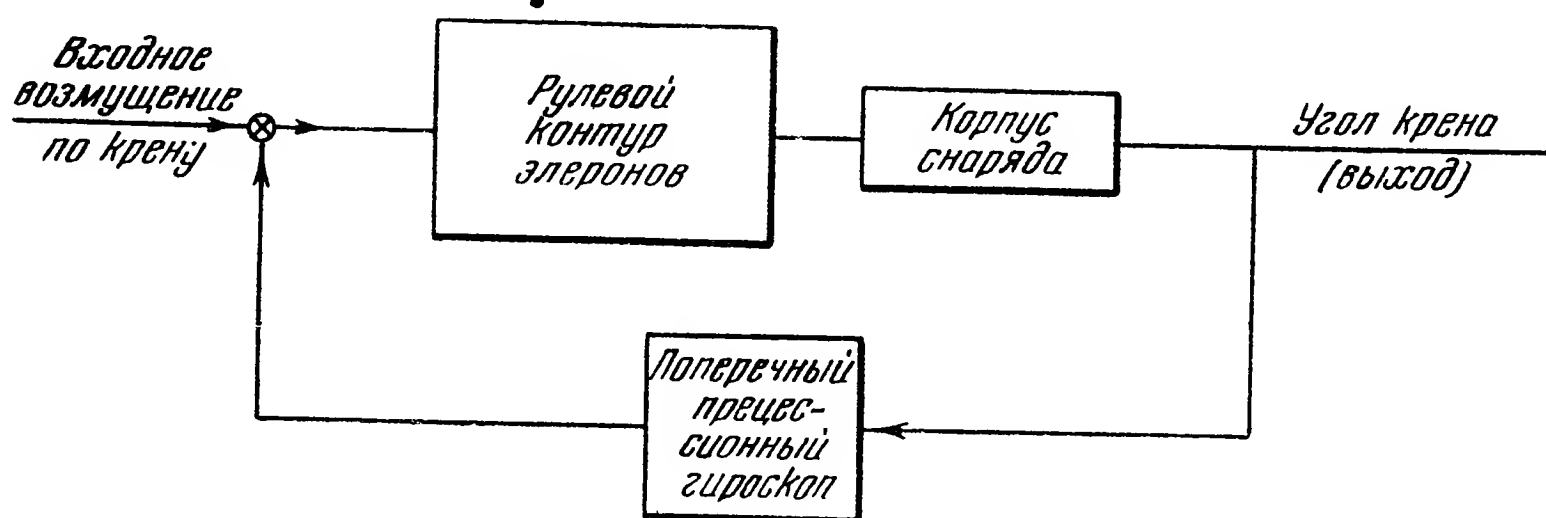


Рис. 18.13. Автопилотный контур для крена.

На рис. 18.13 показан типичный контур ограничения угловой скорости крена. Выходом этого контура являются всевозможные возмущения по крену, которые вызывают отклик прецессионного гироскопа. Этот отклик используется для того, чтобы при помощи рулевой машинки отклонять элероны, которые вызывают аэродинамический момент, компенсирующий входное возмущение. Полоса этого

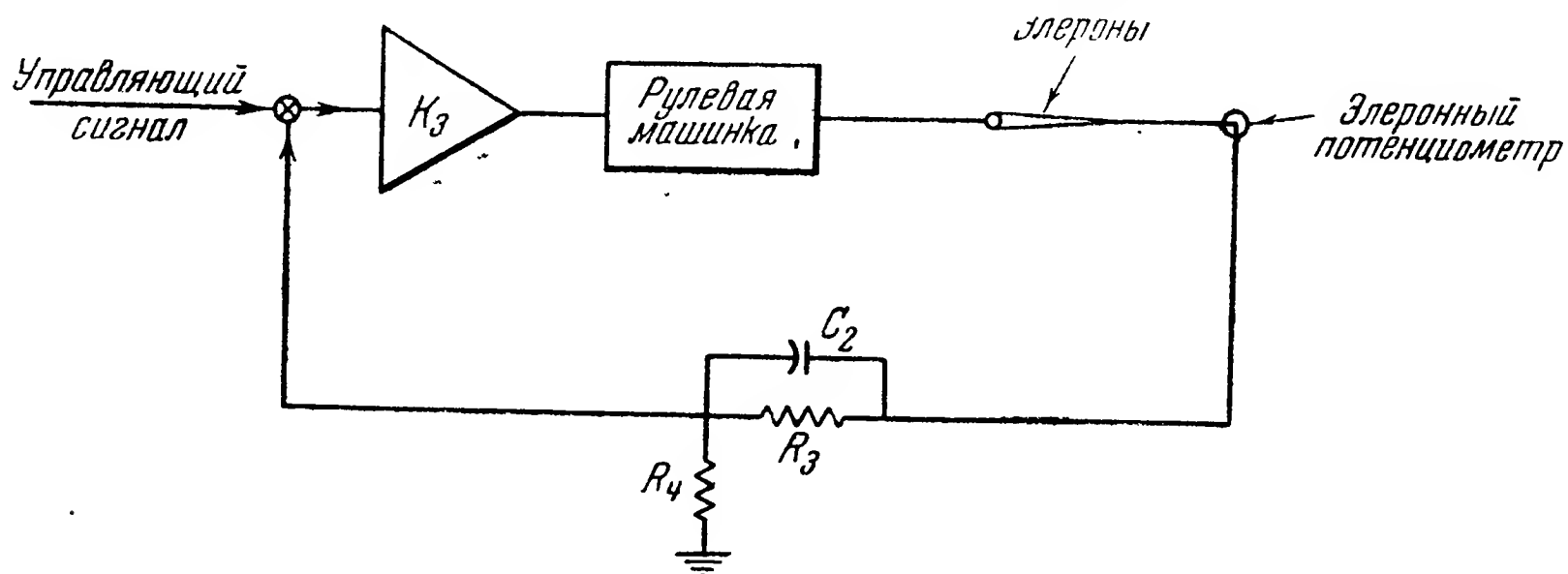


Рис. 18.14. Рулевой контур для элеронов.

контура должна быть шире, чем у каналов тангажа и рысканья, т. е. шире  $2 \text{ рад/сек}$ . Удобным запасом частот для этого контура является одна декада, т. е. следует принять, что полоса для канала крена должна быть  $20 \text{ рад/сек}$ . Гироскоп должен иметь резонансную частоту равной  $80 \text{ рад/сек}$  и иметь коэффициент затухания  $0,6$ . В этом случае он не даст заметных фазовых сдвигов.

На рис. 18.14 показана схема рулевого контура для элеронов. Управляющий сигнал подводится к усилителю. После усиления он поступает в рулевую машинку, отклоняющую элероны. Отклонение элеронов измеряется при помощи потенциометра, и соответствующий сигнал после прохождения через компенсационную цепь, показанную

на схеме, используется в качестве сигнала обратной связи и, таким образом, замыкает контур. Частотные характеристики элеронного

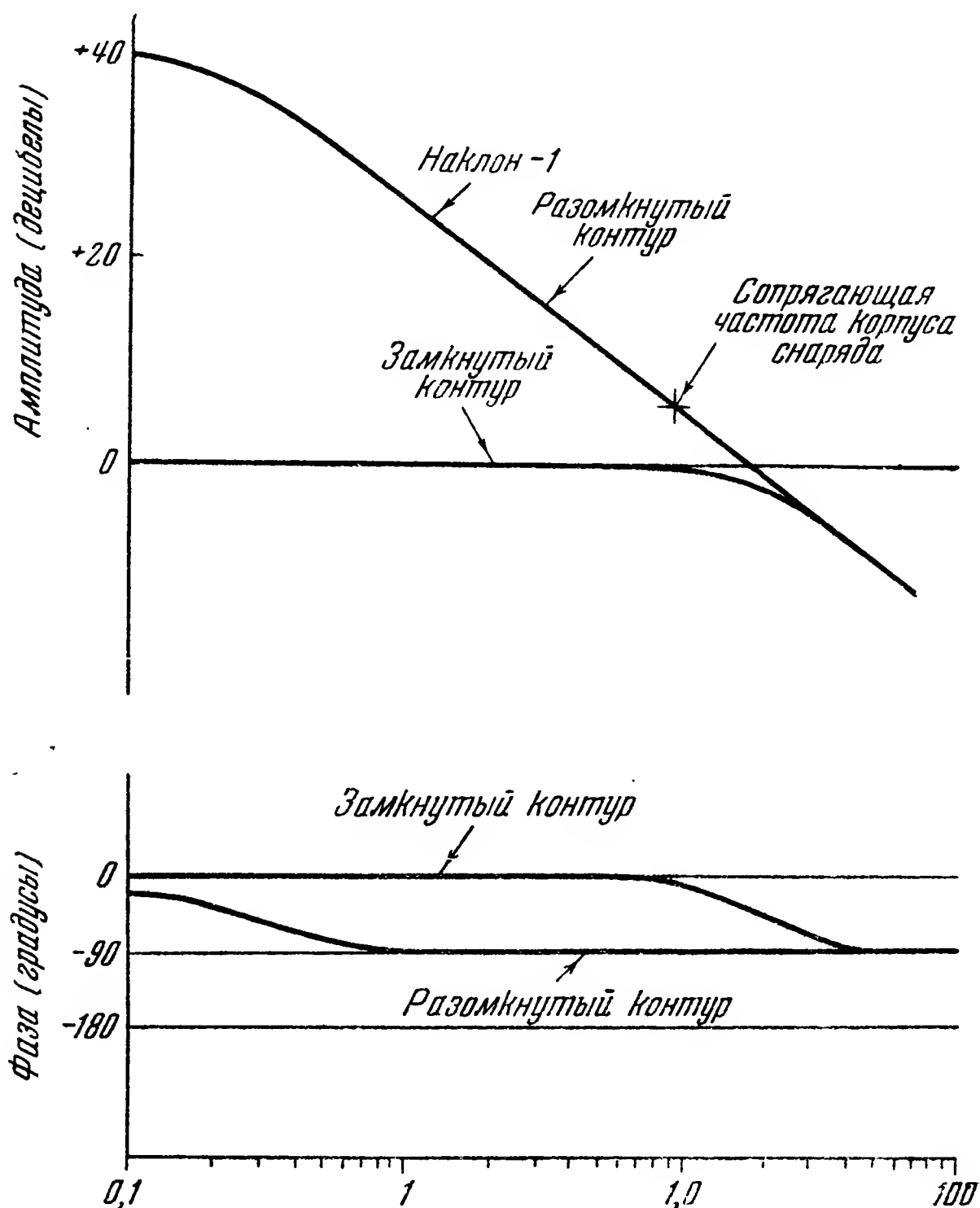


Рис. 18.15. Отклик угла крена на входное возмущение.

контура приведены на рис. 18.15. Компенсационная цепь в ветви обратной связи имеет следующую характеристику:

$$\left(\frac{0,2}{0,2 + 9}\right) \left(\frac{8 + 9}{8}\right) = \frac{E_0}{E_i}. \quad (18.9)$$

Передаточная функция корпуса снаряда по крену есть

$$\frac{\omega_x}{s} \left(\frac{\omega_s}{\omega_s + s}\right) = \frac{25}{s} \left(\frac{8}{8 + s}\right) = \frac{\varphi}{\delta_A}. \quad (18.10)$$

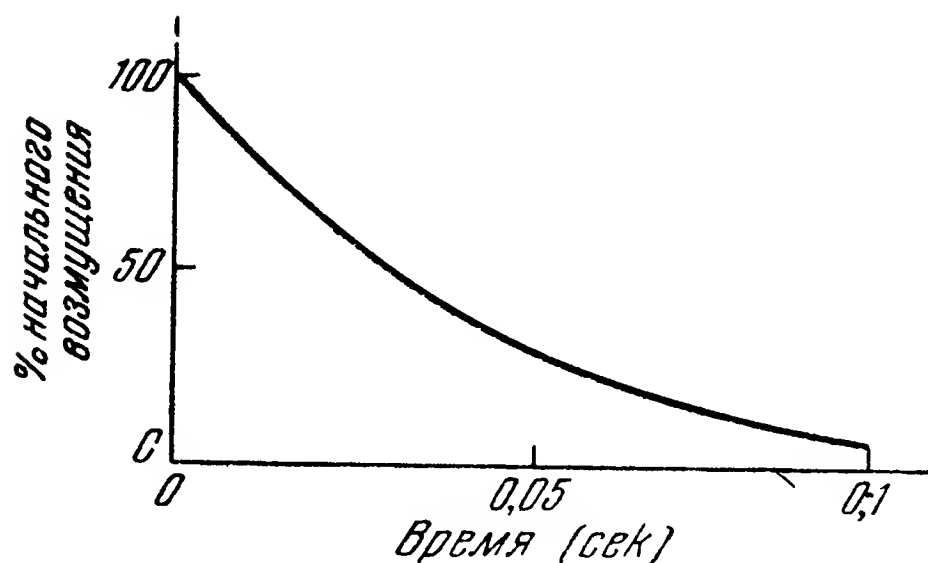
Передаточная функция прецессионного гироскопа есть

$$\frac{\omega_x}{s} = \frac{\varphi}{E_i},$$

где  $\omega_x = 20$  рад/сек.

При помощи этих передаточных функций получаем частотные характеристики, приведенные на рис. 18.15.

Следует отметить, что мы избрали такую модификацию переходных характеристик снаряда, которая стремится увеличить сопрягающую частоту (т. е. частоту, при которой наклон — 1 изменяется на наклон — 2). Это обеспечивает переходный процесс снаряда по



крену, приведенный на рис. 18.16. Если появляется какое-нибудь возмущение по крену, то через  $1/20$  сек угловая скорость крена составит 38% своей начальной величины.

### 18.7. Промах, вызываемый ограниченной маневренностью

Рис. 18.16. Переходный процесс по угловой скорости крена, вызванный начальным возмущением.

Траектория снаряда при чистом преследовании рассмотрена в главе 12; там же указаны ограничения, вытекающие из

этого метода. Если в момент встречи, по условиям задачи, оказывается необходимой бесконечно большая угловая скорость, то должен появиться промах, поскольку угловая скорость для каждого снаряда

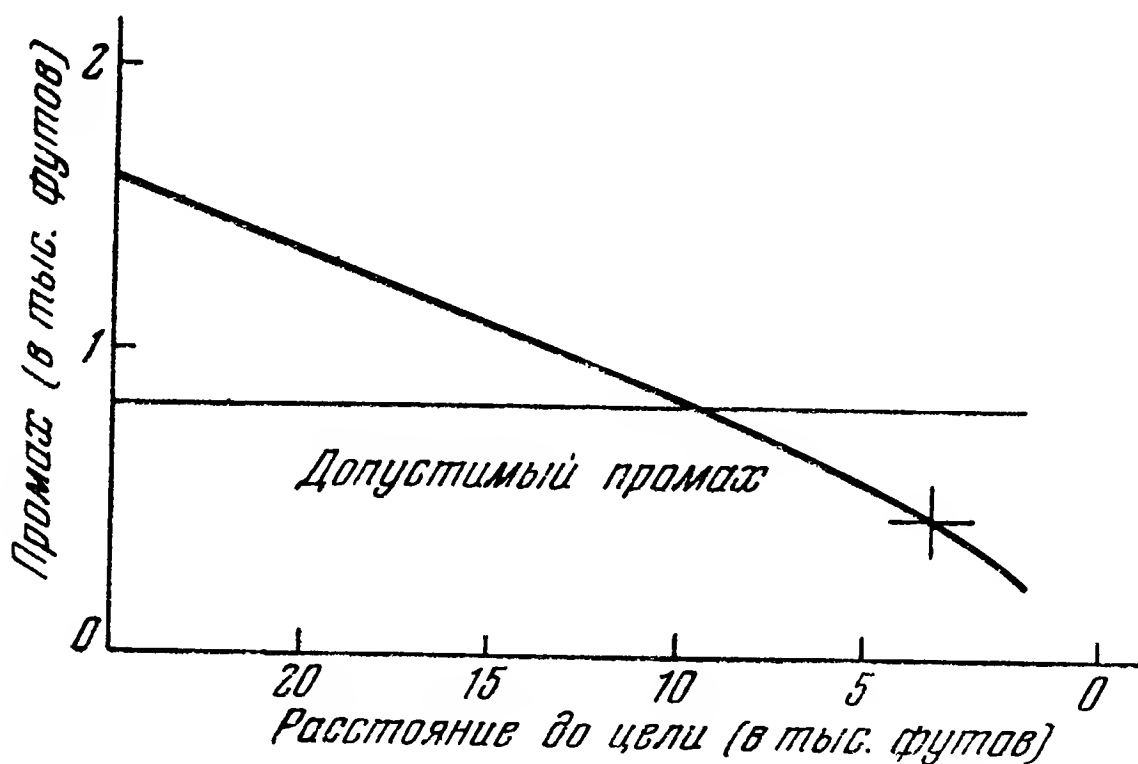


Рис. 18.17. Величина промаха, вызываемая выключением системы управления.

ограничена. Отсюда следует, что система управления может перестать действовать за некоторое время перед встречей снаряда с целью. Это, конечно, вызовет промах снаряда, но промах все равно неизбежен. На рис. 18.17 показана величина промаха, который получается в некоторой частной задаче. Если система управления выключена за 3,6 сек до встречи [на расстоянии 9500 футов ( $\approx 2860$  м)],

то получится промах в 800 футов ( $\approx 240$  м). Если выключение произойдет на расстоянии 1000 футов ( $\approx 300$  м) от цели, т. е. за  $1/2$  сек до встречи, то промах будет равен 300 футов ( $\approx 90$  м). Поскольку неустойчивость появляется на расстоянии в 3290 футов ( $\approx 1000$  м), система управления должна быть выключена на этом расстоянии; в результате получится промах 500 футов ( $\approx 150$  м).

Ошибка, фактически вызываемая недостаточностью полосы пропускания системы, отличается от только что указанной вследствие нижеследующей причины. Действительная система всегда работает в присутствии шумов и при наличии систематической ошибки сопровождения. Оценка промаха, вызываемого этими причинами, требует более глубокого изучения, чем то, которым мы можем заняться в этой книге. Однако очевидно, что при промахе в 500 футов, вызываемом только особенностями метода управления, требование, чтобы общий промах был не более 800 футов, может быть выполнено. Поэтому наше первое приближение дает хорошую отправную точку для более трудоемких вычислений.

### 18.8. Замечания

Результаты этой главы получены из очень элементарных допущений, касающихся как системы управления в целом, так и отдельных ее элементов. Очевидно, что система, рассмотренная в настоящей главе, не может иметь большого практического значения. Однако принципы, на которых в нашем примере основаны математические выкладки, хорошо поясняют принципы, которые должны быть использованы вообще при исследовании требований к полосе пропускания более реальных систем. Мы подчеркнули для ясности, что использование передаточных функций контура системы управления и автопилотного контура основано на допущении, что система находится в установившемся состоянии. Прделанные нами примеры показывают тип и объем сведений, которые необходимо использовать на начальной стадии проектирования системы управления.

На практике, как только выбран метод управления и определены главные частотные характеристики всех элементов системы управления, анализ работы системы продолжается с помощью моделирующих установок. При моделировании входные параметры системы (такие, как высота и дальность цели, скорость снаряда и цели и т. п.) можно варьировать в широких пределах; при этом исследуется устойчивость системы с учетом вероятных на практике изменений этих параметров. Дальнейшие исследования обычно охватывают переходные процессы, вызываемые движениями снаряда и цели. Все эти явления должны быть полностью исследованы при проектировании системы управления под заданную тактическую обстановку.



## ГЛАВА 19

# МОДЕЛИРОВАНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И ТЕЛЕМЕТРИЯ

Первая проблема, с которой сталкивается конструктор системы управления, состоит в том, чтобы перевести тактическую задачу на язык характеристик системы управления. Для этого необходимо выполнить синтез предполагаемой системы управления уже в то время, когда известны еще только математические соотношения, определяющие поведение системы, да и то лишь приближенно. В качестве одного из средств при проектировании служит моделирование системы при помощи машин-аналогов и цифровых счетных машин. По мере продвижения разработки системы моделирование может становиться все более близким к действительности, если заменять математические модели отдельных элементов их образцами. Таким образом, моделирование есть процесс, продолжающийся в течение всего времени выполнения программы опытного строительства.

Когда система управления построена, поведение управляющей аппаратуры проверяется в полете. Данные о полетах снарядов получаются при помощи телеметрии. Эти данные, после их обработки, представляют собой дополнительный инструмент в руках конструктора системы управления. В процессе обработки обычно пользуются вычислительными машинами.

В качестве элементов системы управления применяются счетно-решающие приборы. Они могут быть либо бортовыми, т. е. находиться на снаряде, либо внешними по отношению к снаряду, либо находиться и тут и там. В настоящей главе мы рассмотрим счетно-решающие приборы как типа моделей или машин-аналогов, так и типа цифровых вычислительных машин, главным образом с точки зрения их использования для моделирования, но в принципе совершенно такие же рассуждения применимы и к счетно-решающим приборам, входящим в систему управления.

### 19.1. Моделирование <sup>1)</sup>

**О п р е д е л е н и я.** Моделирование есть имитация поведения реальной системы управления при помощи поведения другого устрой-

---

<sup>1)</sup> § 19.1 написал Louis Bauer, Project Director of Project Cyclone, Reeves Instrument Co., N. Y. C., N. Y.

ства, которое проще построить. Это другое устройство обладает тем преимуществом, что его легче и дешевле изменять, чем окончательную систему управления, а его характеристики можно изучать при наперед задаваемых условиях. В своей исходной форме это «устройство» может представлять собой просто систему уравнений, описывающих поведение системы.

Математические выражения, определяющие поведение управляемого снаряда, представляют собой сложную систему дифференциальных уравнений, в которые входят нелинейности различных типов. Нелинейности появляются вследствие обычных аэродинамических свойств снаряда или таких конструктивных свойств, как ограничения, люфты, мертвые хода и гистерезис; эти примеры приведены только для иллюстрации и не исчерпывают всех источников нелинейностей. При решении системы уравнений управляемого снаряда существуют две различные, но не обязательно исключаящие друг друга возможности:

1. Уменьшение сложности системы уравнений при помощи упрощающих предположений. Делая такие предположения обычно надеется, что поведение упрощенной системы в основном будет «похоже» на поведение исходной системы в том смысле, что из упрощенной системы можно получить пригодные для практического использования выводы.

2. Использование какого-нибудь автоматического средства для вычислений. Именно для этой цели было создано большинство находящихся теперь в эксплуатации электронных и электромеханических машин-аналогов.

Поэтому вообще, когда мы говорим о *моделировании управляемого снаряда*, мы имеем в виду подобные вычислительные машины.

Стадии моделирования. Таким образом, по своим основным функциям каждая моделирующая установка есть устройство для решения дифференциальных уравнений. В соответствии с приемами использования моделирующих установок типы моделирования можно разделить на два больших класса: 1) *математическое моделирование*, 2) *поверочное моделирование*.

При математическом (или полном) моделировании проблема управления снарядом в целом представляется в математической форме; полученные уравнения вводятся в вычислительную машину и при ее помощи определяется их решение.

При поверочном моделировании (иногда называемом также *частным* или *физическим моделированием*) только часть системы управления представляется в математической форме, а другая часть вводится в виде готовых элементов реальной системы управления. В этом случае одна часть системы моделируется, а другая часть присутствует в своем реальном виде, исключая необходимость в математическом представлении или упрощающих предположениях.

При моделировании первого типа обычно сначала берут упрощенные уравнения и решают их; затем уравнения приводят в более близкое соответствие с действительностью путем постепенного введения усложняющих факторов, ранее отброшенных и относящихся к полной задаче. С этой целью можно пользоваться решением следующих упрощенных задач: продольная и поперечная устойчивость снаряда, сначала пренебрегая лобовым сопротивлением, а затем учитывая его; анализ устойчивости автопилотного контура; исследование траектории снаряда в двух измерениях без использования аэродинамических соотношений; исследование устойчивости в трех измерениях. Отдельно рассматриваются этап старта, управление на этапе сближения и на конечном этапе. Наконец, должна быть поставлена и решена полная трехмерная задача с полным учетом аэродинамики и характеристик системы управления. В заключение этой стадии работы должны быть учтены все известные нам факторы, усложняющие задачу, чтобы попытаться открыть, какие из них вызывают заметные эффекты. Кроме того, на всех стадиях работы следует изучать влияние шумов с тем, чтобы можно было предвычислить вероятность поражения. Необходимо рассмотреть различные относительные расположения снаряда и цели, чтобы определить области, где снаряд эффективен, или, говоря другими словами, области, где цель уязвима.

Первый тип моделирования имеет то преимущество, что можно использовать любой удобный масштаб времени, т. е. динамические проблемы не обязательно нужно решать в масштабе «истинного времени». Недостатком этого типа моделирования является необходимость в полной математической формулировке задачи. Так как законы, управляющие действительным поведением некоторой части управляющего оборудования, могут быть неизвестными, соответствующее математическое описание должно основываться на некоторых допущениях.

В моделировании второго типа мы избегаем этого недостатка. Но, с другой стороны, решение возможно только в масштабе «истинного времени», так как иначе невозможно включить в вычислительный контур реальные элементы системы. Это требование является весьма тяжелым для моделирующей аппаратуры. Все электромеханическое оборудование должно иметь очень высокое качество, чтобы избежать возникновения ошибок. Это может потребовать или исключения всех механических устройств, или их существенной переделки, или моделирования нелинейностей при помощи чисто электронных средств, что часто сопровождается потерей точности или увеличением стоимости. В качестве альтернативы можно указать упрощение тех нелинейных выражений, которые должны быть промоделированы электронными средствами.

Изложенное может быть иллюстрировано при помощи блок-схемы моделирования системы управления, представленной на рис. 19.1.

Начнем описание, например, с кинематики снаряда и заданного движения цели; получив отсюда необходимые данные, счетно-решающий прибор определяет относительное движение и выдает отклонения от желаемой траектории. Эти отклонения принимаются радиолокатором, который вырабатывает сигнал ошибки, поступающий к блоку управляющей аппаратуры. Последний отклоняет рули и получает в качестве входа элементы действительного движения снаряда. Отклонения рулей вызывают появление аэродинамических сил, корректирующих движение снаряда желаемым образом. В аэродинамической части модели имеются и другие контуры, соответствующие естественной устойчивости снаряда.

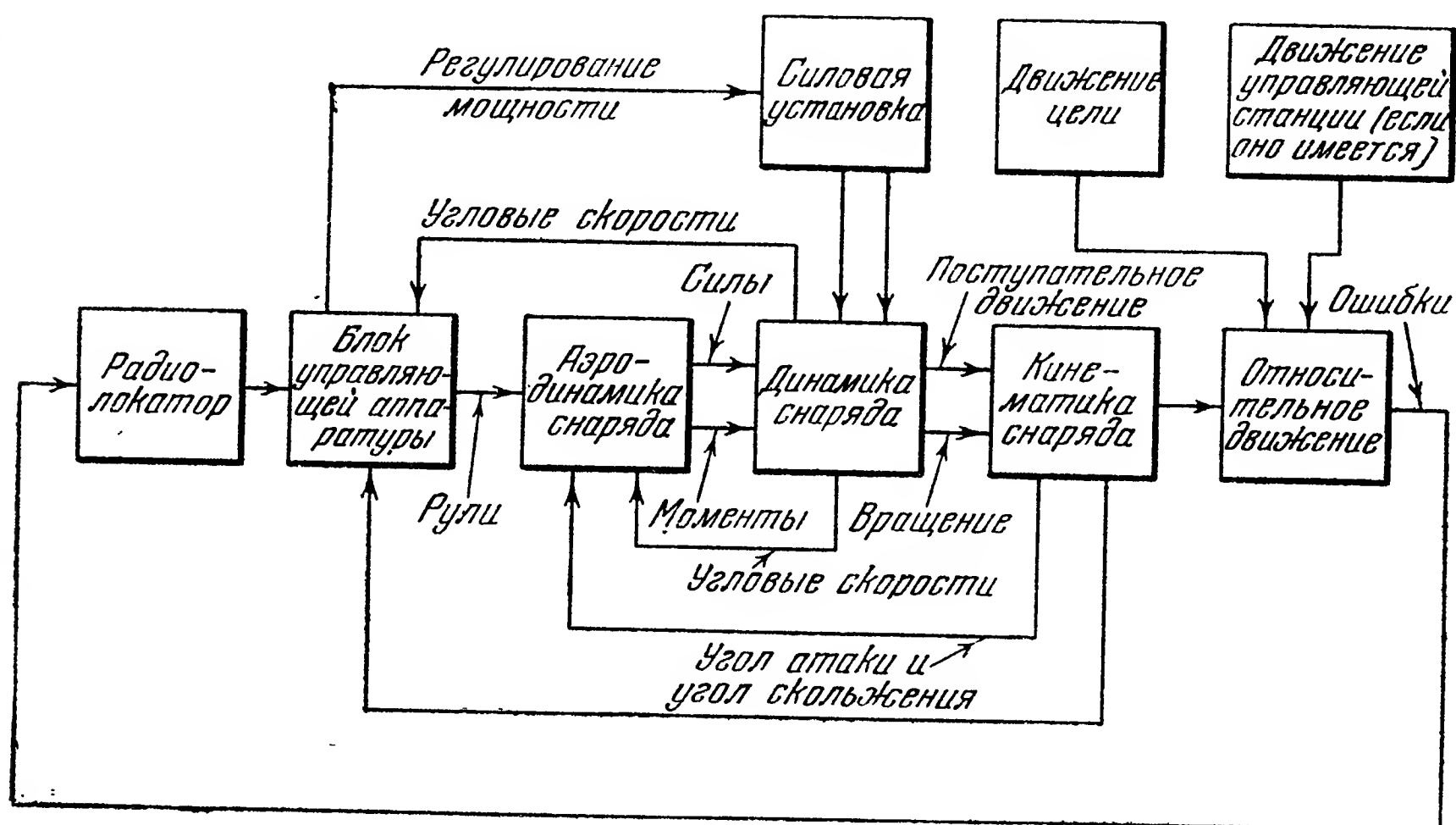


Рис. 19.1. Блок-схема моделирования системы управления.

При указанном выше полном моделировании каждый из изображенных на схеме элементов системы управления заменяется его моделью <sup>1)</sup>. При поверочном моделировании чаще всего в качестве модели управляющей аппаратуры используется реальная управляющая аппаратура. Снаряд «летает» в лаборатории при помощи моделирования его аэродинамики и кинематики.

**Методы моделирования.** При моделировании управляемых снарядов используются различные методы в соответствии со стадией работы и ее сложностью. Мыслимы следующие методы:

- аналитический метод;
- численное решение при помощи ручных вычислений;

<sup>1)</sup> Напомним, что под этим термином понимается не только модель в обычном у нас смысле слова, но и просто совокупность уравнений, дающих математическое описание поведения элемента. (Прим. перев.)

в) автоматические вычисления; здесь следует различать цифровые машины и машины-аналоги.

По поводу этих методов можно высказать следующие соображения:

а) Аналитический метод. На самой начальной стадии проектирования поведение следящих систем и корпуса снаряда в общем контуре приближенно описывают при помощи линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Эти уравнения решаются при помощи общеизвестных приемов. На этой стадии проектирования с целью определения исходных данных для проектной работы может быть применена изложенная выше теория следящих систем.

При решении линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами необходимо находить корни некоторых полиномов. Когда эти полиномы имеют высокую степень (т. е. когда соответствующие дифференциальные уравнения имеют высокий порядок), вычисления становятся весьма трудоемкими. Для этого случая разработаны автоматические методы вычислений, использующие цифровые машины или машины-аналоги.

б) Численное решение при помощи ручных вычислений. Когда уравнения, описывающие поведение управляемого снаряда, уточняются и становятся нелинейными, в большинстве случаев не имеется аналитических методов их решения. Тогда, если система уравнений не стала еще слишком сложной, можно применить методы численного интегрирования; решение может быть получено при помощи настольных ручных счетных машин.

в) Автоматические вычисления. Этот метод применяется в том случае, когда уравнения системы управления оказываются настолько сложными, что проинтегрировать их при помощи ручных машин становится невозможным.

Если нужно получить очень много различных решений, как это бывает, например, при систематическом изучении влияния вариации параметров уравнений, следует предпочесть счетную машину-аналог. Точность, которую можно при этом получить, обычно не выше 0,1%. У некоторых из наиболее дешевых машин-аналогов точность может быть порядка нескольких процентов и даже ниже. Характерными для машин-аналогов являются: простота программирования решаемой задачи (и как следствие простота обучения работе на машине); быстрота, с которой можно получить решение (от  $\frac{1}{60}$  сек до нескольких секунд или минут, последнее для задач, решаемых в натуральном или увеличенном временном масштабе); простота смены наборов параметров. Кроме того, без всяких затруднений можно моделировать шумы.

Пределы применения машин-аналогов для решения дифференциальных уравнений определяются главным образом точностью этих машин. Получить точность порядка 0,1% или выше трудно, а когда требования к точности достигают 0,01% и выше, применение машин-



аналогов становится нерациональным. Далее, машины-аналоги невыгодно отличаются от цифровых машин тем, что не существует столь ясных математических методов для анализа и предсказания их ошибок, как в численных методах. Кое-что в этом отношении сделано только применительно к линейным уравнениям с постоянными коэффициентами.

Для наиболее сложных задач, решаемых на машинах-аналогах, необходимо иметь контрольные численные решения, получаемые обычно при помощи цифровых машин. После согласования результатов, выдаваемых машиной-аналогом, с контрольным решением все остальные желаемые решения можно получить уже на машине-аналоге. Число этих последних решений может измеряться тысячами и их точность получается из соображений непрерывности<sup>1)</sup>.

Коротко, достоинством машин-аналогов являются простота работы с ними и быстрота получения результатов. Область применения ограничивается их точностью.

## 19.2. Автоматизация вычислений<sup>2)</sup>

Процесс синтеза системы из вычисляющих элементов, выход которой соответствовал бы решению некоторого уравнения (так называемая автоматизация решения), лучше всего может быть описан на примере. Рассмотрим суммирование нескольких величин, например

$$a + b + c = d, \quad (19.1)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  являются для вычислительного устройства входом, а  $d$  выходом. Перенеся все в левую часть и считая, что решение сделано с пренебрежимо-малой ошибкой, напишем:

$$a + b + c - d = \varepsilon = \frac{d}{A} \approx 0, \quad (19.2)$$

где  $A$ —очень большая постоянная, соответствующая усилению. Система, выход которой соответствует уравнению (19.2), изображена на рис. 19.2. Этот пример можно обобщить, заменив суммирующую цепь любой другой, которая изображает искомую величину в неявном виде. Решение или любая величина, из которой решение может быть найдено в явном виде, всегда вырабатывается из сигнала ошибки. Для дифференциальных уравнений за выход усилителя обычно берут

<sup>1)</sup> Если есть уверенность, что параметры машины-аналога не изменились за время работы. (Прим. перев.)

<sup>2)</sup> § 19.2 написал McCool William, Mechanics Division, Naval Research Laboratory. [К этому параграфу рекомендуется литература на русском языке: Корн Г. и Корн Т., Электронные моделирующие устройства, ИЛ, М., 1955; Муррей Ф., Теория математических машин, ИЛ, М., 1949; Детали и элементы радиолокационных станций, ч. III, Советское радио, М., 1953; Кобринский Н. Е., Математические машины непрерывного действия, Гостехиздат, М., 1954; Гутенмахер Л. И., Электрическое моделирование, Изд.-во АН СССР, 1943; Гутенмахер Л. И. и др., Руководство по электронно-ламповым интеграторам типа ЭЛИ, Изд.-во АН СССР, 1952. (Прим. перев.)]



высшую производную. Остальные производные и само решение получают последовательными интеграциями. Важно отметить, что любая автоматизация решения одного уравнения производится при помощи замкнутого контура, работу которого можно представить себе, как моделирование решения уравнения при помощи усилителя, принуждающего выход системы удовлетворять заданному уравнению. В литературе это часто называют «методом неявных функций».

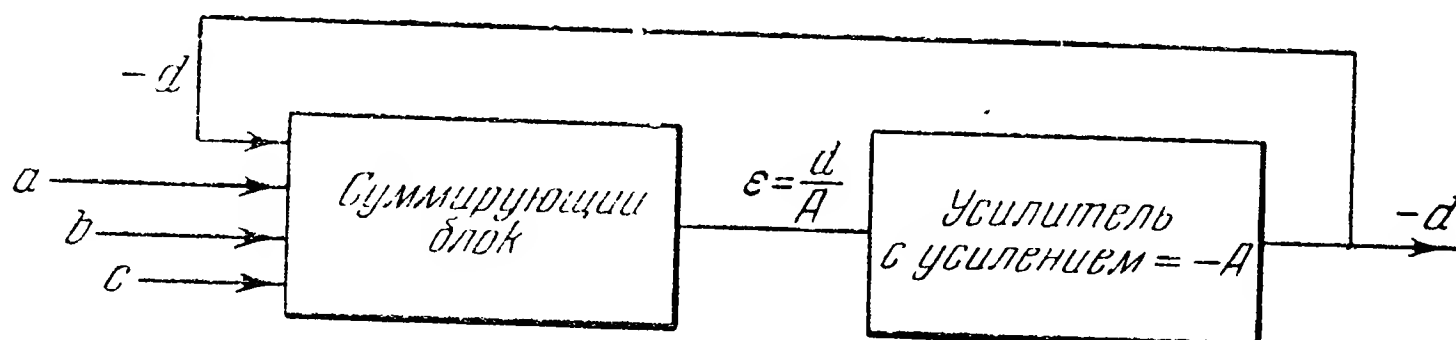


Рис. 19.2. Вычислительный контур для решения уравнения  $a + b + c = d$ .

В качестве другого примера рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = C(x), \quad (19.3)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные. Перенеся все члены уравнения влево и добавив, как обычно, ошибку  $\varepsilon$ , получим:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by - C(x) = \varepsilon = \frac{1}{A} \frac{d^2y}{dx^2} \approx 0. \quad (19.4)$$

Нетрудно построить решающую схему для этого уравнения, если начать построение с сигнала ошибки, который затем вырабатывается схемой в качестве окончательного результата. Такая схема показана на рис. 19.3. В этих примерах, а также и в общем случае сигнал ошибки всегда вырабатывается при помощи цепи, суммирующей члены уравнения. В соответствии с этим суммирующие цепи и усилитель можно объединить в одном блоке (как показано пунктиром на рис. 19.3), который называют «суммирующим усилителем». Таким образом, на рис. 19.2 изображен суммирующий усилитель.

Первый шаг в процессе автоматизации состоит в выражении старшей производной уравнения в виде суммы остальных членов уравнений. Например, из (19.3) находим:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a \frac{dy}{dx} - by + C(x). \quad (19.5)$$

Понятие сигнала ошибки, который в действительности вырабатывается внутри суммирующего усилителя, было введено нами выше

лишь для того, чтобы пояснить основную идею вычислений при помощи электронных машин-аналогов.

При решении системы уравнений считают, что каждое из уравнений генерирует какое-нибудь одно из неизвестных. Поэтому для каждого уравнения должен иметься суммирующий усилитель и, по крайней мере, один замкнутый контур, который связан с остальными таким образом, чтобы все вместе они моделировали исходную систему уравнений. Вообще эти связи оканчиваются на входе суммирующих усилителей. Автоматизация решения системы уравнений будет пояснена на примере, приводимом ниже.

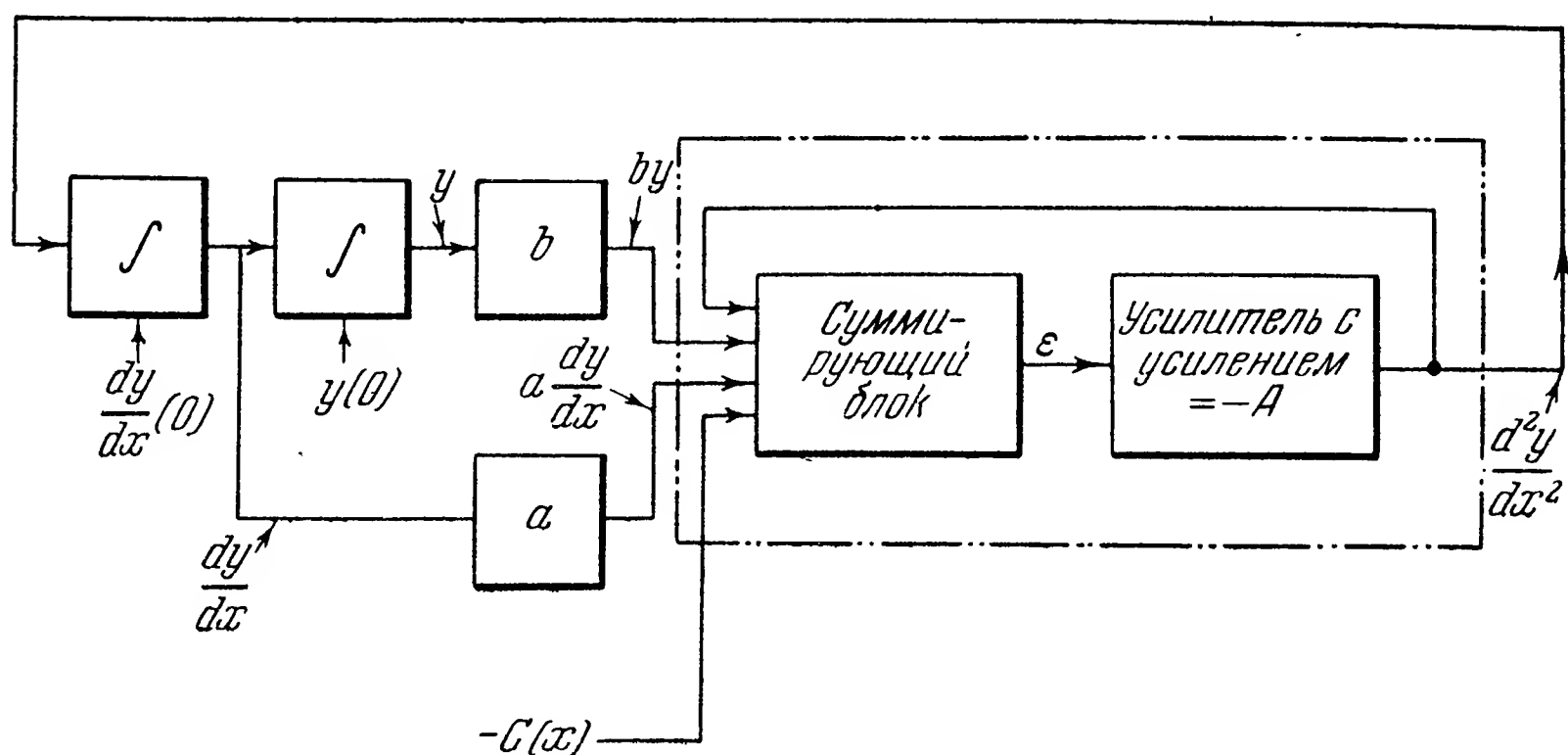


Рис. 19.3. Вычислительный контур для решения уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = C(x).$$

Вообще автоматизировать решение уравнения или системы уравнений можно многими способами, т. е. процесс автоматизации не однозначен. Поскольку каждый из них дает лишь приближенное решение, требуется значительный опыт, чтобы разработать схемы, дающие наибольшую точность.

Выходное напряжение суммирующего усилителя совпадает с вычисляемым в алгебраической сумме входных напряжений. Каждая из входных величин может быть усилена отдельно от других, т. е. умножена на некоторую постоянную. Например, можно иметь семь входов, из которых один получает множитель 10, два — множитель 4 и четыре — множитель 1. Это нетрудно пояснить на примере суммирующего усилителя с двумя входами, получающими множители  $A$  и  $B$ . Схема такого устройства показана на рис. 19.4. Предполагается, что усилитель постоянного тока с большим усилением  $\mu$  имеет бесконечный входной импеданс и нулевой внутренний импеданс на выходных зажимах. Тогда, если выходное напряжение есть  $E_0$ , то входное сеточное напряжение  $E_g$  должно быть равно  $-\frac{E_0}{\mu}$ .

Поскольку сумма токов в узле  $J$  должна быть равна нулю, мы получим:

$$\frac{E_A - E_0}{\frac{R}{A}} + \frac{E_B - E_0}{\frac{R}{B}} + \frac{E_0 - E_0}{R} = 0. \quad (19.6)$$

Отсюда

$$E_0 = -(AE_A + BE_B) - E_0(A + B + 1) \cdot \frac{1}{\mu}. \quad (19.7)$$

Если  $\mu \gg A + B + 1$ , то без заметной ошибки можно считать:

$$E_0 = -(AE_A + BE_B). \quad (19.8)$$

Таким образом, выход суммирующего усилителя равен взятой с обратным знаком сумме входных напряжений, причем каждое из них умно-

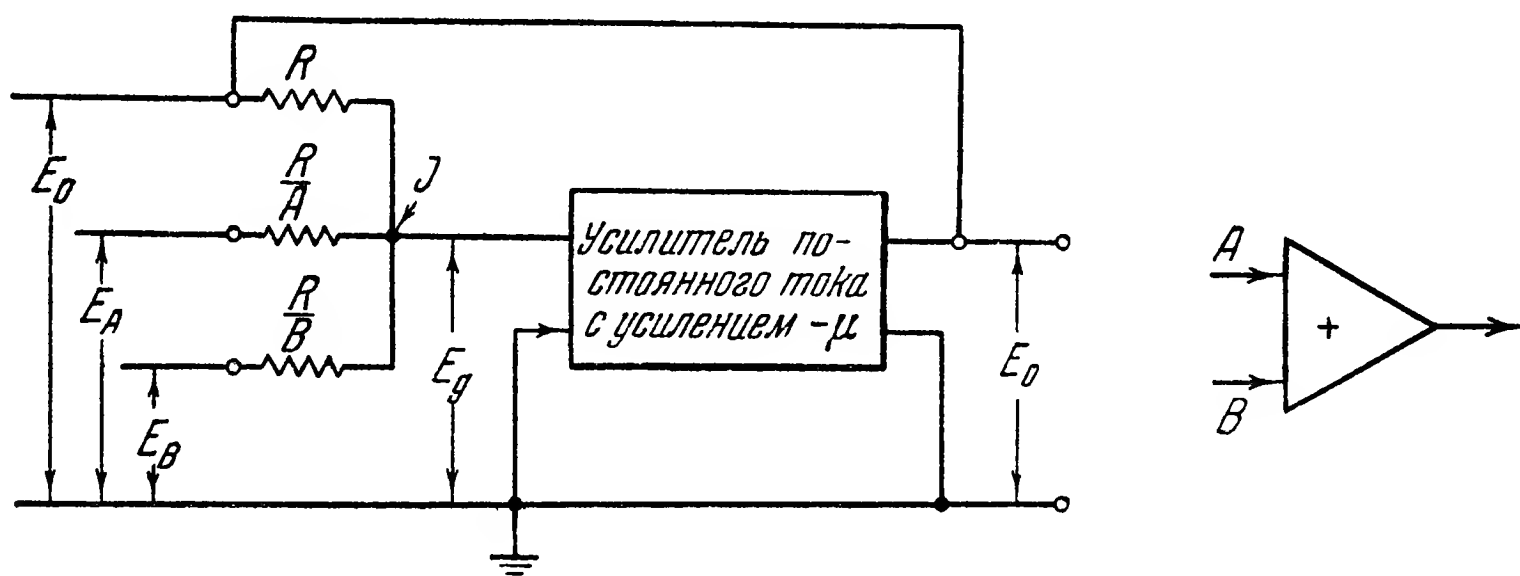


Рис. 19.4. Суммирующий усилитель и его обозначение на схемах.

жено на постоянную, определяемую отношением сопротивления обратной связи к соответствующему входному сопротивлению.

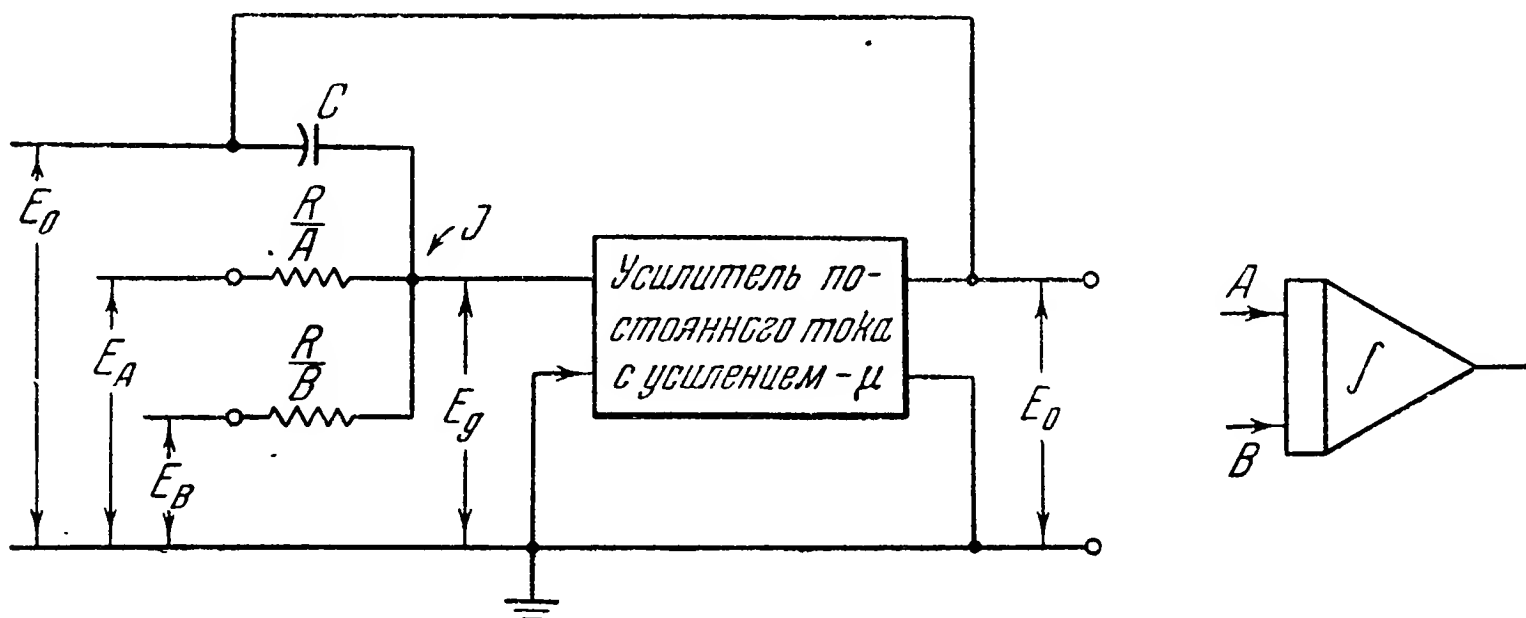


Рис. 19.5. Интегрирующий усилитель и его обозначение на схемах.

Если сопротивление  $R$  в обратной связи заменить емкостью  $C$ , а все остальное оставить по-прежнему, то мы получим интегрирующий усилитель (рис. 19.5). Выходное напряжение интегрирующего усилителя есть взятый с обратным знаком интеграл по времени от алге-

браической суммы входных напряжений. В самом деле, так как сумма токов в узле  $J$  снова должна быть равна нулю, мы имеем:

$$\frac{E_A - E_g}{\frac{R}{A}} + \frac{E_B - E_g}{\frac{R}{B}} + C \frac{d}{dt} (E_0 - E_g) = 0. \quad (19.9)$$

Подставляя в уравнение (19.9)  $E_0 = -\mu E_g$ , интегрируя почленно и преобразуя к виду, аналогичному (19.7), получим:

$$E_0 = + (E_0)_{IC} - \frac{1}{RC} \int_0^t (AE_A + BE_B) dt - \\ - \frac{1}{\mu} \left[ E_0 + \frac{A+B}{RC} \int_0^t E_0 dt - (E_0)_{IC} \right]. \quad (19.10)$$

Если  $\mu$  достаточно велико, а промежуток интегрирования не слишком велик, то с несущественной ошибкой можно написать:

$$E_0 = - \frac{A}{RC} \int_0^t E_A dt - \frac{B}{RC} \int_0^t E_B dt + (E_0)_{IC}. \quad (19.11)$$

Величина  $(E_0)_{IC}$  есть начальное условие для выходного напряжения; оно зависит от заряда конденсатора до начала интегрирования, т. е. при  $t < 0$ . В типовых интегрирующих усилителях произведение  $RC$  есть единица ( $R = 1$  мгом,  $C = 1$  микрофарада). Поскольку при интегрировании используется процесс зарядки конденсатора, независимым переменным в таком устройстве является истинное время. Математические операции, выполняемые остальными элементами, не зависят от времени. Поэтому, когда систему уравнений запускают в машину для интегрирования, все цепи могут быть окончательно собраны, кроме интегрирующего усилителя, при включении которого осуществляются условия в момент  $t = 0$ .

Существуют еще инверсные усилители. Это просто суммирующие усилители, имеющие только два входа, каждый из которых получает множитель единица. Назначение таких усилителей есть просто изменение знака функции.

Во всех трех типах усилителей изменение знака есть следствие применения обратной связи. Динамическое усиление типового усилителя постоянного тока может быть порядка 75 000 (при очень медленно меняющихся напряжениях усиление может быть порядка 20 000 000; оно получается в результате компенсации дрейфа). Поэтому ошибки уравнений (19.8) и (19.11), вносимые предположением, что  $\mu$  очень велико, настолько малы, что оказываются допустимыми значительные вариации параметров ламп. Действительная точность

вычислений определяется допусками ( $\pm 0,1\%$ ) и постоянством сопротивлений и емкостей, если интервал интегрирования не слишком продолжителен, вследствие чего влиянием дрейфа усилителя постоянного тока можно пренебречь.

Численные коэффициенты вводятся при помощи *масштабных потенциометров*, работающих совместно со входными умножающими устройствами усилителей. Например, если мы хотим умножить вход

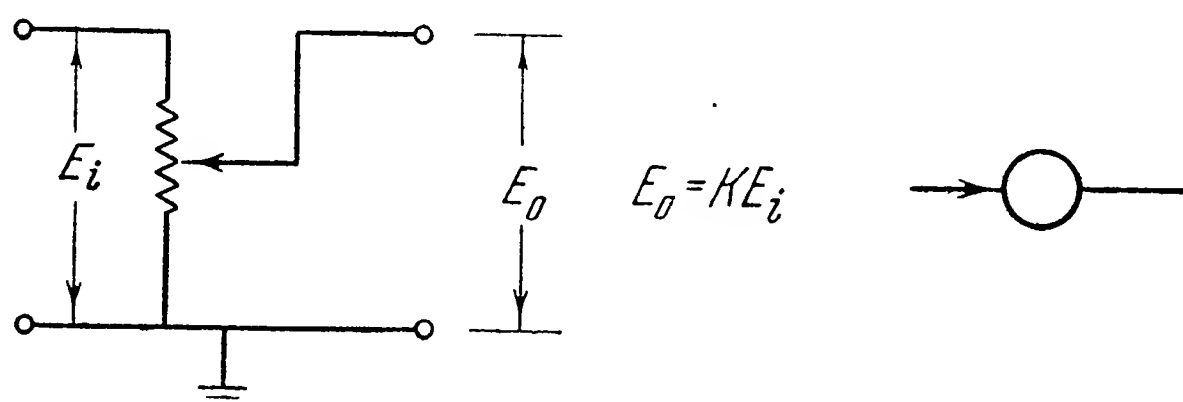


Рис. 19.6. Масштабный потенциометр и его обозначение на схемах.

на коэффициент 5,59, то этот вход подключают к потенциометру на 0,559, а выход потенциометра подводят к 10-кратному входному умножающему устройству усилителя. Такой потенциометр имеет 10 оборотов при 100 делениях шкалы на каждый оборот; его допуск на линейность равен  $0,1\%$ , так что потенциометр обладает точностью до одного деления. Схема потенциометра показана на рис. 19.6.

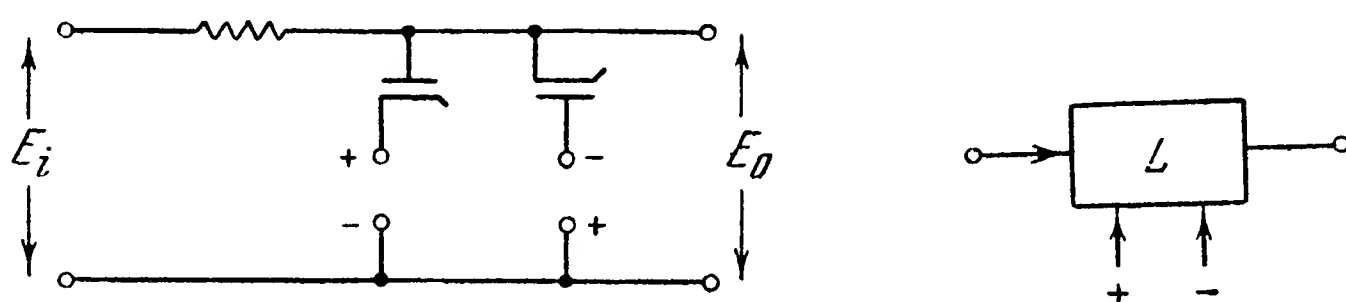


Рис. 19.7. Ограничитель и его обозначение на схемах.

Изменение величин, представляемых в виде напряжений, может быть ограничено определенным максимумом и (или) минимумом при помощи ограничителей. Эта электронная операция аналогична механической операции остановки вращения некоторого валика. Схема устройства такого ограничителя показана на рис. 19.7. Ограничение определяется соответствующим напряжением смещения.

Один из типов перемножающих устройств использует тот принцип, что выходное напряжение линейного потенциометра пропорционально произведению угла поворота движка и напряжения, подведенного к полному сопротивлению потенциометра. Преобразование одного из напряжений-сомножителей в угол поворота делается при помощи позиционной следящей системы. Конечно, оба напряжения-сомножители должны лишь медленно изменяться с течением времени.

Сама следящая система перемножающего устройства показана на рис. 19.8. Она состоит из суммирующей цепи, которая вырабатывает обычный сигнал ошибки — сумму входного напряжения и напряжения обратной связи — и усилителя, приводящего в движение мотор, который в свою очередь вращает движок «следящего» потенциометра. Чтобы выработать напряжение обратной связи, к потенциометру подведено *постоянное задающее напряжение*. Если не обращать внимания на внутреннее электромеханическое преобразование, эта следящая система похожа на инверсный усилитель,

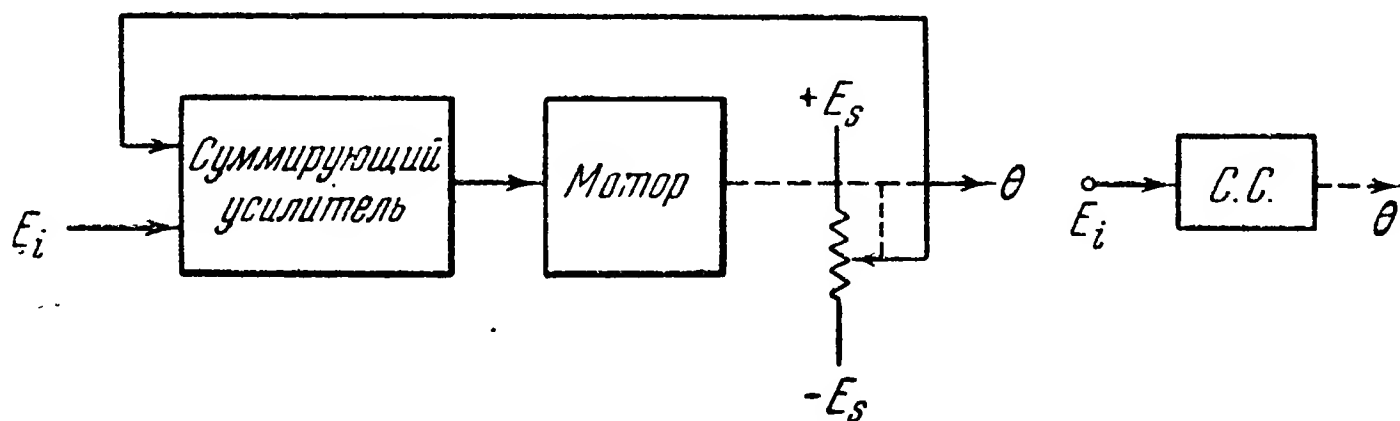


Рис. 19.8. Следящая система и ее обозначение на схемах.

поскольку выходное напряжение следящего потенциометра вынуждено быть обязательно отрицательным. Нетрудно видеть, что угол поворота  $\theta$  следящего потенциометра при постоянном задающем напряжении  $E_s$  должен быть пропорционален входному напряжению  $E_i$ . Если  $\theta_0$  есть полный ход потенциометра, то

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{E_i}{E_s}. \quad (19.12)$$

Рассмотрим потенциометр, тождественный следящему и поворачиваемый мотором следящего потенциометра. Такой потенциометр называется *умножающим*. В качестве задающего напряжения к умножающему потенциометру подводится второй сомножитель  $E_2$ . Вследствие этого выход  $E_0$  умножающего потенциометра будет:

$$E_0 = \frac{\theta}{\theta_0} E_2 = \frac{E_i}{E_s} E_2. \quad (19.13)$$

Можно выполнить еще сколько угодно умножений, помещая на следящий валик другие умножающие потенциометры. Все эти произведения будут иметь общий коэффициент  $\frac{E_i}{E_s}$ . Поскольку следящая

система чувствует знак входа (положительный или отрицательный) и поскольку все потенциометры сбалансированы, т. е. движок потенциометров находится в среднем положении при напряжении, равном нулю, произведения сохраняют верный знак. На рис. 19.9 показана схема умножающего устройства с несколькими выходами. Из уравнения (9.13) видно, что, кроме умножения, можно производить и



деление. К сожалению, применимость этой схемы для выполнения деления сильно ограничена, так как динамические свойства следящего потенциометра чрезвычайно сильно зависят от задающего напряжения.

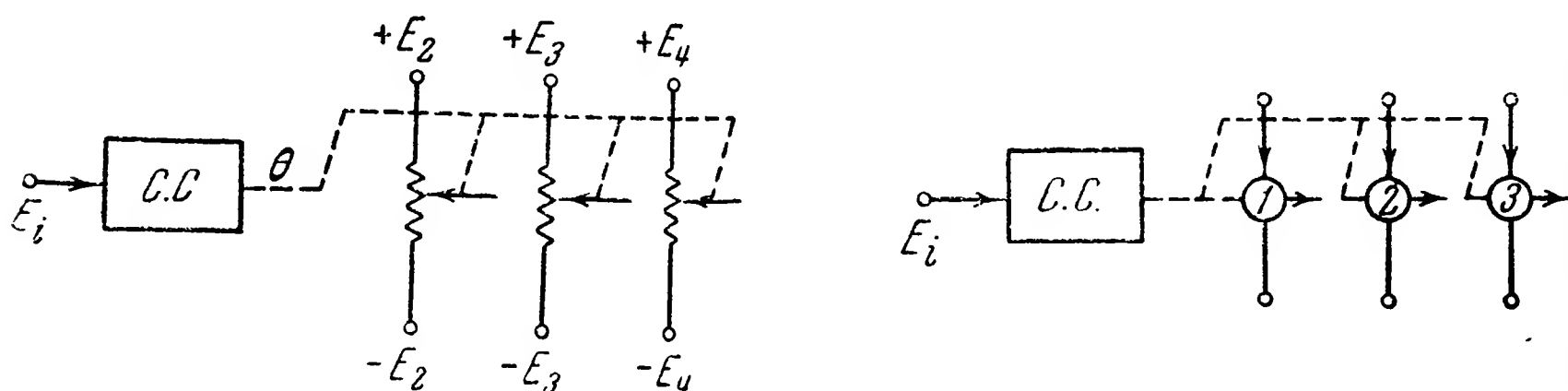


Рис. 19.9. Умножающее устройство и его обозначение на схемах.

Одним из наиболее удачных методов автоматизации деления следует признать «способ неявных функций». Однако в этом случае усилитель не превращается в суммирующий усилитель с простым сопротивлением в обратной связи (как на рис. 19.4). Теперь это сопротивление заменяется умножающим потенциометром (рис. 19.10), кото-

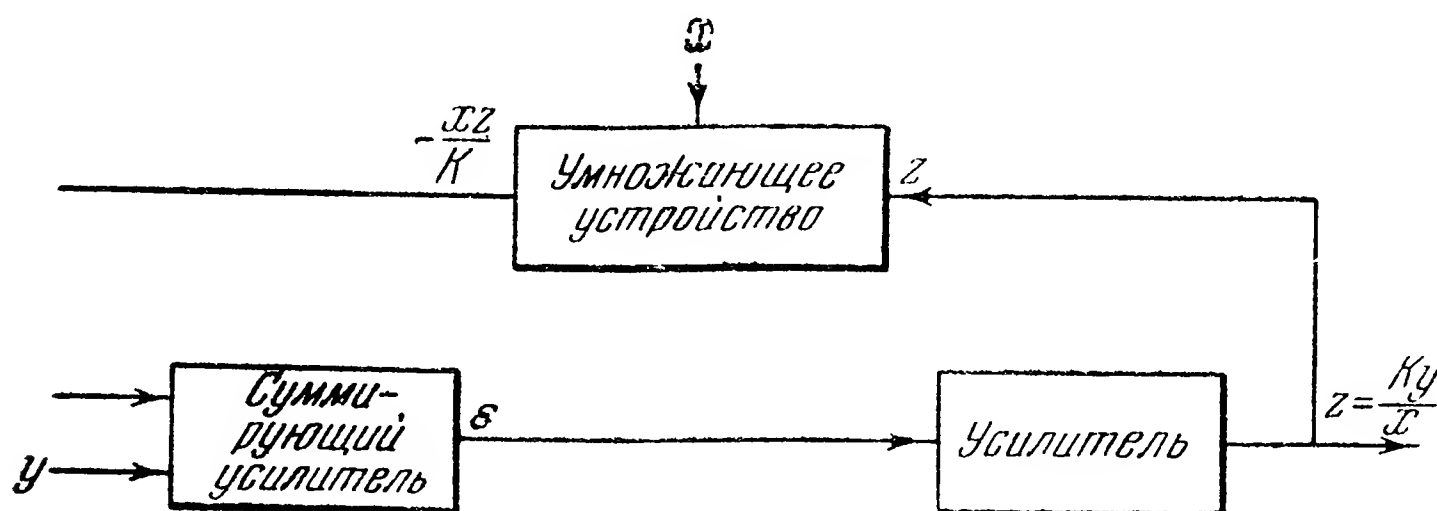


Рис. 19.10. Схема автоматизации деления.

рый работает как переменная проводимость, величина которой равна делителю. Делимое вводится как обычный вход суммирующего усилителя. Если обозначим частное через  $z$ , то

$$z = \frac{Ky}{x}, \quad (19.14)$$

или в неявном виде

$$\frac{zx}{K} - y = \varepsilon = \frac{1}{A} z \approx 0, \quad (19.15)$$

где  $A$  — усиление.

**Преобразователи координат**, которые применяются и для умножения, осуществляют двумерное преобразование. В одном из типов преобразования координат осуществляется поворот прямоугольных осей на угол  $\theta$ ; значение угла  $\theta$  и старых координат (до преобразова-

ния)  $x$ ,  $y$  являются входами прибора. Его выходом являются новые (преобразованные) координаты  $x'$ ,  $y'$ :

$$\left. \begin{aligned} x' &= y \sin \theta + x \cos \theta, \\ y' &= y \cos \theta - x \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (19.16)$$

В частном случае  $x = 0$  формулы (19.16) дают обыкновенное преобразование полярных координат в декартовы; это — наиболее часто встречающееся применение преобразователей координат. В другом типе преобразования координат переходят от декартовых координат к полярным. Преобразования обычно выполняются при помощи синусных и косинусных потенциометров, угловым положением которых управляют умножающие устройства.

Одним из наиболее существенных факторов, влияющих на ошибку вычисления, является способ записи результатов. В типовых машинах-аналогах применяются три различных вида записывающих устройств. Наибольшей разрешающей способностью обладает «регистрирующий стол»<sup>1)</sup>, полезная площадь которого равна  $30 \times 30$  дюймов ( $750 \times 750$  мм). Координатами пера на этом столе могут быть два любых переменных решаемой задачи; перо перемещается при помощи следящих систем. Поскольку регистрирующие механизмы имеют заметную инерцию, необходимо записывать решение достаточно медленно, чтобы избежать выбросов. Хотя это свойство ограничивает динамическую «полосу частот» вычислительной системы в целом, оно обычно не является препятствием к практическому применению, за исключением тех случаев физического моделирования, когда решение необходимо получать в масштабе «истинного времени».

Записывающее устройство, известное под названием «стол со входом и выходом», имеет полезную площадь  $9 \times 15$  дюймов ( $225 \times 375$  мм). Поскольку пишущее перо приводится в движение с помощью следящих систем, применение этого устройства для целей записи имеет совершенно те же ограничения, что и применение указанного выше «регистрирующего стола». Как показывает само название, «стол со входом и выходом» есть также и входное устройство; он позволяет преобразовать графическую запись в соответствующий электрический сигнал, который может быть использован как вход вычислительной машины. «Слежение за кривой» есть автоматическая операция, совершаемая при помощи проволоки, которой придана форма желаемой кривой. Поскольку входная абсцисса остается «произвольной», даже если выходная ордината определяется с помощью процесса «слежения», то таким методом можно генерировать как функции независимого переменного, так и функции от функции. В предположении, что при этом нет выбросов, ошибка «стола со входом и выходом» не превосходит  $\pm 1/4\%$  полной шкалы.

<sup>1)</sup> См. Корн Г. и Корн Т., Электронные моделирующие устройства, ИЛ, М., 1955, стр. 343 и след. (Прим. перев.)

Точность записи значительно выше и составляет  $1/2$  мм (толщина линии, прочерчиваемой пером).

Наконец, для менее точной работы можно применять шестиканальный самописец. Так как в нем бумага может двигаться с двумя постоянными скоростями, абсцисса записи всегда пропорциональна времени. Поэтому решение не может быть записано в виде функции от какого-нибудь другого переменного. Однако этот прибор имеет некоторые преимущества. Поскольку каждый из каналов имеет стабильное усиление в пределах от 0,1 до 10, запись можно вести на разнесенных уровнях без использования дополнительных вычислительных устройств. Кроме того, запись решения можно вести значительно быстрее, без выбросов перьев. (Динамические характеристики пишущего устройства здесь значительно выше, чем у сложных следящих устройств, применяемых в других записывающих приборах). Этот шестиканальный самописец очень удобен для тех исследований, где параметры или начальные условия необходимо варьировать в широких пределах.

Иногда вместо записи бывает удобнее и точнее применять непосредственный отсчет по шкале следящего устройства некоторой максимальной или конечной величины (следящие устройства часто используются как прецизионные вольтметры).

Вообще решение заданной системы уравнений нельзя автоматизировать без выбора масштаба для независимого переменного. Поскольку в рассматриваемых счетных машинах время является неизбежным независимым переменным, масштаб времени определяет «быстроту решения». Выбор этого масштаба обычно определяется некоторым компромиссом между слишком длинным и слишком коротким промежутком времени, необходимым для решения. В первом случае ошибки, получающиеся вследствие интегрирования дрейфа различных напряжений и от других источников, становятся чрезмерными. Во втором случае «время нарастания» усилителя (малый отклик на быстро меняющуюся часть решения) искажает решение. Это последнее ограничение является даже более серьезным для вычислительных схем, использующих следящие системы. Но очень важно отметить, что ошибки, возросшие благодаря неудачному выбору масштаба времени, можно сразу обнаружить путем сравнения с решением, полученным при использовании других масштабов.

Опытом установлено, что после того, как найдено устройство, обеспечивающее наименьшую величину отбрасываемых в уравнении членов, следует выбирать масштаб времени так, чтобы ни один из коэффициентов не был значительно больше единицы. Если этот масштаб потребует слишком длинного промежутка времени для решения, может оказаться необходимым найти другое техническое решение вопроса.

Мы приведем несколько примеров, показывающих некоторые из важных применений вычислительных устройств, основанных на

описанных выше принципах. Рассмотрим сначала дифференциальное уравнение (19.3), преобразованное к виду (19.5). Схема соответствующей автоматики с использованием условных обозначений, введенных на рис. 19.4—19.9, представлена на рис. 19.11. Предполагается, что суммирующий усилитель вырабатывает (из внутреннего сигнала ошибки  $\varepsilon$ ) напряжение, соответствующее второй производной искомого решения. Затем две последовательные интеграции дают первую производную и само решение, из которых формируются соответствующие члены уравнения (19.5). Функция  $C(x)$  произвольна и может быть получена любым подходящим способом. Затем все члены дифференциального уравнения суммируются в усилителе, выход которого замыкает контур обратной связи.

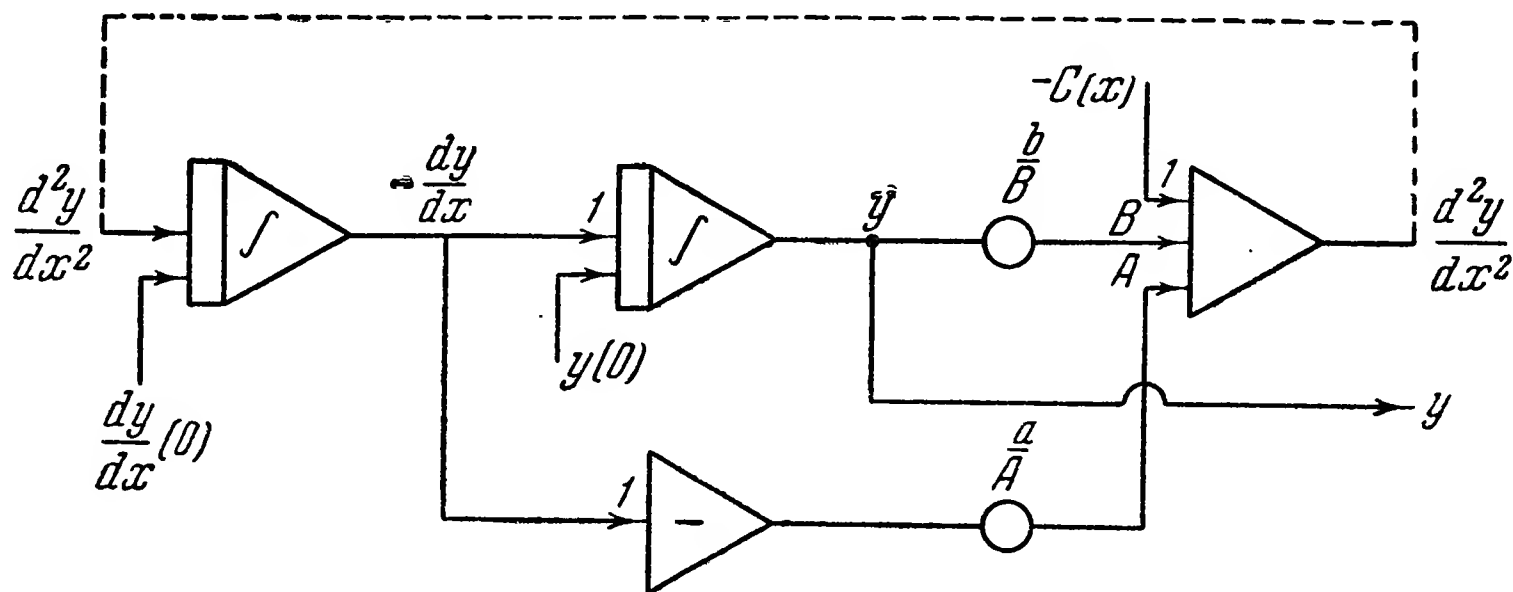


Рис. 19.11. Пример автоматизации решения уравнения (19.3).

Рассмотрим простейшую форму хорошо известного уравнения Ван дер Поля

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \mu(1 - y^2) \frac{dy}{dx} + \omega^2 y = 0, \quad (19.17)$$

которое описывает релаксационные колебания. Это нелинейное дифференциальное уравнение интересно тем, что оно применимо ко многим физическим явлениям. В общем случае  $\mu$  и  $\omega$  имеют такие значения, для которых могут потребоваться разные масштабы. Коэффициент при первой производной показывает, что амплитуда решения никогда не будет много больше единицы вследствие зависимости между демпфированием решения и самим решением. Наилучшую точность мы получим, если максимальная амплитуда решения будет совпадать с динамическим диапазоном машины ( $\pm 100$  вольт). Таким образом, при автоматизации необходимо выбрать масштаб и для самого решения. Это можно выполнить при помощи следующего преобразования переменных в уравнении (19.17):

$$\bar{y} = 10^{\frac{3}{2}} y, \\ t = kx.$$

После преобразования, разрешив уравнение относительно старшей производной, получим:

$$\frac{d^2 \bar{y}}{dt^2} = \frac{\mu}{k} \left( 1 - \frac{\bar{y}^2}{10^3} \right) \frac{d\bar{y}}{dt} - \frac{\omega^2}{k^2} \bar{y}. \quad (19.18)$$

Необходимо подчеркнуть, что мы здесь применили простое линейное преобразование переменных.

Решение уравнения (19.18) после небольших его преобразований можно автоматизировать, как показано на рис. 19.12. «Большой

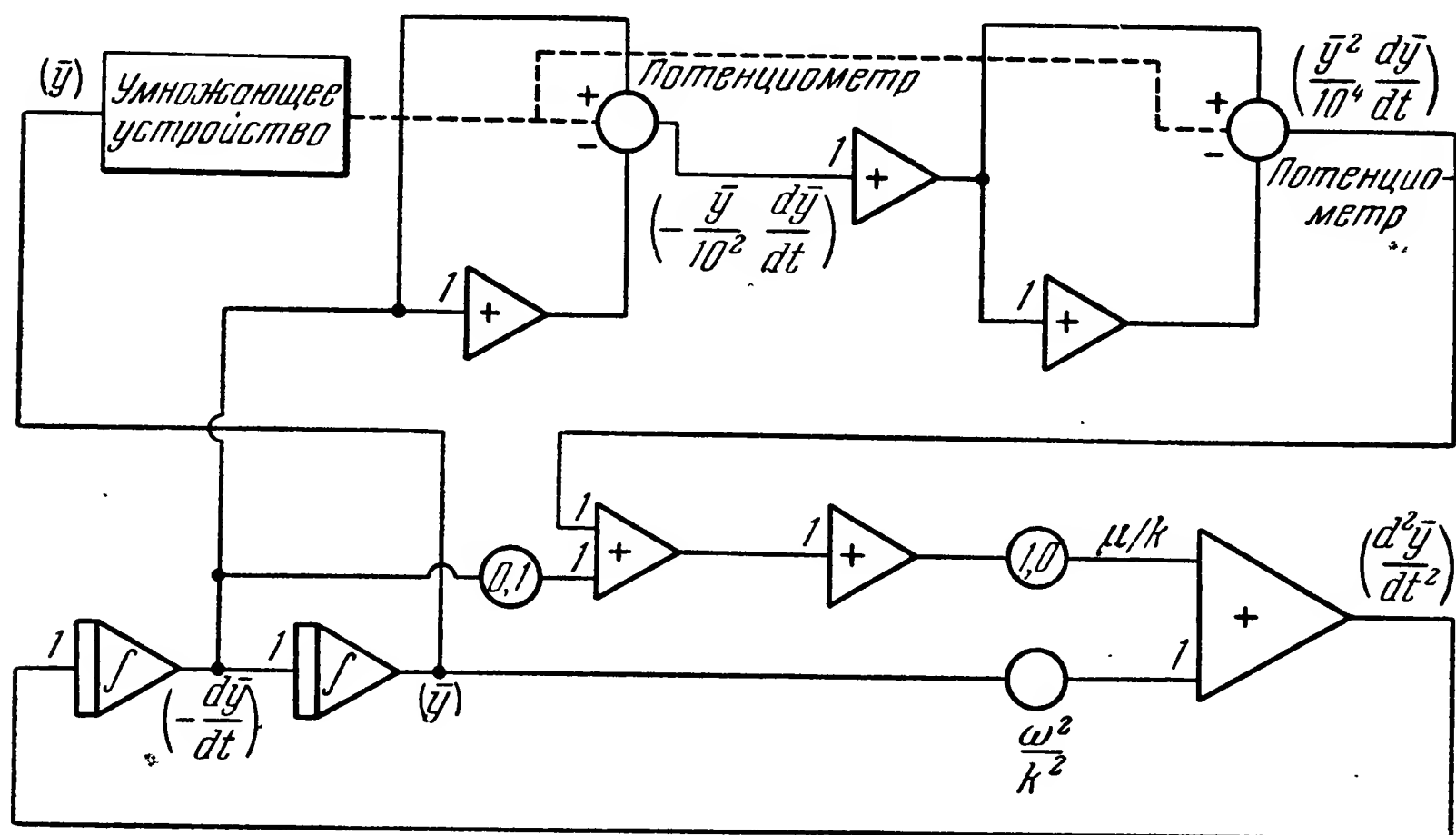


Рис. 19.12. Схема счетной машины для решения уравнения Ван дер Поля.

контур» образован таким же способом, как и в предыдущем примере. Интересно отметить, что при данном частном виде демпфирующего члена требуется введение только одного умножающего устройства. Разложение демпфирующего члена на два множителя позволяет выполнить последовательное умножение на  $\bar{y}$ , которое все равно уже находится на валике мотора умножающего устройства. Точно так же интересно отметить, что по соображениям, касающимся «быстроты решения», возможный диапазон изменения масштаба времени, а следовательно, и коэффициентов  $\mu$  и  $\omega$  был бы более ограничен,

если бы с валика мотора умножающего устройства снималась  $\frac{d\bar{y}}{dt}$ .

Установившееся решение этого уравнения Ван дер Поля не зависит от начальных условий, которые влияют только на переходной процесс.

В качестве последнего примера рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающих два электрических контура

со смешанной связью:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} + Ai_1 - Ci_2 &= 100D, \\ \frac{di_2}{dt} + 10Gi_2 - Ei_1 - 10F \frac{di_1}{dt} &= -100K, \\ i_1(0) &= i_2(0) = 0, \\ 0 &\leq A, C, E, D, F, G, K. \end{aligned} \right\} \quad (19.19)$$

Автоматизация решения системы (19.19) показана на рис. 19.13. Ясно видны «большие контуры» для каждого уравнения. В первом уравнении —  $Ci_2$  есть «связывающий член», т. е. ток  $i_2$  вычисляется

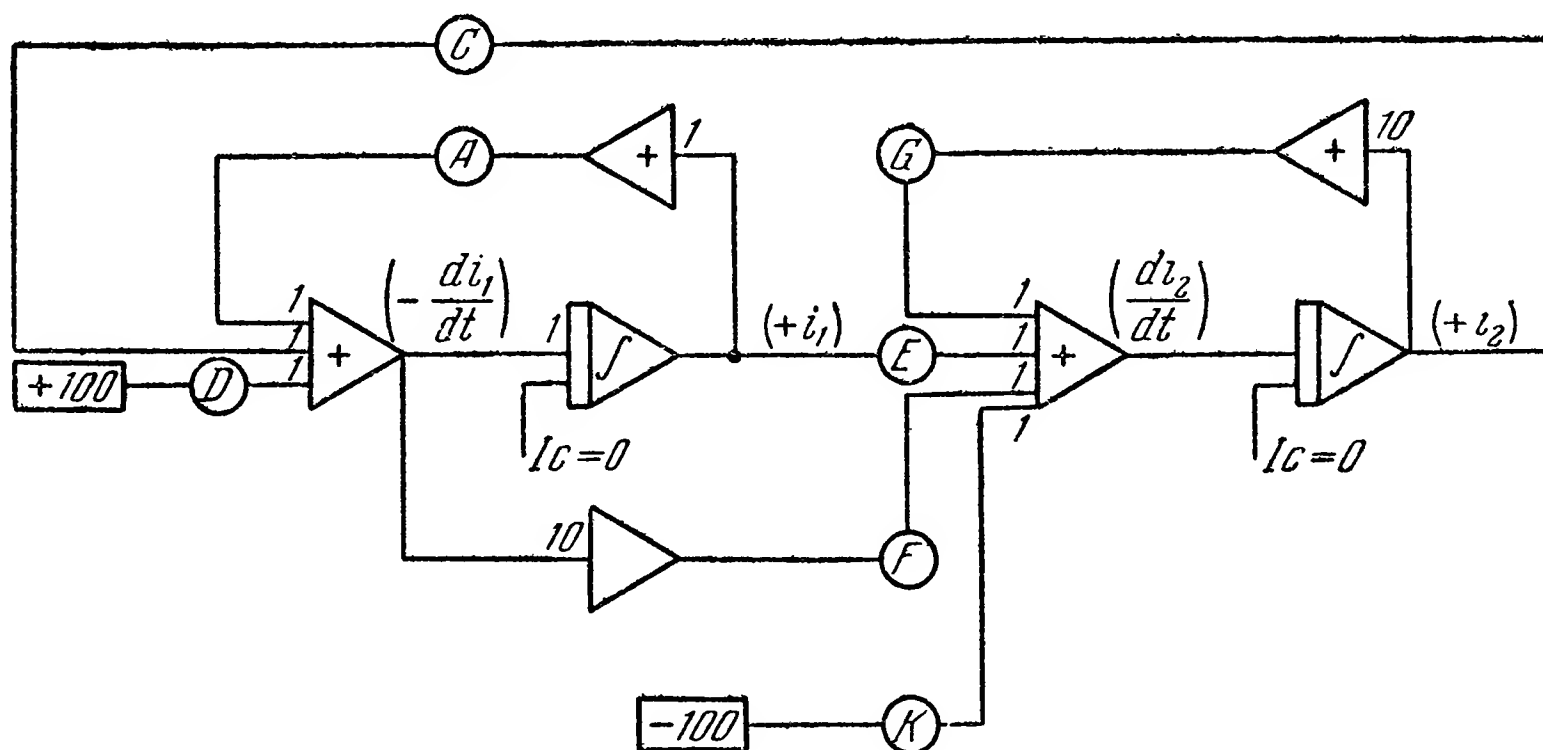


Рис. 19.13. Схема автоматизации решения системы уравнений (19.19).

во втором контуре, умножается на коэффициент —  $C$  и затем вводится в первый контур. Связывающими являются также члены с коэффициентами —  $E$  и —  $F$ .

В этом частном случае, как и во многих других, нетрудно найти решение системы аналитическим путем. Однако определение влияния варьирования параметров в широких пределах приводит к такому количеству вычислений, что становится необходимым применить машинный метод.

### 19.3. Основы трехмерного моделирования управления снарядами<sup>1)</sup>

Блок-схема задачи. На рис. 19.14 показана блок-схема трехмерного моделирования управления снарядами. Входами модели

<sup>1)</sup> § 19.3 написал Dr. Louis Bauer, Project Director of Project Cyclone, Reeves Instrument Co., N. Y. C.



аэродинамических свойств снаряда будут углы атаки<sup>1)</sup>, угловые скорости и углы отклонения рулей, а выходами — аэродинамические силы и моменты; эту модель мы примем за исходный пункт схемы. В блоке «силы» интегрируются дифференциальные уравнения поступательного движения снаряда, в результате чего получаются скорость полета снаряда и углы, определяющие направление

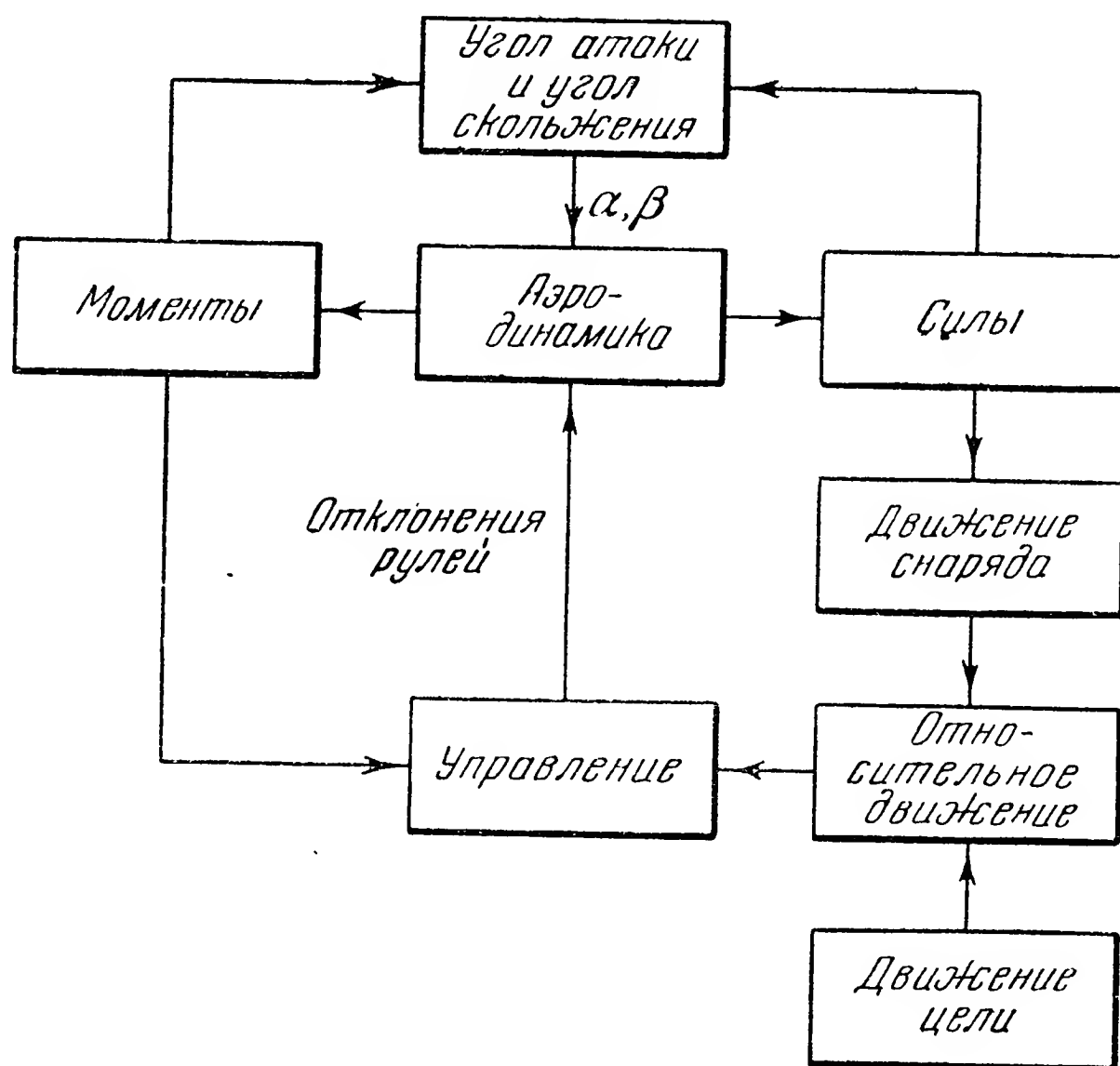


Рис. 19.14. Блок-схема трехмерного моделирования системы управления.

скорости. В блоке «моменты» интегрируются уравнения вращательного движения снаряда, в результате чего получаются угловые скорости; второе интегрирование определяет ориентацию снаряда в пространстве. Наконец, из этих данных получаются угол атаки и угол скольжения. Как видно из блок-схемы, последние два шага выполняются в машине для вычисления углов атаки и скольжения, выход которой является входом модели аэродинамических свойств.

Иногда применяют другой метод. Вместо того, чтобы получать углы атаки и скольжения из углов, определяющих ориентацию снаряда и направления его скорости, можно вычислять их непосредственно из составляющих скорости по осям, связанным со снарядом.

<sup>1)</sup> В нашей литературе принято говорить об угле атаки и угле скольжения; в дальнейшем мы будем придерживаться принятой у нас терминологии. (Прим. перев.)

Описанная выше часть блок-схемы содержит в себе характеристики устойчивости снаряда в неуправляемом полете. Этот замкнутый контур может применяться для моделирования устойчивости обыкновенного самолета.

Остальная часть блок-схемы содержит блоки, определяющие отклонения снаряда от заданной траектории и моделирующие управление снарядом, которое имеет своим назначением уничтожить эти отклонения. Таким образом, эта часть моделирующей установки представляет собой характеристики системы управления, включая и ее устойчивость.

Прежде всего путем интегрирования определяются координаты снаряда в трех измерениях. Независимо от этого в установку вводятся координаты цели; совершенно так же вводятся, если нужно, координаты одной или нескольких станций, управляющих снарядом. На основании этих данных вычисляется относительное движение снаряда и определяются расстояния между снарядом, целью и управляющими станциями соответственно. Далее вычисляются такие величины, как горизонтальное и вертикальное отклонения снаряда от заданной траектории или угловые ошибки в положении цели, которые обнаруживаются бортовой управляющей аппаратурой снаряда. Затем линейные или угловые ошибки вводятся в блок, моделирующий аппаратуру управления. В этом блоке вырабатывается отклик управляющей аппаратуры на существующую ошибку и вычисляются отклонения элеронов, руля высоты и руля направления; эти последние в качестве обратной связи поступают в модель аэродинамических свойств снаряда.

**Дополнительные блоки.** Для полного моделирования может оказаться необходимым иметь следующие дополнительные блоки: модель силовой установки, вырабатывающей тягу в зависимости от скорости полета, высоты и управления двигателем; модель атмосферы, которая вырабатывает давление, плотность и температуру воздуха в зависимости от высоты полета; модель изменения массы снаряда, которая учитывает влияние расхода топлива на равновесие сил и моментов.

В частных случаях некоторые из блоков могут содержать в себе различные усложняющие элементы. Например, от модели аэродинамических свойств снаряда может потребоваться выдача сил и моментов при широких пределах изменения числа Маха, если предположено моделировать весь полет снаряда, начиная с момента старта и кончая моментом встречи. Для этого в околосвуковой зоне требуется осуществление больших вариаций за короткий промежуток времени, в течение которого снаряд проходит эту зону; при этом силы и моменты принимают такие значения, которые могут повести к неустойчивости в течение разгона.

Когда снаряд выполняет маневр, диктуемый системой управления для выдерживания желаемой траектории, в движениях тангажа и

рысканья наблюдаются большие переходные процессы. При таких условиях, которые, в частности, обычно бывают в начале полета и перед попаданием, линейная аэродинамическая теория перестает быть пригодной. Поэтому моделирование должно включать в себя все нелинейности полностью.

Поскольку аэродинамические воздействия на снаряд зависят от числа Маха и высоты, в программы работ по моделированию обычно включается некоторое количество полетов, в которых начальная скорость и высота являются варьируемыми параметрами. Для облегчения этих опытов моделирующая установка должна допускать удобную замену блоков, генерирующих требуемые эмпирические функции.

**Специальные цепи.** Моделирование управляющей аппаратуры требует хорошо разработанных вычислительных схем. При моделировании различных снарядов в соответствующем блоке могут потребоваться совершенно непохожие друг на друга элементы. К этой части моделирующей установки могут относиться следующие подблоки:

а) схемы, моделирующие аппаратуру, которая вырабатывает сигнал ошибки, включая сюда динамические характеристики ищущих цель приспособлений, а также нелинейные искажения и ограничения управляющих сигналов;

б) модели шумов в ищущих приспособлениях и шумовые фильтры;

в) цепи, формирующие команду, или счетно-решающие приборы системы управления;

г) ограничители ускорений, предохраняющие снаряд от недопустимой динамической перегрузки;

д) модели рулевых устройств, включающие в себя запаздывания следящих устройств и нелинейности типа мертвого хода, ограничений по отклонениям и скоростям и т. п.

**Обеспечение точности.** При проектировании большого моделирующего устройства важно понимать назначение трехмерного моделирования как одной из последних стадий разработки управляемого снаряда. Чтобы хорошо выполнить свое назначение, каждая моделирующая установка должна иметь достаточную пропускную способность и приспособляемость для моделирования наиболее сложных зависимостей, которые описывают несовершенство оборудования, нелинейности и эффекты перекрестных связей между отдельными элементами, имеющиеся в задаче управления. Влияние каждого из этих элементов в отдельности может быть достаточно хорошо изучено на моделирующих установках средних и малых размеров или аналитическими методами. Но взаимодействие между ними и их общий эффект могут быть изучены только на большой моделирующей установке. Получаемые при таких исследованиях результаты могут иметь практическую ценность только в том случае, если моделирование отдельных явлений осуществляется с высокой степенью

приближения к действительности. Едва ли возможно заранее, при составлении плана работ по полному трехмерному моделированию, оценить относительную важность многочисленных сложных аспектов проблемы. Поэтому на рассматриваемой стадии работ уже нельзя пренебрегать различными усложняющими факторами, которые на других стадиях проектирования редко принимаются во внимание.

Рассмотрим, например, явления, которые усложняют динамические и кинематические уравнения, если движение снаряда не ограничено вертикальной или горизонтальной плоскостью. Число степеней свободы снаряда возрастает с трех до шести. Появляется перекрестная динамическая зависимость между уравнениями поступательного и вращательного движений и перекрестная кинематическая зависимость между уравнениями, которые определяют положение и ориентацию снаряда относительно системы координат, связанной с Землей. В дополнение к этому при выработке сигнала ошибки появляется сильная перекрестная зависимость между движением ищущих устройств внутри снаряда и движением крена самого снаряда. В самих управляющих командах появляются ошибки, вызываемые креном снаряда. Наконец, система измерения элементов, определяющих ориентацию снаряда, сама может оказаться подверженной перекрестным ошибкам, появляющимся в измерительных приборах. Очевидно, что только тщательное изучение этих эффектов может дать указание, где именно допустимо пренебрегать ими для упрощения математически точных соотношений. Поэтому среди пользователей моделирующих установок вообще заметна тенденция включать все эти усложняющие обстоятельства в формулировку общей задачи моделирования. Об этих соображениях нужно помнить, в частности, при проектировании новой лаборатории моделирования для Bureau of Aeronautics, U. S. Navy (Project Cyclone).

#### 19.4. Сравнение машин-аналогов и цифровых машин<sup>1)</sup>

Весьма эффективным средством при проектировании систем управления, а в значительной части и при самом управлении являются счетные машины, как аналоги, так и цифровые. В настоящее время машины-аналоги являются главным средством для моделирования динамики контура управления при изучении вопроса о способности снаряда следовать подаваемым ему командам. Цифровые машины пока применялись главным образом для специальных научных вычислений, в которых нужно делать с большей точностью много повторяющихся действий. Если вычислительная машина используется как модель, она должна по входным функциям вырабатывать такие выходные сигналы, которые определяются передаточными характеристиками

---

<sup>1)</sup> §§ 19.4 и 19.5 написал D. H. Gridley, Applications Research Division, Naval Research Laboratory.

отдельных элементов системы управления снарядами. Наиболее подходящей для этого является машина-аналог. В большинстве случаев машина-аналог может непосредственно воспроизводить характеристики системы управления или снаряда. Это — наиболее экономичный способ получения нужных результатов без действительного полета и, следовательно, гибели снаряда, стоимость которого высока. Это оказывается возможным вследствие большого сходства между сигналами, обычно вырабатываемыми в машине-аналоге и в реальной системе управления. Если вычислительная задача не очень сложна и требования к точности не очень велики, то такое решение является отличным. Однако, когда вычислительная задача становится все более и более сложной и возрастает количество необходимых вычислений, эффективность и точность машин-аналогов падают. Здесь начинают проявляться преимущества автоматических программируемых быстродействующих цифровых машин.

Применение быстродействующих вычислительных машин началось около 1946 г. и с тех пор стремительно развивается. Скорость их работы возросла во много раз, правда, не без увеличения сложности. Точность, возможная в цифровых машинах, вообще не ограничена, но на практике она редко выше 10 десятичных знаков. В последнее время размер и сложность этих гигантских машин уменьшены, причем их производительность осталась неизменной; кроме того, возросла их надежность. Судя по всем признакам, цифровые машины будут весьма удачно конкурировать с машинами-аналогами при решении задач средней и большой сложности, какие и имеют место в рассматриваемом случае.

В точности вычислений между машиной-аналогом и цифровой машиной существует значительная разница. Отдельный элемент машины-аналога обладает точностью в лучшем случае около  $0,1\%$ , или около 3—4 десятичных знаков. Когда большое количество этих  $0,1\%$ -ных элементов связывается между собой, что необходимо для решения сложных задач, каждый добавочный элемент имеет тенденцию понизить точность окончательного результата. По этой причине точность машины-аналога убывает по мере возрастания сложности задачи. С другой стороны, если в цифровую машину входные данные поданы с некоторой определенной точностью, эта точность будет выдерживаться неизменной в течение всего процесса вычислений. Точность вычислений зависит лишь от искусства математиков, которые программируют решение задачи.

Другое преимущество цифровой машины состоит в том, что она может не простаивать при перемене решаемой задачи. При смене задачи в машине-аналоге получается значительный простой. У цифровой машины при смене задачи только математики и программисты затрачивают время на выбор формы решения и окончательную подготовку лент с инструкциями, используемых для управления машиной в процессе решения задачи. Когда управляющие ленты подго-



товлены, время для перехода на новую задачу равно времени, затрачиваемому цифровой машиной на то, чтобы прочитывать новые управляющие ленты и связанные с ней цифры. Эта чрезвычайная приспособляемость цифровых машин является одним из их главных преимуществ.

### 19.5. Цифровые машины <sup>1)</sup>

Лучше всего можно описать цифровую машину при помощи упрощенной блок-схемы, показанной на рис. 19.15. На ней приведены главные функциональные блоки цифровой машины,

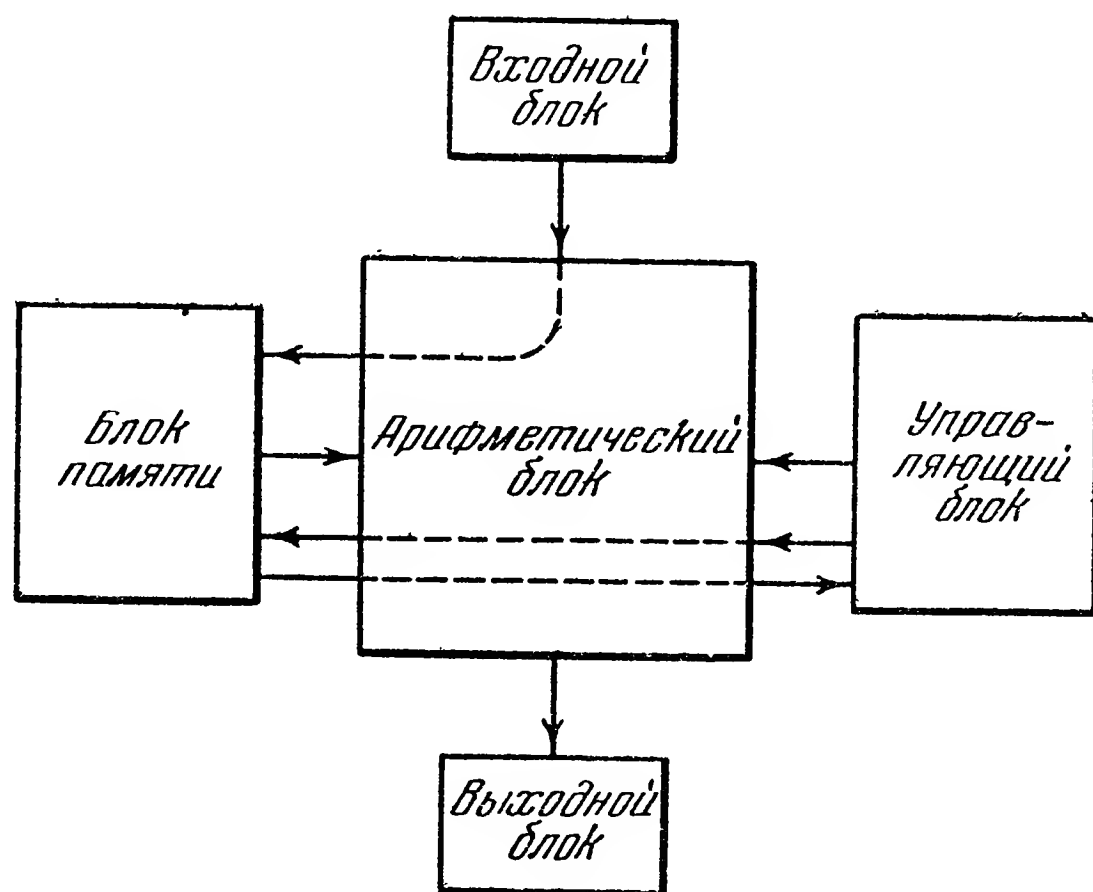


Рис. 19.15. Блок-схема цифровой вычислительной машины.

именно: входной, арифметический, управляющий, памяти и выходной. При работе на ручной вычислительной машине функции всех этих блоков, за исключением арифметического, человек выполняет сам.

В цифровой машине связи между этими блоками осуществляются при помощи параллельной или последовательной передачи цифр, закодированных по двоичной системе. При параллельной передаче можно получить значительно большую скорость выполнения отдельных операций и увеличение скорости работы машины в целом без необходимости применения быстродействующих элементов, что необходимо в машине с последовательной передачей, если от нее хотят получить ту же самую общую скорость работы. Однако машина

<sup>1)</sup> Подробнее см.: Китов А. И., Электронные цифровые машины, Советское радио, М., 1956; Гаврилов М. А., Теория релейно-контактных схем, Изд-во АН СССР, 1950. (Прим. перев.)



с последовательной передачей, вероятно, более эффективно использует свои элементы и, кроме того, требует меньшее число отдельных элементов для выполнения тех же самых функций. Тем не менее, наиболее скоростные цифровые машины относятся к типу параллельных. Эти машины используют быстродействующие элементы, но при работе их по параллельной схеме.

Входные и выходные блоки цифровых машин используют обычную перфорированную бумажную ленту, перфорированные карты, магнитные ленты или автоматически печатающие аппараты для прямого ввода данных или табулирования. Такие блоки используются главным образом в цифровых машинах, предназначенных для решения общих задач типа различных научных вычислений. Когда машина предназначается для использования при моделировании, между моделями и цифровой машиной должен быть установлен специальный преобразователь. Типы запоминающих блоков весьма разнообразны; они выбираются в зависимости от общего назначения данной машины и (или) соображений скорости действия. Быстродействующие запоминающие устройства бывают или электростатические на электронно-лучевых трубках, или на магнитных сердечниках с прямоугольной петлей гистерезиса. В запоминающих устройствах средней скорости применяются различные формы электрических или акустических линий задержки и магнитных барабанов. Магнитные ленты применяются там, где необходима очень большая емкость запоминающих устройств, но допустима сравнительно медленная работа. Типы арифметических и управляющих блоков нельзя так четко классифицировать, потому что в эти блоки обычно входит много самых разнообразных устройств, которые конструктор нашел наиболее пригодными в данном частном случае.

Кроме цифровых машин общего назначения и машин, используемых в качестве моделей, существует много типов цифровых машин специализированного назначения, используемых в области проектирования, управления и обработки различных данных. Эти машины относятся большей частью к типу последовательных или параллельно последовательных и соответствуют блок-схеме на рис. 19.15. Вследствие специализации машин роль отдельных ее блоков может быть большей или меньшей, чем в цифровых машинах общего назначения. Эти специализированные машины применяются для численного интегрирования, для регулировки движения воздушного транспорта, для управления производственными процессами, в качестве счетно-решающих приборов для дальней навигации и т. п.

Вычисления в истинном временном масштабе. Одним из преимуществ машин-аналогов является их способность производить вычисления в истинном временном масштабе. Входы машин такого типа представляют собой непрерывные переменные величины, а на их выходе появляется также непрерывное решение, соответствующее входным данным и их истории. Несомненно, что

решение как выход имеет некоторое запаздывание, определяемое запроектированной полосой пропускания элементов машины-аналога. При использовании цифровой машины все входы должны иметь форму разрывных во времени команд, закодированных по двоичной системе. Максимальная частота повторения команд обычно определяется скоростью работы машины. Эта частота повторения вместе с общей скоростью действия машины и точностью сглаживания выходных данных определяет способность цифровой машины работать в истинном временном масштабе. Во многих случаях, в особенности в медленно действующих цифровых машинах релейного типа или с перфорированной лентой, даже очень простые задачи не могут решаться в истинном временном масштабе, потому что машина не может не отставать от непрерывного потока входных данных. Однако для быстродействующих цифровых машин вычисления в истинном временном масштабе во многих задачах вполне возможны. В цифровых машинах, по-видимому, возможно даже такое разделение по времени, что одна машина оказывается способной решать сразу несколько задач по не зависимым друг от друга входным данным. Как и в машине-аналоге, в цифровой машине возможно отставание решения. Если входные данные должны изменяться с очень большой скоростью или частотой, то для машины необходима большая частота подачи входных данных, вследствие чего и скорость вычислений должна увеличиться. Это необходимо предусматривать, чтобы получить верный и точный отклик без нежелательного отставания от входа, которое может снизить возможности применения цифровых машин для целей управления.

Преобразователи данных. Из приведенных только что соображений по поводу решений в истинном временном масштабе ясна необходимость в преобразователях данных между машинами-аналогами и цифровыми машинами, если последние являются частью моделирующей установки. Практически все измеряемые величины могут быть легко моделированы (длина, вес, давление, угол, скорость и т. п.). Именно поэтому машины-аналоги столь эффективны при моделировании динамических систем: здесь требуется лишь немного преобразований между входными данными и машиной и между машиной и выходными результатами. Это уже не имеет места, если используется цифровая машина.

Здесь каждая величина после измерения должна быть преобразована в ряд дискретных чисел или кодированных величин. Необходимо, чтобы преобразователи можно было приспособлять к широкому диапазону различных точностей. Многие величины измеряются с точностью порядка процента или ниже (давление, напряжение и т. п.), в то время как другие — до сотых долей процента (длины, скорости и т. п.). В настоящее время специальные преобразователи данных от машин-аналогов к цифровым и обратно уже изобретены и могут быть использованы на практике.

Представление чисел. Когда мы говорим о точных вычислениях, то обычно имеем в виду ручные машины, машины на перфорированных картах и, может быть, самого математика и его карандаш. Во всех этих случаях применяется десятичная система счисления. Человек выучивается этой системе и она навсегда остается для него ясной, несмотря на то, что в ней используется десять различных символов. Однако для цифровой машины десятичная система не слишком проста и ее применение требует дополнительного оборудования. Для применения в механических, релейных или электронных счетных машинах наиболее удобна двоичная (бинарная) система счисления, основанная на степенях числа 2. Эта система счисления требует всего два символа или два каких-нибудь представления, таких, как «включено» и «выключено», что весьма удобно в электронных схемах. Приведем образец представления чисел в двоичной и десятичной системах с двоичными числами по обе стороны десятичной запятой.

												Десятичная запятая					
												↓					
Степени двух . .	2 <sup>8</sup>	2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>	·	$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{2^5}$	$\frac{1}{2^6}$			
Соответствующие десятичные								·	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$			
числа . . . .	64	32	16	8	4	2	1	·	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$			

Примеры перевода двоичных чисел в десятичные 1 — значащая цифра 0 — нуль):

												Десятичная запятая														
												↓														
Пример 1																										
Двоичное . . . .	0	1	1	0	1	0	1		1	0	0	1	1	0												
Десятичное . . .	0	+	32	+	16	+	0	+	4	+	0	+	1	+	$\frac{1}{2}$	+	0	+	0	+	$\frac{1}{16}$	+	$\frac{1}{32}$	+	0	=

Вычислительные команды. Современная быстродействующая цифровая машина во время своей работы управляется при помощи серии команд, вырабатываемых внутри блока управления. Эти команды вырабатываются в соответствии с заранее составленной программой. Каждая команда может иметь один, два или три адреса и содержит указание на операцию, которую нужно выполнить. Количество адресов зависит от типа применяемой счетной машины. Каждый адрес относится к определенной ячейке в запоминающем устройстве и может означать ячейку, в которую нужно поместить результат некоторой выполненной операции. Одноадресная команда есть, вероятно, простейшая форма команды. Двухадресные команды применяются редко; они имеют два адреса, один из которых указывает, откуда нужно взять одно из чисел, участвующих в операции, а второй — куда нужно поместить результат. Второе из чисел, участвующих в операции, обычно уже находится в арифметическом блоке в результате предшествующей операции. Трехадресная команда имеет все три адреса, которые могут быть необходимы для выполнения операции. Образец таблицы одноадресных команд приведен в таблице 19.1; там приведена тридцать одна команда; эти команды, будучи использованы порознь или в комбинациях, позволяют решить любую математическую задачу, если она вообще допускает численное решение.

Кодирование простейшей функции. Чтобы показать, как кодируется задача для решения на цифровой машине, приведем следующий простой пример. Предположим, что нам нужно составить программу для вычисления полинома

$$f(x) = a_1x^3 + a_2x + a_3.$$

Численные коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  вводятся в запоминающее устройство в определенные ячейки с адресами, скажем,  $c1$ ,  $c2$ ,  $c3$ . Величина  $x$  также вводится в запоминающее устройство в ячейку с адресом  $w1$ , а ячейка с адресом  $w2$  соответствует результату вычислений. После этого программа для вычисления  $f(x)$  (по одноадресному коду — см. табл. 19.1) может быть составлена следующим образом:

Символ		Описание операции
$w1$	$A$	Поставить число $x$ в регистр $A$
$M$	$w1$	Умножить на $x$ , получить $x^2$
$M$	$w1$	Получить $x^3$
$M$	$c1$	Получить $a_1x^3$
$A$	$w2$	Поставить $a_1x^3$ временно в ячейку, отведенную для окончательного результата
$w1$	$A$	Поставить $x$ в регистр $A$
$M$	$c2$	Получить $a_2x$
$w2$	$Ad$	Сложить $a_1x^3$ и $a_2x$
$c3$	$Ad$	Сложить $a_3$ и $a_1x^3 + a_2x$
$A$	$w2$	Поставить значение $f(x)$ в ячейку $w2$ .

Таблица 19.1

Образец таблицы команд (для одноадресной цифровой машины NAREC, принадлежащей Морской исследовательской лаборатории)

№ кода	Обозначение кода	Описание операции
10	<i>LOs</i>	Передать управление левой части цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i>
11	<i>ROs</i>	Передать управление правой части цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i>
12	<i>CLs</i>	Если число в регистре <i>A</i> больше или равно нулю, то передать управление левой части цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i> ; в противном случае продолжать прежнюю программу
13	<i>CRs</i>	Если число в регистре <i>A</i> больше или равно нулю, то передать управление правой части цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i> ; в противном случае продолжать прежнюю программу
20	<i>LALs</i>	Заменить цифры порядков от 0 до 12 цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i> цифрами порядков от 0 до 12 цифрового набора в регистре <i>A</i>
21	<i>LARs</i>	Заменить цифры порядков от 24 до 36 цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i> цифрами порядков от 0 до 12 цифрового набора в регистре <i>A</i>
22	<i>ILs</i>	Увеличить номер ячейки памяти для левой части цифрового набора в ячейке памяти <i>s</i> на единицу
23	<i>IRs</i>	Увеличить номер ячейки памяти для правой части цифрового набора в ячейке памяти на единицу
30	<i>AL(n)</i>	Сдвинуть содержание регистров <i>A</i> и <i>U</i> (за исключением знаков чисел) на <i>n</i> разрядов влево. Остаток левой части регистра <i>A</i> переставить на освободившиеся разряды в <i>U</i> -регистре. Свободные разряды в регистре <i>A</i> занять нулями
31	<i>AR(n)</i>	Сдвинуть содержание регистра <i>A</i> (за исключением знака числа) на <i>n</i> разрядов вправо. В освободившихся разрядах слева поставить ту же цифру, что и в разряде знака. Остаток справа отбросить. Содержание регистра <i>U</i> при этой операции остается неизменным
32	<i>RDs</i>	Прочитать последовательно цифровые наборы между отметками «старт» и «стоп» на магнитной ленте, начиная с ячейки памяти <i>s</i>
33	<i>RCs</i>	Записать цифровой набор на магнитную ленту в ячейку памяти <i>s</i>
40	<i>UA</i>	Передать число из регистра <i>U</i> в регистр <i>A</i>
41	<i>AU</i>	Передать число из регистра <i>A</i> в регистр <i>U</i>



Продолжение

№ кода	Обозначение кода	Описание операции
42	$As$	Передать цифровой набор из регистра $A$ в ячейку памяти $s$
43	$Us$	Передать число из регистра $U$ в ячейку памяти $s$
50	$sA$	Передать цифровой набор из ячейки памяти $s$ в регистр $A$
51	$-sA$	Передать, с переменной знака число из ячейки памяти $s$ в регистр $A$
52	$sA$	Передать абсолютную величину числа из ячейки памяти $s$ в регистр $A$
53	$-sA$	Передать абсолютную величину числа из ячейки памяти $s$ с отрицательным знаком в регистр $A$
54	$sAd$	Прибавить число из ячейки памяти $s$ к цифровому набору в регистре $A$ и поставить результат в регистр $A$
55	$-sAd$	Вычесть число, находящееся в ячейке памяти $s$ , из цифрового набора в регистре $A$ и поставить результат в регистр $A$
56	$sAd$	Прибавить абсолютную величину числа из ячейки памяти $s$ к числу в регистре $A$ и поставить результат в регистр $A$
57	$-sAd$	Вычесть абсолютную величину числа, находящегося в ячейке памяти $s$ , из числа в регистре $A$ и поставить результат в регистр $A$
60	$ms$	Умножить число в ячейке памяти на число в регистре $A$ и оставить высшие разряды произведения в регистре $A$ , а низшие разряды передать в регистр $U$
61	$Ms$	Умножить число в ячейке памяти $s$ на число в регистре $A$ и округленные высшие разряды оставить в регистре $A$
70	$D/s$	Разделить число в регистре $A$ на число в ячейке памяти $s$ и округленное частное оставить в регистре $A$
71	$XU$	Очистить регистр $U$
80	$XA$	Очистить регистр $A$
81	$T(s_1, s_2, n)$	Передать $n$ цифровых наборов из ячеек памяти от $s_1$ до $[s_1 + (n - 1)]$ в ячейки памяти от $s_2$ до $[s_2 + (n - 1)]$ соответственно
82	Stop	Остановить машину



Каждое из приведенных здесь обозначений должно быть заменено соответствующим числовым кодом, который машина в состоянии использовать, после чего коды и необходимые числа должны быть помещены в указанных ячейках в запоминающем устройстве. Если указанные здесь вычисления должны составлять часть работы большего объема, то, очевидно, потребуются дополнительные команды.

#### 19.6. Моделирование снаряда при помощи обыкновенного самолета<sup>1)</sup>

При разработке системы управления снарядами имеется настоятельная потребность как можно раньше получить сведения о характеристиках отдельных элементов и системы в целом в действительных условиях. При недостатке испытательных выстрелов, которые, конечно, представляют собой единственный путь проверки в действительных условиях, большое количество результатов, весьма близких к получаемым из настоящих выстрелов, можно получить, применяя принципы моделирования. Внешняя обстановка, существующая при полете снаряда, при моделировании не может быть точно и полностью воспроизведена, за исключением того случая, когда с этой целью применяется другой моделирующий снаряд; но многие внешние условия работы системы управления, а также характеристики последней могут быть достаточно хорошо промоделированы. Корпус снаряда обладает в полете некоторой маневренной способностью. Когда снаряд составляет часть системы управления, его характеристики подбираются с таким расчетом, чтобы обеспечить необходимую передаточную функцию, которая выбирается из условий максимального качества при предполагаемой тактике цели, в пределах возможностей системы управления. Чтобы использовать обыкновенный самолет в качестве летающей модели снаряда, нужно определить передаточную функцию его органов управления и сделать необходимые переделки, чтобы она дублировала соответствующую передаточную функцию моделируемого снаряда. Если мы предположим, что обыкновенный самолет имеет меньшую скорость и маневренность, чем снаряд, то моделировать траектории снаряда можно только с масштабным коэффициентом, отличным от единицы. Требования к органам управления для моделирования траектории мы сформулируем ниже. Желательность моделирования траектории проистекает из математических трудностей, появляющихся при теоретическом изучении, если оно требуется для большого числа различных движений цели и большого числа вариантов системы управления. В качестве примера рассмотрим

<sup>1)</sup> Этот параграф написал Уайт (C. F. White), частично основываясь на материалах, которые подготовил Гэйлорд (R. E. Gaylord).

снаряд, наводимый по лучу при боковом курсе цели. Аналитическое определение траектории снаряда при ограниченной полосе пропускания и наперед заданной передаточной функции системы управления представляет собой настолько большие трудности, что оказывается желательным применить какой-нибудь тип моделирования, например машину-аналог или «летающую лабораторию»; последний вариант мы здесь и рассмотрим. При наведении снаряда по лучу применение понятия коэффициента подобия позволяет производить проверку и усовершенствование характеристик системы

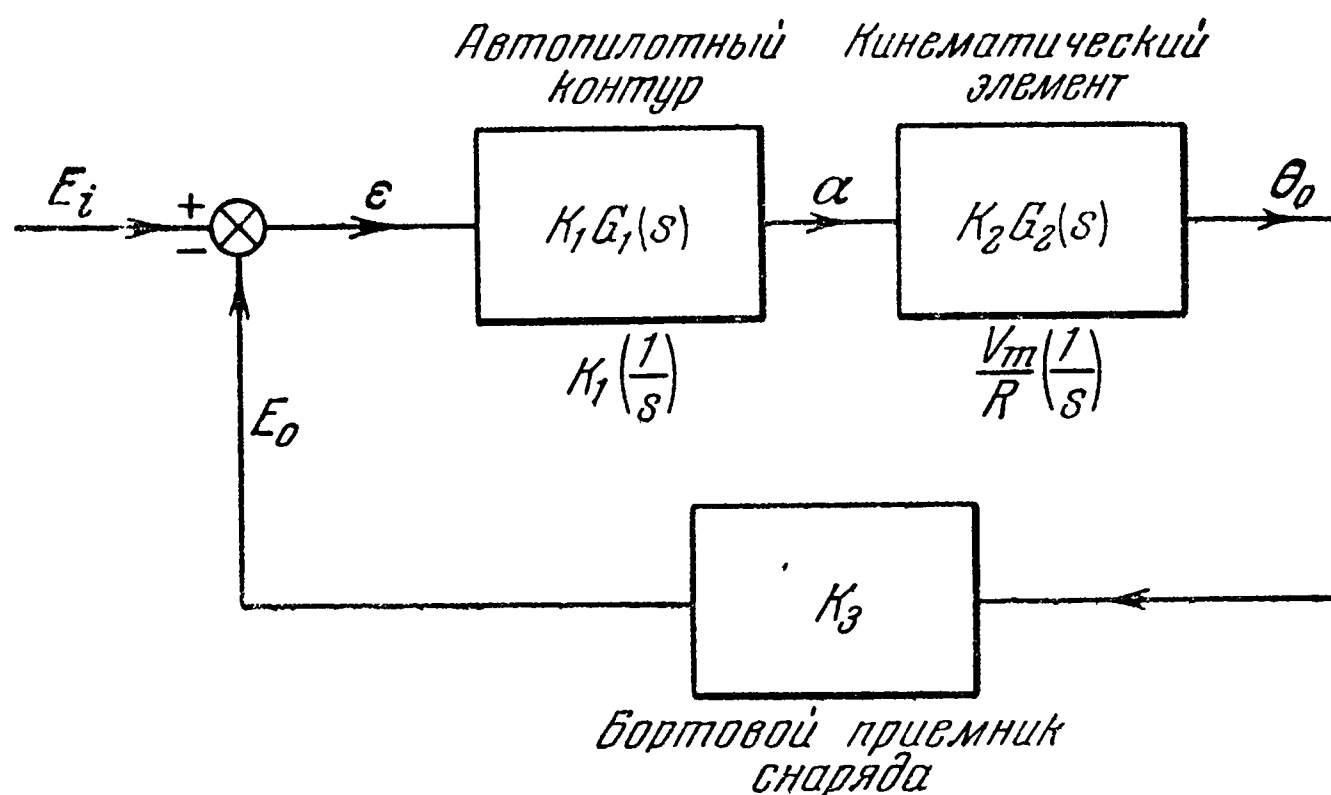


Рис. 19.16. Блок-схема наведения по лучу.

управления, но не дает возможности решить всю проблему наведения в целом. Например, многие элементы системы, такие, как прецессионный гироскоп, не могут быть всесторонне испытаны, за исключением случая, когда полосы пропускания систем самолет—руль и корпус снаряда—руль совпадают. Для некоторых типов снарядов это возможно, вообще же — нет.

Передаточная функция при наведении по лучу. Чтобы сделать наше изложение более конкретным, рассмотрим наведение по лучу. Система может быть представлена при помощи блок-схемы, приведенной на рис. 19.16 и состоящей из последовательного соединения: бортового приемника снаряда, который преобразует углы, измеряющие отклонение снаряда от луча, в соответствующие электрические напряжения; корпуса снаряда с автопилотом и рулями; кинематического элемента. На рисунке приведены передаточные функции этих элементов. Передаточные функции представлены в виде произведения коэффициента  $K$ , не зависящего от частоты, и функции  $G(s)$  от комплексной частоты. На рис. 19.17 показаны геометрические соотношения при наведении по лучу. Если направление движения снаряда составляет

с лучом угол  $\alpha$ , то снаряд по этому направлению пройдет расстояние

$$D = \int_0^t V_m dt, \quad (19.20)$$

где  $D$  — расстояние, покрытое снарядом за время  $t$ ,  $V_m$  — скорость снаряда,  $t$  — время.

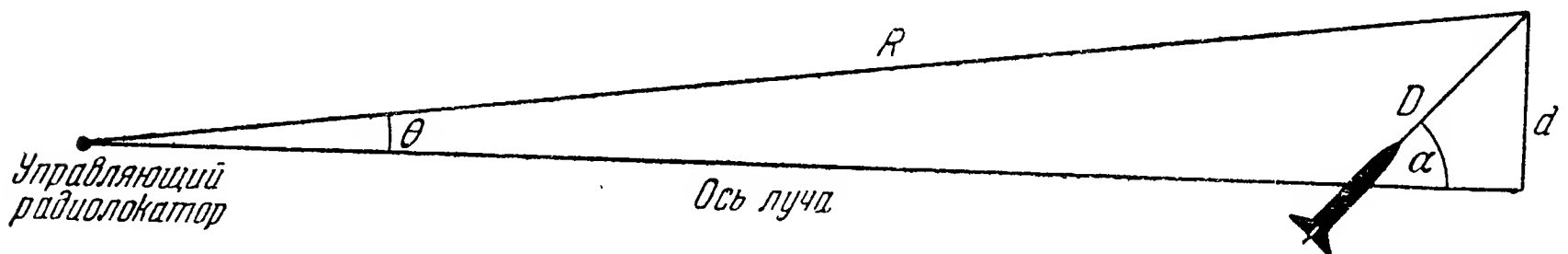


Рис. 19.17. Геометрические соотношения при наведении по лучу.

Пусть в конце промежутка времени  $t$  расстояние снаряда от управляющего радиолокатора есть  $R$ . Угол между направлением радиолокатор-снаряд и осью луча пусть будет  $\theta$ , а расстояние снаряда от оси луча  $d$ . Из рис. 19.17 получаем соотношения

$$d = R \sin \theta = D \sin \alpha. \quad (19.21)$$

После подстановки  $D$  из (19.21) и преобразования получаем:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{1}{R} \int_0^t V_m dt. \quad (19.22)$$

Для малых углов можно приближенно считать  $\sin x = x$ , и поэтому можем приближенно написать:

$$\frac{\theta}{\alpha} = \frac{1}{R} \int_0^t V_m dt. \quad (19.23)$$

Уравнение (19.23) показывает, что передаточная функция кинематического элемента из схемы на рис. 19.16 есть просто интегрирующая функция (см. § 7.6). Используя преобразование Лапласа (см. гл. 6 и 7), мы получим:

$$\frac{\theta_0}{\alpha} = K_2 G_2(s) = \frac{V_m}{R} \left( \frac{1}{s} \right). \quad (19.24)$$

Идеальная передаточная функция системы управления корпусом снаряда (т. е. автопилотного контура) есть также интегрирующая функция, потому что в этом случае угловая скорость снаряда пропорциональна отклонению руля. Такую характеристику возможно полу-

чить в действительности при низких частотах и постоянной скорости полета; запишем ее следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= K_1 \varepsilon(t), \\ s\alpha &= K\varepsilon(t). \end{aligned} \right\} \quad (19.25)$$

Следовательно, передаточная функция автопилотного контура снаряда будет:

$$\frac{\alpha}{\varepsilon} = K_1 G_1(s) = K_1 \left( \frac{1}{s} \right). \quad (19.26)$$

Изложенное показывает, что в частотных терминах главы 7 передаточная функция разомкнутого контура имеет асимптотический наклон  $-2$ . Такая характеристика дает неустойчивость, вследствие чего удовлетворительное наведение по лучу невозможно без применения в управляющем контуре корректирующих элементов, уменьшающих наклон характеристики. Обычно для этого применяется корректирующая характеристика с чередованием наклонов  $0, +1, 0$ , получаемая при помощи опережающих  $RC$ -фильтров (см. рис. 7.32); тогда в некоторой полосе частот наклон асимптотического отрезка будет  $-1$ . Чередование наклонов в полной асимптотической характеристике будет  $-2, -1, -2$ , и если уровень усиления, равный единице, приходится внутри пределов, грубо определяемых наклоном  $-1$ , становится возможной удовлетворительная работа системы. На рис. 19.18 приведена корректированная асимптотическая характеристика передаточной функции наведения по лучу, математическое выражение которой есть (разомкнутый контур)

$$\frac{\theta_0}{E_i} = \left[ \frac{\omega_m}{s} \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{s + \omega_1}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \left( \frac{\omega_2}{s + \omega_2} \right) \right] \left[ \frac{\omega_2}{\omega_1} \right]. \quad (19.27)$$

В этой формуле в первых квадратных скобках содержится множитель, квадрат которого соответствует исходной передаточной функции с наклоном  $-2$ , во вторых квадратных скобках — корректирующая функция, а третий множитель представляет собой усиление, которое необходимо для того, чтобы компенсировать аттенюацию, появляющуюся при введении в контур корректирующих

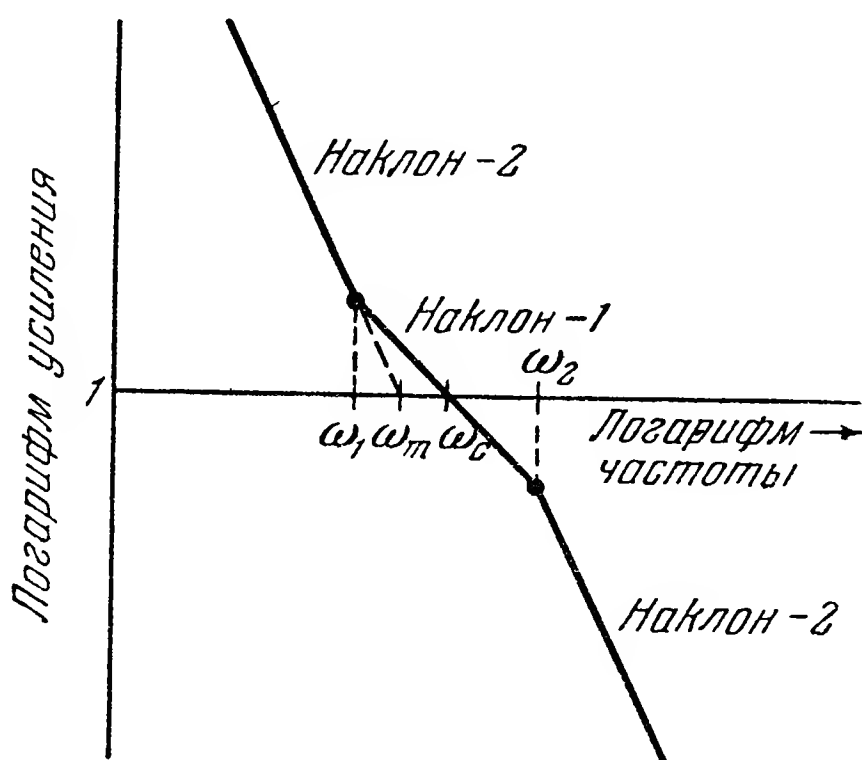


Рис. 19.18. Корректированная передаточная функция системы управления при наведении по лучу.

цепей. Пользуясь рис. 19.18, мы можем себе представить увеличение усиления как сдвиг вниз оси абсцисс. Нетрудно установить соответствие между формулой (19.27) и рис. 19.16. Основной сомножитель с наклоном  $-2$  получается как произведение функции (19.24) и (19.26), т. е.

$$\left[\frac{\omega_m}{s}\right]^2 = \frac{V_m}{R} \left(\frac{1}{s}\right) \cdot K_1 \left(\frac{1}{s}\right). \quad (19.28)$$

Из формулы (19.24) мы видим, что усиление пропорционально скорости системы и обратно пропорционально расстоянию от управляющего радиолокатора. Между уровнем усиления на рис. 19.18 и расстоянием до цели существует непосредственная связь. Именно при меньших расстояниях ось абсцисс (т. е. уровень усиления, равного единице) пересекает асимптотическую характеристику ближе к частоте  $\omega_2$ , при больших — ближе к частоте  $\omega_1$ .

Передаточная функция летающей модели. Моделирование траектории считается выполненным, если модель проходит в пространстве точно через те же точки, через которые проходил бы моделируемый объект. Поскольку вообще модель имеет меньшую скорость, чем снаряд, для полета модели требуется большее время, чем для полета снаряда. Соответствующий масштабный коэффициент можно получить следующим образом. Рассмотрим передающую характеристику некоторой следящей системы (например, приведенную выше характеристику с наклонами  $-2$ ,  $-1$ ,  $-2$ ) и отклик системы на единичный входной скачок. Выражение, определяющее выход как функцию времени, во всех случаях содержит член с произведением времени на некоторый коэффициент, пропорциональный полосе системы. Если потребовать, чтобы произведение полосы на время оставалось постоянным, т. е. чтобы было:

$$\omega_m t_m = \omega_s t_s,$$

или

$$\frac{t_m}{t_s} = \frac{\omega_s}{\omega_m}, \quad (19.29)$$

где

$\omega_m$  — величина, пропорциональная полосе снаряда;

$\omega_s$  — соответствующая величина, относящаяся к летающей модели;

$t_m$  — время полета снаряда;

$t_s$  — соответствующее время полета модели.

Обозначая масштабный коэффициент через  $\overline{TSF}$  и используя формулу (19.28), получим:

$$\overline{TSF} = \frac{t_m}{t_s} = \frac{\omega_s}{\omega_m} = \frac{\sqrt{V_s K_{1s}}}{\sqrt{V_m K_{1m}}}, \quad (19.30)$$

где

$V_m$  — скорость снаряда,

$K_{1m}$  — коэффициент в формуле (19.25) для снаряда,



$V_s$  — скорость модели,

$K_{1s}$  — коэффициент в формуле (19.25) для модели.

Если модель и снаряд имеют одинаковые передаточные характеристики (исключая величины  $\omega_s$  и  $\omega_m$ ), то отклик модели с учетом масштабного коэффициента будет тождествен отклику снаряда.

Изложенное выше показывает, какое соотношение необходимо выдержать для точного моделирования траекторий.

Разработка гипотетической летающей модели. Требуется разработать летающую модель для системы управления, обладающей следующими характеристиками:

а) Рассматривается наведение по лучу в задаче класса поверхность — воздух; ширина управляющего луча равна  $3^\circ$ .

б) Скорость снаряда 800 узлов ( $\approx 400$  м/сек).

в) Средняя дальность 10 000 ярдов ( $\approx 9000$  м).

г) Максимальное ускорение при маневрировании  $6g$  (как при движении тангажа, так и при движении рысканья).

д) Передаточная функция разомкнутой системы, состоящей из корпуса снаряда, автопилота и кинематического элемента, имеет асимптотическую характеристику с наклоном  $-2$ .

е) Стабилизация системы выполняется при помощи введения в контур корректирующей цепи (и усилителя, для того чтобы компенсировать потери в корректирующей цепи), имеющей чередование наклонов асимптотической характеристики  $0, +1,0$  (которую можно получить при помощи опережающих RC-фильтров; см. рис. 7.32). Вследствие этого полная асимптотическая характеристика разомкнутого контура имеет чередование наклонов  $-2, -1, -2$  с асимптотическим отрезком  $-1$ , распространяющимся на одну декаду частот и расположенному симметрично относительно уровня усиления при средней дальности.

ж) Предполагается, что бортовой приемник снаряда (единственный элемент, общий для снаряда и летающей модели) имеет достаточную полосу пропускания, чтобы не ограничивать отклик системы.

Предположим, что самолет, выбранный для моделирования траектории, имеет следующие характеристики:

а) Тип самолета — транспортный.

б) Скорость 125 узлов ( $\approx 63$  м/сек) при наборе высоты по траектории с наклоном в  $3^\circ$  (малый угол наклона луча выбран вследствие малой скороподъемности транспортных самолетов).

в) Максимальное ускорение при маневрировании  $1g$  (как при движении тангажа, так и при движении рысканья).

г) Передаточная функция разомкнутого контура (в том из движений тангажа или рысканья, в котором получается наихудшая характеристика) имеет наклон  $-1$  до  $\omega = \omega_b = 2,5$  рад/сек с последующим резонансным пиком в 6 дБ и окончательным наклоном  $-2$  при более высоких частотах.

В этом перечне имеется характеристика разомкнутого контура для самолета, которая ограничивает полосу моделирующей системы ( $\omega = 2,5$  рад/сек), поскольку для корректирования системы выше этой частоты потребуются особые меры. Чтобы автопилотные следящие системы не вносили искажений, мы предположим, что их характеристики имеют наклон  $0$  на одной декаде выше  $\omega_b$ , т. е.



до  $\omega = 25 \text{ рад/сек.}$  Рассматривая вместе самолет и автопилот и замыкая контур управления при помощи чувствительных элементов, которыми в случае обыкновенного коммерческого автопилота являются прецессионный курсовой гироскоп и свободный продольный гироскоп, мы получим результат, показанный на рис. 19.19. Добавляя сюда элементы, необходимые для замыкания контура, показанного на рис. 19.16, мы должны характеристики, показанные на рис. 19.19, проинтегрировать один раз, т. е. увеличить наклон каждого асимптотического отрезка на единицу в отрицательную сторону; вследствие этого наклоны  $-1$  перейдут в  $-2$  и т. д.

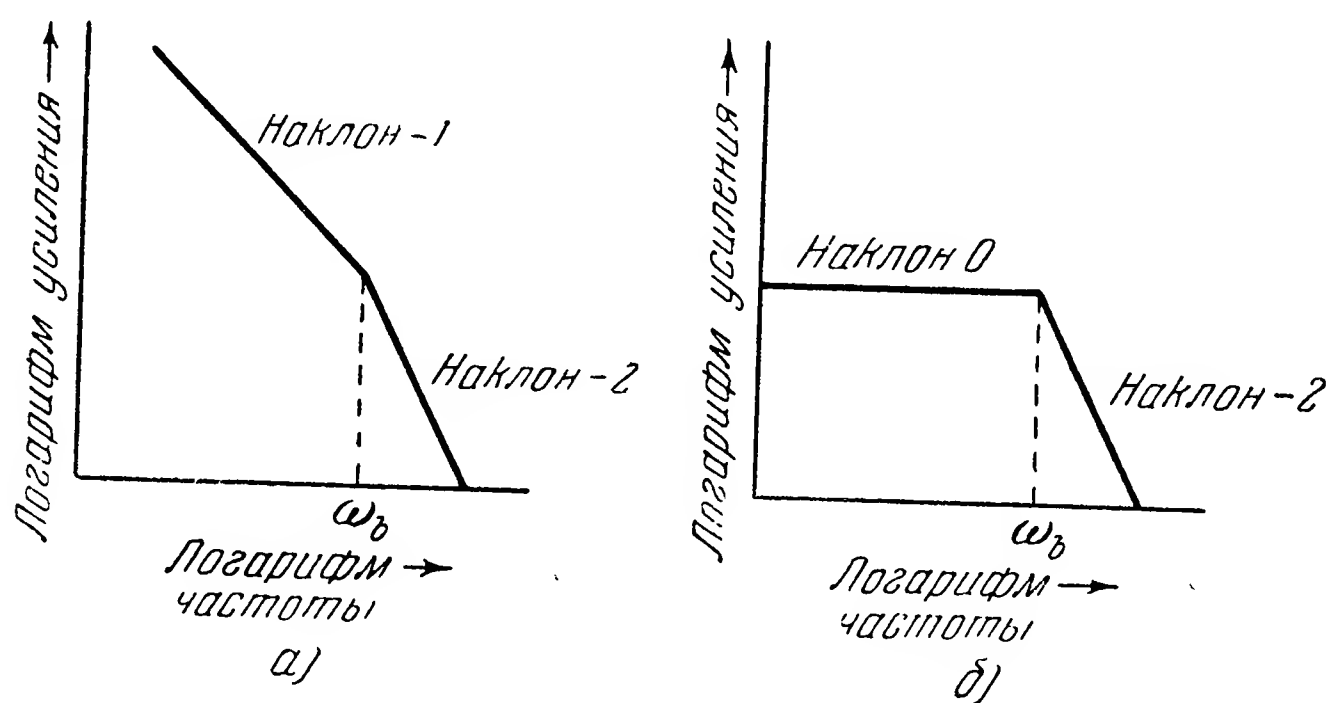


Рис. 19.19. Асимптотические характеристики бортового контура управления (автопилот, корпус самолета и бортовая управляющая аппаратура): *а* — рысканье, *б* — тангаж.

Выше, в связи с рис. 19.16, мы установили, что идеальный снаряд имеет наклон асимптотической характеристики  $-2$ . Сравнивая это с рис. 19.19, мы видим, что в области низких частот характеристика самолета по каналу рысканья соответствует характеристике снаряда. Чтобы получить такое же соответствие по каналу тангажа, можно добавить в этот канал одно интегрирование, выполненное электромеханическими или электронными средствами. Имея в виду аэродинамику самолета и получающуюся в результате неустойчивость системы, желательно, чтобы статическая устойчивость, вносимая свободным продольным гироскопом, была сохранена. Замена его прецессионным гироскопом нежелательна.

Последняя задача проектирования летающей модели состоит в подборе корректирующей цепи так, чтобы сопрягающие частоты ( $\omega_1$  и  $\omega_2$  на рис. 19.18) имели ту же самую величину, что и у снаряда с корректирующими цепями. Сначала следует определить максимальную возможную угловую скорость для заданных скорости полета (125 узлов) и ускорения ( $1g$ ). Поскольку угловая скорость получается путем деления нормального ускорения на скорость полета,

мы получим:

$$\dot{\alpha} = \frac{\ddot{d}}{V_s} = \frac{n_g}{V_s} \frac{32,2 \cdot 3600}{6080,2} = 19,1 \frac{n_g}{V_s}, \quad (19.31)$$

где

$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$  — скорость изменения направления полета в *рад/сек*,

$\ddot{d}$  — нормальное ускорение в *фут/сек<sup>2</sup>*.

$V_s$  — скорость моделирующего самолета в узлах,

$n_g$  — перегрузка в единицах «g». В случае нашего примера

$$\dot{\alpha} = \frac{19,1 \cdot 1}{125} = 0,153 \text{ рад/сек.} \quad (19.32)$$

Из уравнения (19.24) при  $V_s = 125$  узлов и средней дальности  $R = 10\,000$  ярдов найдем коэффициент усиления кинематического элемента

$$K_2 = \frac{V_s}{R} = \frac{125 \cdot 6080,2}{3600 \cdot 1000 \cdot 3} = 0,007 \text{ рад/сек.} \quad (19.33)$$

Для указанной ширины луча в  $3^\circ$  и вычисленной только что угловой скорости получаем:

$$K_1 K_3 = \frac{\dot{\alpha}}{\theta} = \frac{0,153 \cdot 57,296}{3} = 2,92 \text{ рад/сек.} \quad (19.34)$$

Таким образом, полное усиление контура равно

$$K_1 K_2 K_3 = 0,02.$$

Частоту, при которой усиление равно единице на заданной средней дальности, найдем так:

$$\left| \frac{K_1 K_2 K_3}{s^2} \right| = \left| \frac{K_1 K_2 K_3}{\omega_2^2} \right| = 1,$$

откуда

$$\omega_m = \sqrt{K_1 K_2 K_3} = \sqrt{0,02} = 0,143 \text{ рад/сек.} \quad (19.35)$$

Сопрягающие частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  корректирующей цепи находим из условия симметричного расположения асимптотического отрезка с наклоном — 1 относительно угловой скорости  $\omega_m$  и из того, что по частоте он должен занимать целую декаду

$$\omega_1 = \frac{\omega_m}{\sqrt[4]{10}} = \frac{0,143}{1,778} = 0,08 \text{ рад/сек,} \quad (19.36)$$

$$\omega_2 = 10\omega_1 = 0,8 \text{ рад/сек.} \quad (19.37)$$

Чтобы уровень усиления, соответствующий  $\omega_1$ , был равен единице, нужно, чтобы моделирующее расстояние было равно 31 600 ярдов ( $\approx 28\,400$  м); то же условие для  $\omega_2$  дает 3160 ярдов ( $\approx 2840$  м). Если наилучшие характеристики системы будут получены для средней дальности в 10 000 ярдов, на границах они уже не будут

выдержаны. Заметим, что частота  $\omega_2$  значительно ниже заданной для самолета ( $\omega = 2,5$  рад/сек).

Преимущества моделирования при помощи самолета. Использование описанного выше моделирования траектории дает недорогой (конечно, сравнительно со стрельбой настоящими снарядами) способ испытаний, выполняемых научными работниками, находящимися на борту моделирующего самолета и наблюдающими работу системы. Возможность регистрации результатов при помощи стандартной лабораторной аппаратуры (вместо телеметрии, необходимой при стрельбе настоящими снарядами) сильно упрощает работу. Поскольку все без исключения системы управления не являются строго линейными, при таких испытаниях мы избегаем приближений, допустимость которых подчас сомнительна, но которые необходимы для возможности применения линейной теории. На практике моделированию при помощи самолета предшествует моделирование при помощи счетной машины-аналога. Современная машина-аналог представляет собой систему из электронных функциональных усилителей, вычислительных элементов (сопротивлений и емкостей), приспособлений для соединения блоков, введения начальных условий и генерации входных функций, а также выходных устройств для наблюдения или регистрации результатов. Ниже мы рассмотрим наведение по лучу с точки зрения моделирования при помощи машины-аналога.

Моделирование системы наведения по лучу при помощи электронного аналога. Некоторые машины-аналоги дают возможность удобно моделировать передаточную функцию разомкнутого контура системы управления, после чего нетрудно замкнуть контур. Другие машины, например REAC, дают решение задачи сразу в виде замкнутого контура. Ниже мы рассмотрим оба эти способа.

Уравнение (19.27) можно написать в виде

$$\frac{\theta_0}{E_i} = \left[ \frac{\omega_m}{s} \right]^2 \left[ \frac{s + \omega_1}{\omega_1} \right] \left[ \frac{\omega_2}{s + \omega_2} \right]. \quad (19.38)$$

Напомним, что оно относится к разомкнутому контуру. Если точка на асимптотической характеристике, соответствующая усилению, равному единице, лежит между  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то, обозначив соответствующую частоту через  $\omega_u$ , можем написать:

$$\omega_m^2 = \omega_1 \omega_u. \quad (19.39)$$

После этого усиление можно выразить так:

$$K = \frac{\omega_u}{\omega_1}. \quad (19.40)$$

Наконец, вместо большей сопрягающей частоты  $\omega_2$  можно ввести параметр

$$N = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (19.41)$$

Подставляя все это в (19.38), получаем передаточную функцию разомкнутого контура в виде

$$\frac{\theta_0}{E_i} = K \left[ \frac{\omega_1}{s} \right]^2 \left[ \frac{s + \omega_1}{\omega_1} \right] \left[ \frac{N\omega_1}{N\omega_1 + s} \right], \quad (19.42)$$

удобном для моделирования при помощи машины-аналога.

Хотя некоторые основные сведения о функциональных усилителях были приведены выше, в § 19.2, сейчас нам нужны дальнейшие подробности. Функциональный усилитель есть в основном усилитель постоянного тока с очень большим усилением. В некоторых машинах применяются усиления порядка 10 000 (по постоянному току) на 500 (по вспомогательному усилителю переменного тока), т. е. всего 5 000 000. Сопротивления и емкости применяются в качестве импеданцев на входе и в обратной связи. Рассмотрим схему, показанную на рис. 19.20, а, причем допустим, что сеточный ток равен нулю (при большом усилении напряжение на сетке никогда не превосходит нескольких милливольт, и предположение о нулевом сеточном токе очень близко к действительности). Напишем равенства

$$e_i - e_2 = i_1 Z_i, \quad (19.43)$$

$$e_2 - e_0 = i_2 Z_f, \quad (19.44)$$

$$e_0 = -|\mu| e_2; \quad (19.45)$$

принимая во внимание предположение о нулевом сеточном токе, имеем:

$$i_1 = i_2; \quad (19.46)$$

таким образом, получим следующее выражение для передаточной функции:

$$\frac{e_0}{e_i} = -\frac{Z_f}{Z_i} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu} \left( 1 + \frac{Z_f}{Z_i} \right)}, \quad (19.47)$$

где под  $\mu$  нужно понимать абсолютное значение. В обычном случае

$$\mu \gg \left( 1 + \frac{Z_f}{Z_i} \right)$$

и поэтому

$$\frac{e_0}{e_i} \approx -\frac{Z_f}{Z_i}. \quad (19.48)$$

уравнение (19.48) является основным; из него выводятся передаточные функции вычислительных устройств. На рис. 19.20, в показано

использование сопротивлений в обоих импедансах  $Z_i$  и  $Z_f$ ; при этом получается умножение функции на постоянную (с переменной знака)

$$\frac{e_0}{e_i} = -\frac{Z_f}{Z_i} = -\frac{R_f}{R_i}. \quad (19.49)$$

На рис. 19.20, *г* показан случай, когда в  $Z_i$  имеется только сопротивление, а в  $Z_f$  — только емкость; это дает интегрирование (с переменной знака)

$$\frac{e_0}{e_i} = -\frac{1}{sC} = -\frac{1}{RC} \left( \frac{1}{s} \right). \quad (19.50)$$

Подобным же образом рис. 19.22, *д* дает низкочастотную функцию

$$\frac{e_0}{e_i} = -\frac{1}{R_i} \frac{R_f \cdot \frac{1}{sC}}{R_f + \frac{1}{sC}},$$

или

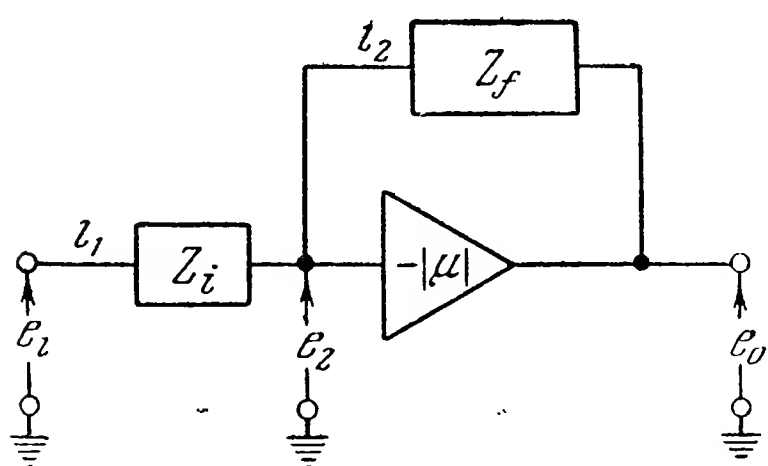
$$\frac{e_0}{e_i} = -\frac{R_f}{R_i} \frac{1}{1 + sR_fC} = \quad (19.51)$$

$$= -\frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{\frac{1}{R_fC}}{s + \frac{1}{R_fC}} \quad (19.52)$$

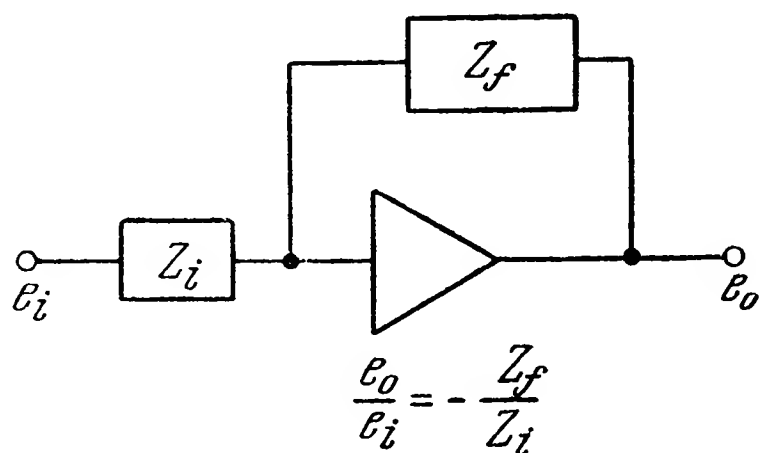
с постоянным коэффициентом  $-\frac{R_f}{R_i}$ , который, если нужно, может быть сделан равным единице (также с переменной знака). Формула (19.51) применяется в теории машин-аналогов и отличается от формулы (19.52) тем, что в нее не входит сопрягающая частота ( $\omega_x = \frac{1}{R_fC}$ ). На рис. 19.20, *е* и *ж* показан способ получения дифференцирующей и обратной низкочастотной функций (см. § 7.6).

При помощи передаточных функций, реализуемых по схемам рис. 19.20, можно построить модель замкнутого контура, для которого передаточная функция разомкнутого контура определяется уравнением (19.42). При этом удобно выбрать  $\omega_1 = 1$ , что является, в сущности, выбором масштаба. На рис. 19.21 показано введение множителя  $K$  при помощи функционального усилителя № 1. На схемах сопротивления обычно выражаются в мегомах, а емкости — в микрофарадах; так это сделано и на рис. 19.21. Усилители № 2 и 3 вводят двойное интегрирование. Усилитель № 4 вводит обратную низкочастотную функцию с сопрягающей частотой  $\omega_1$ . На практике небольшое сопротивление, включенное последовательно с емкостью, позволяет избежать неустойчивости машины на больших частотах. Усилитель № 5 вводит низкочастотную функцию с сопрягающей частотой  $N\omega_1$ ; здесь введено сопротивление  $\frac{1}{N}$  с целью использо-

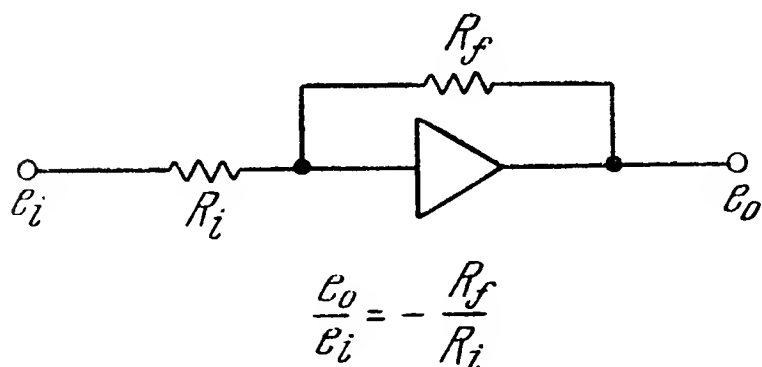
вать емкость в 1 микрофараду (во многих машинах-аналогах — это *единственная* применяемая емкость). Не считаясь со знаком,



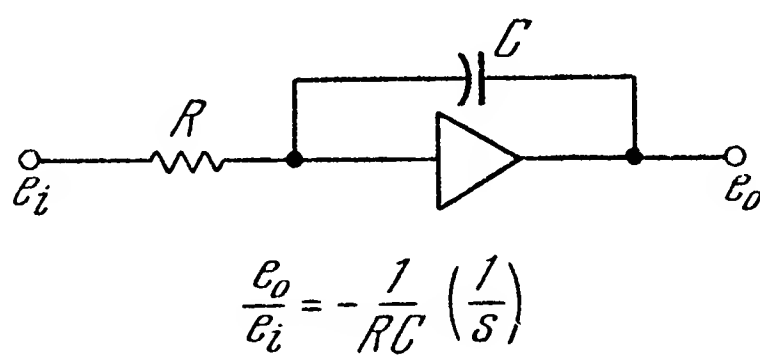
а) Схема



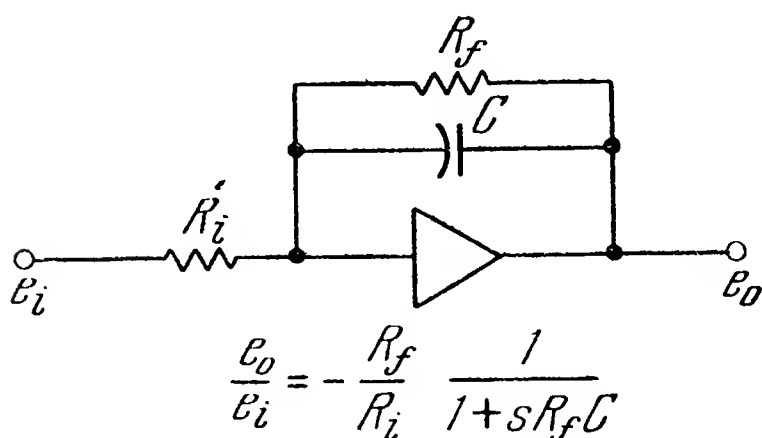
б) Обозначение



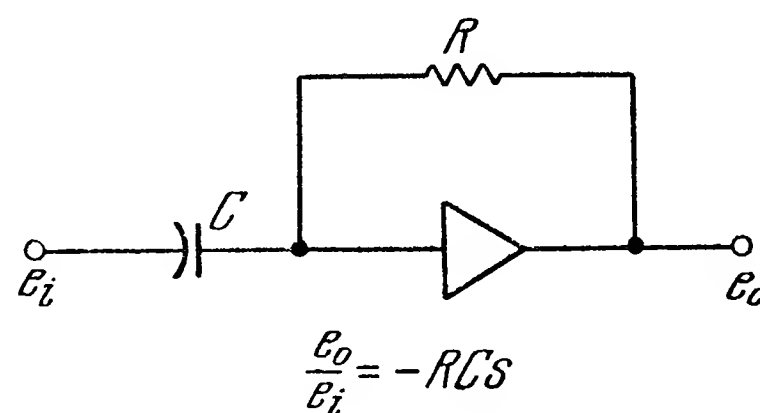
в) Умножение на постоянную



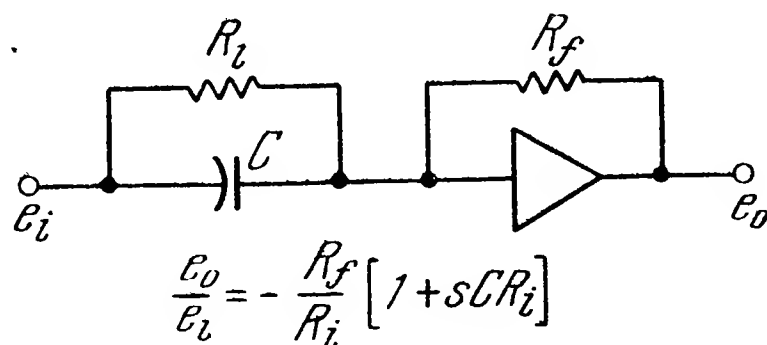
г) Интеграция



д) Низкочастотная функция



е) Дифференцирование



ж) Обратная низкочастотная функция

Рис. 19.20. Схемы функциональных усилителей (для простоты некоторые заземления не показаны).

мы можем сказать, что цепочка усилителей от № 1 до № 5 моделирует необходимую передаточную функцию разомкнутого контура. Чтобы замкнуть контур, нужно иметь детектор сигнала ошибки,



который мы вводим в форме усилителя № 6, имеющего два входа. На выходе этого усилителя мы хотим получить величину  $\varepsilon = E_i - \theta_0$ . Поскольку усилитель изменяет знак, к нему на вход нужно подать  $-E_i$  и  $+\theta_0$ . Если считать, что выход усилителя № 6 положителен, то выход № 5 будет отрицателен, а сигнал обратной связи должен быть положителен. Поэтому замыкание контура производим усилителем № 7, имеющим усиление, равное единице. Таким образом, контур теперь замкнут, причем на его вход можно подвести возмущающую функцию. Если почему-нибудь нужно вводить не  $-E_i$ , а  $+E_i$ , это может быть сделано другим инвертором типа усилителя № 7, который включается непосредственно перед входом.

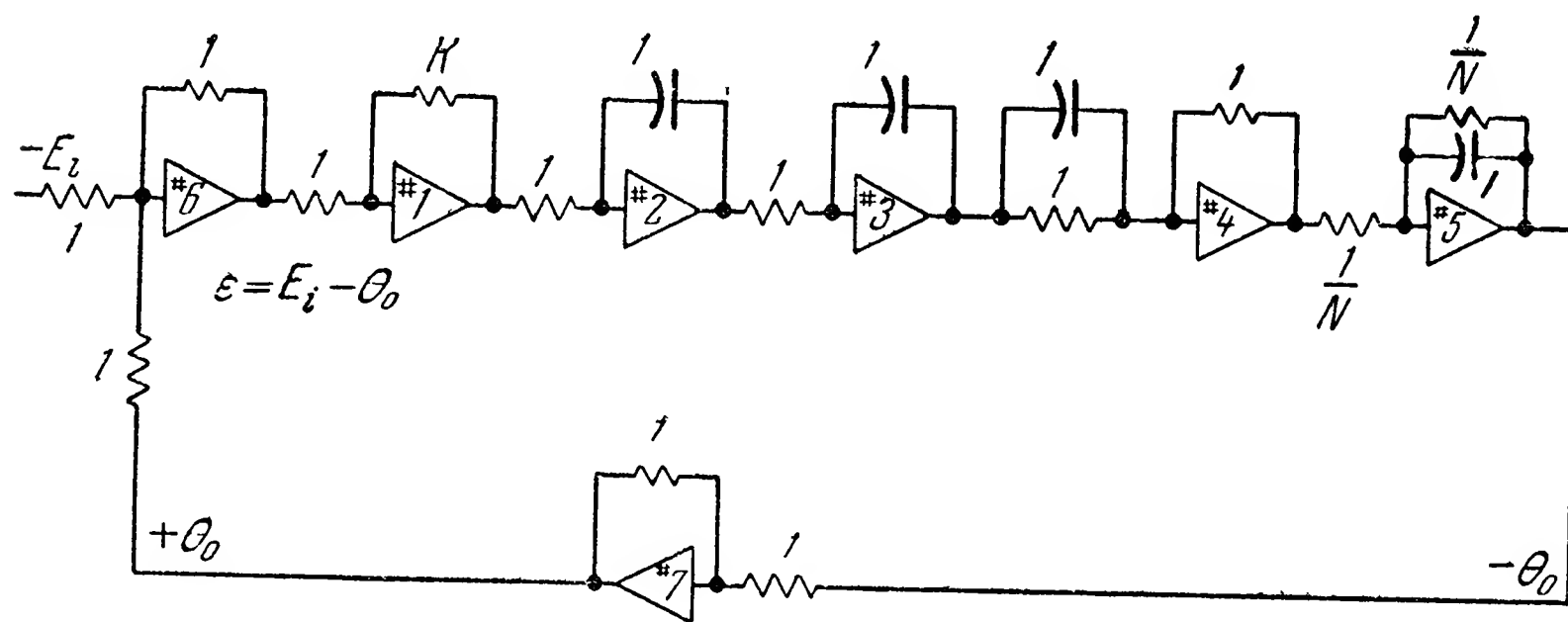


Рис. 19.21. Схема машины-аналога для системы наведения по лучу (первый тип)

Следует отметить прямое соответствие между соединениями на модели и в действительной схеме. Отклик системы на вход в виде единичного скачка изображен на рис. 19.22, где выбрано  $N = 10$  и  $1 \leq K \leq 10$ , что соответствует изменению дальности в 10 раз.

Другой, часто применяемый способ моделирования состоит в том, чтобы сначала преобразовать передаточную функцию разомкнутого контура в передаточную функцию замкнутого контура. Для рассмотренного выше примера это приводит к следующим преобразованиям.

Передаточная функция разомкнутого контура

$$\left. \frac{\theta_0}{E_i} \right|_{\text{разомкн. конт.}} = \mu = K \left[ \frac{\omega}{s} \right]^2 \left[ \frac{s + \omega_1}{\omega_1} \right] \left[ \frac{N\omega_1^3}{N\omega_1 + s} \right].$$

Передаточная функция замкнутого контура

$$\left. \frac{\theta_0}{E_i} \right|_{\text{замкн. конт.}} = \frac{\mu}{\mu + 1} = \frac{NK\omega_1^2 s + NK\omega_1^3}{s^3 + N\omega_1 s^2 + NK\omega_1^2 s + NK\omega_1^3}, \quad (19.53)$$

откуда

$$(s^3 + N\omega_1 s^2 + NK\omega_1^2 s + NK\omega_1^3) \theta_0 = (NK\omega_1^2 s + NK\omega_1^3) E_i,$$

или

$$\ddot{\theta}_0 + N\omega_1\dot{\theta}_0 + NK\omega_1^2(\theta_0 - E_i) + NK\omega_1^3(\theta_0 - E_i) = 0. \quad (19.54)$$

Мы видим, что в уравнении (19.54) появилась производная от входа. Если на вход подать единичный скачок, его производная

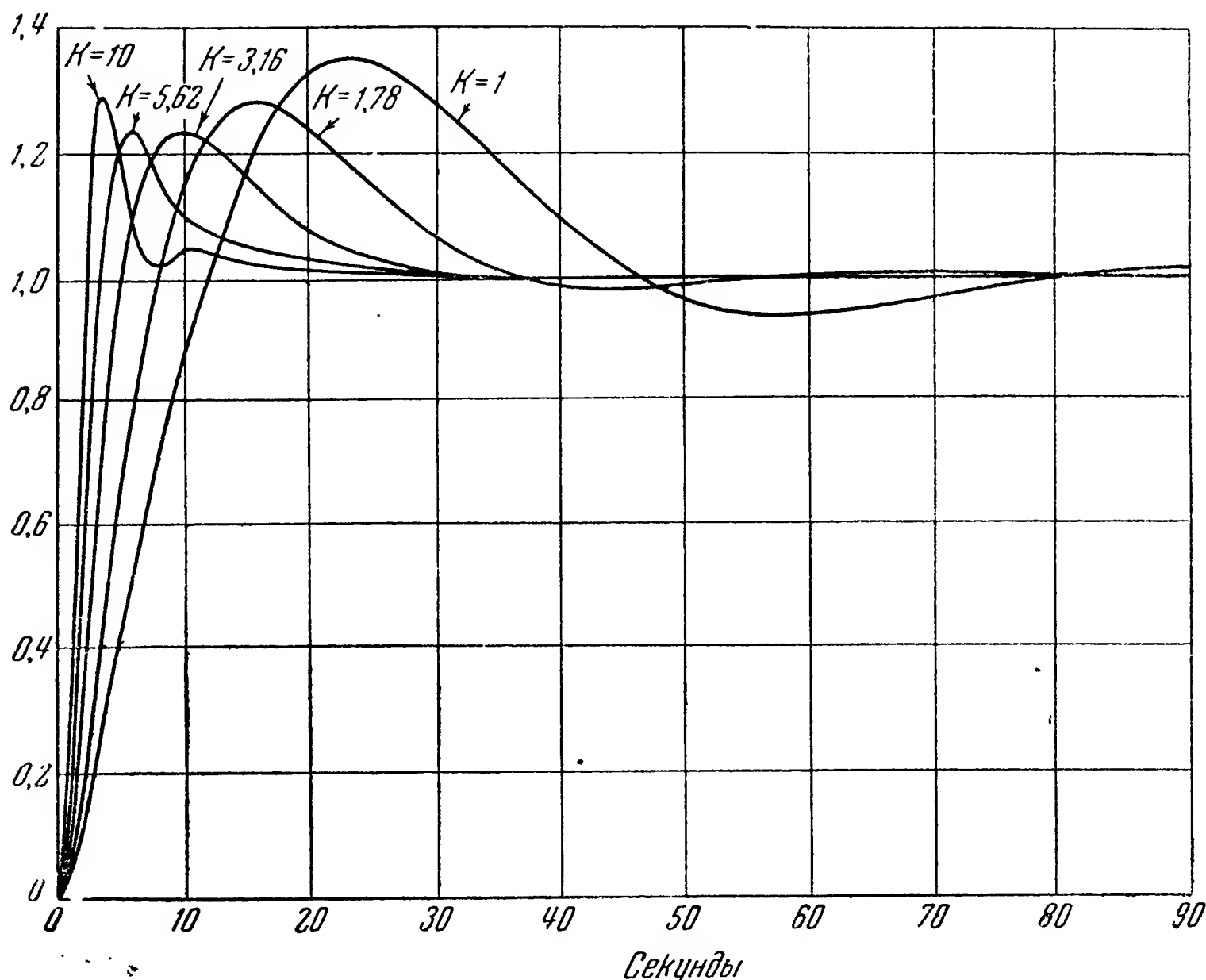


Рис. 19.22. Отклик системы наведения по лучу на единичный скачок ( $N = 10$ ; в машине используется  $\omega_0 = 0,1$  рад/сек).

будет дельта-функция (единичный импульс; см. § 6.1). Чтобы избежать этого, проинтегрируем уравнение (19.54) почленно. Получим:

$$\dot{\theta}_0 + N\omega_1\theta_0 + NK\omega_1^2(\theta_0 - E_i) + NK\omega_1^3 \int (\theta_0 - E_i) dt = 0.$$

Наконец, перепишем это так:

$$\ddot{\theta}_0 = -N\omega_1\dot{\theta}_0 - NK\omega_1^2(\theta_0 - E_i) - NK\omega_1^3 \int (\theta_0 - E_i) dt. \quad (19.55)$$

Многие машины-аналоги, например REAC, используют уравнения типа (19.55). В остальном способ решения состоит в том, чтобы вычислить члены в правой части, просуммировать их и приравнять их левой части. На рис. 19.23 показана схема решения на машине REAC с сохранением принятых в этой машине обозначений. Входной единичный скачок вводится при помощи потенциометра № 4.

Запись производится подключением самописца к точкам  $x$ ,  $y$ , а желаемые начальные условия вводятся при помощи потенциометров № 12 и 13. Движение самописца, изображающее время, полу-

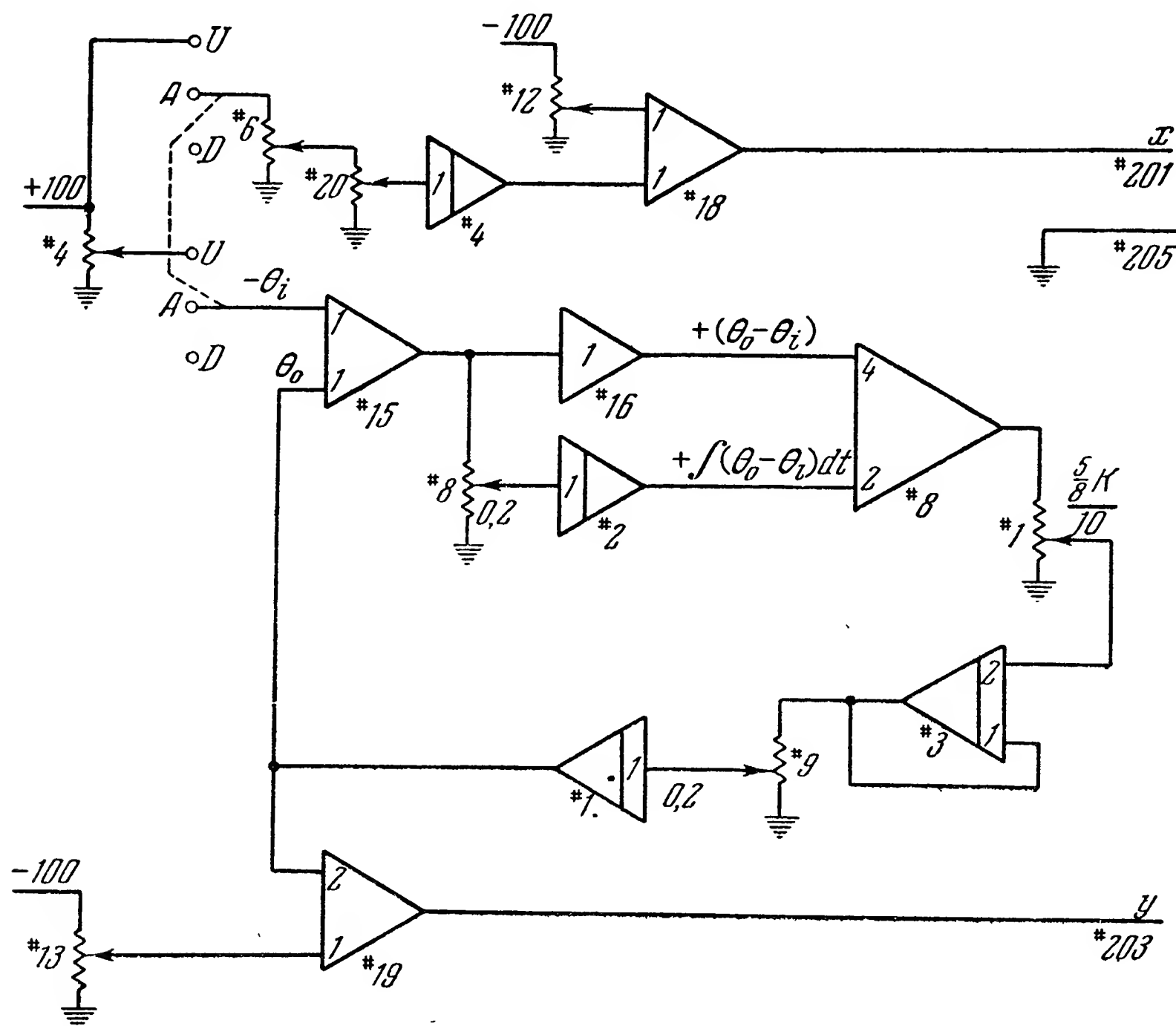


Рис. 19.23. Схема машины-аналога для наведения по лучу (второй тип).

чают, вводя на вход интегратора (№ 4) единичный скачок, вследствие чего на выходе получается единичная линейная функция. Ее производная определяет скорость изменения координаты  $x$ .

### 19.7. Использование телеметрии при проектировании систем управления снарядами<sup>1)</sup>

Проектирование, изготовление и испытание отдельных схем для системы управления снарядами в главной своей части может быть проведено в лаборатории, причем используется обыкновенное испытательное оборудование. Однако доработка системы в целом с уче-

<sup>1)</sup> Этот параграф написал Р. Т. Stine, Radar Division, Naval Research Laboratory. [Более подробно см.: Техника передачи результатов измерений по радио. Сборник. Воениздат, М., 1955; там же список литературы. (Прим. перев.)]

том заданных внешних условий может быть выполнена только путем определения характеристик системы в действительных или моделированных внешних условиях. В случае системы управления снарядами наиболее точным и экономичным способом моделирования внешних условий являются летные испытания на обыкновенном самолете. Очень важно, чтобы эти испытания были тщательно поставлены и проведены обязательно до испытаний на действительных снарядах; эти последние значительно более сложны и дороги. Хотя испытания на обыкновенном самолете могут быть выполнены в принципе при помощи обыкновенных самописцев и обыкновенной прочей испытательной аппаратуры, но объем необходимых измерений поистине грандиозен. Отсюда возникает требование создать специальную аппаратуру для определения характеристик системы управления, пригодную как при моделированных, так и при действительных внешних условиях. Этим требованиям отвечает телеметрическая аппаратура, которая в дополнение к исследованиям верхней атмосферы, аэродинамических данных и характеристик ракетных двигателей дает средство регистрации, удобное при испытании систем управления на обыкновенном самолете и становящееся совершенно незаменимым при действительных испытаниях на снаряде.

Необходимость радиотелеметрии. Одним из важных применений телеметрии является ее использование при испытаниях на обыкновенных самолетах. Самыми лучшими защитниками такого использования телеметрии являются те, кто когда-нибудь пытался получить данные испытаний, используя обыкновенные самописцы в такой «перенаселенной квартире», какой является современный маневренный самолет. Главные доводы этих защитников мы приводим ниже.

а) Современная радиотелеметрическая система имеет очень большую пропускную способность, определяемую как произведение числа каналов на максимальную ширину измеряемого спектра, проходящуюся на один канал. Для того чтобы обычная измерительная система на самолете обеспечивала такую же пропускную способность, необходимо чрезвычайно большое число самописцев.

б) Обыкновенные измерительные приборы бывают, как правило, значительно тяжелее и больше по габаритам, чем телеметрические; тем самым они создают проблему полетного веса и центровки самолета. Естественно, что эта проблема стоит более остро для небольших самолетов.

в) Обыкновенное испытательное оборудование не предназначено для использования на самолете и страдает от ударов и вибраций.

г) Использование оборудования, которое не предназначено специально для работы на самолете, требует на нем временной проводки, которая не только ненадежна, но и создает угрозу безопасности.

д) Изменения атмосферного давления, температуры и влажности влияют на калибровку, характеристики и долговечность тонких

приборов, если они не предназначены специально для работы в подобных внешних условиях.

е) Мощность для питания электроизмерительного оборудования, которой можно располагать на самолете, строго ограничена как по количеству, так и по качеству. Современное телеметрическое оборудование проектируется специально для работы совместно с самолетными силовыми установками и потребляет сравнительно небольшую мощность.

ж) Работоспособность обслуживающего обычную аппаратуру персонала при маневрировании самолета резко понижается вследствие воздушной болезни.

з) Прочие методы получения данных, например фотографирование или передача показаний приборов с помощью телевидения, обладают малой разрешающей способностью, плохой частотной характеристикой и меньшей точностью, несмотря на габарит и вес, большие, чем у радиотелеметрической аппаратуры.

Как специально испытательный инструмент радиотелеметрия предназначена измерять большое количество разнообразных величин, как-то: положение, скорость, ускорение, вибрацию, давление, температуру, напряжения в конструкции, расход топлива, интенсивность космических лучей и электрическое напряжение. Каждая из этих величин может быть либо существенно постоянной, либо быстро изменяться. Требования к точности очень различны в зависимости от способа использования измеряемой величины. Для качественных данных может оказаться достаточной точность не более 10—30%, в то время как для количественных данных может потребоваться точность 1—3%. Специальные научные исследования иногда могут требовать точности 0,1—0,3%. Когда телеметрическая система используется в качестве средства при разработке системы управления снарядом, задача несколько упрощается, потому что все измеряемые величины или сами по себе являются просто напряжениями, или легко могут быть в них преобразованы. Хотя частотный спектр некоторых величин, подлежащих измерению, может быть весьма широк, опыт показывает, что большинство измеряемых данных принадлежит к числу постоянных или медленно меняющихся величин.

Основные радиотелеметрические системы. В соответствии с разнообразными требованиями к телеизмерениям и благодаря большому разнообразию управляемых снарядов было разработано много различных типов телеметрических систем. Основными частями всякой телеметрической системы являются датчики для непосредственного измерения необходимых величин (часто являющиеся преобразователями или концевыми измерителями), устройство для многоканальной передачи, радиопередатчик, передающая и приемная антенны, радиоприемник, устройство для разделения передаваемых величин и, наконец, индикаторные и (или) регистрирующие устройства. Большинство телеметрических систем может использо-



вать одни и те же датчики и регистрирующие устройства; наибольшая разница существует в способах многоканальной передачи, модуляции, демодуляции и разделения данных. В различных комбинациях применяются амплитудная и частотная модуляции, модуляция по положению и ширине импульсов, механическая и электронная коммутация; эти комбинации обеспечивают все типы снарядов необходимыми телеметрическими системами.

В интересах экономии и координации использования рода войск США совместно разработали стандарты на телеметрические системы, которые внесли ясность в положение вещей, одновременно не закрывая пути для дальнейших исследований и усовершенствований в этой области. Прежде всего было стандартизовано не само оборудование, а лишь некоторые из его характеристик. В результате этого были приняты следующие три класса систем, в которых пропускная способность  $Nf$  определяется как произведение числа каналов на максимальную ширину передаваемого спектра на один канал:

а) малая, простая, с малой пропускной способностью система телеизмерений, имеющая немного каналов с ограниченной шириной спектра;

б) телеметрическая система средней пропускной способности, имеющая среднее количество каналов с широким диапазоном передаваемых спектров;

в) большая телеметрическая система с высокой пропускной способностью и большим количеством каналов, со сравнительно большой шириной передаваемого спектра.

Первая из этих систем была определена как система с временным разделением (т. е. измерения происходят и передаются во времени последовательно), использующая модуляцию по ширине импульсов — частотную модуляцию, обычно сокращенно обозначаемую ШИМ-ЧМ. В качестве средней телеметрической системы используется система с частотным разделением (измерения производятся непрерывно и используются для модуляции поднесущих) и с частотной модуляцией, сокращенно обозначаемая ЧМ-ЧМ. Вследствие имеющегося соотношения между полосой пропускания и пропускной способностью было вообще принято, что для большой телеметрической системы применяются временное разделение и модуляция по положению (фазе) импульсов — амплитудная модуляция (сокращенно ФИМ-АМ). Более детальные характеристики до настоящего времени не были стандартизованы, за исключением указания полосы радиочастот, на которой система должна работать. Благодаря общим усилиям стандартизация в телеметрии была одобрена всеми работающими в этой области.

Малая телеметрическая система. В системе, использующей ШИМ-ЧМ, предусматривается последовательное подключение каналов; поэтому ее следует рассматривать как систему с временным



разделением. Вследствие узкой полосы пропускания и широких импульсов, применяемых в существующих системах, они имеют сравнительно малую пропускную способность. Однако такие системы оказываются простыми и имеют малые габариты. Находящиеся в эксплуатации системы ШИМ-ЧМ имеют входы постоянного тока от 1 до 5 вольт, причем входное напряжение варьирует ширину импульсов. Таким образом, если  $N$  есть число каналов (т. е. число величин, подлежащих телеизмерению), то вырабатывается серия из  $N$  импульсов переменной ширины, как показано на рис. 19.24. Эта серия импульсов используется для того, чтобы сдвигать частоту несущей на некоторую фиксированную величину. Синхронизация

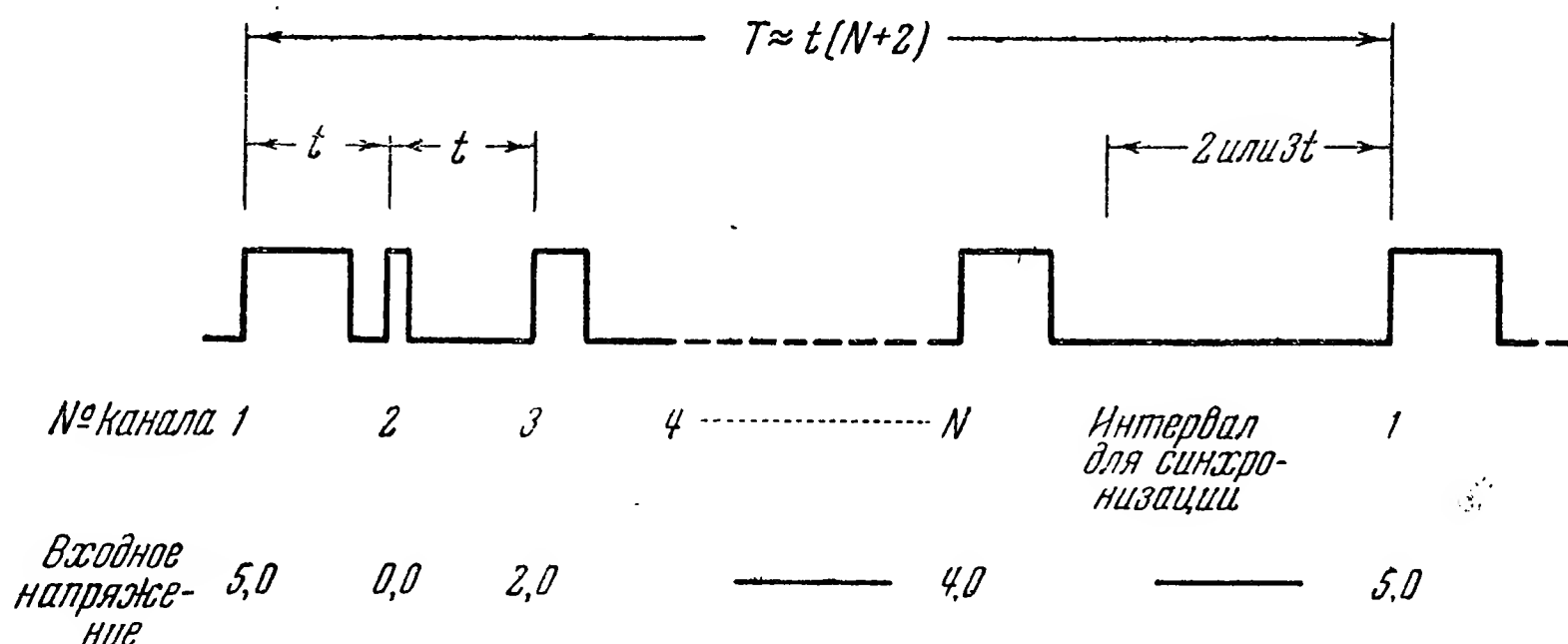


Рис. 19.24. Типовая серия импульсов при использовании ШИМ.

достигается тем, что между сериями импульсов существует промежуток, в котором импульсы отсутствуют; длина этого промежутка равна удвоенному или утроенному интервалу между импульсами.

Из рис. 19.24 мы видим, что каждый канал (импульс) занимает некоторый временной интервал  $t$  и все они собраны в серию, занимающую интервал  $T$ . Так как  $T$  пропорционально числу каналов, то частота возможных измерений в каждом канале обратно пропорциональна числу каналов. Следовательно, тот, кто использует такую систему, должен идти на компромисс между числом желательных ему каналов и частотным спектром или максимальной скоростью изменения измеряемой величины. Обычно считают, что для воспроизведения синусоиды «на глаз» с ошибкой порядка 5% необходимо 5—6 точек на период; применяя высококачественные фильтры нижних частот, можно сделать то же самое, имея примерно 2,5 точки на период. Поэтому  $T \leq \frac{1}{2,5f}$ , где  $f$  есть требуемая ширина спектра. Обратно, выражение  $f \leq \frac{1}{2,5T}$  определяет максимум для случая, когда  $T = t$ , т. е. когда имеется только один канал.

Стандарты для телеметрических систем указывают, что минимальная ширина импульса для систем ШИМ-ЧМ должна быть  $90 \pm 30$  микро-

секунд, а максимальная  $660 \pm 50$  микросекунд. Поэтому интервал  $t$  должен быть порядка 800—1000 микросекунд. На этом основании произведение  $Nf$  числа каналов на максимальную ширину передаваемого спектра имеет порядок 500. Полоса радиочастот принята от 216 до 200 мГц с девиацией частоты от 50 до 125 кГц. Для отсутствия интерференции требуется полоса от 225 до 230 мГц.

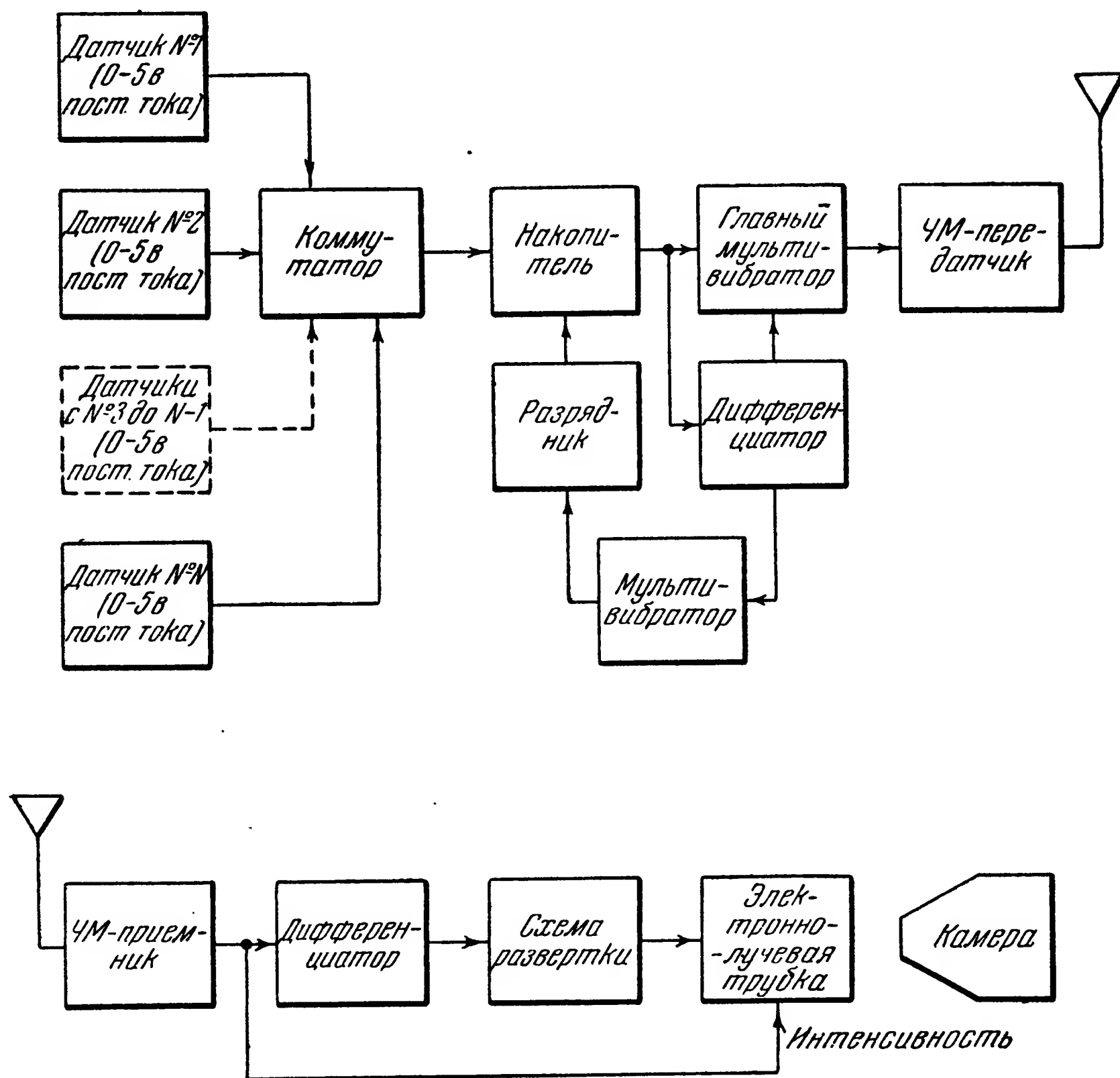


Рис. 19.25. Упрощенная блок-схема телеметрической системы с ШИМ-ЧМ.

Блок-схема типичной телеметрической системы с ШИМ-ЧМ в упрощенной форме показана на рис. 19.25. Телеметрические системы с модуляцией ширины импульсов — фазовой модуляцией (сокращенно ШИМ-ФМ) в принципе не отличаются от только что описанных.

Средняя телеметрическая система. Телеметрические системы с частотной модуляцией — частотной модуляцией (сокращенно ЧМ-ЧМ) являются системами с частотным разделением, так

как спектр несущей, модулированной по частоте, разделяется на несколько поднесущих, каждая из которых в свою очередь модулируется по частоте единственной измеряемой величиной. На рис. 19.26 представлена упрощенная блок-схема телеметрической системы ЧМ-ЧМ. Так как генераторы поднесущих частот сами могут быть модулированы по частоте при помощи изменения напряжения, индуктивности, сопротивления и емкости, в этой системе легко использовать любые датчики.

Стандартизованные центральные частоты ( $F_0$ ), девиация частоты ( $\Delta F_0$ ) и типовая ширина спектра поднесущих ( $f_m$ ) приведены в таблице 19.2. Приведенная в ней ширина спектра относится к тому

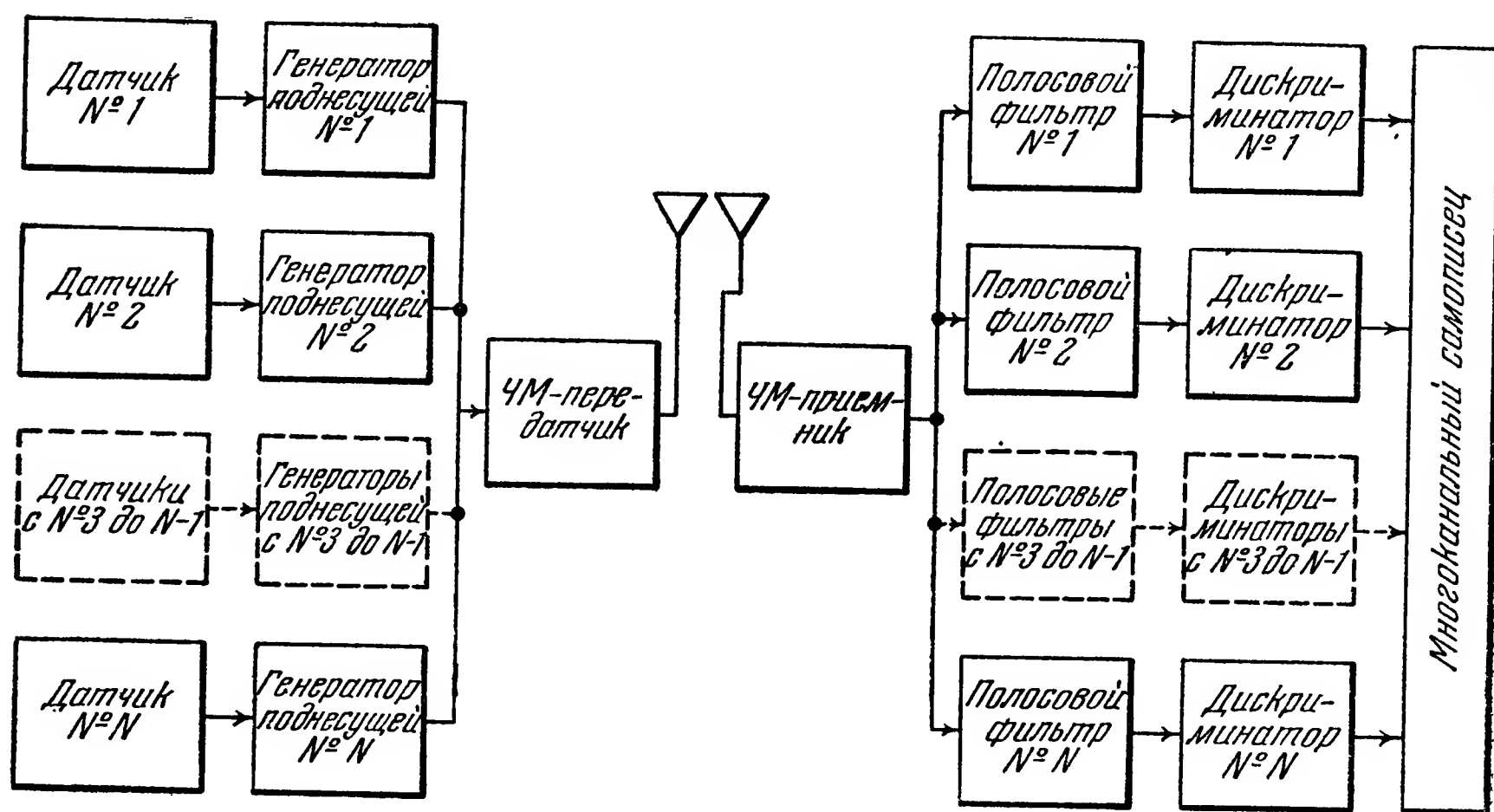


Рис. 19.26. Упрощенная блок-схема телеметрической системы с ЧМ-ЧМ.

случаю, когда минимальное значение индекса модуляции (индекс модуляции есть отношение девиации частоты к максимальной частоте измеряемой величины) равно пяти; это обеспечивает высокое значение отношения сигнал — шум и высокое качество. Можно получить большие значения максимальной ширины спектра, если уменьшить девиацию частоты и удовлетвориться меньшим значением индекса модуляции. Например, если допустимо снизить индекс модуляции до 0,5—1,0, то можно получить ширину спектра, равную девиации частоты  $\Delta F_0$ , но с соответствующим уменьшением отношения сигнал — шум и точности. Таким образом, потребитель телеметрической системы имеет выбор: или высокое качество (малые искажения и хорошая точность), или большая ширина передаваемого спектра; окончательное решение должно появиться в результате компромисса между этими двумя крайностями.

Таблица 19.2

Стандартизованные полосы поднесущих  
для телеметрических систем ЧМ-ЧМ

	Централь- ная частота $F_0$ (кГц)	Девияция частоты $\Delta F_0$ (%)	Нижняя граница полосы (кГц)	Верхняя граница полосы (кГц)	Рекомен- дуемая ширина спектра (кГц)	Максимальная ширина спек- тра (кГц)
1	400	$\pm 7,5$	370	430	6	30
2	560	$\pm 7,5$	518	602	8	42
3	730	$\pm 7,5$	675	785	11	55
4	960	$\pm 7,5$	888	1 032	14	72
5	1 300	$\pm 7,5$	1 202	1 398	20	98
6	1 700	$\pm 7,5$	1 572	1 828	25	128
7	2 300	$\pm 7,5$	2 127	2 473	35	173
8	3 000	$\pm 7,5$	2 775	3 225	45	225
9	3 900	$\pm 7,5$	3 607	4 193	60	293
10	5 400	$\pm 7,5$	4 995	5 805	80	405
11	7 350	$\pm 7,5$	6 799	7 901	110	551
12	10 500	$\pm 7,5$	9 712	11 288	160	788
13	14 500	$\pm 7,5$	13 412	15 588	220	1 088
14	22 000	$\pm 7,5$	20 350	23 650	330	1 650
15	30 000	$\pm 7,5$	27 750	32 250	450	2 250
16	40 000	$\pm 7,5$	37 000	43 000	600	3 000
17	52 500	$\pm 7,5$	48 560	56 440	790	3 940
18	70 000	$\pm 7,5$	64 750	75 250	1 050	5 250
A <sup>1)</sup>	22 000	$\pm 15$	18 700	25 300	660	3 300
B	30 000	$\pm 15$	25 500	34 500	900	4 500
C	40 000	$\pm 15$	34 000	46 000	1 200	6 000
D	52 500	$\pm 15$	44 620	60 380	1 600	7 880
E	70 000	$\pm 15$	59 500	80 500	2 100	10 500

1) Отметим, что две соседние широкие полосы не могут приме-  
няться одновременно. Полосы от А до Е можно применять только  
в том случае, если пропущены перечисленные ниже полосы:

Используемые широкие полосы	Пропускаемые полосы
A	14 и 15
B	14, 15 и 16
C	15, 16 и 17
D	16, 17 и 18
E	17 и 18

Однако возможно использовать неодинаковые девиации частоты в разных полосах поднесущих и получить большое разнообразие комбинаций качества и ширины передаваемого спектра. Главная цель фиксирования ширины передаваемого спектра для разных диапазонов в таблице 19.2 состоит в том, чтобы показать важность выбора регистрирующих приборов, обладающих частотной характеристикой, совместимой с минимальным используемым в телеметрической системе значением индекса модуляции. Типовые приемные телеметрические станции могут принимать и демодулировать одновременно до 12—14 поднесущих частот, указанных в таблице 19.2. Таким образом, типовая ЧМ-ЧМ система имеет пропускную способность в пределах от 500 до 10 000.

Как и в случае системы ШИМ-ЧМ, полоса радиочастот для ЧМ-ЧМ есть 216—220 мггц; для отсутствия интерференции необходима полоса 225—230 мггц.

Стандартная девиация радиочастоты есть  $\pm 125$  кгц. Следовательно, приемная станция системы ЧМ-ЧМ может быть приспособлена к приему сигналов системы ШИМ-ЧМ путем добавления блоков синхронизации и развертки, осциллоскопов и приспособлений для фотозаписи.

В случае, требующих большого числа каналов с небольшой шириной передаваемого спектра вместе с небольшим числом каналов, обладающих широким передаваемым спектром, обычно применяют временное разделение для одной или нескольких наиболее высокочастотных поднесущих системы ЧМ-ЧМ. Это, в сущности, приводит к тройной модуляции (АИМ-ЧМ-ЧМ) и обычно выполняется при помощи механического вращающегося коммутатора. Стандарты по телеметрии содержат максимальную и рекомендуемую скорость переключения, рекомендуемую и минимальную длительность подключения, тип синхронизирующих импульсов, девиацию частоты, минимальный и максимальный измеряемые сигналы. После того как была стандартизована коммутация, появились автоматические декоммутаторы, пригодные для использования в стандартных приемных станциях систем ЧМ-ЧМ. Упрощенная блок-схема типовой системы АИМ-ЧМ-ЧМ показана на рис. 19.27.

Большая телеметрическая система. Полоса радиочастот, предназначенная для импульсных телеметрических систем, требующих широких полос, есть 2200—2300 мггц. Использование узких импульсов и широких полос дает соответствующее увеличение пропускной способности системы, поскольку время, отводимое каждому каналу, может быть уменьшено в том же отношении, что и ширина импульсов; следовательно, может быть передано большее число импульсов за одно и то же время. Большинство существующих телеметрических систем с большой пропускной способностью использует модуляцию по положению импульсов (т. е. фазовую) — амплитудную модуляцию (сокращенно ФИМ-АМ); эти системы имеют

произведение  $Nf$  в пределах 4000—20 000. Типовая серия импульсов показана на рис. 19.28. В такой системе предусматривается 30—35 каналов с шириной передаваемого спектра около 120—540 кГц, причем считается, что для воспроизведения каждой синусоиды с помощью высококачественных фильтров нижних частот достаточно 2,5 точки на период. Как и во всех системах с временным разделением, произведение  $Nf$  у готовой станции неизменно, и пользо-

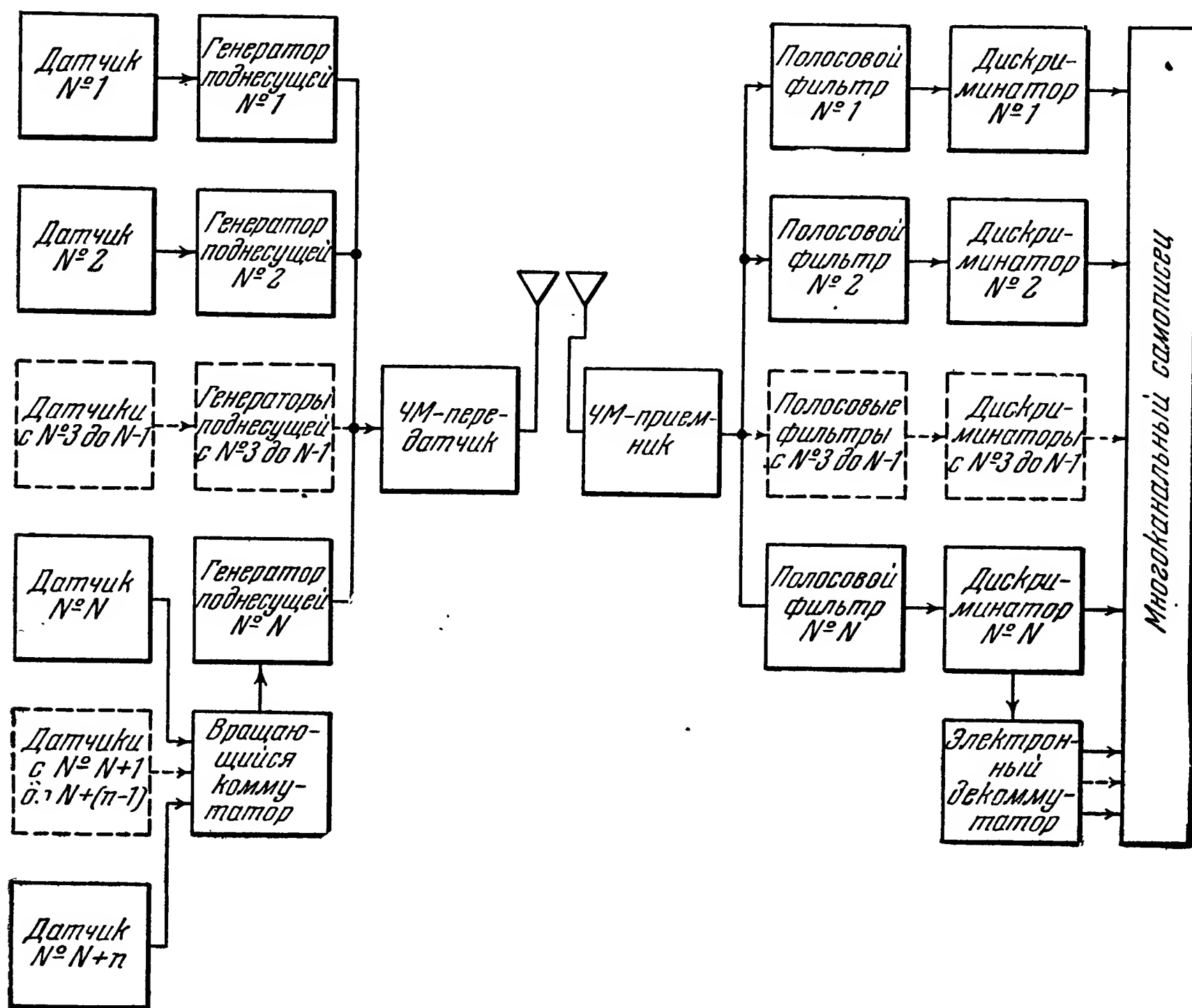


Рис. 19.27. Упрощенная блок-схема телеметрической системы с АИМ-ЧМ-ЧМ.

ватель имеет право выбора между увеличением ширины передаваемого спектра и числом каналов, по которым возможно производить измерение. Точность измерения зависит лишь от типа станции, и на нее не влияет выбор между числом каналов и шириной спектра, пропускаемого через каждый канал.

В связи с типовой серией импульсов системы ФИМ-АМ, показанной на рис. 19.28, следует отметить, что ширина импульсов имеет порядок 1 микросекунды или меньше и что интервал  $t$  на рис. 19.28 значительно короче того же интервала на рис. 19.24. На рис. 19.24 опорными точками, от которых отсчитывается ширина



импульсов, являются их передние края; опорные импульсы, показанные на рис. 19.28 пунктиром, обычно не передаются, а генерируются синхронизирующим устройством на приемной станции, как показано на рис. 19.29. Метод записи обычно значительно более сложен, чем показано на рис. 19.29; он предусматривает или большую точность путем записи только небольшого числа каналов на отдельных электронно-лучевых трубках, или разделение каналов и сглаживание данных для записи на многоканальном осциллографе.

**Датчики.** Датчиком называется устройство, производящее необходимое измерение и преобразующее его к виду, пригодному для использования в телеметрической линии. Такими датчиками

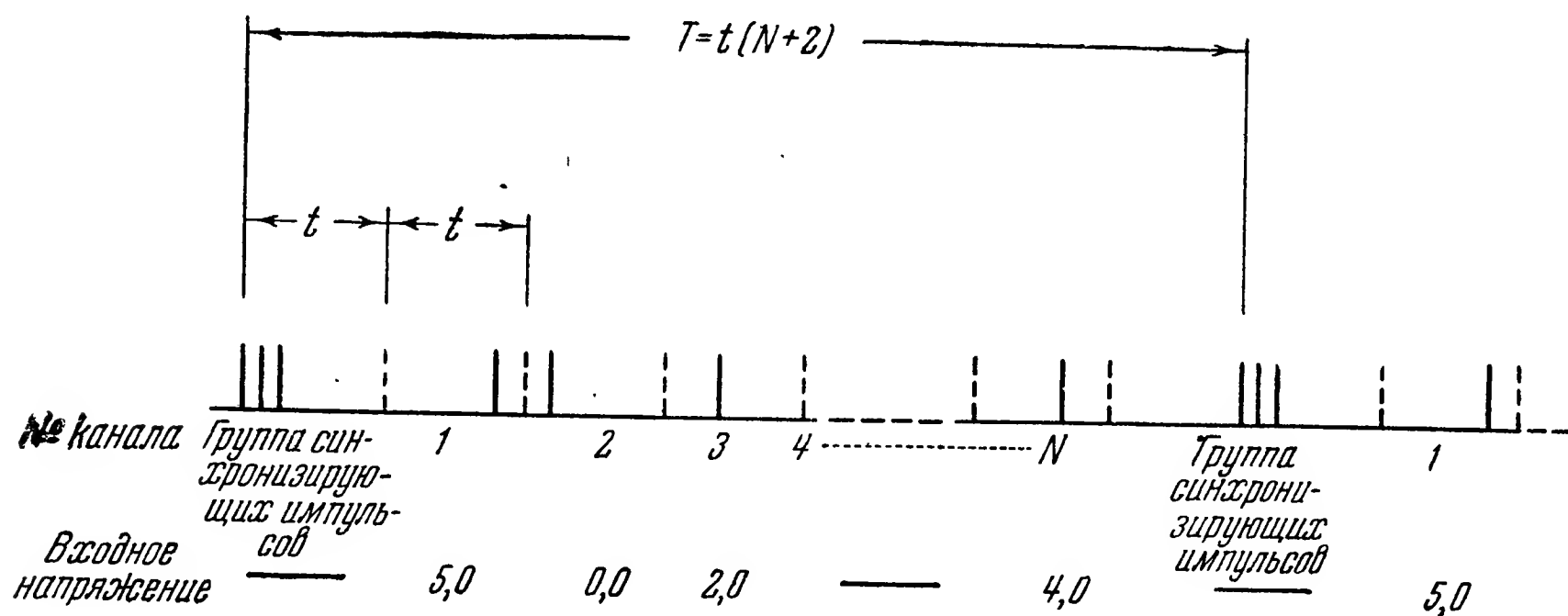


Рис. 19.28. Типовая серия импульсов при использовании ФИМ.

являются манометры, тензометры, виброметры, акселерометры, расходомеры, потенциометры для измерения положения, гироскопические датчики, счетчики космического излучения и т. п. Несмотря на то, что в области датчиков имеется значительный прогресс, они до сих пор являются причиной, ограничивающей точность телеметрических систем. Это становится понятным, если мы заметим, что большинство лабораторных приборов имеет точность порядка 3—5%, в то время как многие потребители телеметрии требуют точность в 1% и выше. Нужно помнить, что даже, если такая точность вообще достижима, стоимость ее получения будет достаточно высокой. Если не по другим, то хотя бы по этой причине потребители результатов телеизмерений не должны запрашивать точность сверх той, которая действительно необходима.

Результаты измерения в виде напряжений, по-видимому, наиболее удобны для телеметрии, поскольку все типовые телеметрические системы могут использовать напряжения постоянного тока от 0 до 5 вольт или эффективное напряжение в 1,75 вольта, наложенное на 2,5 вольта постоянного тока. Датчики способны преобразовывать любой тип данных в напряжение.

Однако в некоторых случаях соображения точности, калибровки, спектра частот, а также внешние условия могут потребовать применения других типов датчиков. Как уже указывалось выше, системы ЧМ-ЧМ чрезвычайно гибки и весьма просто могут быть приспособ-

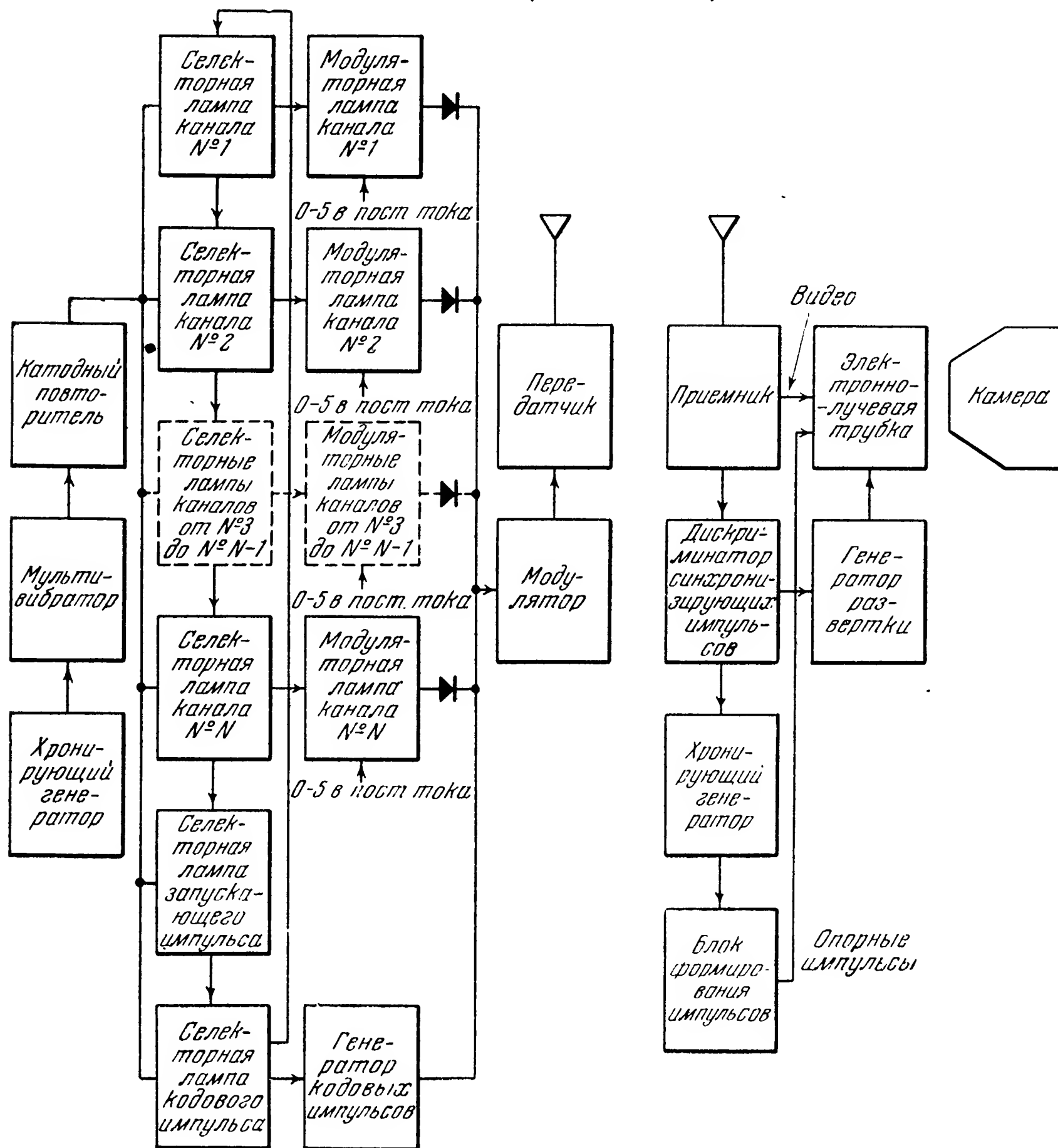


Рис. 19.29. Упрощенная блок-схема телеметрической системы с ФИМ-АМ.

лены к любому типу датчиков. Во всяком случае, выбор типа датчика зависит от многих факторов, определяемых спецификой применения, и поэтому является задачей, которую должен решать опытный специалист по телеметрии. Вообще можно констатировать, что при использовании телеметрии для разработки систем управления снарядами результаты измерения чаще всего встречаются в виде напряжений или в виде, который легко преобразовать в напряжение.

Регистрация результатов. Методы записи результатов в телеметрических системах могут быть самыми различными в зависимости от предполагаемого использования данных. При выборе метода необходимо учитывать ширину передаваемого спектра, точность, желаемую долговечность записи и масштаб времени. Можно использовать специальную шкалу для того, чтобы наблюдатель имел на записи отметку истинного времени. Используются типовые пишущие приборы с четырьмя или шестью перьями, а также электрические или нагретые иглы для записи на специальной бумаге. Такие самописцы имеют максимальную полосу пропускания порядка 50—100 кГц, и поэтому их применение ограничено только низкочастотными данными.

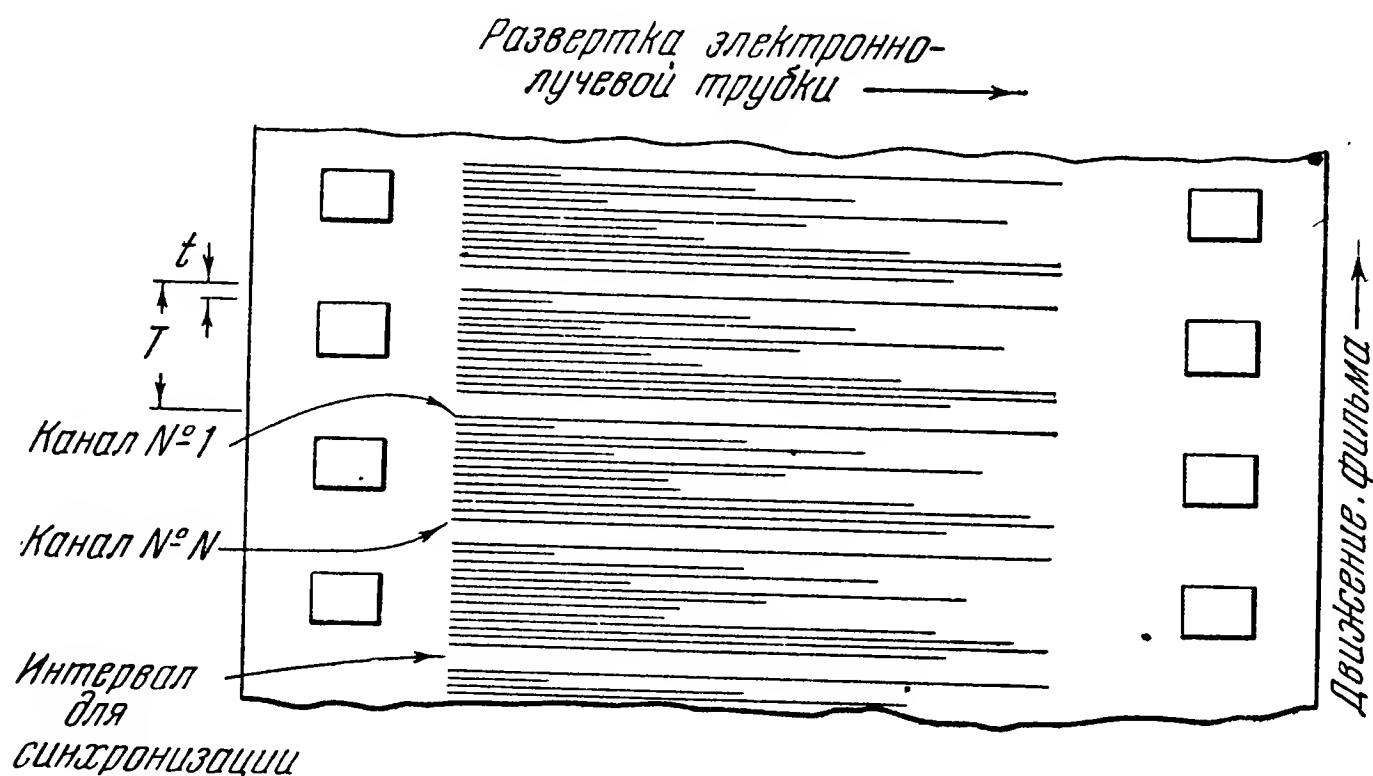


Рис. 19.30. Образец «линейной» записи.

Благодаря большой пропускной способности очень широко применяются многоканальные осциллографы со светочувствительной бумагой или пленкой. Типовые осциллографы могут записывать одновременно данные по 50 каналам с шириной спектра от 3000 до 5000 кГц. Одним из неудобств регистрации такого типа является необходимость предварительной обработки светочувствительной бумаги или пленки; только после этого можно использовать запись. Однако современные усовершенствования в области фотолабораторного оборудования позволяют обработать пленку шириной в 12 дюймов и длиной в 250 футов за 30 минут.

Другой метод регистрации, также широко применяемый, состоит в прямом фотографировании экрана катодного осциллографа. Выход каждого канала в случае системы с частотным разделением может быть использован для смещения пучка электронов в катодном осциллографе. Существует много методов использования катодного осциллографа и для систем с временным разделением. В случае ШИМ или ФИМ может быть использована «линейная» запись на одном катодном осциллографе, показанном на рис. 19.25 и получаемая при

помощи модуляции по интенсивности или стробирования последовательных разверток. При этом получается картина, показанная на рис. 19.30; длина линий пропорциональна измеряемой величине.

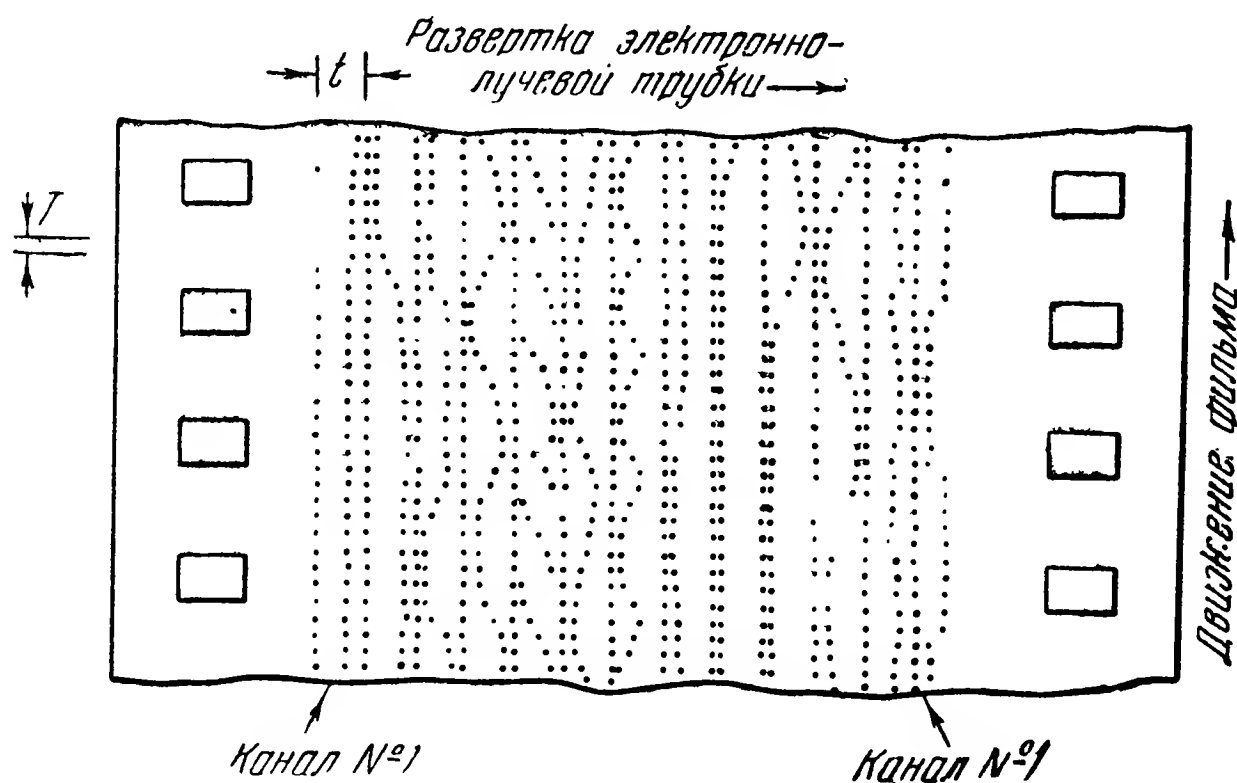


Рис. 19.31. Образец «точечной» записи.

Другой метод состоит в модуляции по интенсивности отдельно для каждого канала, как показано на рис. 19.29. В этом случае получается «точечная» запись, показанная на рис. 19.31. Точность

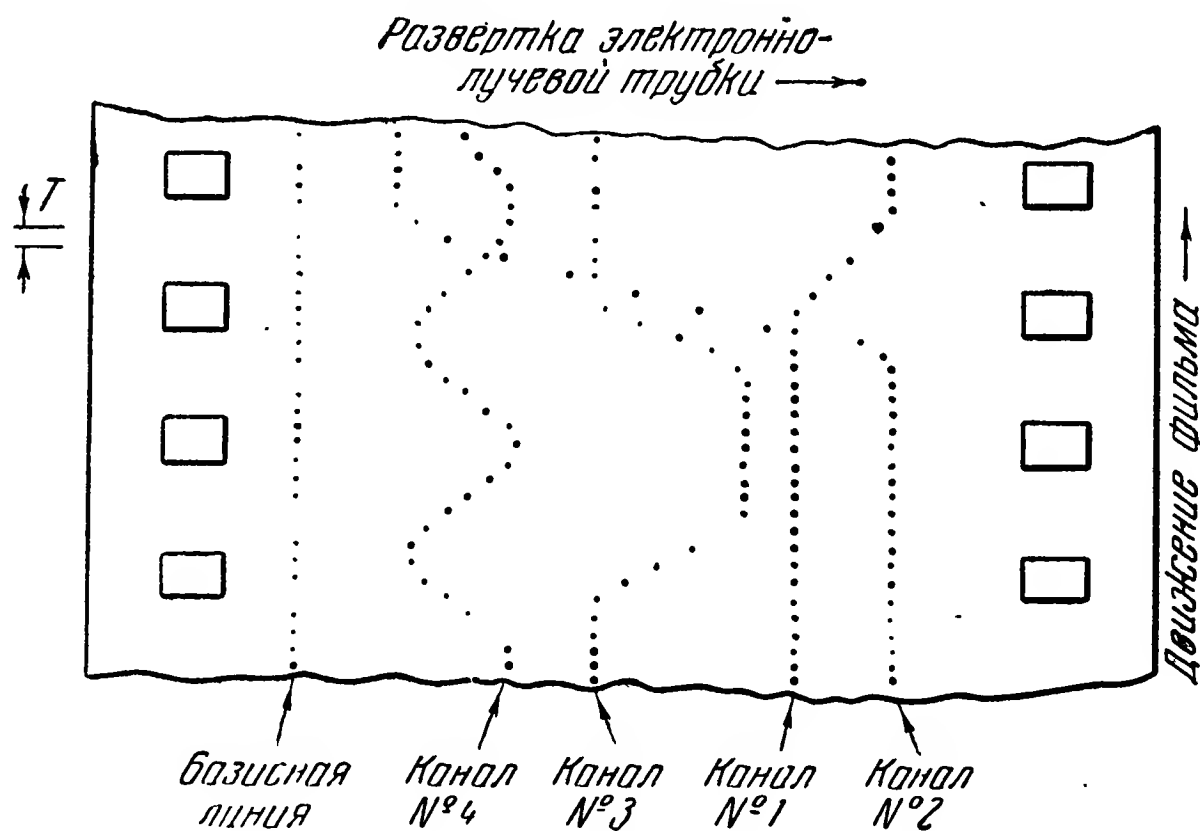


Рис. 19.32. Образец стробированной «точечной» записи.

в «точечной» записи ограничена тем, что разрешающая способность уменьшена сокращением масштаба времени, в то время как в «линейной» записи трудна расшифровка; однако эта последняя трудность может быть устранена при помощи специальной машины. При «точечной» записи точность можно увеличить, записывая на каждом

катодном осциллографе не все каналы, а только некоторую их часть; тогда получается запись типа, указанного на рис. 19.32. Третьим типом записи является «штриховая», показанная на рис. 19.33.

Успехи, достигнутые в настоящее время в записи на магнитной ленте, вызвали ее широкое применение в телеметрических системах ЧМ-ЧМ и ШИМ-ЧМ для хранения результатов. Этот способ сохранения результатов прежде всего используется в качестве страховки на случай отказа демодулирующей или записывающей аппаратуры во время измерений; он удобен также в том случае, когда на приемной станции допустимо использование лишь небольшого количества

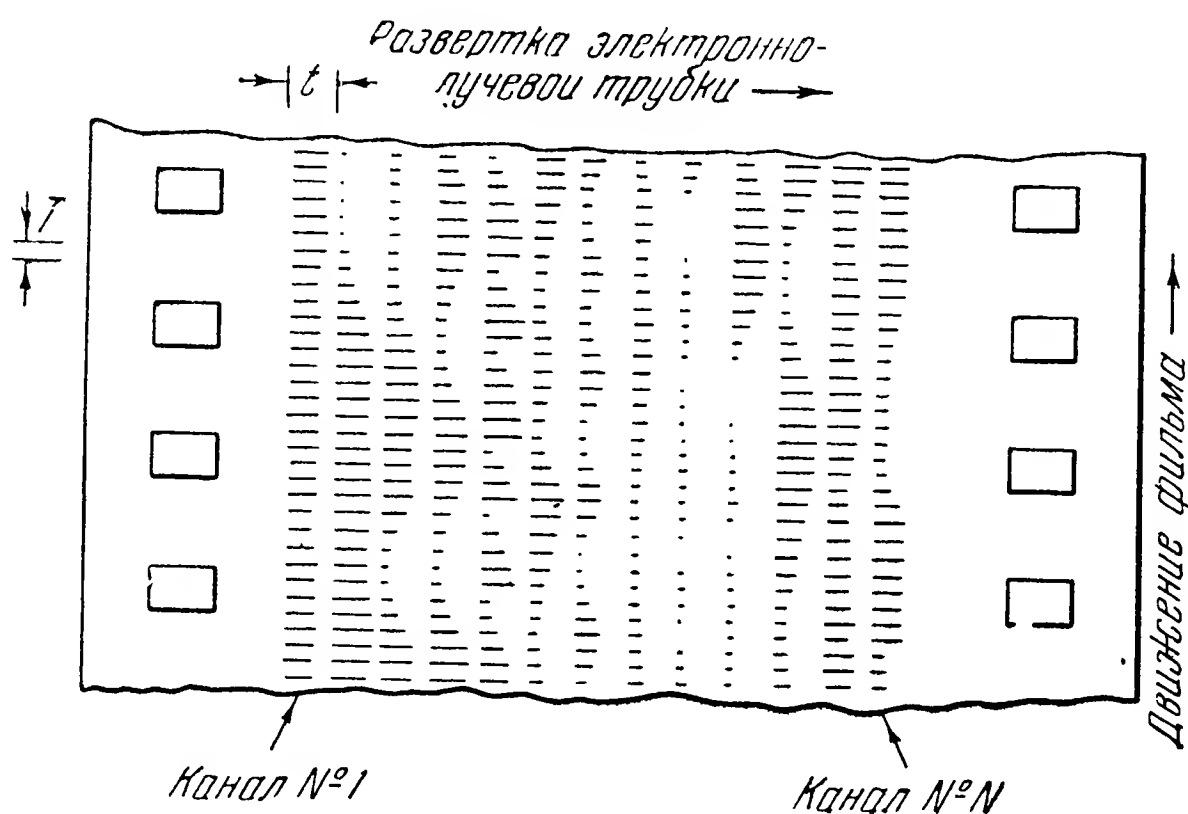


Рис. 19.33. Образец «штриховой» записи.

оборудования. Магнитная лента может быть когда угодно «проиграна» через демодулирующее устройство вплоть до записывающих приборов — например, в более подходящих внешних условиях. Следует отметить, что магнитная запись вообще непригодна для систем с ФИМ-АМ вследствие того, что для записи узких импульсов, применяемых в этих системах, необходима широкая полоса пропускания.

**Выводы.** Некоторые типы телеметрических систем могут быть использованы конструктором системы управления снарядами. Вообще главным признаком, по которому следует определить, какую именно из существующих систем следует применить, является пропускная способность, необходимая в данном частном случае. Метод регистрации зависит в первую очередь от характеристик измеряемых величин и окончательного назначения записей.

Радиотелеметрия является наиболее удобным средством получения данных при летных испытаниях самих управляемых снарядов, их частей и системы управления. Она является незаменимым инструментом при исследованиях верхней атмосферы. По своей компактности, прочности, надежности, точности и большой пропускной

способности современная радиотелеметрия является также очень удобным и важным средством в случае летных доводочных испытаний системы управления снарядами при моделированных внешних условиях.

### 19.8. Моделирование распространения радиоволн<sup>1)</sup>

Системы управления снарядами требуют создания направленных антенн, таких, что фаза излучения остается постоянной или изменяется заданным образом. Часто представляет интерес изучение влияния различных положений излучателя на наклон луча и отклонение фронта волны от плоскости. Точно так же бывает желательно знать, как влияет изменение возбуждающей частоты на фронт излучения и форму луча. Аэродинамические соображения обычно ограничивают размеры антенны, которую можно установить на управляемом снаряде, и ставят трудные условия для конструктора обтекателя.

Поскольку теоретическое или экспериментальное определение формы фронта излучения и диаграммы направленности антенны есть обычно трудная, утомительная и дорогая операция, существует потребность в простой моделирующей установке, на которой можно было бы проследить зависимости между многими сюда входящими факторами.

Для демонстрации интересных свойств волнового движения уже давно используются *волновые бассейны*. Главным элементом волнового бассейна является неглубокий бак со стеклянным дном, наполненный водой. При помощи каких-либо средств на поверхности воды генерируются невысокие волны, так называемая зыбь, которая затем при помощи проходящего света проектируется на экран. Получающаяся при этом двумерная картина иллюстрирует многие теории, относящиеся к электромагнитному излучению, включая лучи Рентгена, видимый свет, инфракрасное и радиоизлучение. Особый интерес представляют радиоволны, используемые в радиолокации.

Чтобы радиоинженер мог грамотно использовать волновой бассейн, необходимо иметь некоторые сведения об этой установке и границах ее применения. Обычно сначала неприятно поражает тот факт, что скорость распространения волн на поверхности воды зависит от длины волны, что не имеет места в случае электромагнитных волн. Теоретическая скорость зыби  $v$  в см/сек может быть вычислена по формуле

$$v = \left( \frac{2\pi T}{\lambda d} + \frac{g\lambda}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (19.56)$$

<sup>1)</sup> Этот параграф написали главным образом N. L. Walbridge, H. M. Smith, Jr. and L. A. Woodward, Engineering Experiment Station, University of Vermont and State Agricultural College.



где  $T$  — поверхностное натяжение (в динах на сантиметр),  $d$  — плотность воды ( $г/см^3$ ),  $g$  — ускорение силы тяжести ( $см/сек^2$ ),  $\lambda$  — длина волны ( $см$ ).

В большинстве случаев двумерного моделирования антенны зависимость скорости от длины волны оказывается несущественной, поскольку основное соотношение, которое необходимо выдержать при моделировании, есть

$$\frac{d_m}{\lambda_m} = \frac{d_a}{\lambda_a}, \quad (19.57)$$

где  $d_m$  и  $d_a$  — соответственные размеры модели и антенны, а  $\lambda_m$  и  $\lambda_a$  — длины волн для модели и действительной антенны. Поскольку большая часть работы в каждом опыте протекает при какой-нибудь одной частоте, действительное значение скорости распространения волны не играет роли, если выдерживается соотношение (19.57). Все измерения следует производить, используя длину волны, а не частоту. Интересно отметить, что скорость распространения звуковых волн меньше скорости электромагнитных волн приблизительно в  $10^9$  раз.

Скули<sup>1)</sup> в 1949 г. описал подобную моделирующую установку, созданную в Морской исследовательской лаборатории (NRL) и предназначенную для того, чтобы сделать видимым фронт излучения. Предполагалось, что подобная установка может быть использована не только для демонстрационных целей, но и для точного измерения излучения некоторых источников и отражателей. Когда лучи света проходят вертикально вверх через поверхность воды, они в каждой точке поверхности волны преломляются неодинаково, как показано на рис. 19.34. Каждый элемент поверхности волны действует, как линза со своим собственным фокусным расстоянием и дает изображение, подобное изображению точечного источника; эти изображения известным образом распределяются в пространстве над поверхностью воды.

Рассматривая совпадение двух изображений, происшедших от соответствующих участков двух различных волн, можно получить очень удобное уравнение, связывающее амплитуду с длиной волны и с расстоянием точки совпадения от поверхности воды. На рис. 19.34 изображено положение преломленных лучей, вычисленное для случая слегка затухающих волн; из рисунка видно, что точки совпадения, такие, как  $a$ , все более удаляются от поверхности воды.

На практике эти точки совпадения наблюдают в виде изображений на экране из матового стекла, передвигая его вдоль двухметровой оптической скамьи и используя вспомогательную линзу. Ценность описываемого метода состоит в четкости этих изображений и их чувствительности к малым перемещениям экрана. Вспомогательная

<sup>1)</sup> Schooley A. H., Supt. Electronics Division, NRL; NRL Report № 3559. См. также Proceedings of the National Electronic Conference, 1950.

линза может поворачиваться, что облегчает вычерчивание поля и повышает точность при малых амплитудах. На оптической скамье нанесена прямо шкала амплитуд, вычисленная для одной фиксированной частоты, так что амплитуду можно отсчитывать непосредственно по положению точки совпадения.

Этот метод имеет точность в  $1\%$  при наибольшей измеряемой амплитуде порядка  $0,050$  мм. Амплитуды порядка  $0,001$  мм можно измерять с точностью в  $5\%$ . Можно еще заметить существование волн с амплитудой  $0,0002$  мм при длине волны порядка  $11$  мм.

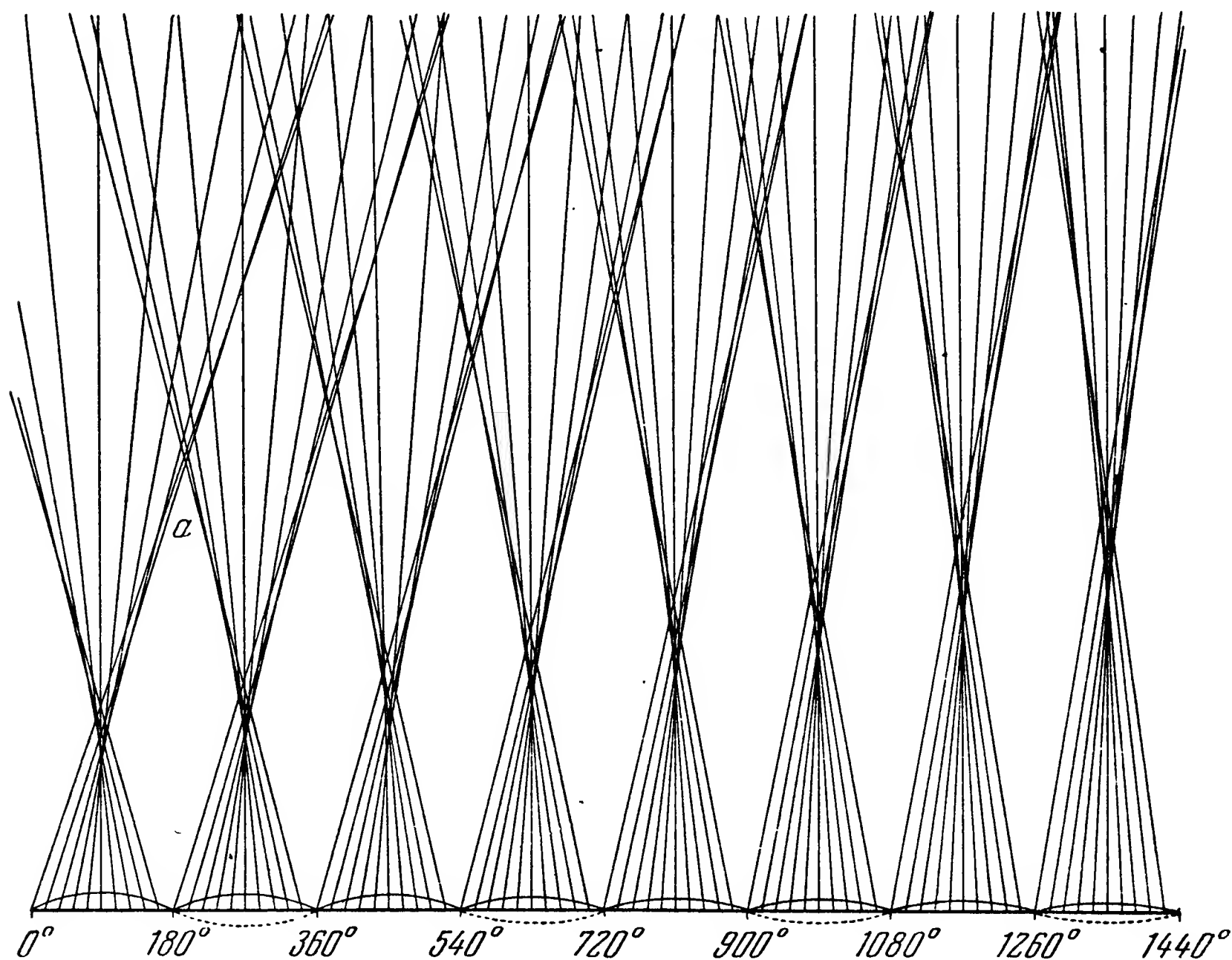


Рис. 19.34. Преломление световых лучей в затухающей зыби.

Для получения указанной точности необходимо, чтобы источник света был стробирован синхронно с волнами, излучаемыми вибратором. Это выполняется при помощи главного генератора, вырабатывающего сигналы, подводимые ко всем магнитным вибраторам системы, два из которых приводят в действие стробоскоп. Стробоскоп состоит из экрана с очень маленьким отверстием, которое пропускает луч света дважды за период. Другой подобный же стробоскоп предназначен для окрашивания изображений, полученных от различных волн, что при сложных диаграммах очень полезно для удобства наблюдения фазовых соотношений. Подобным же образом возбуждаются стержни, на которых расположены измеряющие

точки; эти стержни тщательно настраиваются в резонанс с используемой частотой. Для эксперимента была выбрана частота в 20 кГц, что давало длину волны приблизительно в 11 мм; это позволило построить детали установки с таким расчетом, чтобы с достаточной точностью вести измерения непосредственно в длинах волн.

Устройство всей системы показано на рис. 19.35. Сигнал главного генератора, имеющий желаемый уровень мощности, распределяется по различным вибраторам, причем для двух из них сигнал

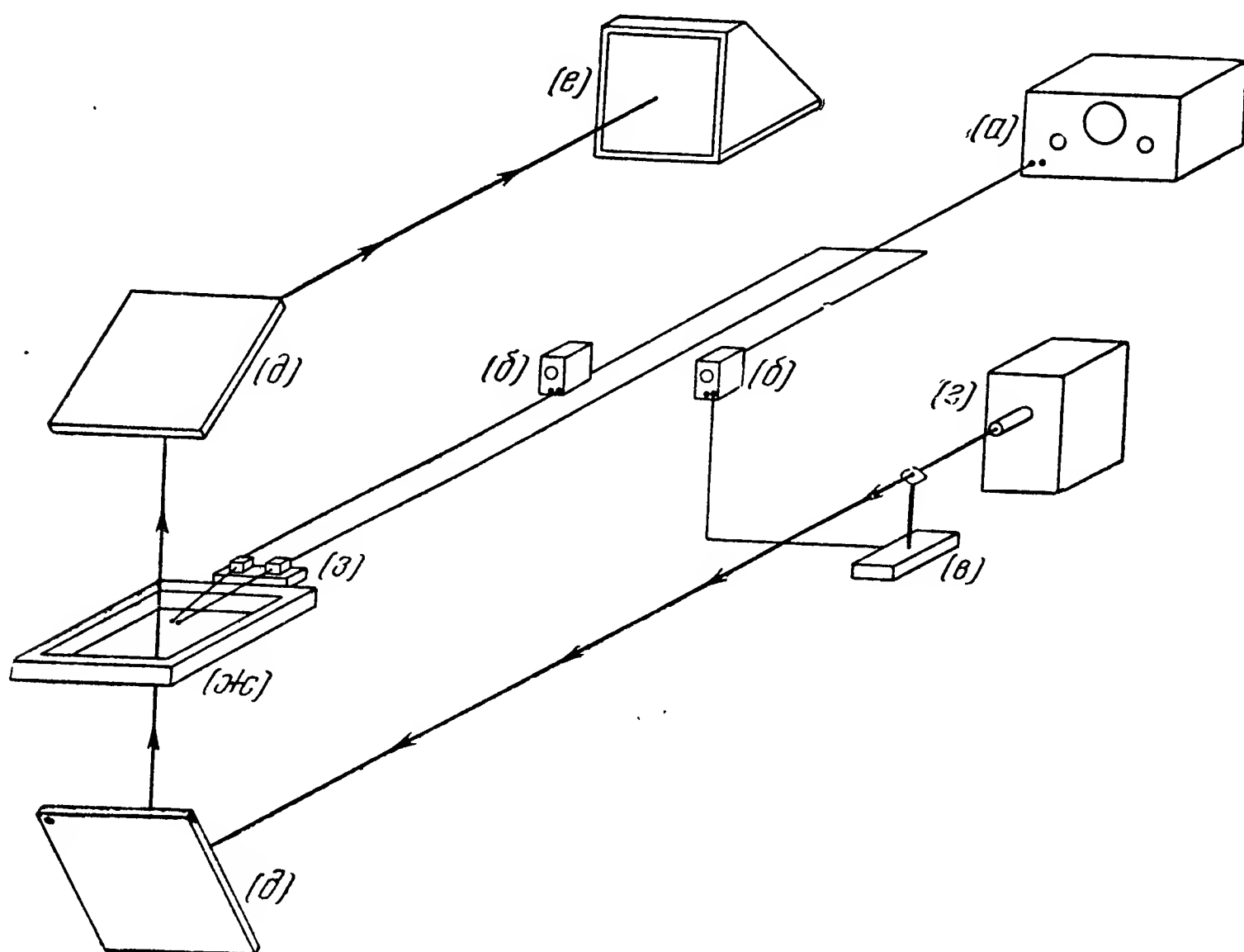


Рис. 19.35. Волновой бассейн с оборудованием: *а* — генератор, настроенный на 20 кГц; *б* — фазосдвигатели и усилители; *в* — стробоскоп; *г* — дуговой источник света (1,5 мм); *д* — стеклянные зеркала с передней отражающей поверхностью; *е* — матовый экран; *ж* — волновой бассейн, слой воды в 1 дюйм; *з* — стержни, установленные на компараторе.

проходит сначала через фазосдвигатель. Фаза стробоскопов подбирается таким образом, чтобы во время измерения вершина волны находилась под линзой; кроме того, можно измерять вариации фазы вдоль круга с центром в источнике волн. Фазосдвигатель необходим для зонда № 2, если между различными частями модели антенны желательно установить некоторый сдвиг фазы.

Детали устройства самого волнового бассейна показаны на рис. 19.36. После исследования различных жидкостей было установлено, что наилучшей средой для образования поверхностных волн является дистиллированная вода. Единственным удовлетворительным средством для управления отражениями от стенок бассейна оказались

«берега» из чистого матового стекла. С этой целью использовались полоски матового стекла шириной около дюйма, помещенные у поверхности воды под очень малым углом к ней; такие пластинки

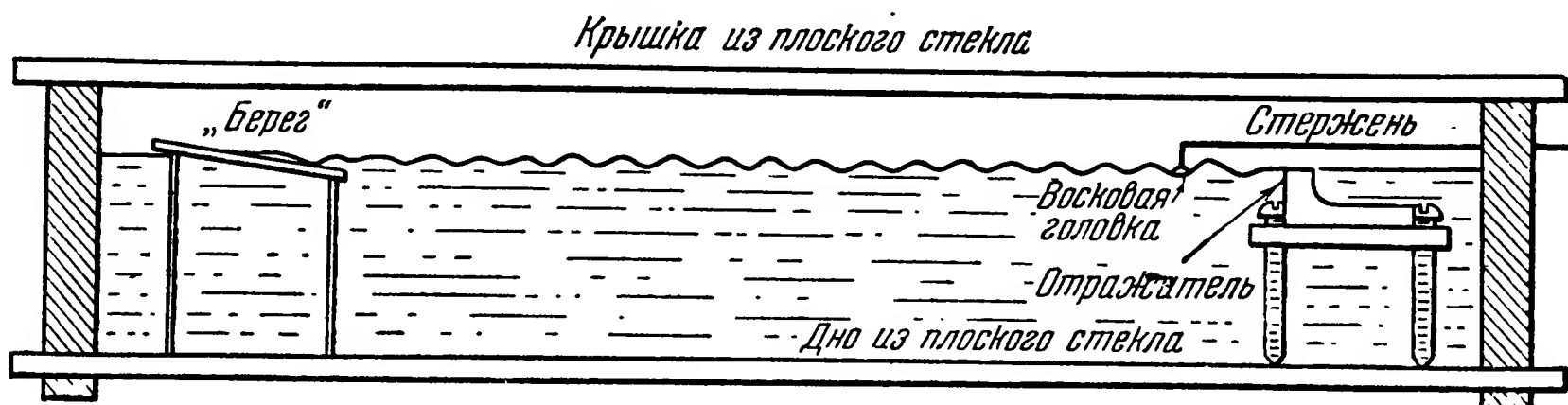


Рис. 19.36. Разрез волнового бассейна, показывающий поглощение волн «берегами» (длина волны 11,30 мм, амплитуда 0,02 мм).

практически полностью поглощали энергию набегающих на них малых волн. Если «берега» бывали неправильно установлены и не смочены, немедленно обнаруживалось присутствие мешающих отражений; при

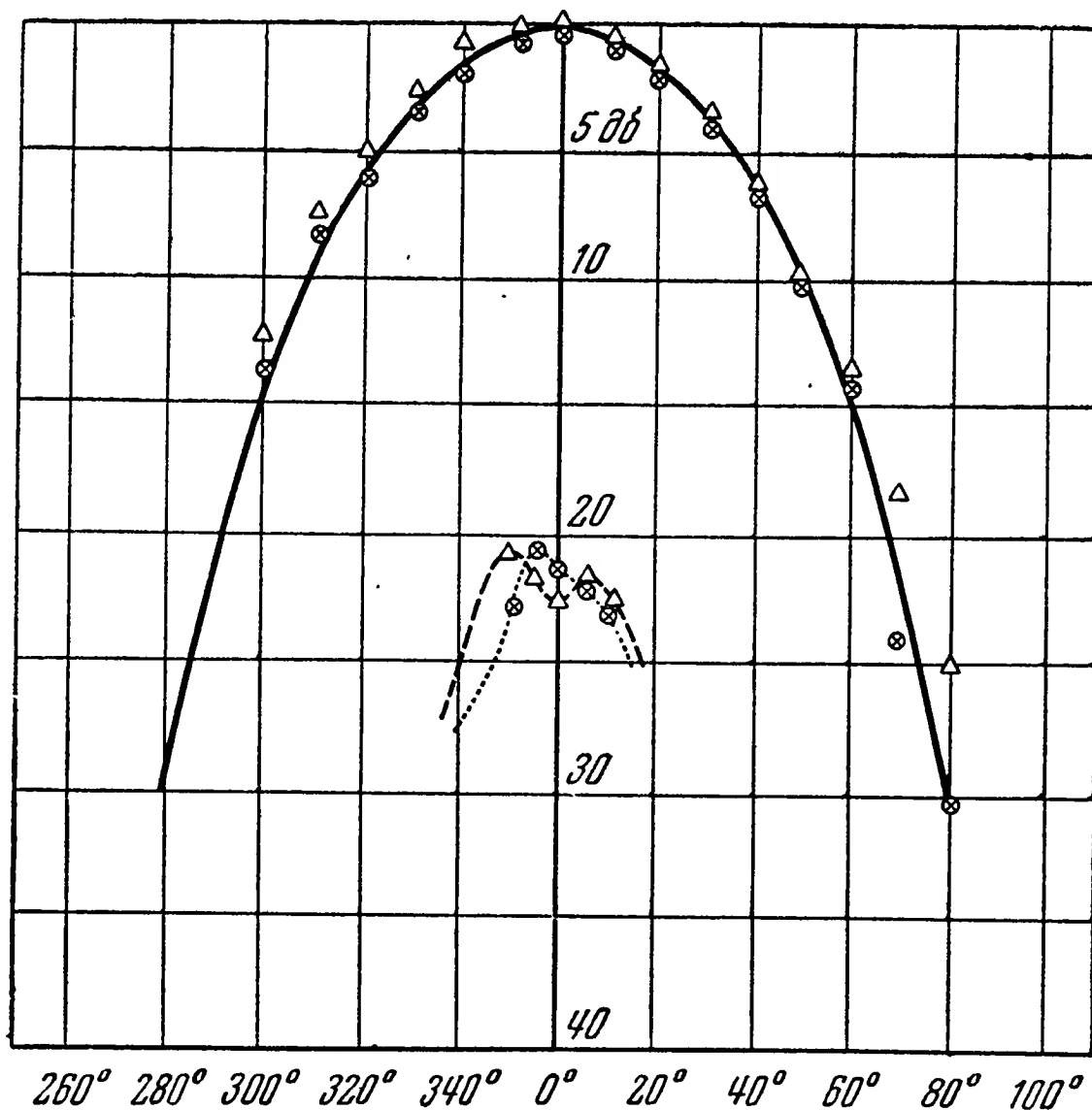


Рис. 19.37. Первичное излучение от «дубль-Н»-излучателя.

правильной регулировке по положению и высоте и при наличии на «берегах» водяной пленки отражения не были заметны.

Изучим сначала луч от небольшого дискового отражателя. Для этого необходимы подходящий источник первичного излучения и

отражатель регулируемого размера и формы. Из условий формы луча и слабого затенения отраженного излучения был выбран излучатель типа «дубль-Н». Этот излучатель теоретически состоит из пары точек, расположенных на расстоянии полуволны и колеблющихся в фазе, и другой такой же пары, расположенной рядом с первой на расстоянии четверти волны и опережающей первую по фазе на  $90^\circ$ .

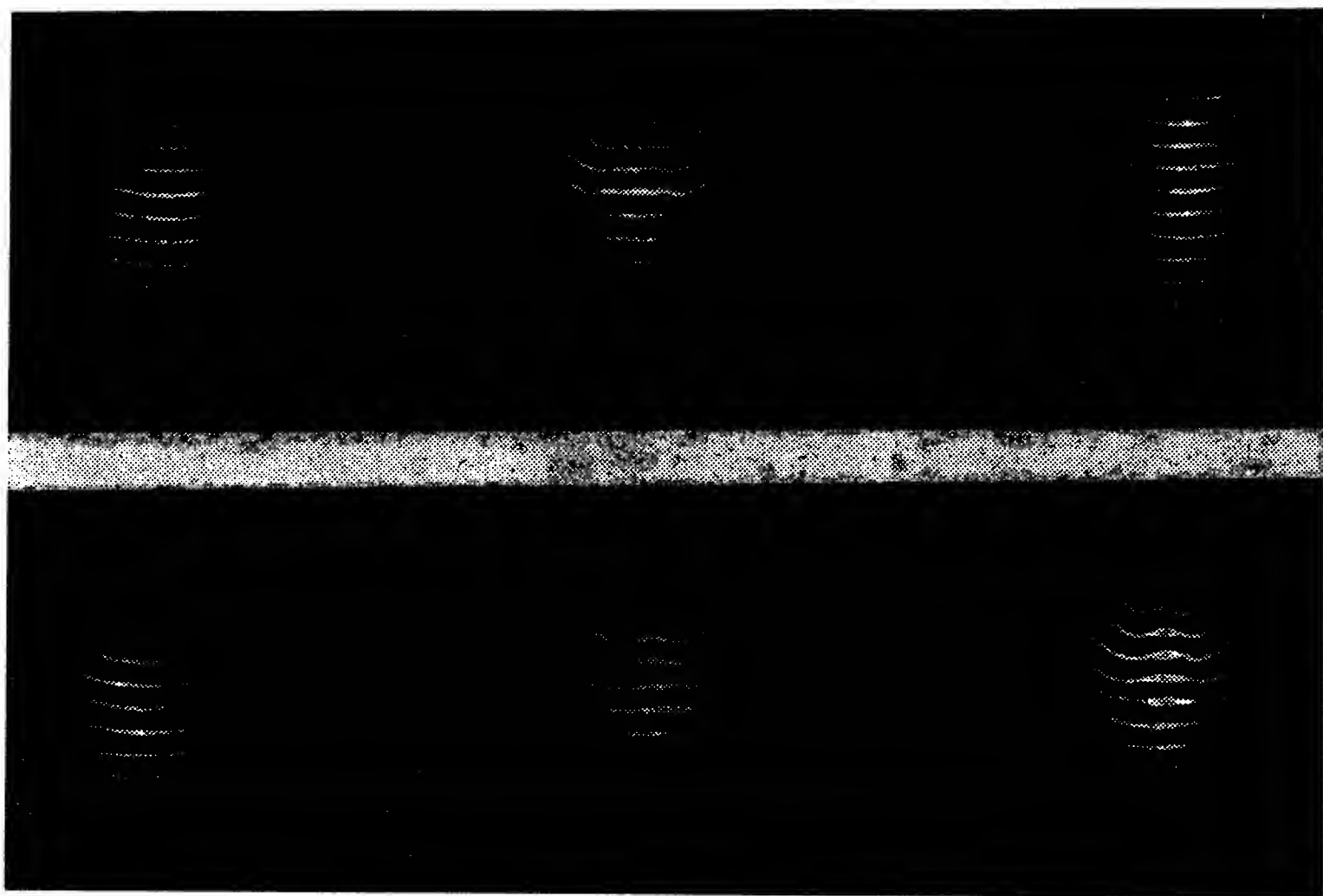


Рис. 19.38. Диаграммы для параболического отражателя ( $f = 11,1$  мм).

Теоретическая характеристика такой «дубль-Н»-антенны показана на рис. 19.37. Величины, полученные из опыта, показаны двумя сериями точек, из которых одна соответствует началу, а вторая — концу эксперимента, продолжавшегося в течение целого дня. Мы видим, что получено совпадение с точностью до  $5\%$ .

Чтобы дать представление об излучении испытывавшегося отражателя, на рис. 19.38 воспроизведены диаграммы, наблюдавшиеся на матовом стекле. Это — фотоснимки, сделанные с матового стекла установки. На рисунке можно видеть общий характер излучения; оказалось также возможным установить качественную зависимость излучения от изменения некоторых параметров.

Ценность этой установки и метода совпадений состоит, однако, в точном измерении амплитуд и, следовательно, интенсивностей. Типичная картина, видимая на матовом стекле, воспроизведена на рис. 19.39. Положение матового стекла было тщательно настроено на измерение одной из амплитуд. Точка совпадения видна в центре линзы выше креста нитей. Отсчет угла поворота линзы делается по большому лимбу с градусными делениями, на котором установлена



линза и крест нитей. На диаграмме получается вдвое больше волн, чем их имеется на самом деле, вследствие двукратного стробирования; дающего бóльшую точность измерения.

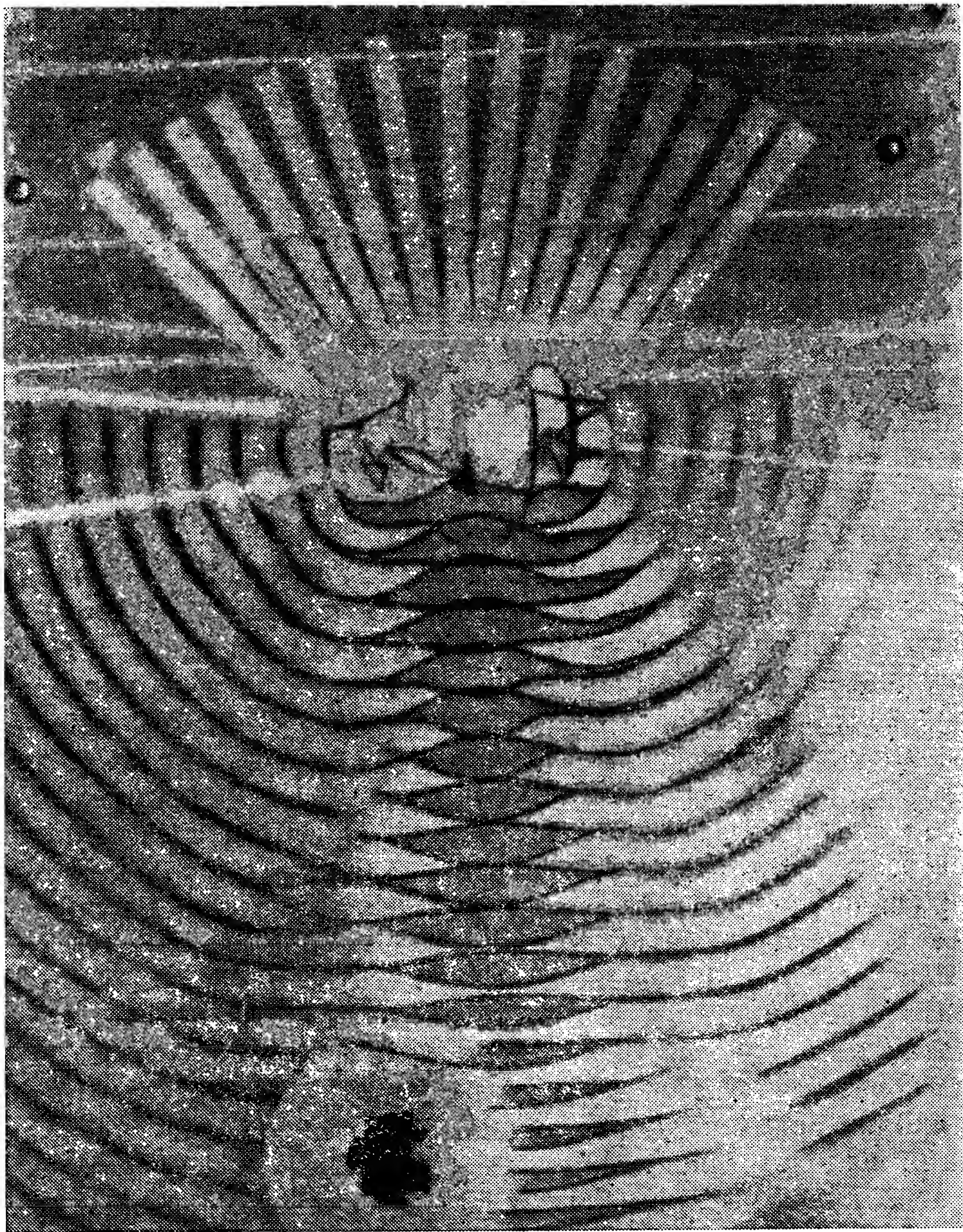


Рис. 19.39. Типичная картина, видимая на матовом стекле.

Вопрос о том, насколько хорошо эти поверхностные волны моделируют электромагнитное излучение, был предметом тщательного изучения. Наиболее значительное из современных исследований сделал в 1950 г. Александер (Н. Н. Alexander) в Принстонском университете. В его отчете показана аналогия между уравнениями двумерных поперечных волн и уравнениями электромагнитного излучения.



Эти уравнения, конечно, были выведены из идентичных основных допущений.

Другая проблема, которую представляется возможным исследовать при помощи описанной аппаратуры, есть проблема обтекателя антенны, отражения от которого могут служить источником значительных трудностей при проектировании. С этой целью под поверхность воды можно поместить стеклянную пластинку, тщательно измерив толщину слоя воды над ней. Поскольку скорость поверхностных волн зависит от глубины и соответствует показателю преломления, можно так подобрать форму пластинок и так расположить их, чтобы моделировать действительные обтекатели. Было найдено, что, изменяя глубину в пределах 1—0,5 мм, можно моделировать показатель преломления в пределах 1—1,5 и выше.

### 19.9. Заключение

Наиболее важным процессом при проектировании системы управления снарядом является моделирование в широком смысле этого слова. Когда, основываясь на имеющихся знаниях и предыдущем опыте, мы выбираем метод управления для некоторой определенной тактической ситуации, мы, в сущности, мысленно моделируем полет снаряда. Когда, используя частотные характеристики, мы осуществляем синтез предполагаемой системы, проверяем ее устойчивость и выбираем необходимые стабилизирующие цепи, мы моделируем контур системы управления и автопилотный контур. Когда при помощи трудоемких ручных вычислений мы исследуем переходные процессы системы, мы снова применяем моделирование. Если идея осуществления системы в целом уже достаточно установилась, то в качестве моделирующих устройств применяются машины-аналоги, которые дают возможность исследования выходов системы при варьировании входных параметров в широких пределах. По мере появления готовых элементов оборудования их подключают вместо соответствующих математических моделей, и так, шаг за шагом, моделирование проходит через лабораторные и полигонные опыты, пока, наконец, не приходит время подбора статистики поведения снаряда при тактическом использовании.

В этой книге мы занимались главным образом процессом ручного моделирования, при котором конструктор выполняет математическое моделирование; чтобы сделать это возможным, мы сильно упрощали задачу путем введения различных упрощающих предположений. Основанием такой постановки вопроса являются следующие соображения: а) этот тип моделирования — самый гибкий на начальной стадии проектирования; б) если этот основной метод математического моделирования как следует не понят конструктором, то последний будет не в состоянии разобраться в тонкостях проблемы управления. Ценность результатов моделирования зависит от понимания смысла первоначального

чальных допущений, заложенных во входные данные моделирования. Моделирование как инструмент сравнительно просто, но правильное приспособление этого инструмента к данной проблеме часто оказывается затруднительным.

В этой книге, придавая особое значение *основам* управления снарядами, мы сосредоточили внимание на математическом моделировании элементов и систем при условии установившегося входа. Причиной этого является необходимость сначала выяснить, является ли система устойчивой при установившемся входе<sup>1)</sup>, чтобы затем перейти к более утомительному исследованию ее устойчивости при неуставившемся входе. Следует категорически заявить, что поведение всех без исключения систем должно быть обязательно проверено при неуставившихся входах, имеющих место в действительности. Можно показать, что системы, являющиеся устойчивыми при установившемся входе, могут при неуставившемся входе иметь такой отклик, который делает систему непригодной для применения в той тактической обстановке, для которой она предназначена. Более того, неуставившиеся входы не обязательно связаны с *самим* снарядом; они могут появляться в результате поведения цели или других обстоятельств, не всегда находящихся в сфере влияния конструктора.

Допущения, сделанные в настоящей книге, возможно, являются чрезмерно упрощающими. Это является следствием практической необходимости сначала выбора, а затем синтеза системы на самых ранних стадиях проектирования. Когда уже сделан выбор системы управления и характеристики ее элементов перестают изменяться, допущения общего характера уступают место более конкретным. Когда проектирование дошло до этой стадии, моделирование переходит от ручных вычислений инженера к автоматизации при помощи счетной машины-модели. На этой стадии проектирования становятся возможными широкие исследования эффекта вариации входных параметров; устойчивость системы может быть исследована по ее отклику с учетом нелинейных элементов. Таким образом, моделирование проходит шаг за шагом через все стадии проектирования, причем каждый новый шаг означает новое приближение к тактической действительности.

---

<sup>1)</sup> Напомним, что в этой книге часто смешиваются понятия устойчивости свободной системы и устойчивости при постоянно действующих возмущениях. (*Прим. перев.*)

---

## ГЛАВА 20

### СИСТЕМА В ЦЕЛОМ

Слова «система в целом» неоднократно появлялись в настоящей книге. Это — следствие непрерывных и намеренных попыток поставить систему в целом на ступень выше ее собственных элементов. Системы, которыми мы здесь занимались, названы системами управления снарядами и, как было показано, состоят из элементов, предназначенных для чувственного восприятия, связи и управления. Все это относится к науке, называемой *кибернетикой*. Применение изложенных здесь принципов имеет смысл не только в системах управления снарядами, но и в любых сложных системах независимо от того, являются ли они электрическими, механическими или физиологическими. Какой-нибудь процесс автоматического производства может использовать те же самые основные элементы и порождать проблемы, в принципе чрезвычайно близкие к тем, которые обозначены словами «управление снарядом».

Изучение систем управления снарядами охватывает большую область физических и технических наук. Одна из наиболее часто встречающихся трудностей состоит в том, что отдельные области и подобласти науки имеют тенденцию ко все более и более изолированному развитию. Предоставим слово Норберту Винеру (Norbert Wiener): «Человек может быть топологом, акустиком или колеоптеристом<sup>1)</sup>. Он наполнен жаргоном своей области, знает всю свою литературу и все разветвления своей науки, но чаще всего на любой другой вопрос он будет смотреть как на нечто, принадлежащее его коллеге, третья дверь дальше по коридору, и будет считать всякое проявление интереса к этому вопросу со своей стороны недопустимым нарушением права собственности»<sup>2)</sup>.

Склонность индивидуума отказываться от вторжения в то, что он считает областью другого, часто усиливается благодаря языковому барьеру, который вырос в виде специальной терминологии. Не так уж необычно видеть спорящих людей разных специальностей, кото-

---

<sup>1)</sup> Специалистом по жесткокрылым. (*Прим. перев.*)

<sup>2)</sup> Wiener Norbert, *Cybernetics*, p. 8, The Technology Press, John. Wiley & Sons, New York, 1948.

рым требуется достаточно много времени, чтобы обнаружить полное согласие друг с другом, сначала остававшееся непонятым вследствие разговора на специальном жаргоне. Такое недоразумение не всегда разъясняется даже при помощи общего математического языка, потому что в один и тот же символ разные специалисты могут вкладывать разный смысл, а преодолеть установившуюся символику далеко не так просто.

В этой книге сделана попытка показать, что в сложных системах существует общая основа для изучения отдельных элементов, разработанных людьми разных специальностей, и что имеется возможность в качестве средства проектирования построить аналоги или модели этих элементов. В результате управляемый полет снаряда может быть промоделирован, а его вероятная точность и поведение в различной тактической обстановке оценены еще до того, как снаряд попал на чертежную доску. Работа любого элемента системы может быть описана математиком, который не занимается физической идеей, заложенной в конструкцию этого элемента. Однако, поскольку всегда имеется необходимость компромисса между требованиями к отдельным элементам, для создания действительно работающей системы требуется, чтобы каждый специалист разбирался хотя бы в основных вопросах, касающихся системы в целом, и в проблемах, которые возникают при разработке других элементов другими специалистами.

В этой книге не предполагалось подробно описать процесс проектирования какого-нибудь отдельного элемента системы управления снарядом. Для этого существует много специальных книг. Задача настоящей книги состоит в том, чтобы познакомить читателя, независимо от того, является ли он практически работающим специалистом в области управления снарядами или только изучает эту область, с основными вопросами, относящимися к различным отраслям науки и техники, в такой степени, чтобы выяснились проблемы, которые возникают в этих отдельных отраслях в связи с разработкой системы управления в целом. Можно надеяться, что изучение требований тактики и их влияния на разработку системы в целом и в свою очередь выяснение того, как требования к системе в целом влияют на характеристики отдельных элементов, приведут к лучшей оценке роли специальных отраслей знания при разработке системы в целом.

### 20.1. Область исследований

Область исследований проблемы управления снарядами должна быть шире изучения собственно системы управления. Например, в случае морской задачи класса поверхность — воздух система управления действительно составляет главную часть системы противовоздушной обороны эскадры; но эта последняя в свою очередь составляет только часть противовоздушной обороны более крупного

соединения и т. д. Поэтому минимальной областью исследований для системы управления снарядом является область тактического применения всего артиллерийского комплекса управляемого снаряда. Например, в случае системы управления класса воздух — воздух исследование должно охватить способ вывода самолета-носителя на цель, характеристики этого самолета, характеристики летчика-человека, чувствующее устройство на самолете, характеристики прочего оборудования и вооружения, имеющегося на самолете, и, наконец, сам снаряд и его систему управления.

Исследование, при котором тщательно проверяют или моделируют все части системы в целом, часто приводит к обнаружению возможности упрощения системы управления. После этих упрощений может получиться система, более дешевая, надежная и имеющая лучшие тактические свойства, чем система, спроектированная без проведения углубленных исследований. Может показаться, что такое исследование относится к категории исследования операций; однако здесь имеется существенное различие, так как целью исследования операций является установление потребности в оружии или оценка оружия, в то время как целью исследования системы управления является установление метода управления, необходимого для решения определенной тактической задачи.

## 20.2. Человек как элемент системы управления

Человек появляется в тактическом применении системы управления снарядами в двух различных ролях. В одной роли он решает вопрос о применении системы управления, в другой — он сам может оказаться одним из ее действующих элементов. В первом случае его действия определяют эффективность применения системы, во втором случае используются передаточные характеристики человека.

Связь с эффективностью системы. Многие из так называемых автоматических систем используют полдюжины или больше натренированных людей в качестве операторов. Назначение человека в этих системах состоит в принятии решений, необходимых для приведения в действие данного типа оружия. Человек может никогда не видеть воздушную цель, атакующую его позицию, но он должен решить, указывают ли чувствующие элементы на присутствие цели или имеется только ложный сигнал. Решив, что сигнал действительно исходит от цели, он должен оценить угрозу и решить, какое именно оружие следует применить для ее уничтожения. Когда задача уничтожения цели уже возложена на определенный род оружия, человек-оператор снова используется для обнаружения, захвата, оценки обстановки и стрельбы. Все эти действия означают, что человек используется в качестве принимающего решение.

Недостаток тренировки, неумелость, неспособность, усталость, тяжелые внешние условия и вообще все, что вызывает невыполнение



человеком своих обязанностей, влияет на вероятность поражения цели. Таким образом, эффективность оружия прямо зависит от деятельности человека.

В настоящее время имеется полная возможность заменить принятие решения человеком просто вычислением решения. Вычислительная машина действует быстрее и, если ее входы были верными, она делает меньше ошибок в своем суждении, чем сделал бы человек. Однако, учитывая современное положение с вычислительными машинами, человек еще остается необходимым по следующим причинам:

а) Человеку нужно меньше места, чем машине. Хотя автоматические машины работают быстрее человека, но при современном состоянии техники машина, вполне заменяющая человеческий мозг, обладала бы потрясающими размерами.

б) В критическом случае человек более многосторонен. Чтобы уложить вычислительную машину в разумные габариты, эти машины делаются в высшей степени специализированными в области памяти и задач, которые они способны решать. Вычислительная машина предназначена для решения некоторых частных задач и ее нельзя быстро перестроить.

в) Чтобы поддерживать вычислительную машину в рабочем состоянии, необходим человек, а обучение его обычно требует больше времени, чем обучение обращению с различными типами оружия.

Единственная причина, которая может сделать необходимой замену человеческого решения автоматическим, состоит в недостатке времени. Когда человеку не хватает времени (например, вследствие увеличения скорости цели и т. п.), его необходимо заменить некоторым автоматическим устройством.

Внешние условия. Способность человека принять правильное решение на основании некоторой информации зависит как от способа индикации, так и от внешних условий. Индикация должна быть осуществлена таким образом, чтобы необходимые сведения представлялись в наиболее простой и понятной форме. Конструкция аппаратуры должна обеспечить полное отсутствие каких бы то ни было недоразумений. Если необходимо, чтобы человек выполнял одну или несколько операций, эти операции должны быть просты, а само устройство аппаратуры должно исключать возможность ошибок. Переключатели должны быть удобны для руки, кнопки и шкалы должны быть различными по форме и удобно расположены.

Необходимо обратить внимание на обеспечение комфорта для оператора. Работа с оборудованием обычно является скучным, однообразным делом даже в военное время. Оператор должен нести вахту в течение определенного времени; для обеспечения наилучшей эффективности системы он должен быть внимателен в течение всей вахты. Отсутствие комфорта может заставлять его бодрствовать, но одновременно утомляет его. Комфорт оператора должен быть таков, чтобы ему было покойно и удобно, но не должен располагать ко сну.



Окружающие условия влияют на внимание оператора и на его работоспособность. Оборудование не должно требовать адаптации глаз (слабая освещенность индикатора) при наличии таких внешних условий, когда адаптация может быть легко потеряна. Подобную проблему, в частности, обычно представляет самолетное оборудование; небо может быть ярким, а индикаторы в кабине слабо освещены. Если летчик посмотрит на небо, ему потребуется значительный промежуток времени для адаптации, прежде чем он будет в состоянии ясно видеть приборы. Необходимо, чтобы конструкция оборудования предусматривала сведение этого недостатка к минимуму.

Оператору часто приходится работать в шумной обстановке. Уменьшение уровня шума помогает оператору лучше сохранять работоспособность и внимательность в течение всей вахты. Необходимо исследовать наилучшие способы привлечения внимания оператора; может оказаться, например, что оператор в некоторых случаях лучше отвечает на звуковые, чем на световые сигналы; нет ничего невозможного в том, что наилучшей окажется комбинация звуковых и световых сигналов. Изучение и обеспечение наиболее удобных условий работы человека с аппаратурой составляют самостоятельную отрасль техники.

**Частотные характеристики человека.** Человек иногда является действующим элементом системы управления снарядом; поэтому представляет интерес его отклик на установившиеся и неустановившиеся входы. Вообще говоря, человек представляет собой нелинейную систему. Однако при низкочастотных входах и при работе в пределах его возможностей выход человека является линейным. Характеристики различных людей неодинаковы, но существует такая область деятельности, где их характеристики в основном сходны. Это и есть именно та область, которую должен использовать конструктор системы управления.

Возьмем простейший пример. Человеку предложено следить за установившимся входом, например за световым зайчиком, совершающим синусоидальное движение в одной плоскости. Если механизм, которым он пользуется для сопровождения зайчика, находится в пределах его физической силы, он будет работать как линейный усилитель мощности до частоты одного радиана в секунду или несколько выше. Когда частота возрастает настолько, что человек уже не в состоянии следить за зайчиком, его отклик становится совершенно непредсказуемым. Если на основную частоту наложен высокочастотный шум, полоса пропускания человека уменьшается. Это означает, что когда хотят использовать человека как усилитель низких частот, необходимо исключить шумы из любого типа индикации.

В случае, когда человек сопровождает оптическим путем цель, которая движется с постоянной скоростью, угловая скорость цели не остается постоянной, но постепенно меняется. Если следящее

устройство использует запоминание скорости, то входом оператора является разность между угловыми скоростями цели и следующего устройства. В этом случае совместная полоса пропускания человека и суммирующего устройства шире, чем у одного человека при входе в виде простого движения цели.

### 20.3. Будущее систем управления снарядами

Системы управления снарядами относятся к классу устройств, вводящих нас в век автоматике. Это — эра сервомеханизмов, эра освобождения человека от операций, которые он раньше постоянно выполнял. Та форма автоматике, которую представляют системы управления снарядами, была порождена недостатками органов чувств человека и неспособностью его ускорить процесс своего мышления в соответствии с потребностями машин, построенных для войны. Необходимость введения автоматике в вооружение вызывается стремлением выжить. Если построено подвижное вооружение, необходимо построить новое оружие для борьбы с ним; если дальность, с которой враг может уничтожить тебя, возросла, ты должен увеличить дальность средств защиты, иначе ты не выживешь. Пока военная техника совершенствуется, системы управления снарядами должны становиться все более автоматическими и улучшать все свои боевые параметры; отвечать на новые нападения новой обороной; встречать новую угрозу возможностью нового возмездия.

Широко распространено мнение, что дни человека-летчика на высокоскоростных самолетах обороны и нападения уже сочтены. Не подлежит никакому сомнению, что современная техника позволяет направить самолет в любую точку земного шара, сбросить там бомбы и возвратит самолет к месту старта без присутствия человека-летчика на борту самолета. Точно так же представляется технически возможным поражать атакующие самолеты при помощи беспилотных перехватчиков дальнего действия. Это — актуальные задачи управления снарядами.

Практический вопрос состоит в следующем: с какого звена нужно начинать введение автоматических операций в цепи оборонительных или наступательных действий? Очевидный ответ таков: там, где человек по любой причине становится слабым звеном цепи, он должен быть заменен специализированным автоматическим устройством. Поэтому в будущем автоматизация систем управления снарядами должна стать значительно более всеобъемлющей, чем это имеет место в настоящее время.

---

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрация 94
- Абсорбция оптического излучения  
атмосферными газами 178
- — — жидкостями 179
- радиоволн 129, 142
- Автокорреляция 461
- Автоматизация вычислений 697 и д.
- Автопилот 73, 383, 586, 608, 678
- Автосопровождение при малых углах  
места 458
- Азимут светила 101, 634
- Акустика, использование для самона-  
ведения 647 и д.
- Акцелерометр для линейных ускоре-  
ний 371, 384
- для угловых ускорений 379
- Аналог электронный 696, 713
- — для моделирования наведения  
по лучу 730
- Аномалия магнитная континенталь-  
ная 96
- — локальная 96
- — региональная 96
- Антенна маячная 470
- радиолокатора 134, 416, 586, 590,  
751
- Аппаратура управляющая корабель-  
ная 13, 561
- — снаряда бортовая 560
- Артиллерия зенитная 41
- морская 46
- наземная 46
- Атмосфера 113
  
- Бассейн волновой 751
- Бафтинг аэродинамический при аку-  
стическом самонаведении 650
- Бера закон 184
- Блок дальности грубый 449
- — точный 449
- Болометр 151, 165, 168
- термисторный 169, 170
- Бомба управляемая авиационная 62
- — «Azon» 63
- Бомба управляемая «Bat», 63
- — «Felix», 63, 64
- — «FX-1400», 63
- — «GB-1» 62, 63
- — «GB-4» 63, 64
- — «Pelican» 63, 64
- — «Razon» 63
- — «Robin» 63, 64
- — «Roc» 63
- — «Tarzon» 63
- В-поражение воздушной цели 325
- Буря ионосферная 116
- магнитная 96, 116, 338, 638
  
- Вариации магнитного поля 96
- скорости снаряда 540
- Величина звездная 98, 107
- случайная 252
- —  $n$ -мерная 252
- Вероятность 249, 252
- безотказного проведения опера-  
ции 575
- поражения цели 325, 326, 334
- Вертикаль 86, 631
- дальности 631
- Вес аппаратуры 607, 610, 611, 613
- Вещество без потерь 136
- с потерями 136
- Видеодетектор 434
- Видеоусилитель 434
- Вина закон излучения 164
- — смещения 162
- Включение системы управления 522
- Волновод атмосферный 118
- Время 92
- гражданское 93
- звездное 93
- полета снаряда 41
- — — при параллельном сближе-  
нии 518
- — — при сближении по лучу 488
- — — при чистом преследовании  
501
- Выборка данных 328

- Высотомер барометрический 54  
 — с частотной модуляцией 393, 414  
 Выигрыш антенны 416  
 Выход полный приемника теплового излучения 188  
 Габариты аппаратуры 607, 610, 611, 613  
 Гаусса распределение 254  
 Гетеродин местный 427, 428  
 Гировертикаль 362 и д.  
 Гироскоп 359  
 — прецессионный 379 и д., 681  
 — с двумя степенями свободы 360  
 — с тремя степенями свободы 360  
 — свободный 360, 362  
 Глубина модуляции 624  
 Головка следящая 602  
 Грегори — Ньютона интерполяционная формула 245  
 Дальности активного и полуактивного самонаведения 597  
 Дальность действия системы управления при помощи команд 611  
 — — радиолокатора 659  
 — полета, влияние плотности воздуха 548  
 — цели, ее измерение 412, 476, 666  
 Датчики для телеметрии 747  
 Движение Земли 85  
 — снаряда в вертикальной плоскости 535 и д., 685  
 Декада 297  
 Демодулятор кольцевой 451  
 Детектор 434  
 — координатный 625  
 — произведения 451  
 — угловой 450  
 Джонсона шумы 429  
 Диаграмма направленности антенны радиолокатора вторичная 416  
 — — — — первичная 416  
 — — — маячной 470  
 — — звука самолетных моторов 647  
 Дискриминатор временной 445 и д. 462  
 Дисперсия 249  
 Диффракция радиоволн 127  
 Диэлектрик, распространение радиоволн в нем 136  
 Длительность памяти 671  
 Долгота 77  
 — географического места светила 103  
 Доплера принцип 393, 409 и д., 473, 648  
 Живучесть снаряда 326, 334  
 Закон Бера 184  
 — биномиальный 250  
 — излучения Вина 164  
 — — Планка 159  
 — — Рэля — Джинса 165  
 — Ламберта 149  
 — смещения Вина 162  
 — Стефана — Больцмана 148  
 Замирание цели 587  
 Замораживание коэффициентов 547  
 Запас устойчивости по модулю 236, 269  
 — — по фазе 236, 269  
 Запоминание скорости 667  
 Запросчик 964  
 Звезды новые 99  
 — переменные 99  
 Земля; ее движение, размеры и форма 85, 629  
 Зенит 101  
 Значение среднее 249, 328  
 — — ошибки 327  
 — — произведения случайных величин 253  
 — — суммы случайных величин 253  
 Излучение атмосферы 190  
 — звуковое цели 647  
 — инфракрасное 146 и д., 603  
 — суммарное 148  
 Изображение в смысле Лапласа 203 и д.  
 — — — Фурье 218  
 — управляющее 214  
 Изогона 637  
 Изодинама 637  
 Изоклина 637  
 Импенданс генератора 294  
 — нагрузки 294  
 — холостого хода входной 294  
 — — — выходной 294  
 Импульс единичный 202, 215  
 Инверсии температурные 118  
 Интенсивность излучения 149  
 — — спектральная 159 и д.  
 Интервал сдвига 222  
 — индикаторный (в системе Лоран) 398  
 Интерполирование 238  
 Интерференция в радиолокации 419, 458  
 Информация стабилизирующая 586  
 — управляющая при наведении по лучу 623  
 —, ее получение и преобразование 386 и д.  
 Ионосфера 113, 114, 401  
 Испытания аппаратуры 573

- Испытания приемочные на внешние условия 574  
 — системы управления 518, 519  
 — снарядов 531  
 Исследование аппаратуры во внешних условиях 573  
 Источник энергии 522  
 Исчисление операторное 203
- Кибернетика** 760  
 Классификация радиочастот 111  
 — управляемых снарядов 23 и д. (См. также *Снаряд управляемый класса...*)  
 — целей 19 и д., 472  
 Клистрон отражательный 428  
 Кодирование команд 610  
 Коды станций в системе Лоран 399  
 Колебания фугоидные 540  
 Команды в цифровой машине 719  
 Комбинации различных систем управления 650  
 Компас гиромагнитный 368  
 — магнитный 367, 638  
 — — гиростабилизированный 368, 369  
 Комплекс артиллерийский управляемого снаряда (комплекс управления) 13, 22, 556, 659  
 Контур автопилотный 608, 678  
 — рулевой 13, 683  
 — сопровождения для полуактивного самонаведения 595, 596  
 — управления бортовой 13  
 — — —, полоса пропускания 672 и д.  
 Кориолиса эффект 67, 89, 105, 366, 632  
 Корректра по направлению 43  
 — угла возвышения 43  
 Коррекция следящей системы первого основного типа 280  
 — характеристик системы 312  
 Коррелятор 451  
 Корреляция взаимная 461  
 Коши—Римана условия 225  
 Коэффициент безопасности 531, 572  
 — заполнения 424  
 — затухания безразмерный 271  
 — корреляции 256  
 — лобового сопротивления 550  
 — момента 534, 549, 550  
 — — крена 550  
 — — тангажа 549  
 — отражения среды 121  
 — подъемной силы 534, 549  
 — преобразования кристаллического смесителя 430  
 — распространения 458
- Коэффициент расходимости 124  
 — усиления антенны в данном направлении 416  
 — черноты 148  
 — шумов 429  
 К-поражение воздушной цели 325, 340  
 Крен 73, 358, 550, 622, 687  
 Кривая ошибок гауссова 254  
 — погони 497  
 Критерий устойчивости Найквиста 229  
 — — Рауса 228  
 — Хэйвенса 173  
 Круг равных высот 102  
 Курс боковой воздушной цели 276, 289  
 — корабля или самолета 77
- Лаг воздушный 55  
 Ламберта закон 149  
 Лампа бегущей волны 463  
 Лапласа преобразование обратное 203 и д.  
 — — прямое 203 и д.  
 Линейность преобразования Лапласа 206  
 Линия передачи команд 610  
 — — — «Dortmund — Duisburg» 61  
 — — — «Duren — Detmold» 62  
 — — — «Strassburg — Kehl» 59 — 61, 63  
 — позиционная (линия положения) 102, 633  
 Лодка подводная как цель 32  
 Локсодромия 77, 79, 80
- Магнетизм Земли 95, 97, 108, 367, 637  
 Масштаб времени в электромоделлирующих устройствах 706, 716  
 — — в цифровых машинах 717  
 Машина счетная цифровая 697, 713, 715  
 Машина-аналог 696, 713  
 — для моделирования наведения по лучу 730  
 Маяк радиолокационный 464  
 — радионавигационный 640 и д.  
 Маяк-ответчик радиолокационный 69, 464  
 Мезосфера 113  
 Меридиан магнитный 95  
 — первый (нулевой) 77  
 Место 68, 100  
 — географическое светила 100, 101, 634  
 — счислимое 105  
 Метод конечных разностей 243



- Метод наименьших квадратов 238  
— неявных функций 698, 704  
Моделирование 13, 559, 692 и д., 761  
— математическое (полное) 693  
— поверочное (частное, физическое) 693  
— при помощи самолета 560, 722 и д.  
— распространения радиоволн 751 и д.  
— трехмерное 709 и д.  
— электрическое 201  
Модель 695  
Модулятор временной 449  
— импульсный 423  
— — тиратронный 424  
— маячный 468  
Модуляция амплитудная 388—391  
— АИМ-ЧМ-ЧМ 744  
— импульсная 407, 412  
— ФИМ-АМ 739, 744, 750  
— частотная 391  
— ЧМ-ЧМ 739, 741, 750  
ШИМ-ЧМ 739, 744, 750  
— ШИМ-ФМ 741  
Момент крена 550  
— тангажа 549  
Моменты аэродинамические 534, 535  
Мощность излучения суммарная (интегральная) 148  
— пиковая 423
- Наведение луча оптическое 349  
— перехватчиков 353  
— по лучу 344, 345, 618  
— — —, моделирование при помощи электронного аналога 730  
— — —, передаточная функция 723  
Навигация астрономическая 67, 72, 97, 104, 109, 338, 632  
— — при помощи автоматических средств 106, 338  
— в полярных местностях 108  
— по местности 67  
— по наблюдению и опознанию 68  
— по пеленгам 68  
— при помощи средств электроники 67  
— с использованием земных ориентиров 72, 97, 627 и д.  
Надежность системы управления 326, 335, 340, 345, 346, 352, 574 и д.  
Найквиста критерий устойчивости 229  
Наклонение магнитное 95, 637  
Направленность луча антенны, диаграмма 416  
Несущая 387  
Нули функции 224
- Облака, влияние на ослабление излучения 184  
— ионные 115  
Области полярные, навигация в них 108  
— рабочие системы Лоран 384  
Область действия маячной антенны 470  
Обтекатели антенн радиолокаторов 586, 634  
— приборов, следящих за звездами 637  
Огонь зенитный 41  
Ограничитель ускорений и углов атаки 383  
Операции предстартовые 517 и д.  
Опознавание станций в системе Лоран 399  
Оригинал в преобразовании Лапласа 203 и д.  
— — — Фурье 218  
Ориентир 13  
Ориентиры астрономические 97, 338, 632  
— — — земные 72, 97, 108, 338, 627  
Ослабление оптического излучения вследствие рассеяния 182 и д.  
— радиоволн в конденсированной воде и других осадках 132  
Ответчик 69, 464 и д.  
Отклик угла атаки 538  
— — наклона траектории 538  
— — тангажа 536  
Отклонение стандартное (среднее квадратичное) 249, 327  
Отражение радиоволн 116, 119, 143  
— — от цели 472  
Отрезок асимптотический 296  
Ошибка вероятная (в. о.) 328  
— — радиальная (в. р. о.) 331  
— индекса секстанта 105  
— сближения 631  
— средняя абсолютная (с. а. о.) 328  
— — квадратичная (стандартная) 327  
— — радиальная (с. р. о.) 331
- Память 587, 716  
— по положению 670  
— по скорости 667  
Параллакс 48, 105  
Передачик радиолокационный 422  
Передача радиоволн по двум различным путям 123 и д.  
Переключение лепестков 476  
Переменное случайное 252  
— —  $n$ -мерное 252  
Переносчик 387



- Перехват бомбардировщиков 340  
 Перехватчик 353, 591 и д. 599  
 Период предстартовый 517 и., 579  
 Питание радиолокационных систем 455  
 Планирование стоимости снарядов 567  
 Планка закон излучения 159  
 Плоскость сближения 630  
 — эклиптика 94  
 Плотность вероятности случайной величины 252  
 — воздуха, влияние на дальность полета 548  
 — потока излучения поверхности 150  
 — спектральная функции 223  
 Площадь эффективная цели 473, 474  
 — — приемная антенны 417  
 Поглощение оптического излучения атмосферными газами 178  
 — — — жидкостями 179  
 — радиоволн 129, 142  
 Подбор передаточной функции 293 и д.  
 Поднесущая 388, 393  
 Подстройка частоты автоматическая (АПЧ) 422, 429  
 Показатель преломления радиоволн 114 и д.  
 Поле гравитационное 97, 627 и д.  
 — магнитное 95, 97, 108, 367, 637  
 Полином интерполяционный 245  
 Положение цели предсказанное (упрежденное) 42  
 Полоса пропускания 654 и д.  
 — — бортового контура управления снарядом 672 и д.  
 — — общая 318  
 — шумов 318  
 Полус магнитный Земли 638  
 — мира 101  
 Полюсы функции 224  
 Поляризация радиоволн 114, 126  
 Порог приема теплового 173  
 Постоянная Стефана — Больцмана 148  
 Потенциометр косинусный 705  
 — масштабный 702  
 — синусный 705  
 — следящий 703  
 — умножающий 703  
 Преобразование Лапласа обратное 203 и д.  
 — — прямое 203 и д.  
 — Фурье обратное 217—218  
 — — прямое 217—218  
 Преобразователи координат 704  
 Преследование с упреждением 506 и д.  
 Преследование чистое 497 и д., 672 и д.  
 Прецессия гироскопа 360  
 — Земли 94  
 Прибор счетно-решающий 383, 583 и д.; 609, 642  
 — — — стартовый 665  
 Приемник инфракрасного излучения (тепловой, термический) 151, 165  
 — — — пневматический 170  
 — — — с фотосопротивлением 176, 188  
 — радиолокационный 427  
 Приемники маячные 466  
 Принцип Допплера 393, 409 и д., 473, 648  
 — суперпозиции 201  
 Проверка предстартовая 518, 520  
 Проекция гномоническая 81  
 — — — полярная 81  
 — — — азимутальная эквидистантная 82  
 — меркаторская 79  
 — — косая 81  
 — — поперечная 81  
 — поликоническая 85  
 — равноугольная Ламберта 84  
 — стереографическая 82  
 Прозрачность атмосферы 178  
 Произведение вероятностей 249  
 — дальностей полуактивного самонаведения 507  
 Производство серийное 556, 562, 578  
 — — — оборудования бортового 565  
 — — — внешнего 563  
 Промах из-за ограниченной маневренности снаряда 690  
 Процесс переходный при старте 523  
 Пуск — см. *Старт*  
 Радиоволна поляризованная вертикально 119  
 — — горизонтально 119  
 — — по кругу 119  
 — — по эллипсу 119  
 Радиоволны, моделирование их распространения 751 и д.  
 Радиовысотомер стандартный 393, 414  
 Радиолокатор 407  
 — бортовой снаряда 666, 673  
 — в системе самонаведения 588  
 — импульсный 588  
 — наводящий 619  
 — перехватчика 355  
 — подсвечивающий 660  
 — поиска 424, 426, 475, 656, 672.  
 — с коническим сканированием 393, 459, 475, 623

- Радиолокатор с непрерывным излучением 588  
 — с переключением лепестков 459  
 — с частотной модуляцией 409  
 — самолетный, его ограниченная мощность 621  
 — сопровождения цели 345, 346, 353, 426, 444, 458, 476, 599, 605, 609, 613 и д., 619, 656  
 — управления огнем 393, 664  
 Радиомаяк 640 и д.  
 — зональный 70  
 Радиометр 153, 191  
 Радионавигация — см. *Система радионавигационная*  
 Радиотелеметрия 736 и д.  
 Радиус действия радиолокационного маяка 465  
 — эффективный Земли 118  
 Разворот координированный 553  
 Разделение целей 473  
 Разность разделенная 247  
 Ракета — см. *Снаряд управляемый*  
 Распределение нормальное (Гаусса) 254  
 — — по двум признакам 330  
 — — по трем признакам 332  
 — Рэлея 256  
 Распространение радиоволн 111 и д.  
 — — через лист диэлектрика 136  
 Рассеивание снарядов при старте 523  
 Рассеяние оптического излучения в атмосфере 182  
 — радиоволн 131  
 Расстояние зенитное светила 101, 634  
 — между двумя местами на земной поверхности 77  
 — полярное места 100, 101  
 Расширитель импульсов 427  
 Рауса критерий 228  
 Регулировка усиления автоматическая 437  
 Регулятор напряжения электронный 456  
 Рефлекторы 191 и д.  
 Рефракция 105, 118  
 Рыскание 73, 358  
 Рэлея — Джинса закон излучения 165  
 Самолет в качестве цели 473  
 Самонаведение 582, 585 и д.  
 — активное 354, 583, 588 и д.  
 — — снарядов класса воздух — воздух 590  
 — — — — воздух — поверхность 593  
 — — — — поверхность — воздух 595  
 — — — — поверхность — поверхность 594  
 Самонаведение акустическое 647 и д.  
 —, выбор типа радиолокатора 588  
 — квазиактивное 584  
 — пассивное 354, 584 и д.  
 — — на инфракрасных лучах 603  
 — — на радиочастотах 603  
 — полуактивное 345, 354, 583, 595 и д., 659  
 — — снарядов класса воздух — воздух 599  
 — — — — воздух — поверхность 600  
 — — — — поверхность — воздух 601, 659, 672 и д.  
 — — — — поверхность — поверхность 602  
 Сближение 37  
 — параллельное 511 и д.  
 — по лучу 484 и д., 525  
 — при движении снаряда класса поверхность — поверхность 337  
 — пропорциональное 513 и д.  
 Связи перекрестные 553  
 Связь обратная 314  
 Сдвиг фазы 294  
 Секстант 104  
 Селекция целей 473  
 Сервомотор, его передаточная функция 304  
 Сечение эффективное приемное антенны 417  
 Сжатие Земли 629  
 Сигнал опорный 624  
 — ошибки 624  
 Сила подъемная 534, 548  
 Синтез системы управления 559  
 Система исчисления двоичная 718  
 — механическая с одной степенью свободы 369  
 — наведения — см. *Наведение*  
 — радиолокационная — см. также *Радиолокатор*  
 — — доплеровская 409 и д., 473, 588, 597  
 — — — для измерения дальности 412  
 — — — с импульсной модуляцией 413  
 — — — с непрерывным излучением 410  
 — радионавигационная гиперболическая 396, 640, 644  
 — — — «Decca» 640, 642  
 — — — «Gee» 640, 642  
 — — — «Logan» 72, 78, 113, 396 и д., 640, 642  
 — — круговая 640, 645  
 — — — «Micro-H» 640  
 — — — «Oboe» 640  
 — — — «Shoran» 71, 640

Система радиолокационная радиаль-  
ная 639

- — — «Sonne» 70, 639
- связи типовая 387
- следящая 39, 201, 260 и д.
- — аperiодическая (с критическим  
затуханием) 216
- — второго основного типа 285
- — демпфированная (с затуханием  
ниже критического) 216
- — линейная 201
- — первого основного типа 266, 280
- — передемпфированная (с затуха-  
нием выше критического) 216
- телеметрическая 736 и д.
- — большая 744
- — малая 739 и д.
- — средняя 741 и д.
- управления 13, 22, 261
- — земномагнитная 637
- — зенитным огнем 41, 664
- — инерционная 338, 627
- — инерционно-астрономическая?  
632
- — инерционно-гравитационная 627  
и д.
- — комбинированная 650
- — огнем самолетная 49
- — по земным ориентирам 627
- — при помощи акустических  
средств 647
- — при помощи команд 605 и д.
- — с наведением по лучу — см.

*Наведение по лучу*

- — с самонаведением 582 (см. также  
*Самонаведение*)

— — «Burgund» 58

Сканирование 393, 475, 623

Скачок единичный 202, 214

Склонение 634

— магнитное 95, 637

Скорость снаряда, вариации 540

— угловая касательной к траектории  
при пропорциональном сближении  
515

— — — — — при сближении по лучу  
490

— — — — — при чистом преследо-  
вании 501

Сложение вероятностей 249

Слой воды эквивалентный 180

— *E* спорадический 115

Смеситель 428

Снабжение оборудованием бортовым  
568

— — корабельным 565

Снаряд управляемый 21

Снаряд управляемый баллистический  
57, 76, 78, 92

— — в качестве цели 473

— — для наведения по лучу 621 и д.

— — класса воздух — воздух 30, 49,  
352 и д., 590, 599, 651

— — класса воздух — поверхность  
28, 32, 348 и д., 593 и д. 600,  
651

— — — поверхность — воздух 26,  
340, и д., 484, 595, 601, 618, 651,  
655 и д.

— — — поверхность — поверхность  
23, 32, 333 и д., 594, 602, 651

— — крылатый 78

— — подкласса воздух — глубина 32

— — — поверхность глубина 32

— — против подводных целей 32

— — «Assault Dron» 53

— — «Baka» (камикадзе) 53, 54

— — «Enzian» 53

— — «Hs-117 H» 53

— — «Hs-293» 53

— — «Hs-298» 53

— — «Reintochter I» 53, 61

— — «Reintochter III» 53, 61

— — «Schmetterling» («Hs-117») 53,  
58

— — «V-1» («Fzg-76») 53, 54, 77, 78,  
97, 638

— — «V-2» (A-4) 53, 54 65, 66, 77, 627

— — «Viking» 64—67, 78

— — «Wac-Corporal» 64

— — «Wasserfall» 53, 61

— — «Weary Willy» 53

— — «X-4» 53, 61, 650

Снаряды управляемые второй миро-  
вой войны 53 и д.

События независимые 249

— несовместимые 249

— равновозможные 249

Совокупность выборочная 328

— генеральная 328

Солнце среднее 93

Сопровождение цели 605 и д.

— — большой 481

— — оптическое 605, 615, 617

— — по дальности 444, 476

— — при малом угле места 482

— — при помощи радиолокатора —  
см. *Радиолокатор сопровождения  
цели*

— — угловое 475, 476

Спектр частотный угловой скорости  
493

— — — — — при чистом преследова-  
нии 506

- Способ — см. *Метод*  
 Способность испускательная спектральная 163  
 — — суммарная 148, 157  
 Стабилизатор напряжения электронный 457  
 Стабилизация корабельных систем управления 46, 666  
 — снаряда 586  
 — — по крену 586, 622  
 Станция в системе Лоран ведомая 397  
 — — — — ведущая 397  
 Старт 36, 517, 521  
 —, переходные процессы 686  
 — снаряда класса воздух — поверхность 351, 527  
 — — — воздух — воздух 357, 527  
 — — — поверхность — воздух 347, 348, 524  
 — — — поверхность — поверхность 336, 339, 523  
 Степень устойчивости 235  
 Стефана — Больцмана 148  
 Стоимость управляемых снарядов 555 и д., 569  
 Стратосфера 113  
 Стрельба воздушная, управление 49  
 Стробоскоп 753  
 Суперпозиция 201  
 Сфера небесная 100  
 Счисление пути 104  
 — — автоматическое 106  
 — — инерционное 338
- Тангаж 73, 358, 532, 536  
 Телеметрия при проектировании систем управления 736 и д.  
 Тело абсолютно черное 148  
 — серое 152  
 Температура эквивалентная шумов 430  
 Теорема запаздывания 207  
 — о начальном значении 208  
 — о предельном значении 207  
 — произведения вероятностей 249  
 — сложения вероятностей 249  
 — смещения 207  
 Теоремы о среднем значении 253  
 Теория вероятностей 248  
 Термопара 151, 153, 165, 168  
 — компенсационная 166  
 Точность системы Лоран 403 и д.  
 Траектория снаряда 483 и д.  
 — — класса воздух — воздух 357  
 — — — воздух — поверхность 351  
 — — — поверхность — воздух 347
- Траектория снаряда класса поверхность — поверхность 335  
 — — при старте 522  
 Тракт высокой частоты радиолокатора 421  
 — промежуточной частоты радиолокатора 432  
 Транспортировка снарядов 518, 529  
 Треугольник параллактический 99  
 Тропосфера 113  
 Трудоемкость снаряда 566  
 Туман, ослабление инфракрасного излучения 184  
 Тысячная 346
- Угол атаки 532, 534, 538  
 — наклона траектории 532, 538, 674  
 — отношения бомбы 49  
 — подсвечивания 600  
 — потерь диэлектрика 137  
 — путевой 77  
 — скольжения 121  
 — тангажа 532, 536, 674  
 — упреждения 44, 506  
 — часовой светилы 101, 634  
 Управление — см. *Система управления*  
 Упреждение 44  
 Управление времени 93  
 — характеристическое 226  
 Усилитель инверсный 701  
 — интегрирующий 700  
 — промежуточной частоты (УПЧ) 430, 432  
 — суммирующий 698  
 Ускорение Кориолиса 90  
 — нормальное при преследовании с упреждением 511  
 — — при пропорциональном сближении 516  
 — — при сближении по лучу 492  
 — — при чистом преследовании 505  
 — силы тяжести для разных широт 88  
 Ускоритель 336, 347, 521, 524, 526  
 Условия внешние для бортовой аппаратуры 529  
 — внутренние для бортовой аппаратуры 530  
 — Коши — Римана 225  
 Установка стартовая при наведении по лучу 621  
 Устойчивость «абсолютная» (асимптотическая) 265  
 — систем с обратной связью 225 и д.

- Устойчивость снаряда в трех измерениях 553  
 Устройство запоминающее 587, 666, 716  
 — счетно-решающее 383, 583, и д., 609, 642
- Факел, влияние на распространение радиоволн 140, 143, 144  
 Фактор затухания 216  
 Фильтр активный 317  
 — одноканальный верхних частот 297  
 — — нижних частот 295  
 Фильтры порошковые 195  
 Форма Земли 85  
 Формирование луча радиолокатора 420  
 Формула интерполяционная Грегори—Ньютона 245  
 Фотосопротивление 176, 188  
 Функция автокорреляционная 222, 461, 475  
 — аналитическая 225  
 — веса цепи 202, 218  
 — взаимно корреляционная 222, 462  
 — единичная 202  
 — единичная импульсивная 202  
 — — линейная 216  
 — передаточная 222, 293  
 — — дифференцирующая 299  
 — — интегрирующая 299  
 — — низкочастотная 299  
 — — — обратная 299  
 — — сервомотора 304  
 — — снаряда для движения в вертикальной плоскости 535 и д.  
 — — — для движения крена 550  
 — — цепи 202  
 — распределения вероятности 252  
 — — — нормальная 253  
 — экситативная 214  
 Фурье преобразование обратное 217—218  
 — — прямое 217—218
- Характеристика амплитудная 268, 282, 286  
 — частотная (амплитудно-фазовая) 202, 218  
 — — логарифмическая 237  
 — фазовая 268, 282, 286  
 Характеристики системы переходные 222
- Характеристики снаряда частотные 551  
 — — эксплуатационные 529 и д.  
 — статистические воздушной цели 474  
 — частотные человека 764
- Хемосфера 113  
 Хранение снарядов 517—518, 569  
 Хэйвенса критерий 173
- Цель 472 и д.  
 — воздушная, отражающие свойства 472 и д.  
 — —, поражение 325  
 — из двух отражающих элементов 478  
 Цель наземная, отражающие свойства 472  
 — —, поражение 324  
 — неподвижная 19  
 — подвижная 19  
 Цепь линейная 201
- Частота события 252  
 Частота затухающих колебаний 318  
 — несущая 387, 611  
 — поднесущая 388, 393  
 — резонансная 318  
 — собственная 318  
 — сопрягающая 267, 296  
 — среза 237, 318  
 Частоты опорные 317  
 Человек как элемент системы управления 762  
 Чернение тепловых приемников 174  
 Четырехполюсник Г-образный 293, 302  
 — линейный 201
- Ширина луча радиолокатора 417  
 Широта 77  
 — астрономическая 629  
 — географического места 103  
 — геоцентрическая 629 (рис. 16.36)  
 — магнитная 96  
 Шум амплитудный 481  
 —, влияние на работу оператора 764  
 — как помеха при акустическом самонаведении 650  
 — угловой 480  
 — цели 477 и д.  
 Шумы Джонсона 429

Экватор магнитный 637

Экономика 555 и д.

Эллипс равных вероятностей 330

Этап конечный полета снаряда 37

— — — — — класса поверхность — по-  
верхность 339

Эффект Допплера 393, 409 и д., 473

— — звуковой 648

— Кориолиса 67, 89, 105, 366, 632

Эффективность руля 550

Эффекты интерференционные в ра-  
диолокациях 419, 458



**Артур С. Локк.**

**Управление снарядами.**

**Редактор В. И. Левантовский.**

**Техн. редактор С. С. Гаврилов.**

**Корректор Г. Г. Желтова.**

---

Сдано в набор 3/VII 1957 г. Подписано к печати  
15/X 1957 г. Бумага 60×92<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Физ. печ.л. 48,5.  
Условн. печ. л. 48,5. Уч.-изд. л. 50,03. Т-09096.  
Цена книги 27 р. Заказ № 2232.

---

Государственное издательство технико-теоретической  
литературы.

Москва В-71, Б. Калужская, 15.

---

Типография № 2 им. Евг. Соколовой

УПП Ленсовнархоза.

Ленинград, Измайловский пр., 29.



Цена 27 р.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1957